УДК 004.94+006.9
doi:10.18720/SPBPU/2/id23-79

Семенов Константин Константинович,
доцент, канд. техн. наук

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА МЕТРОЛОГИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЦИФРОВЫХ ДВОЙНИКОВ

Россия, Санкт-Петербург,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
semenov_kk@spbstu.ru

Аннотация. В работе представлены основные пути организации такого метрологического сопровождения вычислений, производимых цифровыми двойниками, которое позволило бы сопроводить каждое предсказание, осуществляемое двойником, индивидуальной оценкой его погрешности, унаследованной от неточности тех данных, на которых выполнена калибровка двойника, и от тех его параметров, чьи значения известны с неопределенностью или заданы интервалами возможных значений. Выполнен анализ главных требований, предъявляемых к методам, реализующим метрологическое сопровождение. Рассмотрены отвечающие им основные методы реализации метрологического сопровождения цифровых двойников.

Ключевые слова: цифровые двойники, метрологическое сопровождение, наследственная погрешность, вычислительная математика.

Konstantin K. Semenov,
Associate Professor, Candidate of Technical Sciences

METHODS AND MEANS OF METROLOGICAL INSURANCE FOR DIGITAL TWINS

Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University,
St.Petersburg, Russia,
semenov_kk@spbstu.ru

Abstract. The paper presents the main ways of organizing such metrological support for calculations performed by digital twins, which would allow accompanying each prediction performed by a twin with an individual estimate of its error inherited from the inaccuracy of the data on which the twin has been calibrated and from those of its parameters whose values are known with uncertainty or given by intervals of possible values. The paper discusses the main requirements for the methods that implement digital twins' metrological support and approaches to their practical realization.

Keywords: digital twins, metrological support, inherited error, uncertainty propagation, computational mathematics.

Введение

В условиях современного развития вычислительных технологий и средств при создании новых образцов техники, изучении особенностей их эксплуатации, для построения прогностических моделей сопровождения работы сложных технологических установок используют цифровые двойники соответствующих объектов. Построение подобных виртуальных копий для реальных систем и процессов создает возможность смоделировать, что будет происходить с оригиналом в случае изменения условий его эксплуатации или из-за действия внешних факторов. Это позволяет исследовать и спрогнозировать нештатные, предаварийные и аварийные ситуации до того, как они возникнут. Данная возможность, появившаяся вследствие возросших возможностей современной вычислительной техники — в частности суперкомпьютеров — и недоступная еще пару десятилетий назад, открывает новые горизонты для промышленности и индустриальных применений, когда технологическое решение возникает не вследствие долгого пути доведения методом проб и ошибок проектного решения до приемлемого на основе поступающей информации о произошедших при эксплуатации эксцессах, а получается в результате моделирования и такого сопровождения процесса использования, которое не допускает выхода изделия на траектории эксплуатации, чреватые возникновением нештатных ситуаций.

Приведение цифрового двойника в соответствие оригиналу производится на основании эмпирических данных, получаемых в ходе выполнения измерений на оригинальном объекте. От их объема и точности зависит уровень достигаемой согласованности между виртуальной копией и ее прообразом. Степень соответствия обычно проверяется и исследуется в ходе специальных экспериментов, когда прогнозы и предсказания, сделанные на цифровом двойнике, сравниваются с данными, получаемыми в ходе специально производимых контрольных измерений. По результатам оценивают точность соответствия виртуальной копии оригиналу. В дальнейшем получаемое значение механически переносится на результаты совершаемых на цифровом двойнике вычислений. Вместе с тем, в силу нелинейности связи между подстраиваемыми параметрами цифровых двойников, обеспечивающих их согласие с оригинальными объектами, с результатами выполняемых предсказаний, подобный перенос совершенно не обоснован. Недооценка (или, наоборот, переоценка) неточности предсказаний, получаемых с применением виртуальных копий оригинальных объектов, не позволяет надлежащим образом принять решения на их основе, что влечет за собой увеличение рисков совершения неоптимальных действий.

Настоящая работа изучает возможности введения метрологического сопровождения цифровых двойников, ныне практически отсутствующего. Если сертификация виртуальных копий на текущий момент может быть в силу подобия выполнена по схемам поверки и калибровки измерительных средств, направленных на воспроизведение значений физических величин (в случае цифровых двойников — тех ключевых параметров состояния отображаемого оригинального объекта, которые должны быть прежде всего воспроизведены), то оценка предсказаний относительно прочих параметров состояния оригинального объекта производится на текущий момент без какого-либо метрологического подкрепления.

В настоящее время уже существуют предпосылки для создания технологий, позволяющих оценить точность предсказаний, выполняемых на основе цифровых двойников, с учетом неточности тех исходных данных, по значениям которых производилась калибровка и настройка цифрового двойника для достижения его согласия с воспроизводимым им оригинальным объектом. В частности метрологическое обеспечение расчетов, выполняемых на цифровых двойниках, может быть обеспечено естественным переносом уже имеющихся технологий и средств в области метрологического сопровождения программного обеспечения (трансформации распределений погрешностей и метрологического автосопровождения вычислений с неточными данными) и вычислительной математики (автоматическое дифференцирование, методы и средства имитационного моделирования при оценке погрешностей результатов расчетов с данными, чьи значения искажены погрешностями) на новый объект — вычисления, производимые в рамках технологии цифровых двойников.

1. Математическая формализация задачи

Пусть $X = (x_1, x_2, \ldots x_n)$ — результаты измерений, полученные в ходе экспериментов по калибровке цифрового двойника, и его параметры, чьи значения неточны или заданы приближенно (физические константы, усредненные характеристики). Данные значения служат для построения и настройки математических моделей, лежащих в основе цифрового двойника, и для выработки на их основе предсказаний. Пусть $\Delta x_1, \Delta x_2, \ldots, \Delta x_n$ — абсолютные погрешности перечисленных значений, а $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_n$ — предельные значения этих погрешностей, т. е. $|\Delta x_i| \le \Delta_i$. Пусть результатом использования цифрового двойника в рамках данной конкретной операции служит числовое значение y некоторого предсказания, вычисляемое по результатам измерений $x_1, x_2, \ldots x_n$ по алгоритму f, представляющему собой решение уравнений лежащих в его основе математических моделей, относительно интересующей величины:

$$y = f(X) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Необходимо оценить пределы Δ_y возможной погрешности величины y для целей оптимизации ее значений при калибровке двойника, для передачи в иные вычислительные процедуры, реализуемые в рамках цифрового двойника или для получения представления о степени неточности вырабатываемых предсказаний.

Осуществить нормирование точности предсказаний цифрового двойника так, как это принято в метрологической практике (т. е. с указанием и назначением конкретного предела точности, соответствующего конкретному цифровому двойнику) нельзя из-за в общем случае неограниченного количества возможных комбинаций значений входных данных $x_1, x_2, \ldots x_n$, для которых может быть необходимо произвести вычисление значение y. Построить аналитически оценку неопределенности значения y, унаследованных данной величиной от неточности значений $x_1, x_2, \ldots x_n$, в виде конечной формулы или выражения для конкретного f не представляется возможным уже из-за неограниченной сложности функции f, математическое описание которой чрезвычайно сложно и для цифровых двойников сложных технологических объектов практически не поддается редукции. По этой причине оценка качества предсказаний, выполняемых цифровыми двойниками, должна производиться индивидуально для каждого предсказания.

Методы и средства, реализующие метрологическое сопровождение вычислений, проводимых в составе цифровых двойников, должны в обязательном порядка обладать рядом свойств, в частности они

1) должны быть работоспособными вне зависимости от того, какие математические операции выполняются в составе цифрового двойника — т. е. от того, алгебра над каким множеством использована в математическом выражении цифрового двойника (ведутся ли вычисления в рамках матричного исчисления, задействованы ли комплексные или гиперкомплексные числа);

2) не должны повлечь внесения изменений в содержательную часть программного кода, реализующего цифровой двойник, поскольку последние могут привести к изменению свойств последнего и ухудшению его характеристик;

3) не должны сказаться на получении собственно самого результата вычислений в рамках цифрового двойника — его предсказание должно быть представлено пользователю в любом случае;

4) допускать отключение прямо в ходе выполнения вычислений в случае, если метрологическое обеспечение не позволяет получить результат в необходимые сроки, что препятствует достижению пользователем его целей использования цифрового двойника;

5) должны быть последовательно гарантирующими [1] в случае, если имеют итерационную природу, — оценка качества предсказаний цифрового двойника должна быть достоверной на любой итерации.

Свойство **1** указывает на то, что методы, реализующие метрологическое сопровождение цифрового двойника, должны быть крайне лаконичными в смысле набора средств, которые они задействуют, то есть должны использовать лишь операцию сложения, от которого требуется свойство ассоциативности, наличия нейтрального и обратных элементов, и умножение элементов множества на коэффициент, понимаемое в традиционном смысле. Используемые операции должны образовывать ассоциативное кольцо с операцией обратимого сложения и операцией умножения на коэффициент, — то есть быть комплементарны наиболее простым алгебраическим построениям, с которыми могут вестись вычисления (аффинные преобразования и линейные комбинации).

Свойства **2** и **3** подразумевают, что логика, структура и последовательность выполняемых вычислений не должны нарушаться при снабжении вычислений дополнительным свойством. То есть процедура метрологического сопровождения должна быть в полной мере независимым вычислительным процессом, выполнение которого не влияет на результаты основной последовательности расчетов, направленных на получение предсказания с помощью цифрового двойника.

Свойство **4** указывает на то, что если метрологическое сопровождение реализовано в виде изоморфного перехода от вычислений с используемым в цифровом двойнике основным типом данных (как правило, числа с плавающей точкой или матрицы из таких чисел) к расчетам с новым типом, то должна быть обеспечена возможность осуществить восходящее преобразование типа прямо в режиме выполнения вычислений. В случае, если метрологическое сопровождение построено в виде надстройки над цифровым двойником (то есть осуществляет взаимодействие с ним по заданному пользовательскому интерфейсу), то должна быть обеспечена возможность в произвольный момент осуществить остановку работы данной надстройки с сохранением собственно основного результата работы цифрового двойника.

Свойство **5** является важным в условиях, когда расчеты в рамках цифрового двойника требуют значительного времени на выполнение, – в таком случае получение промежуточных результатов оценки качества предсказаний двойника может оказаться критически важным для принятия предварительных решений в предположении наиболее вероятного итога предсказания еще до получения окончательной оценки неопределенности этого предсказания.

Метрологическое сопровождение цифрового двойника может быть организовано одним из двух путей, которые обозначим как схемы *Ext* и *Int* соответственно:

– с помощью внешней процедуры *Ext*, осуществляющей взаимодействие с цифровым двойником через его пользовательский интерфейс, т. е. через вызовы функции f при указанных значениях ее аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_n$ в представленной математической постановке;

– с помощью дополнений *Int* программного кода цифрового двойника, сохраняющих его свойства и функциональность без изменений, т.е. через аналитическое продолжение $f(Y)$ функции $f(X)$, где $X \in R^n$, $Y \in Z^n$, на множество $Z^n \supset R^n$, такое, что $\mathrm{Re}(Y) = X$ и $\mathrm{Re}(f(Y)) = f(X)$, где Re – оператор взятия действительной компонента элементов множества Z^n.

Каждый из этих путей обладает своими достоинствами и недостатками. Первый подход (*Ext*) позволяет работать с цифровыми двойниками как «черными» ящиками: нет никакой необходимости иметь доступ к реализующему их программному коду; нет надобности вносить в этот код изменения; цифровой двойник может быть реализован на любом языке программирования и с применением любых технологий; от цифрового двойника требуется только иметь достаточный пользовательский интерфейс (API, точка входа dll). Вместе с тем данный подход требует существенного количества вычислений в рамках цифрового двойника (вызовов функции f) для обеспечения метрологического сопровождения при различающихся значениях аргументов ($x_1, x_2, \ldots, x_n$), что может создать проблемы со сходимостью или выходом за область определения. Второй подход (*Int*) свободен от перечисленных недостатков, однако требует повторной компиляции программного кода, в который необходимо внести изменения, — пусть и не столь существенные и сохраняющие значимую часть программного обеспечения, реализующую основную логику вычислений в рамках цифрового двойника, без изменений. Основным преимуществом такого подхода является то, что в его рамках можно добиться очень весомого выигрыша во времени проводимых вычислений в сравнении с первым из рассмотренных путей, что важно в случае, если расчеты в рамках цифрового двойника оказываются трудоёмки.

Главными параметрами методов и средств, реализующих метрологическое сопровождение вычислений, проводимых в составе цифровых двойников, являются следующие:

1) значение n тех источников неопределенности, которые оказывают влияние на точность конечных результатов вычислений, производимых с помощью цифрового двойника (количество параметров и числовых характеристик цифрового двойника, чьи значения измеряются либо подбираются при его калибровке);

2) значение γ_T, отражающее то, во сколько раз допустимо удлинение вычислений на цифровом двойнике при включении в его состав процедур метрологического сопровождения (примерно соответствует среднему количеству вызовов процедуры, реализующей вычисление значения функции f).

Данные два параметра могут являться взаимосвязанными (в случае, если вычислительная сложность метода реализации метрологического сопровождения, зависит от n), а могут — независимыми (когда $\gamma_T = \text{const}(n)$).

Поскольку задача метрологического сопровождения предсказаний, вырабатываемых цифровыми двойниками, является частным случаем более общей задачи метрологического сопровождения вычислений с данными, искаженными погрешностями, то в качестве кандидатов на ее решение могут быть рассмотрены основные подходы, применяемые в практике обработки неточных данных. Соответственно среди основных предлагаемых к использованию методов оценки погрешности результатов вычислений, производимых в цифровых двойниках при неточных исходных данных, положенных в их основу, могут быть названы: методы, основанные на локальной линеаризации вычисляемой функции по значениям ее частных производных [2, 3] (аналитической, полуаналитической и стохастической) и методы типа Монте-Карло [4].

Ниже выполнен краткий анализ применимости данных подходов к задаче метрологического сопровождения цифровых двойников.

2. Локальная линеаризация вычисляемой функции f с непосредственным вычислением ее частных производных

Суть данного подхода заключается в оценке возможного изменения Δy значения вычисляемой функции f, вызванного тем обстоятельством, что значения ее аргументов x_1, x_2, …, x_n искажены погрешностями Δx_1, Δx_2, …, Δx_n, посредством приближения линейными членами ее разложения в ряд Тейлора. Величина абсолютной погрешности Δy при малости погрешностей Δx_1, Δx_2, …, Δx_n может быть описана приближенным соотношением

$$\Delta y \approx \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i.$$

Поскольку известно, что $|\Delta x_i| \leq \Delta_i$, то для случая, когда $|\Delta_i| \ll 1$, получаем, что имеет место оценка сверху

$$|\Delta y| < \Delta_y = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial f(X)}{\partial x_i}\right| \cdot \Delta_i. \quad (1)$$

Поскольку для цифровых двойников характерны существенные значения числа n и, как правило, случайный характер погрешностей значений x_1, x_2, ... x_n по отношению друг к другу, то знак неравенства в соотношении (1) можно считать строгим: почти наверное, что среди произведений $(\partial f(X)/\partial x_i) \cdot \Delta x_i$ окажутся величины разных знаков и по этой причине суммирование абсолютных значений с запасом компенсирует отбрасывание остаточного члена разложения в ряд, т. к. $\Delta_i \gg \Delta_i^2$ для всех i.

Возможна более реалистичная оценка значения неопределенности, учитывающая приведенные выше обстоятельства:

$$\Delta_y \approx k \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f(X)}{\partial x_i}\right)^2 \cdot \Delta_i^2}, \quad (2)$$

где k — закладываемый коэффициент неучтенных факторов (или запаса).

Выражение (2) предполагает, что все пределы погрешности Δ_i соответствуют доверительной вероятности уровня $P \approx 0{,}90 \div 0{,}95$, а значения x_1, x_2, ... x_n получены в ходе измерений — в этом случае распределения их погрешностей обычно принадлежат достаточно широкому семейству U, для которого характерна устойчивость отношения $q \cdot 100$ % квантили к среднеквадратическому значению при $q = 0{,}90 \div 0{,}95$ [5-7], т. е. для всех распределений $u \in U$ выполнено $x_q/\sigma_r \approx \mathrm{const}(u)$, где x_q — $q \cdot 100$ % квантиль, а σ_r — среднеквадратическое отклонение произвольной случайной величины $r \in u$.

Значение коэффициента k связано с возможными отклонениями от данных условий и может быть взято равным (1,1÷1,3), как это указано в нормативных документах [8–15] для разных областей, в которых принято широко применять приближенное математическое моделирование в задачах проектирования.

Для применения выражений (1) и (2) на практике необходимо получить значения производных $(\partial f(X)/\partial x_i)$. В случае применения схемы *Ext* для оценки производных может быть использованы различные приближения по типу конечных разностей:

$$\frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \approx \frac{f(X+d\cdot I_i)-f(X)}{d},\ \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \approx \frac{f(X)-f(X-d\cdot I_i)}{d},\ \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \approx \frac{f\big(X+0{,}5\cdot d\cdot I_i\big)-f(X-0{,}5\cdot d\cdot I_i)}{d},$$

где I_i — вектор размерности как у X, состоящий из нулей за исключением элемента с индексом i, который равен единице; $d > 0$ — заданное малое приращение.

Минимальное число обращений к цифровому двойнику (вызовов функции f) в таком случае составит $2\cdot n$, что может являться непозволительно большим количеством. Кроме этого, при таком подходе перед пользователем стоит задача обоснованного выбора значения d, что может повлечь выполнение дополнительных вычислений для обеспечения достоверных оценок значений вычисляемых производных $(\partial f(X)/\partial x_i)$.

При применении же схемы *Int* возникает возможность уменьшить трудоемкость вычислений. В этом случае значения производных оцениваются с применением техник наподобие автоматического дифференцирования [16] либо родственных ему подходов, позволяющих за счет аналитического продолжения функции f за одно обращение к ней получить как значение $f(X)$, так и значение $(\partial f(X)/\partial x_i)$. Пояснить данное обстоятельство можно на примере метода комплексного приращения [17], представляющего собой частный случай метода автоматического дифференцирования.

Пусть осуществлено аналитическое продолжение $f(Y)$ функции $f(X)$, где $X \in R^n$, на множество векторов $C^n \subset R^n$, составленных из комплексных чисел. Тогда, если $Y_i = X + \sqrt{-1}\cdot\alpha\cdot I_i$, где α — заведомо малое число, такое, что $|\alpha| \ll \min_i |x_i|$ (например, $\alpha \sim 10^{-200}$), то с точностью до последнего знака мантиссы значение $\mathrm{Re}(f(Y_i))$ совпадет с $f(X)$, а значение $\mathrm{Im}(f(Y_i))/\alpha$ — со значением $(\partial f(X)/\partial x_i)$. Здесь Im — оператор взятия мнимой части комплексного числа. То есть для оценки значения производной возможно использовать соотношение

$$\frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \approx \frac{\mathrm{Im}\Big(f\big(X+\sqrt{-1}\cdot\alpha\cdot I_i\big)\Big)}{\alpha},$$

точность которого — на уровне ошибок округления в машинных расчетах.

Видим, что для получения как значения $f(X)$, так и значения производной $(\partial f(X)/\partial x_i)$ необходимо единственное обращение к функции f, то есть однократный вызов цифрового двойника для выполнения расчета $f(Y_i)$.

Использование метода автоматического дифференцирования в сочетании с формулой (2) составляет суть метода оценки предела погрешности результатов вычислений с неточными данными на основе локальной линеаризации вычисляемой функции, который оказывается естественным образом распространим на задачу оценки погрешности предсказаний, вырабатываемых цифровыми двойниками, унаследованной от неточности исходных данных.

3. Метод типа Монте-Карло

Данный метод обычно используется для оценки погрешности результатов обработки неточных данных и при этом не накладывает ограничений на допустимую величину малости погрешностей этих данных. Метод Монте-Карло и родственные ему техники позволяют построить приближения к наименьшему и наибольшему значениям функции f на области допустимых значений ее аргументов, определяемой их погрешностями, то есть оценивать интервал J, такой, что

$$J \subset \left[\inf_{|\tilde{x}_i - x_i| \le \Delta_i \ \forall i} f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n), \quad \sup_{|\tilde{x}_i - x_i| \le \Delta_i \ \forall i} f(\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \dots, \tilde{x}_n) \right].$$

Суть данного подхода заключается в том, чтобы случайным образом генерировать такие значения $\tilde{X}_j = (\tilde{x}_{1j}, \tilde{x}_{2j}, \dots, \tilde{x}_{nj})$ аргументов функции f, которые отличались бы от $X = (x_1, x_2, \dots x_n)$ на величины, по модулю не большие пределов допустимой погрешности $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$. Здесь индекс $j = 1, 2, \dots, N$ отражает номер сгенерированной комбинации. С ростом количества N вероятность того, что среди значений $f(\tilde{x}_{1j}, \tilde{x}_{2j}, \dots, \tilde{x}_{nj})$ найдутся такие, которые окажутся достаточно близки к искомым наименьшему и наибольшему значениям функции f в анализируемой области значений ее аргументов, приближается к единице. В таком случае границы промежутка J определяются как

$$J = \left[\min_j f(\tilde{x}_{1j}, \tilde{x}_{2j}, \dots, \tilde{x}_{nj}),\ \max_j f(\tilde{x}_{1j}, \tilde{x}_{2j}, \dots, \tilde{x}_{nj})\right].$$

Поскольку функция f отражает процесс вычислений в рамках цифрового двойника, то ее вид и поведение могут быть сколь угодно сложны. Соответственно в этом случае целесообразным является выбрать равномерную генерацию значений $\tilde{x}_{ij}$ на интервалах их возможных значений $[x_i - \Delta_i,\ x_i + \Delta_i]$ (т. к. скорее всего нет рациональных оснований предпочесть одни значения в указанных промежутках другим). Для такого варианта организации метода Монте-Карло известны соотношения [4], позволяющие обоснованно определить требуемое количество генерируемых комбинаций N, согласованное с заданным уровнем доверительной вероятности Q и степенью P близости границ промежутка J к точным пределам значений функции f. В целом из выводов работы [4] следует, что достаточными являются значения N порядка ($10^3 \div 10^4$). При использовании метода Монте-Карло количество вызовов функции f при различных значениях аргументов совпадает с N и оказывается существенно большим.

Чтобы уменьшить трудоемкость представленного варианта метода Монте-Карло, возможно использовать подход [18, 19], являющийся в известной степени промежуточным между ним и рассмотренным выше методом локальной линеаризации функции f и носящий в литературе название метода распределений Коши или метода Крейновича.

4. Промежуточные подходы

Практика вычислений с неточными данными показывает, что есть возможность сочетать в той или иной степени разные преимущества представленных двух основных методов организации метрологического сопровождения, комбинируя ключевые идеи, лежащие в их основе.

В частности, упомянутый выше метод [18, 19] на основе распределений Коши представляет собой по сути дела стохастическую локальную линеаризации вычисляемой функции f, не требующую непосредственной оценки значений ее частных производных. Для его реализации также необходима генерация значений аргументов функции f и вычисление соответствующих ее значений.

Суть данного метода заключается в том, чтобы случайным образом генерировать такие значения $\tilde{X}_j = (\tilde{x}_{1j}, \tilde{x}_{2j}, \dots, \tilde{x}_{nj})$ аргументов функции f, которые распределялись бы по законам Коши с параметрами сдвига, равными соответственно x_1, x_2, ... x_n, и параметрами масштаба, равными соответственно $k \cdot \Delta_1$, $k \cdot \Delta_2$, …, $k \cdot \Delta_n$:

$$\tilde{x}_{ij} \in \mathrm{Cauchy}(x_i, k \cdot \Delta_i),$$

где $\mathrm{Cauchy}(c, d)$ — распределение Коши с параметром сдвига, равным c, и параметром масштаба, равным d.

Вычислив далее значения $y_j = f(\tilde{x}_{1j}, \tilde{x}_{2j}, \dots, \tilde{x}_{nj})$, в предположении достаточной малости пределов погрешностей Δ_1, Δ_2, …, Δ_n получаем, что совокупность y_j образует выборку из распределения, также распределенного по Коши, чей параметр масштаба оказывается равен $k \cdot \Delta_y$, где Δ_y определяется ранее приведенным соотношением (1).

Для получения сравнительно небольшой дисперсии оценки величины Δ_y необходимы существенные меньшие значения N, чем в методе Монте-Карло — уже порядка $N \approx 200–300$.

Как было отмечено выше, рассматриваемый метод представляет собой, по сути дела, стохастический аналог метода локальной линеаризации, в котором значения частных производных вычисляются неявно.

На рисунке 1 схематично представлено соотношение между рассмотренными в статье подходами с точки зрения основных характеристик достигаемого метрологического сопровождения.

Как видно, выбор того или иного способа организации метрологического сопровождения определяется параметрами цифрового двойника (количеством его неточно заданных параметров n, допустимым удлинением γ_T вычислений при введении метрологического сопровождения, выраженным в количестве вызовов функции f) и тем, допустимо ли вносить изменения в программный код, реализующий цифровой двойник, или нет.

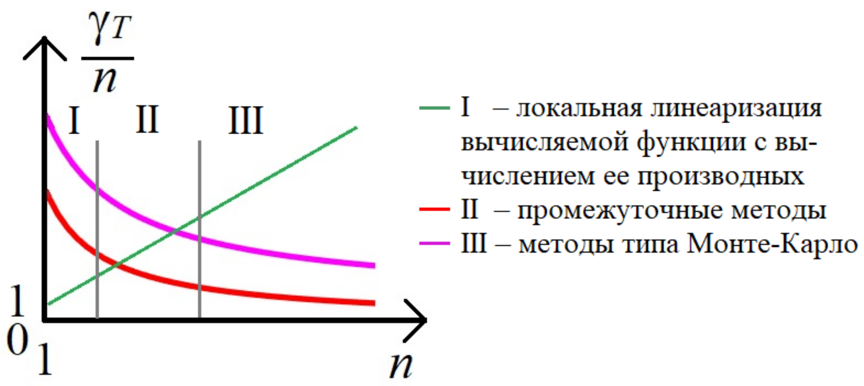

Рис. 1. Соотношение между методами организации метрологического сопровождения вычислений, проводимых цифровыми двойниками

Поскольку технология цифровых двойников подразумевает достижение достаточно высокой точности вырабатываемых с их помощью предсказаний, то все рассмотренные подходы к реализации метрологического сопровождения характеризуются примерно одинаковой и достаточной для практики точностью предоставляемых ими оценок неопределенности результатов расчетов с привлечением цифрового двойника.

Выводы

Основными задачами, стоящими перед метрологическим сопровождением цифровых двойников, являются следующие:

– обеспечение достоверности оценки погрешности результатов настройки параметров цифрового двойника при его согласовании с оригинальным объектом, унаследованной от неопределенности измерений, выполняемых на воспроизводимом двойником объекте;

– обеспечение достоверности оценки погрешности результатов предсказаний, выполняемых на основе цифровых двойников, вызванной неточностью тех исходных данных, на основе которых проводилась калибровка соответствующей численной копии оригинального объекта.

Решение данных задач может быть достигнуто корректным применением методов и средств метрологического автосопровождения вычислений с неточными данными [3]. Конкретный вид и тип реализации зависит от самого цифрового двойника: прежде всего от трудоемкости вычислений, производимых в его рамках, и количестве тех параметров двойника, неопределенность значений которых приводит к неточности значений вырабатываемых двойником предсказаний.

В работе представлены два основных подхода построения метрологического обеспечения: с помощью внешней процедуры (*Ext*), осуществляющей взаимодействие с цифровым двойником через его пользовательский интерфейс, и с помощью дополнений программного кода цифрового двойника (*Int*), сохраняющих его свойства и функциональность без изменений.

В статье описаны основные методы, на основе которых возможно построение метрологического сопровождения цифровых двойников: от локальной линеаризации вычисляемой функции с непосредственной оценкой ее частных производных до методов типа Монте-Карло через множество промежуточных вариантов, сочетающих в той или иной степени достоинства и недостатки данных двух полярных подходов, находящихся на разных полюсах множества методов сопровождения вычислений с неточными данными.

Использование при вычислениях с участием цифровых двойников мощностей высокопроизводительных вычислительных кластеров накладывает определенные ограничения на возможности осуществления оценки неопределенности вырабатываемых в их рамках предсказаний. Существенное удлинение времени вычислений может в известной степени уменьшить достигаемые преимущества от использования в рамках цифрового двойника информации о неопределенности результатов экспериментов, положенных в его основу, а также от информации о текущих внешних условиях, сопровождающих текущую операцию или в целом технологический процесс, для которого цифровой двойник и был построен. Поэтому особое значение имеют методы, для которых значение γ_T невелико, и методы, для которых $\gamma_T = \mathrm{const}(n)$.

Представленные в работе результаты могут быть полезны при формировании предложений по созданию новых действующих нормативных документов, регламентирующих и сопровождающих процесс как цифрового проектирования с применением цифровых двойников, так и их использования для сопровождения работы технологических установок, объектов и систем. В настоящее время среди отечественных стандартов в области практики использования численных копий объектов вступил в действие только стандарт [20], не содержащий рекомендаций и требований по способам обеспечения достоверности предсказаний цифрового двойника.

Список литературы

1. Шокин Ю.И. Об интервальных задачах, интервальных алгоритмах и их трудоемкости // Вычислительные технологии. – 1996. – Т.1. № 1. – С. 98–116.

2. ГОСТ 34100.3-2017. Неопределенность измерения. Часть 3. Руководство по выражению неопределенности измерения.

3. Семенов К.К. Метрологическое автосопровождение программ вычислений в информационно-измерительных системах: дис. ... канд. техн. наук : 05.11.16. Информационно-измерительные и управляющие системы. – Санкт-Петербург, 2011.

4. Семенов К.К. Достоверность результатов применения метода Монте-Карло в задачах интервального анализа // Вычислительные технологии. – 2016. – Т. 21. № 2. – С. 42–52.

5. Новицкий П.В., Зограф И.А. Оценка погрешностей результатов измерений. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.

6. Nguyen H.T., Kreinovich V., Solopchenko G.N., Tao C.W. Why two sigma? A theoretical justification // Studies in Fuzziness and Soft Computing. – 2003. – Vol. 127. Soft Computing in Measurement and Information Acquisition. – Pp. 10–22.

7. Nguyen H.T., Kreinovich V., Tao C.W. Why 95% and Two Sigma? A theoretical justification for an empirical measurement practice // Proceedings of International Workshop on Intelligent Systems Resolutions: The 8th Bellman Continuum. – 2000. – Pp. 358–362.

8. ГОСТ Р 51282-99. Оборудование технологическое стартовых и технических комплексов ракетно-космических комплексов. Нормы проектирования и испытаний.

9. МДС 12-46.2008. Методические рекомендации по разработке и оформлению проекта организации строительства, проекта организации работ по сносу (демонтажу), проекта производства работ.

10. СНиП 3.05.02-88*. Газоснабжение.

11. ГОСТ 34233.1-2017. Сосуды и аппараты. Нормы и методы расчета на прочность. Общие требования.

12. ОДМ 218.2.027-2012. Методические рекомендации по расчету и проектированию армогрунтовых подпорных стен на автомобильных дорогах.

13. ГОСТ 33169-2014. Межгосударственный стандарт. Краны грузоподъемные. Металлические конструкции. Подтверждение несущей способности.

14. ГОСТ 27.202-83. Надежность в технике. Технологические системы. Методы оценки надежности по параметрам качества изготовляемой продукции.

15. ГОСТ Р 54944-2012. Здания и сооружения. Методы измерения освещенности.

16. Piponi D. Automatic differentiation, C++ templates, and photogrammetry // Journal of Graphics Tools. – 2004. – Vol. 9(4). – Pp. 41–55.

17. Martins J.R., Sturdza P., Alonso J.J. The complex-step derivative approximation // ACM Transactions on Mathematical Software. – 2003. – Vol. 29(3). – Pp. 245–262.

18. Kreinovich V., Beck J., Ferregut C., Sanchez A., Keller G.R., Averill M., Starks S.A. Monte-Carlo-type techniques for processing interval uncertainty, and their potential engineering applications // Reliable Computing. – 2007. – Vol. 13. – Pp. 25–69.

19. Kreinovich V.Ya., Ferson S.A. A new Cauchy-based black-box technique for uncertainty in risk analysis // Reliability Engineering & System Safety. – 2004. – Vol. 85 (1-3). – Pp. 267–279.

20. ГОСТ Р 57700.37–2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения.