

*Пипия Георгий Тенгизович*¹,
инженер-исследователь, аспирант;
*Черненко Людмила Васильевна*²,
профессор, д-р техн. наук, профессор

**УПРАВЛЕНИЕ КАЧЕСТВОМ ПРОДУКЦИИ
ПРИБОРОСТРОЕНИЯ НА ОСНОВЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ
МЕТОДОВ ДВУХУРОВНЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И ПРИНЯТИЯ
РЕШЕНИЙ**

^{1,2} Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, ¹ gogpipiy@ya.ru, ² ludmila@qmd.spbstu.ru

Аннотация. Актуальность темы исследования обосновывается необходимостью развития методов оценки и мониторинга качества продукции при управлении производством приборостроения в условиях всеобщей информатизации и автоматизации процессов производства. Новые условия приводят к увеличению объема информационных потоков, в связи с чем необходимо разработать новые подходы к обработке, анализу и принятию решений при управлении качеством продукции. Полученные результаты позволяют расширить существующий методики управления качеством продукции в условиях больших объемов данных.

Ключевые слова: показатели качества, система мониторинга качества продукции, двухуровневая оптимизация, принятие решений, целевые функции, система менеджмента качества, приборостроительная продукция.

*Georgii T. Pipia*¹,
Engineer-researcher, Postgraduate Student;
*Liudmila V. Chernenkaya*²,
Professor, Doctor of Technical Sciences

**QUALITY MANAGEMENT OF INSTRUMENTATION PRODUCTS
BASED ON MATHEMATICAL METHODS OF TWO-LEVEL
OPTIMIZATION AND DECISION MAKING**

^{1,2} Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia, ¹ gogpipiy@ya.ru, ² ludmila@qmd.spbstu.ru

Abstract. The relevance of the research topic is substantiated by the need to develop methods for assessing and monitoring product quality in the production management of instrumentation in the context of universal informatization and automation of production processes. New conditions lead to an increase in the volume of information flows, and therefore it is necessary to develop new approaches to processing, analysis and decision-making in product quality management. The results obtained allow us to expand the existing methods of product quality management in the context of large data volumes.

Keywords: quality indicators, product quality monitoring system, two-level optimization, decision making, objective functions, quality management system, instrument-making products.

Введение

Приборостроение является одним из основных наукоёмких и высокотехнологических секторов экономики страны, для устойчивого, успешного развития которого необходимо уделять приоритетное внимание вопросам оценки и повышения качества изделий приборостроения. Проблема оценки и повышения качества изделий приборостроения послужило катализатором исследований в области оценки уровня качества продукции, направленные на решение проблем риска возникновения отказов на этапе эксплуатации, оптимизации производственного цикла за счет рационального распределения производственных ресурсов в области качества.

В ведущих зарубежных журналах, посвященных проблематике мониторинга и последующей оценки качества ежегодно публикуются более 130 работ. Например, в журнале “Journal of quality technology” на тему мониторинга и оценки качества продукции за последние пять лет опубликованы более 50 статей, преимущественно посвящённых решению проблем статистического мониторинга качества производимой продукции и проблеме обработки данных при нечеткой и ограниченной информации.

В журнале “Quality engineering” на тему оценки уровня качества за последние пять лет опубликованы более 30 статей, посвящённых фундаментальным вопросам обработки статистической информации при малой выборке, многомерной статистической обработке данных при разнородной информации.

В таком направлении, как исследований минимизации рисков при мониторинге и оценке качества в соответствии с данными журналов “Quality and Reliability Engineering International” и “Reliability Engineering & System Safety” за последние пять лет опубликованы более 50 работ.

Опираясь на представленные выше работы проблема оценки уровня качества продукции в настоящее время является актуальной задачей. Данная задача, исходя из представленных работ, решается различными способами и методами. При этом для нахождения новых путей предлагаются новые концепции понятия «качество». Однако в опубликованных работах не учтены такие факторы как иерархическая структура понятия «качество», получение оптимальной оценки исходя из разнородной информации, получаемой из различных структурных подразделений, нечеткость первичной информации.

Для дополнения уже существующих методик и техник мониторинга и оценки уровня качества, а также учета требований новой концепции понятия «качество» необходимо разработать подход, основанный на децентрализованной модели оценки уровня качества продукции, основанной на двухуровневой модели оптимизации.

1. Описание математической модели многокритериальной оптимизации оценки качества продукции

Многокритериальная задача линейной оптимизации имеет вид

$$\max\{Fx = z \mid x \in Y\},$$

где F — матрица размера $m \times n$, строки которой являются целевыми функциями f_i , $i = \overline{1, m}$ (индексы обозначают номер целевого критерия, m — количество целевых функций), $z = z_1, z_2, \dots, z_n$ — вектор значений целевых функций (индексы обозначают номер целевой функции, n — количество значений целевых функций), а Y — множество допустимых значений целевых функций.

Формализация задачи многокритериальной оптимизации может содержать как поиск минимума целевых функций, так и поиск одновременно минимума одной целевой функции и максимума другой целевой функции. Для решения задачи оценки качества технической продукции необходимо определить множество факторов, влияющих на качество продукции, определить множество показателей качества продукции, выразить целевые функции, характеризующие качество продукции через показатели качества и определить ограничения накладываемые на показатели качества продукции [1].

Известно, что техническая продукция характеризуется множеством показателей качества, поделенных на группы, такие как: функциональные показатели, конструктивные показатели, экономические показатели, показатели надежности, эстетические показатели и эргономические показатели. Исходя из перечисленных групп показателей качества, целевая функция (функция качества) будет задаваться как

$$F = f(C(Y), Y(X)),$$

где C — затраты на качество, X — множество воздействующих факторов на показатели качества в процессе производства изделий, а Y — множество показателей качества производимой продукции.

Перечисленные группы показателей качества, т. е. множество показателей качества, будут формировать многогранник качества Y^n , где n — задает размерность многогранника и зависит от учитываемых групп показателей качества, а на каждую группу показателей качества в этом случае будут воздействовать свои факторы X .

В настоящее время в промышленности основным критерием качества продукции является соответствие полученных показателей качества установленным требованиям. При этом признаками несоответствия продукции являются дефекты, которые могут появиться на этапе производства. Таким образом, качество продукции напрямую зависит от количества и значимости дефектов (влияние на функционирование), что подтверждается концепцией 6 сигм и бережливого производства.

Улучшенная модель оценки уровня качества должна включать в себя значения критериев по единичным показателям качества и основные причины возникновения дефектов [2].

Так как все единичные показатели качества не должны сворачиваться в один комплексный показатель по принципу средневзвешенного и причины возникновения дефектов должны быть связаны с единичными показателями, то необходимо разработать модель со следующими условиями:

- целевая функция должна содержать причины возникновения дефектов;
- численные значения единичных показателей качества должны влиять на целевую функцию.

Подходящей моделью для расчета уровня качества с учетом приведенных условий является линейное программирование.

Линейное программирование — это метод поиска оптимальных решений путем поиска неизвестных значений для нескольких линейных уравнений, связанных ограничениями равенства или неравенства. Линейное программирование задается следующими элементами [3]:

1. Целевая функция вида $z = \sum_{i=1}^n c_i \times x_i$, где c_i — это числовые коэффициенты, а x_i — это неизвестные переменные.

2. Матрица вида $A = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 & a_{12}x_2 & \dots & a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 & a_{22}x_2 & \dots & a_{2n}x_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1}x_1 & a_{m2}x_2 & a_{m3}x_3 & a_{mn}x_n \end{pmatrix}$ система линейных уравнений размера $m \times n$, где a_{ij} — это числовой коэффициент i -го столбца и j -й строки, а x_j — это неизвестное значение для j -й строки.

3. Вектор столбец ограничений вида b , данный вектор накладывает на матрицу A ограничение, после которого мы имеем расширенную матрицу $A =$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 & a_{12}x_2 & \dots & a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 & a_{22}x_2 & \dots & a_{2n}x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}x_1 & a_{m2}x_2 & a_{m3}x_3 & a_{mn}x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}.$$

4. Условие неотрицательности переменных, $x_j \geq 0$.

Матрицу A можно представить как линейную комбинацию векторов вида $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_mx_m$, где $\{x_1, x_2, x_3 \dots x_n\}$ это набор скаляров, а $\{a_1, a_2, a_3 \dots a_m\}$ набор вектор столбцов вида $a =$

$$a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}.$$

Для выполнения условия независимости групповых показателей качества необходимо ввести в систему линейных уравнений условие независимости линейных уравнений в системе [4]. Данное условие будет выполняться при включении в линейное пространство векторов, которые при включении скаляров $x_1 = x_2 = x_3 \dots x_m = 0$ будут давать линейную комбинацию векторов вида $a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_mx_m = 0$. Данные векторы будут образовывать в линейном пространстве базис [5].

В общем виде задача линейного программирования задается следующей формой

$$\begin{aligned} c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots c_nx_n &= z \\ a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots a_{1n}x_n &= (\geq, \leq) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots a_{2n}x_n &= (\geq, \leq) b_2 \\ \vdots & \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots a_{mn}x_n &= (\geq, \leq) b_m \\ x_j &\geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Целевой критерий может быть направлен как в сторону максимизации, так и в сторону минимизации.

2. Описание математической модели двухуровневой оптимизации оценки качества продукции

Под децентрализованным подходом с точки зрения управления понимают подход, при котором верхнее звено, осуществляющее управление, передает часть своих функций управления подчиненным звеньям. В таких условиях звенья на нижних уровнях получают сте-

пень свободы в своей деятельности, но при этом находятся под контролем верхнего звена.

С точки зрения качества продукции, децентрализованный подход обеспечивает независимое управление структурных отделов, связанных с разработкой продукции, экономическим обеспечением, логистическим обеспечением, обеспечением материалами и производством продукции.

Оценку уровня качества по двухуровневой модели оптимизации задаем теоретико-множественной моделью

$$\langle Q, X, F_i, Y_i \rangle,$$

где Q — функция качества (лидер), X — область определения численных значений функции качества, F_i — i -е целевые функции (последователи), Y_i — область определения i -го значений целевой функции.

В данной постановке задачи функция качества Q (лидер) обеспечивает управление качеством продукции с точки зрения конструкции, технологии, экономики и т. д. Для управления лидеру поступает информация в виде определенных оптимальных целевых функций. Помимо управления, функция качества позволяет оценить эффективность и результативность принятых решений в отношении качества продукции.

Функцию качества Q определяем последовательностью чисел $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{ij}$ ($j = 1, 2, \dots, n$), x_1, x_2, \dots, x_i ($i = 1, 2, \dots, m$). При этом $a_{ij} : 0 \leq a_{ij} \leq 1$ (при фиксированном i -ом значении x) и $x_i : \sum_{i=1}^m x_i = 1$. Иерархия показателей качества задает дополнительные ограничения на область определения Q , следовательно, функция качества примет вид: $Q(x, F_1(y_1), \dots, F_n(y_n))$, где $x \in X : Ax \leq d, A = (a_{ij})$, а подуровни (последователи) $F_i(y_i)$, такие, что $y \in Y : B_i y \leq d, B_i = (b_{ij}), 0 \leq b_j^k \leq 1$ (при фиксированном i -ом значении y) и $0 \leq \sum_{i=1}^m y_i \leq 1$. Поиск оптимального значения функции $Q(x, F_1(y_1), \dots, F_n(y_n))$ осуществляем снизу-вверх: сначала определяем оптимальное значение подуровней $F_i(y_i)$, после чего найденные значения y подставляем в $Q(x, F_1(y_1), \dots, F_n(y_n))$ и осуществляем поиск значения функции для главного уровня.

Для применения двухуровневой оптимизации в задачах оценки качества продукции определим следующие целевые функции: $Q(x, F_1(x, y_1), F_2(x, y_2))$ — функция качества, $F_1(x, y_1)$ — функция затрат на качество, $F_2(x, y_2)$ — функция управления поставщиками, где переменные x такие, что $x \in X \subset R^n$. Функция качества такая, что $Q : X \times Y_1 \times Y_2 \rightarrow R$, где y — переменные, такие, что $y_i \in Y_i \subset R^{m_i}$, при этом

$F_i : X \times Y_i \rightarrow R$. Аргумент x накладывает ограничения на допустимую область функций $F_1(x, y_1)$ и $F_2(x, y_2)$, тем самым, главная функция контролирует поведение подфункций.

Общую постановку задачи двухуровневой оптимизации оценки качества продукции задаем следующим образом:

$$\begin{aligned}
 & \min_{x \in X} \{Q(x, y_1 = y, y_2 = z) = cx - d_1 y + d_2 z\} \\
 & Ax + B_1 y_1 + B_2 y_2 \leq b \\
 & \min_{y_i \in Y} \{F_1(x, y) = cx + d_1 y\} \\
 & Ax + B_1 y \leq b' \\
 & \min_{z_i \in Z} \{F_2(x, z) = cx + d_2 z\} \\
 & Ax + B_2 z \leq b'' .
 \end{aligned} \tag{2}$$

Условия существования оптимального решения задачи двухуровневой оптимизации приведены в работе [6].

Заключение

В работе представлены подходы управления качеством продукции на основе математических моделей оптимизации и принятия решений. Для применения данных моделей предложены целевые функции и показатели качества для нахождения численной оценки качества продукции на этапе его производства.

Основным преимуществом применения двухуровневой оптимизации в системе мониторинга качества продукции является возможность учитывать разнородные источники информации и находить вектор численных оценок, характеризующие качеством продукции по нескольким аспектам, например, технология, экономика, производство, надежность и т. д.

Список литературы

1. Титов В.Г. и др. Многокритериальная оптимизация методом «идеальной точки» состава сырья для изготовления композитной заготовки // Известия вузов. Порошковая металлургия и функциональные покрытия. – 2019. – №. 2. – С. 49-56.
2. Пипия Г.Т., Черненькая Л.В. Методика формализации единичных критериев качества продукции приборостроения для двухуровневой модели. Ч. 1. Единичные критерии целевых функций качества // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2020. – Т. 63. – №. 7. – С. 650–656.
3. Пипия Г.Т. Методика многокритериальной оценки как инструмент планирования мероприятий по обеспечению качества // Радиопромышленность. – 2018. – №. 2. – С. 115-120.
4. Пипия Г.Т., Черненькая Л.В. Двухуровневая оптимизация оценки качества продукции приборостроения // Системный анализ в проектировании и управлении. – 2021. – Т. 25. – №. 3. – С. 357–363.

5. Pipiyay G.T., Chernenkaya L.V., Mager V.E. Solution of the Decentralized Task of Evaluating and Improving Product Quality // International Scientific Conference “Far East Con” (ISCFEC 2020). – Atlantis Press, 2020. – Pp. 2840–2846.

6. Pipiya G.T., Chernenkaya L.V. Method for formalization of single quality criteria for instrumentation products in a two-level model. Part II. Formalization of single upper- and lower-level criteria // Journal of Instrument Engineering. – 2020. – Vol. 63. No 8. – Pp. 749–755.