

УДК 621.01

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-103

А.В. Чиркин¹, М.А. Пандуров²

РАСЧЁТ НАГРУЗОК НА САТЕЛЛИТЫ ЛИНЕЙНЫХ ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНЫХ ПЕРЕДАЧ С УЧЁТОМ ЗАЗОРОВ И ТРЕНИЯ



¹Александр Вадимович Чиркин,
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана (национальный
исследовательский университет)», Россия, Москва.
Тел.: +7(916)959-45-85, E-mail: alexchick07@gmail.com



²Михаил Алексеевич Пандуров,
ФГБОУ ВО «Московский государственный технический
университет имени Н.Э. Баумана (национальный
исследовательский университет)», Россия, Москва
Тел.: +7(963)659-60-46, E-mail: mkpandurov@gmail.com

Аннотация

В работе рассматривается метод расчёта нагрузок на сателлиты линейных планетарно-цевочных передач, учитывающий зазоры и трение в передаче. Этот метод предполагает, что сначала с использованием предложенного авторами алгоритма рассчитывается упругое смещение рейки передачи, а затем с помощью него рассчитываются нагрузки на сателлит. Приводится результат расчёта передачи с использованием данного метода. Сделаны выводы о влиянии трения и зазоров на нагрузку сателлитов.

Ключевые слова: линейные планетарно-цевочные передачи, циклоидальные передачи

Введение

Линейные планетарно-цевочные передачи (ЛПЦП) используются как механизм преобразования вращательного движения в поступательное [1]. Основными их достоинствами являются простота стыкования нескольких реек для получения длинных передач и многопарность, благодаря которой

передачи обладают высокой нагрузочной способностью, жёсткостью и точностью. Ближайшим аналогом ЛПЦП по силовым характеристиками являются планетарные ролико-винтовые передачи, от которых они отличаются простотой стыкования, что позволяет использовать их в крупногабаритных станках (с длиной рабочего хода больше 2 м).

ЛПЦП были разработаны на основе обычных планетарно-цевочных передач [2], известных в технике. Именно от них наследуется многопарность, благодаря которой планетарно-цевочные передачи успешно применяют в приводах технологических машин и роботов [3-5]. Методики расчёта таких передач известны, в частности, известны работы по оценке влияния сил трения [6-10] и зазоров в этих передачах [11-15] на их нагрузочную способность, однако их нельзя напрямую перенести на ЛПЦП.

В работе [1] разработан метод оценки ресурса ЛПЦП. Этот метод использует допущение о том, что в передаче отсутствует сила трения, а сама передача выполнена абсолютно точно. Однако в реальных передачах присутствуют эти факторы, более того, в связи с многопарностью зацепления погрешности изготовления могут приводить к многократному увеличению сил в передаче. В настоящей работе приведён метод, позволяющий учитывать эти факторы.

Методы

Описание передачи

ЛПЦП (см рис. 1) состоит из прямолинейной рейки (1), в которую вставлены ролики-цевки (2). Для задания линейного перемещения рейке с ней в зацепление входит сателлит (3). Сателлит осуществляет планетарное движение – поступательно поворачивается вокруг некоторой оси – за счёт установленных в него эксцентриков (4). Эксцентрик является входным валом – ему передаётся вращение от двигателя.

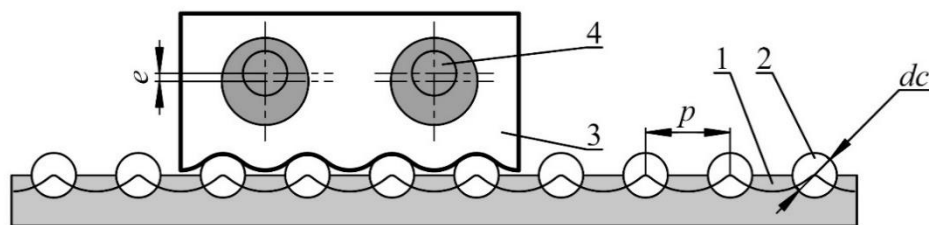


Рис. 1. Схема линейной планетарно-цевочной передачи. 1 – рейка; 2 – цевка; 3 – сателлит; 4 – эксцентрик.

Передача описывается следующими параметрами: эксцентриситет e (см рис); шаг p (см рис); диаметр цевки d_c (см рис); число сателлитов z_s ; число зубьев сателлита z_c (число цевок в контакте). Через эти параметры

можно определить коэффициент укорочения циклоиды λ и модуль передачи m по формулам

$$m = \frac{p}{\pi}$$

$$\lambda = \frac{2\pi e}{p} = \frac{2e}{m}$$

Радиус-вектор точки циклоиды C (траектория движения точки сателлита в относительном движении), которая положена в основу профиля, задаётся параметрическими уравнениями:

$$C_x(t) = -e \sin(t) + \frac{m}{2}t$$

$$C_y(t) = e \cos(t)$$

где t – параметр, соответствующий точке сателлита, полученной вращением эксцентрика от нулевого положения на угол t . Отметим, что по сравнению со статьёй [1] для профиля выбрана такая система координат, чтобы начало профиля совпадало со впадиной сателлита. Профиль сателлита задаётся радиус-вектором P и описывается следующими уравнениями:

$$P_x(t) = C_x(t) + \frac{d_p}{2} N_x(t)$$

$$P_y(t) = C_y(t) + \frac{d_p}{2} N_y(t)$$

где N_x, N_y – координаты единичного вектора N нормали к сателлиту. Они описываются уравнениями:

$$N_x(t) = \frac{\lambda \sin(t)}{\sqrt{1 - 2\lambda \cos(t) + \lambda^2}}$$

$$N_y(t) = \frac{1 - \lambda \cos(t)}{\sqrt{1 - 2\lambda \cos(t) + \lambda^2}}$$

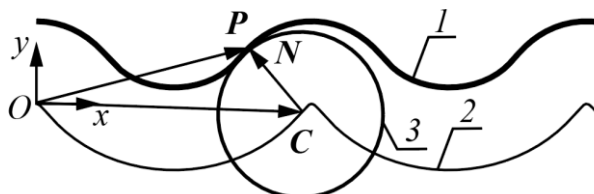


Рис. 2. Кривые и векторы в передаче: 1 – профиль сателлита; 2 – траектория движения точки сателлита; 3 – цевка.

Силовой расчёт

Рассмотрим силовой расчёт передачи. Задача этого расчёта – определение нагрузок на сателлиты передачи. Считаем, что к рейке

приложена внешняя осевая сила F . Введём систему координат такую, что ось x будет направлена вдоль линии движения рейки. Под действием осевой силы рейка упруго сдвинется на расстояние δ . Этому смещению противодействуют силы упругости, действующие на цевки со стороны сателлитов F_{cij} и силы трения $F_{тpij}$ (j – номер цевки, соприкасающейся с i -м сателлитом). Считая, что под нагрузкой сателлита смещается, но не поворачивается, примем, что $F_{cij} = F_{cik}$ при $k \neq i$ (то есть нагрузка на сателлит равномерно распределяется по цевкам, соприкасающимся с этим сателлитом). Тогда сила F_{si} , действующая на i -ю цевку определяется следующим образом:

$$F_{ci} = \frac{F_{si}}{z_c},$$

где F_{si} – сила, действующая на i -й сателлит, z_c – число зубьев сателлита, соприкасающихся с цевками (это число считаем постоянным). Отметим, что в передаче может быть несколько сателлитов, их эксцентрики смещены друг относительно друга на угол $360^\circ/z_s$, где z_s – число сателлитов в передаче.

F_{ci} – это реакция цевки, возникающая вследствие контактного сближения цевки и сателлита. Эта сила нелинейно связано со сближением. В качестве допущения примем, что можно воспользоваться приближительной формулой для контактной жёсткости k , предложенной в [16]. Аналогичное допущение вводилось в работах [8, 12, 17] При этом допущении жёсткость считается завышенной, что пойдёт в запас, так как при повышенной жёсткости силы будут больше.

$$k = \frac{\pi}{4} b E^*,$$

где b – ширина линии контакта, E^* – приведённый модуль упругости материалов цевки и сателлита, определяемый по формуле:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2},$$

где E_1, E_2 – модули упругости материалов сателлита и цевки соответственно, μ_1, μ_2 – коэффициенты Пуассона материалов сателлита и цевки соответственно. Сила, действующая на цевку, связана со сближением δ_i формулой

$$F_{ci} = k(|\delta_i - \Delta_i|)N_i H_i, \quad (1)$$

где δ_i - контактное сближение цевок i -го спутника и рейки; Δ_i - начальный зазор между цевкой и спутником в точке контакта; H_i - функция, которая равна 1, если цевка работает, и малому положительному значению, если цевка не работает. Аналог этой функции вводился в работах [3, 5, 6]. За счёт H_i имитируется мягкая пружина, нужная для лучшей численной сходимости алгоритма силового расчёта, описанного далее. В рамках данной работы задаём H_i следующим образом:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 10^{-5}, & x < 0 \end{cases}$$

$$H_i = H(\delta_i - \Delta_i)$$

То есть, цевка будет работать, если её контактное сближение с спутником больше, чем зазор между цевкой и спутником.

Контактное сближение цевок i -го спутника и рейки – это проекция смещения рейки на нормаль к спутнику в точке контакта (т.е. насколько спутник и цевка сблизилась вдоль нормали к профилю в точке контакта). Аналог данного определения задавался в работе [18]. Тогда, задавая направление смещения δ вдоль оси x , получим:

$$\delta_i = \text{PR}_{N_i}(\delta) = N_{ix} \delta$$

Рассмотрим действие силы трения. Сила трения $F_{\text{три}j}$, действующая на j -ю цевку i -го спутника направлена перпендикулярно нормали к поверхности контакта против движения. Зададим направление параметром s_v , который будет равен 1, если скорость рейки направлена в положительном направлении оси x , и -1, если в обратном. По аналогии с силой упругости примем, что сила трения на каждой цевке спутника одинаковая и будем в формулах использовать силу трения на i -й спутник $F_{\text{три}i}$. Также сила трения пропорциональна силе упругости в контакте (по аналогии с [8]):

$$|F_{\text{тр}}| = |F_{ci}|f$$

где f – коэффициент трения. Используя формулу (1), выразим проекции силы трения на оси координат:

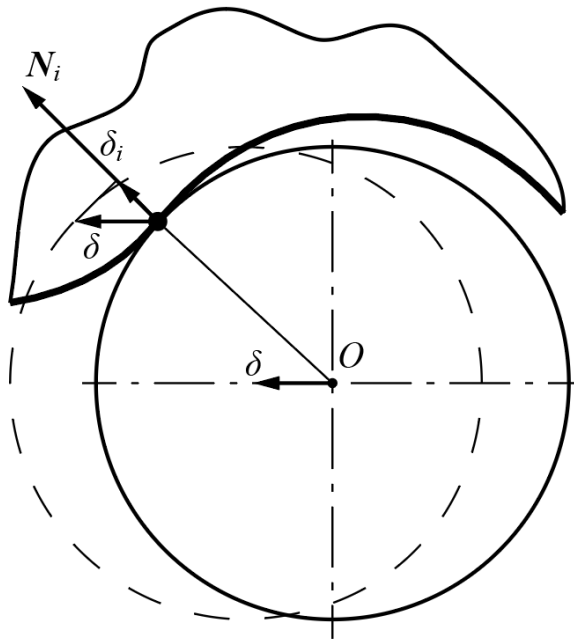


Рис. 3. Смещение δ рейки с цевками под действием нагрузки и её проекция на нормаль к точке контакта.

$$F_{\text{тр}x} = k_i (|\delta_i - \Delta_i|) N_{iy} H_i s_{vf} \quad (2)$$

$$F_{\text{тр}y} = -k_i (|\delta_i - \Delta_i|) N_{ix} H_i s_{vf} \quad (3)$$

Теперь можно записать условие равновесия спутника в проекции на ось x :

$$F + \sum_{i=1}^{z_s} (F_{\text{ци}x} z_c + F_{\text{тр}i} z_c) = 0 \quad (4)$$

Преобразуя формулу (4), получим:

$$F = z_c \delta \sum_{i=1}^{z_s} (k_i H_i (N_{ix}^2 - N_{ix} N_{iy} s_{vf})) - z_c \sum_{i=1}^{z_s} (k_i H_i \Delta_i (N_{ix} - N_{iy} s_{vf})) \quad (5)$$

Из формулы (5) можно выразить δ :

$$\delta = \left(F + z_c \sum_{i=1}^{z_s} (k_i H_i \Delta_i (N_{ix} - N_{iy} s_{vf})) \right) / \left(z_c \sum_{i=1}^{z_s} (k_i H_i (N_{ix}^2 - N_{ix} N_{iy} s_{vf})) \right)$$

Зная δ , можно вычислить все силы в передаче, используя формулы (1-3). Однако в этих формулах H_i является функцией, зависящей от δ , поэтому

δ по ним рассчитать невозможно. Необходим алгоритм, позволяющий численно рассчитать значение δ .

Алгоритм расчёта смещения

Авторы предлагают следующий алгоритм расчёта. Он основан на методе простой итерации и состоит из следующих шагов.

1. Рассчитываем углы поворота эксцентриков $\varphi_i = \varphi_0 + \frac{i-1}{z_s} 2\pi$, $i = 1..z_s$ (φ_0 – начальный угол поворота эксцентрика, по умолчанию $\varphi_0 = 0$)
2. Задаём начальное смещение рейки $\delta_0 = k \cdot \text{sign}(F)$, где k – эмпирически подбираемый коэффициент, обеспечивающий сходимость алгоритма к решению.
3. Рассчитываем начальные контактные сближения $\delta_{i0} = \delta_0 N_{ix}$
4. Находим начальные рабочие цевки по условию $\delta_{i0} - \Delta_i \geq 0$
5. В цикле $m = 1..m_{max}$
 1. Считаем смещение рейки на m -м шаге δ_m по формуле, используя δ_{m-1} для расчёта текущих значений H_i :

$$\delta_m = \left(F + z_c \sum_{i=1}^{z_s} (k_i H_i \Delta_i (N_{ix} - N_{iy} s_{vf})) \right) / z_c \sum_{i=1}^{z_s} (k_i H_i (N_{ix}^2 - N_{ix} N_{iy} s_{vf}))$$

2. Рассчитываем контактные сближения $\delta_{im} = \delta_m N_{ix}$
3. Находим рабочие цевки по условию $\delta_{im} - \Delta_i \geq 0$
4. Если рабочие цевки те же, что и на предыдущем шаге, то завершить цикл и считать $\delta = \delta_m$.
5. Если достигнуто максимальное число шагов цикла m_{max} , то выдать ошибку

После того, как найдено δ , можно рассчитать силы в цевках по формулам (1-3).

В алгоритме условием сходимости считаем, что рабочие цевки должны быть теми же, что и на предыдущей итерации. Это условие более простое, чем условие близости δ_m и δ_{m-1} , которое обычно используют в методе простой итерации. Однако его можно использовать, так как единственным параметром, зависящим от δ_m , является H_i , а этот параметр меняется только когда цевка перестаёт работать. Соответственно, если на m -й итерации рабочие цевки совпадут с рабочими цевками на $(m - 1)$ -ой итерации, то δ_m совпадёт с δ_{m-1} .

Результаты

Рассмотрим предложенный алгоритм на примере конкретной передачи с параметрами, указанными в табл. 1. Рассчитываем передачу во всех возможных положениях эксцентрика (φ_0 изменяется от 0 до 2π). Результаты расчёта в виде зависимости сил, действующих на первый сателлит F_{s1} , от угла поворота этого сателлита φ_1 приведена на рис. 4. Коэффициент k , используемый в алгоритме, задавался равным 1. При этом рассматривалось 4 случая:

- В передаче отсутствуют зазоры и трение;
- В передаче есть трение ($f = 0,1$), но отсутствуют зазоры;
- В передаче есть зазор ($\Delta = 0,04$ мм по всему сателлиту), но отсутствует трение;
- В передаче есть и трение, и зазоры (значения f и Δ взяты из предыдущих случаев).

Нагрузка на передачу F во всех случаях – 1000 Н, движение направлено вдоль положительного направления оси x , поэтому $s_v = 1$.

На графике чётко прослеживается, что при отсутствии зазоров сателлит работает на промежутке от 0 до π , что свидетельствует об адекватности расчёта. При наличии зазора рабочий участок уменьшился приблизительно в 2,2 раза.

Таблица 1. Параметры исследуемой передачи

Параметр	Описание	Значение
z_s	Число сателлитов	6
z_c	Число зубьев сателлита	8
e	Эксцентриситет	1 мм
p	Шаг	10 мм
p_h	Ход	10 мм
d_p	Диаметр цевки	6 мм
b	Ширина сателлита	6 мм
Сателлит		
E_s	Модуль упругости	$2,1 \cdot 10^5$ МПа
μ_s	Коэффициент Пуассона	0,3
Цевки		
E_p	Модуль упругости	$2,1 \cdot 10^5$ МПа
μ_p	Коэффициент Пуассона	0,3

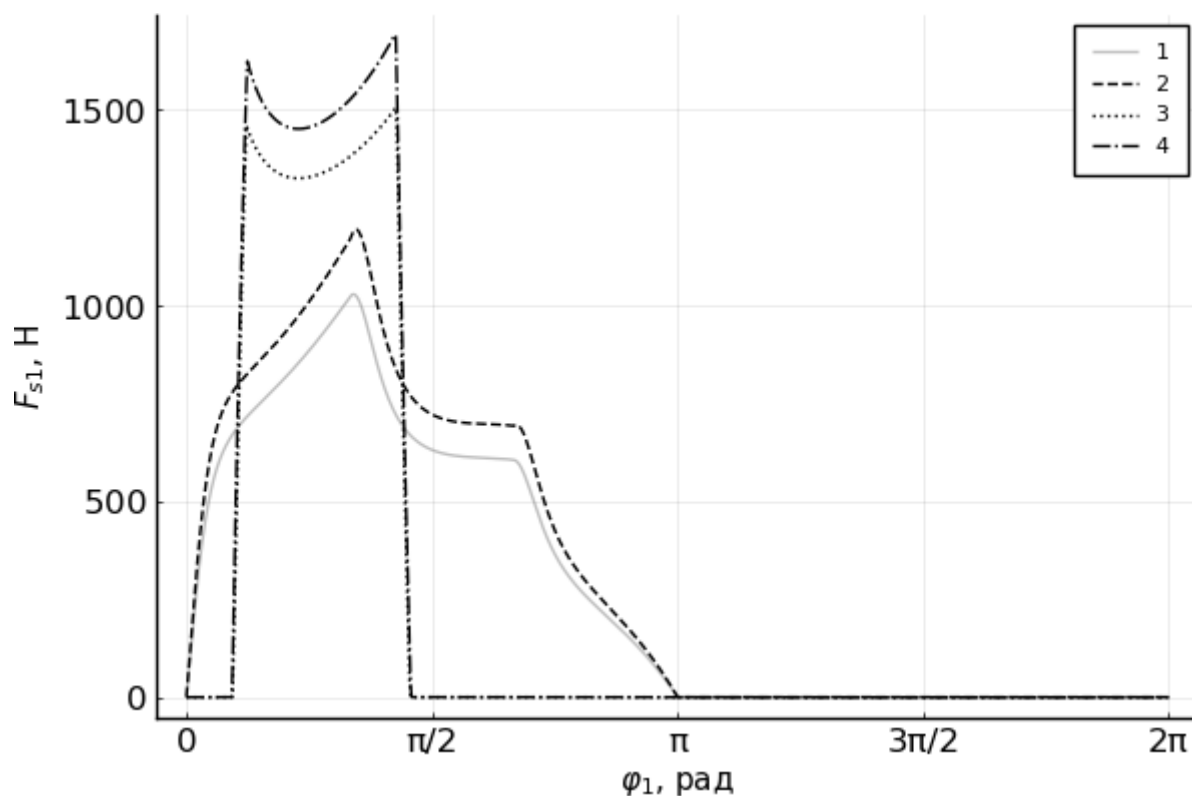


Рис. 4. Результаты расчёта сил, действующих на первый сателлит передачи: 1 – без учёта трения и зазоров; 2 – с учётом трения; 3 – с учётом зазоров; 4 – с учётом трения и зазоров.

Обсуждение

По полученному графику на рис. 4 можно сделать следующие выводы:

- Из-за трения нагрузка максимальная нагрузка на сателлиты возрастает, увеличиваясь приблизительно на 10-15%. Если изменить направление движения, то нагрузка уменьшается
- Добавление зазора в механизм приводит к тому, что часть участка сателлита, которая ранее передавала нагрузку, перестает её передавать. Максимальная нагрузка увеличивается приблизительно на 45%, по сравнению с беззазорной передачей;
- Трение при наличии зазора работает так же, как и без зазора – увеличивает максимальную нагрузку приблизительно на 10-15% по сравнению с передачей с зазором, но без трения.

Данные выводы соответствуют представлениям о работе линейно-планетарно-цевочных передач, похожие выводы получены и для круговых передач: по трению в работах [8, 9], по зазорам в работах [12, 14].

Полученные результаты можно уточнить следующими путями:

- Учётом податливости сателлита, как в работах по обычным планетарно-цевочным редукторам [3, 19];
- Учётом нелинейности контактов [14, 20].

Заключение

Авторами был разработан метод расчёта нагрузок на сателлиты в линейных планетарно-цевочных передачах. Этот метод предполагает, что сначала с помощью предложенного авторами алгоритма рассчитывается упругое смещение δ рейки передачи, затем по формулам (1-3) рассчитываются силы, действующие на сателлиты передачи. Метод позволяет учитывать наличие зазоров в передаче (необходимые, например, для обеспечения сборки, или возникающие вследствие погрешности), а также трение скольжения (за счёт коэффициента трения f). Полученные с помощью метода результаты показывают, что наличие зазоров уменьшает длину рабочего участка сателлита, из-за чего нагрузка на него увеличивается. Трение при движении рейки против направления силы также увеличивает нагрузку на сателлиты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Ermolaev, M. M. Linear Drive Based on a Cycloidal Transmission / M. M. Ermolaev, M. A. Pandurov // Russian Engineering Research. – 2022. – Vol. 42, No. 8. – pp. 776-780. – DOI 10.3103/s1068798x22080123. – EDN GUUARE.
- [2] Чиркин, А. В. Планетарно-цевочные передачи на основе эпициклоидального и гипоциклоидального зацеплений / А. В. Чиркин, А. С. Иванов, М. М. Ермолаев // Современное машиностроение. Наука и образование. – 2014. – № 4. – С. 462-472. – EDN SMNKMT.
- [3] Расчет планетарно-цевочной передачи с учетом упругих деформаций сателлита / А. С. Иванов, М. М. Ермолаев, А. В. Чиркин, Ю. В. Сеницына // Современное машиностроение. Наука и образование. – 2016. – № 5. – С. 464-475. – DOI 10.1872/MMF-2016-45. – EDN YUSCRX.
- [4] Влияние точности изготовления планетарно-цевочного редуктора на точность позиционирования робота параллельной структуры / Палочкин С. В., Сеницына Ю. В., Эрастова К. Г. // Известия высших учебных заведений. Машиностроение 2021. № 11 (740). С. 13-21
- [5] Ivanov A. S., Ermolaev M. M., Chirkin A. V. Load Capacity of Cycloidal Speed Reducer with Plastic Components // Russian Engineering Research. – 2020. – Vol. 40. – pp. 535-541.
<https://doi.org/10.3103/S1068798X20070163>

- [6] Pham A. D., Ahn H. J. Efficiency analysis of a cycloid reducer considering tolerance //Journal of Friction and Wear. – 2017. – Т. 38. – pp. 490-496. <https://doi.org/10.3103/S1068366617060113>
- [7] Диль, Д. О. Математическая модель передаточного механизма с эксцентриково- циклоидальным зацеплением / Д. О. Диль // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2010. – № 4(12). – С. 90-95. – EDN NEFMNR.
- [8] Influence of the friction on the cycloidal speed reducer efficiency / M. Blagojevic, M. Kocic, N. Marjanovic, B. Stojanovic // Journal of the Balkan Tribological Association. 2012. Vol. 18 (2). pp. 217-227
- [9] Jang, D. J., Kim, Y. C., Hong, E. P., & Kim, G. S. (2021). Geometry design and dynamic analysis of a modified cycloid reducer with epitrochoid tooth profile. Mechanism and Machine Theory, Vol. 164, pp.104399.1-104399.17.
- [10] Петровский, А. Н. Повышение коэффициента полезного действия внецентроидного циклоидального зацепления / А. Н. Петровский // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2021. – № 9(738). – С. 3-14. – DOI 10.18698/0536-1044-2021-9-3-14. – EDN CQDFAP.
- [11] Król R. Analysis of the backlash in the single stage cycloidal gearbox //Archive of Mechanical Engineering – 2022 – pp. 693-711.
- [12] Сеницына, Ю. В. Исследование влияния точности изготовления на надежность планетарно-цевочного редуктора / Ю. В. Сеницына // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2020. – № 9(726). – С. 9-17. – DOI 10.18698/0536-1044-2020-9-9-17. – EDN EXQZDE.
- [13] Wang Y. et al. Research on Loaded Contact Analysis and Tooth Wear Calculation Method of Cycloid–Pin Gear Reducer //Lubricants. – 2023. – Т. 11. – №. 10. – pp. 445. <https://doi.org/10.3390/lubricants11100445>
- [14] Pham A. D., Tran T. L., Ahn H. J. Hysteresis curve analysis of a cycloid reducer using non-linear spring with a dead zone //International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2017. – Т. 18. – pp. 375-380. <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0045-0>
- [15] Lee K. K., Hong S., Oh J. H. Development of a lightweight and high-efficiency compact cycloidal reducer for legged robots //International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2020. – Т. 21. – №. 3. – pp. 415-425.
- [16] Попов, В. Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. От нанотрибологии до динамики землетрясений / В. Л. Попов. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 352 с. – ISBN 978-5-9221-1443-1. – EDN UGLFKR.

- [17] Zakharov, M. N. Nonuniform Load Distribution between the Satellites of a Cycloid Gear / M. N. Zakharov, M. M. Ermolaev, A. V. Zaitseva // Russian Engineering Research. – 2020. – Vol. 40, No. 9. – pp. 720-725. – DOI 10.3103/S1068798X20090245. – EDN AYMZSK.
- [18] Lehmann M. Berechnung und Messung der Kräfte in einem Zykloiden-Kurvenscheiben-Getriebe. Dokt. Diss. Munchen, Techn. Univ., Fachbereich Maschinenwesen. 1976. 224 p.
- [19] Tsai Y. T., Lin K. H. Dynamic analysis and reliability evaluation for an eccentric speed reducer based on fem //Journal of Mechanics. – 2020. – T. 36. – №. 3. – pp. 395-403.
- [20] Fraccaroli L., Pagliari L., Concli F. A Combined Analytical-Numerical Approach to Evaluate the Efficiency of Cycloidal Speed Reducers //International Symposium on Industrial Engineering and Automation. – Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. – pp. 590-599.

A.V. Chirkin, M.A. Pandurov

CALCULATION OF LOADS ON SATELLITES OF LINEAR CYCLOIDAL PLANETARY GEARS, TAKING INTO ACCOUNT GAPS AND FRICTION

Bauman Moscow State Technical University, Russia

Abstract

The paper considers a method for calculating loads on satellites of linear cycloidal planetary gears, considering gaps and friction in the transmission. This method assumes that first, using the algorithm proposed by the authors, the elastic displacement of the transmission rail is calculated, and then the loads on the satellite are calculated using it. Results of calculating transmission using this method is given. Conclusions are drawn about the effect of friction and gaps on the load of satellites.

Key words: linear planetary gears, cycloidal gears

REFERENCES

- [1] Ermolaev, M. M. Linear Drive Based on a Cycloidal Transmission / M. M. Ermolaev, M. A. Pandurov // Russian Engineering Research. – 2022. – Vol. 42, No. 8. – pp. 776-780. – DOI 10.3103/s1068798x22080123. – EDN GUUAPE.
- [2] Chirkin, A.V. Planetary gears based on epicycloidal and hypocycloidal engagement / A.V. Chirkin, A. S. Ivanov, M. M. Ermolaev // Modern

- mechanical engineering. Science and education.– 2014. – № 4. – pp. 462-472. – EDN SMNKMT. (rus.)
- [3] Calculation of planetary-pinion transmission taking into account elastic deformations of the satellite / A. S. Ivanov, M. M. Ermolaev, A.V. Chirkin, Yu. V. Sinitsyna // Modern mechanical engineering. Science and education. – 2016. – No. 5. – pp. 464-475. – DOI 10.1872/MMF-2016-45. – EDN YUSCRX (rus.)
- [4] The influence of the manufacturing accuracy of a planetary gear unit on the positioning accuracy of a parallel structure robot / Palochkin S. V., Sinitsyna Yu. V., Erastova K. G. // Izvestia of Higher educational institutions. Mechanical engineering 2021. No. 11 (740). pp. 13-21 (rus.)
- [5] Ivanov A. S., Ermolaev M. M., Chirkin A. V. Load Capacity of Cycloidal Speed Reducer with Plastic Components //Russian Engineering Research. – 2020. – Vol. 40. – pp. 535-541.
<https://doi.org/10.3103/S1068798X20070163>
- [6] Pham A. D., Ahn H. J. Efficiency analysis of a cycloid reducer considering tolerance //Journal of Friction and Wear. – 2017. – T. 38. – pp. 490-496.
<https://doi.org/10.3103/S1068366617060113>
- [7] Dil, D. O. Mathematical model of a transfer mechanism with eccentric-cycloidal engagement / D. O. Dil // Bulletin of Tomsk State University. Mathematics and mechanics. – 2010. – № 4(12). – pp. 90-95. – EDN NEFMNR.
- [8] Influence of the friction on the cycloidal speed reducer efficiency / M. Blagojevic, M. Kocic, N. Marjanovic, B. Stojanovic // Journal of the Balkan Tribological Association. 2012. Vol. 18 (2). pp. 217-227
- [9] Jang, D. J., Kim, Y. C., Hong, E. P., & Kim, G. S. (2021). Geometry design and dynamic analysis of a modified cycloid reducer with epitrochoid tooth profile. Mechanism and Machine Theory, Vol. 164, pp.104399.1-104399.17.
- [10] Petrovsky, A. N. Increasing the efficiency of extracentroid cycloidal engagement / A. N. Petrovsky // News of higher educational institutions. Mechanical engineering. – 2021. – № 9(738). – pp. 3-14. – DOI 10.18698/0536-1044-2021-9-3-14. – EDN CQDFAP. (rus.)
- [11] Król R. Analysis of the backlash in the single stage cycloidal gearbox //Archive of Mechanical Engineering – 2022 – pp. 693-711.
- [12] Sinitsyna, Y. V. Investigation of the influence of manufacturing accuracy on the reliability of a planetary gear reducer / Yu. V. Sinitsyna // News of higher educational institutions. Mechanical engineering. – 2020. – № 9(726). – pp. 9-17. – DOI 10.18698/0536-1044-2020-9-9-17. – ed. (rus)
- [13] Wang Y. et al. Research on Loaded Contact Analysis and Tooth Wear Calculation Method of Cycloid–Pin Gear Reducer //Lubricants. – 2023. – T. 11. – №. 10. – pp. 445. <https://doi.org/10.3390/lubricants11100445>

- [14] Pham A. D., Tran T. L., Ahn H. J. Hysteresis curve analysis of a cycloid reducer using non-linear spring with a dead zone //International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2017. – T. 18. – pp. 375-380. <https://doi.org/10.1007/s12541-017-0045-0>
- [15] Lee K. K., Hong S., Oh J. H. Development of a lightweight and high-efficiency compact cycloidal reducer for legged robots //International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2020. – T. 21. – №. 3. – pp. 415-425.
- [16] Popov, V. L. Mechanics of contact interaction and physics of friction. From nanotribology to earthquake dynamics / V. L. Popov. – Moscow : Publishing House FIZMATLIT, 2013. – 352 p. - ISBN 978-5-9221-1443-1. (rus.)
- [17] Zakharov, M. N. Nonuniform Load Distribution between the Satellites of a Cycloid Gear / M. N. Zakharov, M. M. Ermolaev, A. V. Zaitseva // Russian Engineering Research. – 2020. – Vol. 40, No. 9. – pp. 720-725. – DOI 10.3103/S1068798X20090245. – EDN AYMZSK.
- [18] Lehmann M. Berechnung und Messung der Kräfte in einem Zykloiden-Kurvenscheiben-Getriebe. Dokt. Diss. Munchen, Techn. Univ., Fachbereich Maschinenwesen. 1976. 224 p. (german)
- [19] Tsai Y. T., Lin K. H. Dynamic analysis and reliability evaluation for an eccentric speed reducer based on fem //Journal of Mechanics. – 2020. – T. 36. – №. 3. – pp. 395-403.
- [20] Fraccaroli L., Pagliari L., Concli F. A Combined Analytical-Numerical Approach to Evaluate the Efficiency of Cycloidal Speed Reducers //International Symposium on Industrial Engineering and Automation. – Cham : Springer Nature Switzerland, 2023. – pp. 590-599.