УДК 330.42
doi:10.18720/SPBPU/2/id23-455

***Свистунова Александра Сергеевна*,**
младший научный сотрудник СПб ФИЦ РАН

ИЛЛЮСТРАЦИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕЕ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ ПРЕДПРИЯТИЯ ПАО «ГАЗПРОМ»

Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский федеральный исследовательский центр Российской академии наук,
svistunova_alexandra@bk.ru

***Аннотация*.** В работе приведен пример использования экономико-математического моделирования на реальном предприятии. Проведен анализ устойчивости математической модели Харрода-Домара. Выполнены расчеты коэффициентов роста инвестиций, прироста инвестиций, а также коэффициента склонности к сбережениям.

Ключевые слова: экономико-математические модели, устойчивость, условия устойчивости решений, дифференциальные уравнения.

***Alexandra S. Svistunova*,**
Junior Researcher of SPC RAS

ILLUSTRATION OF THE APPLICATION OF A LINEAR ECONOMIC-MATHEMATICAL MODEL AND THE STUDY OF ITS SUSTAINABILITY FOR THE ENTERPRISE PJSC “GAZPROM”

St. Petersburg Federal Research Center of the Russian Academy of Sciences,
St. Petersburg, Russia,
svistunova_alexandra@bk.ru

***Abstract*.** The paper gives an example of the use of economic and mathematical modeling in a real enterprise. An analysis of the stability of the Harrod-Domar mathematical model has been carried out. Calculations of investment growth coefficients, investment growth, as well as the coefficient of propensity to save are made.

Keywords: economic and mathematical models, stability, stability conditions for solutions, differential equations.

Введение

Реализация новых проектов обычно связана с мероприятиями в результате которых осуществляется подготовка производственных помещений к новым технологическим процессам, закупается новое оборудование для их реализации, осуществляется специальная подготовка всех вспомогательных операций, производится обучения персонала. В сложных производственных процессах перестройка предприятия оказывается трудоемкой и требует больших финансовых ресурсов.

1. Формулы для расчета коэффициентов a, b, s

Формула для расчета коэффициента роста инвестиций (a)

Исходными данными для расчета коэффициента являются данные о балансе за время действия проекта. Баланс может быть ранжирован по годам и кварталам:

$$a = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{x_{i+1} - x_i}{x_i}\right)}{2}, \quad (1)$$

где x_i — величина баланса за выбранный период, а n — количество периодов действия проекта.

Формула для расчета коэффициента прироста инвестиций (b)

Вначале необходимо оценить непрерывность инвестиций внутри каждого периода реализации проекта; воспользуемся следующим предположением:

1. Если инвестиции длились в течении всего периода, то отношение времени инвестирования к длительности периода будет равно 1;

2. Если инвестиций не было в течении периода, то отношение времени инвестирования к длительности периода равно 0;

3. Если в течении периода инвестиции прерывались, то величина отношения времени инвестирования к длительности периода будет колеблется от 0 до 1, в зависимости от интенсивности капиталовложений.

Исходными данными для расчета коэффициента являются данные о поступлении инвестиционных средств за время действия проекта.

Коэффициент прироста вычисляется по следующей формуле:

$$b = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} \frac{f_{i+1} - f_i}{f_i}\right)}{2}, \quad (2)$$

где $f_i = \frac{\text{время инвестирования}}{\text{длительность периода}}$,

n — количество периодов инвестирования.

Формула для расчета коэффициента склонности к сбережениям (s)

Коэффициент характеризует количество капитала, которое предприятие сохраняет в виде сбережений. Исходными данными для расчета коэффициента могут являться данные о балансе и отчислениях за время действия проекта.

Остаток наличности на расчетном счете может быть вычислен по следующей формуле:

$$s = \sum_{i=1}^{n} \frac{B_i}{(A_i + C_i)}, \quad (3)$$

где B_i — величина баланса за выбранный период, A_i— поступления от продаж, C_i — Cash-flow от финансовой деятельности [1–4].

2. Расчет параметров модели для предприятия

ПАО «Газпром» — глобальная энергетическая компания. Основные направления деятельности — геологоразведка, добыча, транспортировка, хранение, переработка и реализация газа, газового конденсата и нефти, реализация газа в качестве моторного топлива, а также производство и сбыт тепло- и электроэнергии.

Стратегической целью является становление ПАО «Газпром» как лидера среди глобальных энергетических компаний посредством диверсификации рынков сбыта, обеспечения надежности поставок, роста эффективности деятельности, использования научно-технического потенциала.

Значения коэффициентов рассчитаны в программном продукте MatLab, на основе финансового отчета организации [5–6] (табл. 1).

Таблица 1

Значение коэффициентов

Коэффициент	Величина коэффициента
a	1,3138
b	$b = b_1 = b_2 = 1$
s	0,4938

Анализируя полученные результаты, можно говорить о том, что ситуация на предприятии стабильная — малая часть дохода пускается в оборот, инвестиции поступают непрерывно и в большом размере.

3. Линейная модель второго порядка (сохранение коэффициента τ)

Как известно, линейная модель с сохранением коэффициента τ — это дифференциальное уравнение 2-го порядка и для того, чтобы найти решение этого уравнения необходимо рассчитать корни характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$\lambda^2 + K_{12}\lambda + K_{11} = 0.$$

Собственные числа находятся по следующей формуле:

$$\lambda_{1,2} = -K_{12} \pm \sqrt{K_{12}^2 - K_{11}^2}.$$

Рассчитаем собственные значения для трех наборов коэффициентов времени и запаздывания. И выберем общее решение для дифференциального уравнения исходя из значений собственных чисел (табл 2).

Таблица 2

Общее решение дифференциального уравнения второго порядка

Набор временных параметров	Собственные числа	Общее решение дифференциального уравнения
№1	$\lambda_1 = 1{,}4417$ $\lambda_2 = 0{,}0183$	$y(t) = C_1 \exp(\lambda_1 t) + C_2 \exp(\lambda_2 t)$
№2	$\lambda_1 = 1{,}8641$ $\lambda_2 = 0{,}0009$	

Далее необходимо выбрать начальные условия, чтобы рассчитать переменные интегрирования C_1 и C_2. Начальные условия сложно выбрать, потому что $y' = Y - \frac{G_0}{s}$, где Y — доход предприятия, G_0 — издержки.

Следовательно, для иллюстрации решения модели берутся абстрактные начальные условия. Например, такие:

1. $y'(0) = 0,\ \dot{y}'(0) = 30;$
2. $y'(0) = 30,\ \dot{y}'(0) = 0.$

Подставив начальные условия в общее решение дифференциального уравнения и решив его относительно переменных интегрирования получим значение этих переменных.

Таблица 3

Переменные интегрирования для дифференциального уравнения второго порядка

Набор временных параметров	$y(0)$	$\dot{y}(0)$	C_1	C_2
№1	30	0	-0,3865	30,3865
	0	30	21,0769	-21,0769
№2	30	0	-0,0142	30,0142
	0	30	16,1012	-16,1012

Далее необходимо подставить переменные интегрирования в общее решение и тем самым получить частное решение дифференциального уравнения.

4. Линейная модель третьего порядка (сохранение коэффициента τ^2)

Модель с сохранением коэффициента τ^2 — это дифференциальное уравнение 3-го порядка и, для того чтобы найти решение такого уравнения необходимо найти корни характеристического уравнения.

Характеристическое уравнение имеет вид:

$$\lambda^3 + K_{23}\lambda^2 + K_{22}\lambda + K_{21} = 0.$$

Собственные числа были получены в системе Matlab для трех наборов коэффициентов времени и запаздывания. Общее решение для дифференциального уравнения в зависимости от значений собственных чисел представлены в таблице 4.

Таблица 4

Общее решение дифференциального уравнения третьего порядка

Набор временных параметров	Собственные числа	Общее решение дифференциального уравнения
№1	$\lambda_1 = 0{,}4078 + 0{,}4452i$ $\lambda_2 = 0{,}4078 - 0{,}4452i$ $\lambda_3 = -0{,}1487$	$y(t) = C_1 \exp(\lambda_1 t) +$ $+ C_2 \exp(\lambda_2 t) + C_3 \exp(\lambda_3 t)$
№2	$\lambda_1 = 0{,}1319$ $\lambda_2 = 0{,}8164$ $\lambda_3 = -0{,}0316$	$y(t) = C_1 \exp(\alpha t)\cos(\beta t) +$ $+ C_2 \exp(\alpha t)\sin(\beta t) +$ $+ C_3 \exp(\alpha t)$

Далее необходимо выбрать начальные условия, чтобы рассчитать переменные интегрирования C_1 и C_2.

Начальные условия сложно выбрать, потому что $y' = Y - \frac{G_0}{s}$, где Y — доход предприятия, G_0 —издержки.

Следовательно, для иллюстрации решения модели берутся абстрактные начальные условия.

Например, такие:

1. $y'(0) = 30, \dot{y}'(0) = 0, \ddot{y}(0) = 0$;
2. $y'(0) = 0, \dot{y}'(0) = 30, \ddot{y}(0) = 0$.

Подставив начальные условия в общее решение дифференциального уравнения и решив его относительно переменных интегрирования получим значение этих переменных.

Таблица 5

Переменные интегрирования для дифференциального уравнения второго порядка

Набор временных параметров	$y(0)$	$\dot{y}(0)$	$\ddot{y}(0)$	C_1	C_2	C_3
№1	30	0	0	3,2840	26,7160	2,6325
	0	30	0	18,6839	-18,6839	19,6022
№2	30	0	0	6,9139	23,3014	-0,2152
	0	30	0	210,4354	-205,2534	-5,1820

Далее необходимо подставить переменные интегрирования в общее решение и тем самым получить частное решение дифференциального уравнения.

Заключение

В статье рассмотрено применение модели Харрода-Домара для описания экономических процессов на конкретном крупном предприятии, а именно ПАО «Газпром». Модель Харрода-Домара достаточно адекватно описывает экономические процессы, происходящие в этом промышленном гиганте.

В работе проведен анализ устойчивости решений дифференциальных уравнений, описывающих динамику соответствующих экономических процессов. Показано что в случае ПАО «Газпром» соответствующие процессы устойчивы.

Благодарности

Исследования, выполненные по данной тематике, проводились при финансовой поддержке госбюджетной темы FFZF-2022-0004.

Список литературы

1. Зайцева И.В. Решение задачи оптимального управления математической моделью сложной экономической системы // Вестник Ставропольского государственного университета. – 2010. – 70.
2. Печерских И.А., Семенов А.Г. Математические модели в экономике: учебное пособие / Кемеровский технологический институт пищевой промышленности. – Кемерово, 2011. – 191 с.
3. Иванилов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. – М.: Наука, 1979.
4. Вазов В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1968.
5. Карташев А. П., Рождественский Б. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979.
6. Финансовый отчет ПАО Газпром. – URL: https://www.gazprom.ru/f/posts/57/982072/gazprom-annual-report-2021-ru.pdf (дата обращения 20.05.2022).