

Л.Ф. Хабибуллина¹, Ф.Ф. Хабибуллин², Р.Т. Исламов³

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ УЗЛОВ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ



¹Хабибуллина Лейсан Фаритовна,
Казанский национальный исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева–КАИ
Россия, Казань
Тел.: +7(919)648-1637, E-mail: leisan_vafina19@mail.ru.



²Хабибуллин Фаниль Фаргатович,
Казанский национальный исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева–КАИ
Россия, Казань
Тел.: +7(919)648-1637, E-mail: fanil_arsk@mail.ru.



³Исламов Ринат Тагирович,
Казанский национальный исследовательский технический
университет им. А.Н. Туполева–КАИ
Россия, Казань
Тел.: +7(908)349-9799, E-mail: islamovrt@kuzsystem.ru.

Аннотация

В работе рассмотрены механизмы с замкнутыми кинематическими парами, определены степени свободы для них, проведены расчеты и анализированы формулы в программе Maple. В результате доказана подвижность и работоспособность исследуемого механизма.

Ключевые слова: кинематическая пара, замкнутые кинематические цепи, робототехника, степень свободы.

Введение

Робототехнические системы состоят из кинематической цепи, которая образована последовательным, параллельным или параллельно-последовательным соединением тел. В данном случае кинематические цепи соединяются при помощи кинематических пар друг с другом подвижно. Поэтому определение числа степени свободы является актуальной задачей

на сегодняшний день в робототехнике, что позволяет определить качественную характеристику готовой «машины». Из всего многообразия промышленных роботов в основном можно выделить роботы-манипуляторы, их основные механизмы-это представляющие собой незамкнутые кинематические цепи. Выбор структуры кинематической цепи для конкретной робототехнической системы является сложным и определяется по требованиям процесса, для которого предназначен данный робот. Но необходимо отметить, что замкнутые кинематические цепи придают конструкции большую жесткость, что повышает их грузоподъемность и расширяет рабочий диапазон.

Целью данных исследований является подтверждение работоспособности плоского четырехзвенного механизма при изменении углов в зависимости друг от друга и в зависимости от длин звеньев.

Определение степени свободы в плоском или в пространственном механизме имеет особое место в исследовании механизмов для робототехнических систем. В работе [1] авторами предложено так же использование таких понятий, как степень свободы движения и степень свободы рабочего пространства для более точного определения «...истинной подвижности механизмов».

В работе [2] рассматривается применение результатов численной алгебраической геометрии в определении подвижности механизмов, так как «...классические формулы Грюблера-Кутцбаха для подвижности могут быть неверными для особых классов механизмов, а даже более тонкие методы, основанные на группах смещений, не могут правильно предсказать подвижность так называемых «парадоксальных» механизмов».

В работе [3] предлагается алгоритм, который используется для определения мобильности по схеме «зедра». Этот алгоритм учитывает количество заплаток между черными заплатками, количество соединений, прикрепленных к неподвижному звену, и количество петель в механизме. Этот метод предлагается для случаев, когда использование широко используемой классической формулы Кутцбаха-Грублера не дает желаемых результатов.

Задача исследований, проведенных в рамках данной статьи заключается в определении степени свободы для плоских и пространственных механизмов, применение формул для угловых скоростей и угловых ускорений, анализ формул в программе Maple и подтверждение работоспособности данных механизмов.

В качестве предмета исследования выбран плоский четырехзвенный механизм $ABED$ (рис. 2). Основные результаты после проведения анализа формул в программе Maple:

1. Плоский четырехзвенный механизм работоспособный и имеет степень свободы, равную единице.

2. При изменении длины кривошипа AB от 5 до 25 единиц, угол δ меняет свое значение от 47° до 50° . Максимальное значение длины кривошипа AB 100 единиц, при котором возможна работоспособность данного четырехзвенника, при этом угол δ стремится к 0.

3. При изменении угла α вследствие совершения одного полного оборота кривошипа AB , меняется значение углового ускорения ε_3 точки C кривошипа. Максимальное значение углового ускорения достигается при 90° и 270° .

Определение числа степеней свободы механизмов

Если бы в пространственном механизме все звенья (n) были подвижными и не были связаны друг с другом кинематическими парами, то при их движении в пространстве число степеней свободы (W) всех звеньев было бы $W = 6n$. Но одно звено (стойка) является неподвижным, а остальные звенья образуют между собой кинематические пары, каждая из которых накладывает на подвижные звенья определенное количество ограничений. Степень свободы для пространственных механизмов определяется с помощью формулы Сомова-Малышева (1)- формулы подвижности или структурная формула кинематической цепи общего вида.

$$W = 6n - 5P_5 - 4P_4 - 3P_3 - 2P_2 + P_1 \quad (1)$$

где n - число подвижных звеньев;

$P_1 \dots P_5$ - число кинематических пар соответствующего класса.

На плоскости число степеней свободы звена не может быть больше трех [2]. Для определения числа степени свободы для плоских механизмов воспользуемся формулой Чебышева (2):

$$W = 3n - 2P_5 - P_4. \quad (2)$$

где n - число подвижных звеньев;

P_5, P_4 - число кинематических пар соответственно 5-го и 4-го классов.

Определим для следующих механизмов степень свободы (рис.1).

Теоретическая и практическая степень подвижности механизмов так же отмечена в работах [6, 7, 15, 16, 17,18].

Более подробно рассмотрим механизм, структурная схема которого представлена на рис. 1, *a*.

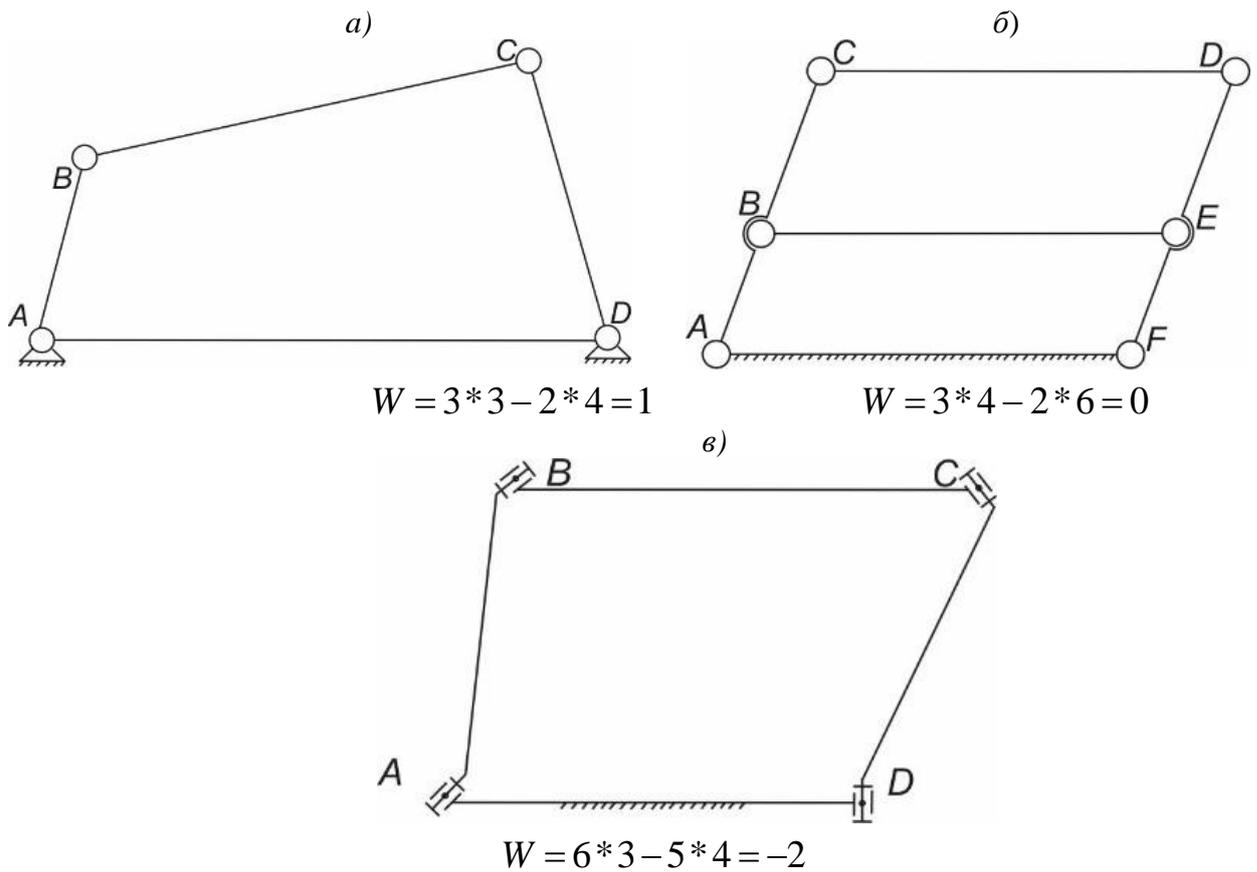


Рис. 1. Структурная схема четырех-, пятизвенных механизмов: а) плоский четырехзвенный механизм; б) плоский пятизвенный механизм; в) пространственный четырехзвенный механизм

Методы

Четырехзвенный механизм имеет широкое применение в качестве составной части рабочих машин, в последнее время так же нашло применение в робототехнических системах.

На исследуемой схеме (рис. 2) построим дополнительные треугольники.

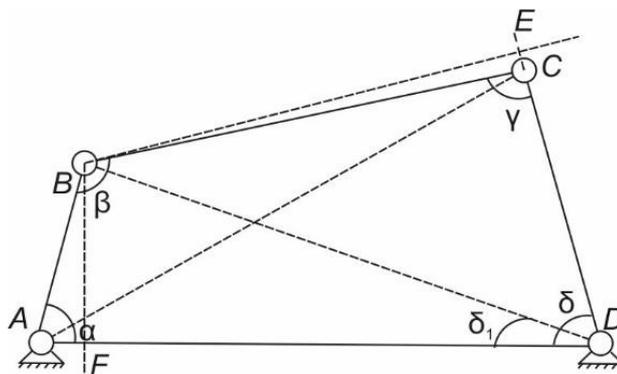


Рис. 2. Структурная схема плоского четырехзвенного механизма

Из прямоугольного треугольника BDE получаем:

$$\operatorname{tg}(\delta - \delta_1) = \frac{BC * \sin \gamma}{CD - BC * \cos \gamma}. \quad (3)$$

Неизвестные переменные углы δ и γ могут быть определены из соответствующих треугольников, построенных на исследуемом механизме.

Из прямоугольного треугольника BDF получаем:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{AB * \sin \alpha}{AD - AB * \cos \alpha}, \quad (4)$$

а из треугольника ABD и BDC

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2 * AB * AD * \cos \alpha \text{ и}$$

$$BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2 * BC * CD * \cos \gamma.$$

Отсюда

$$\cos \gamma = \frac{BC^2 + CD^2 - AB^2 - AD^2}{2 * BC * CD} + \frac{AB * AD}{BC * CD} \cos \alpha, \quad (5)$$

т.е. $\cos \gamma = e + f \cos \alpha$, где

$$e = \frac{BC^2 + CD^2 - AB^2 - AD^2}{2 * BC * CD} \text{ и } f = \frac{AB * AD}{BC * CD}.$$

Таким образом, вычисляя последовательность по формулам (3), (4), (5) углы $\gamma, \delta_1, \delta - \delta_1$, можно найти δ для любого значения α :

$$\delta = \operatorname{arctg} \frac{BC * \sin \gamma}{CD - BC * \cos \gamma} + \delta_1 \quad (6)$$

При определении угловой скорости ω_3 углового ускорения ϵ_3 кривошипа можно было бы поступать аналогично предыдущему, т.е. последовательно дифференцировать уравнение (6). Однако такой путь приводит к сложным выражениям для ω_3 и ϵ_3 , что вызывает затруднения при вычислениях. Поэтому применим другой метод (рис. 3).

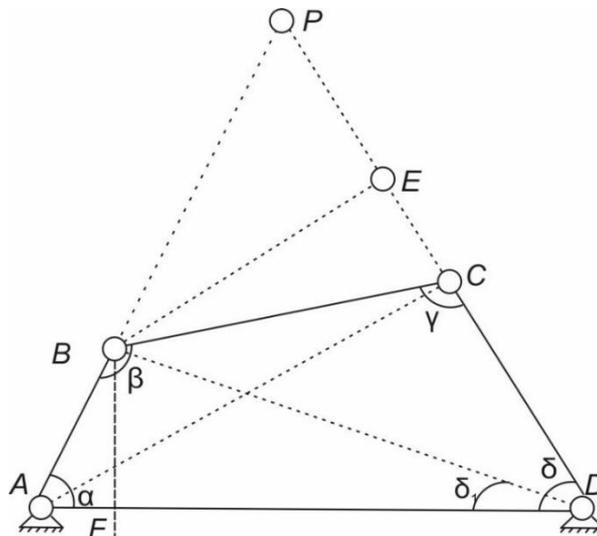


Рис. 3. Мгновенный центр P вращения шатуна BC

Мгновенный центр P вращения шатуна BC определится как пересечение направлений кривошипа AB и кривошипа DC . Если скорость точки B $v_B = AB * \omega_1$, то угловая скорость ω_2 шатуна может быть выражена равенством

$$\omega_2 = -\frac{v_B}{PB} = -\omega_1 \frac{AB}{PB}.$$

Скорость точки C кривошипа, с одной стороны, может быть выражена через угловую скорость ω_2 шатуна, а с другой – через угловую скорость ω_3 кривошипа: $v_C = CD * \omega_3 = -PC * \omega_2$.

Таким образом, искомая угловая скорость ω_3 может быть определена из выражения

$$\omega_3 = -\omega_2 * \frac{PC}{CD} = \omega_1 \frac{AB}{CD} * \frac{PC}{PB}. \quad (7)$$

Из треугольника PBC $\frac{PC}{PB} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$, где $\beta = 360^\circ - (\alpha + \gamma + \delta)$. Это дает окончательно

$$\omega_3 = \omega_1 \frac{AB}{CD} * \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \quad (8)$$

или передаточная функция

$$i_{31} = \frac{AB * \sin \beta}{CD * \sin \gamma}. \quad (9)$$

Дифференцирую по t уравнение (8) для угловой скорости, находим угловое ускорение при $\omega_1 = const$:

$$\varepsilon_3 = \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{AB}{CD} * \omega_1 * \frac{\cos \beta \frac{d\beta}{dt} \sin \gamma - \sin \beta * \cos \gamma \frac{d\gamma}{dt}}{\sin^2 \gamma}. \quad (10)$$

Дифференцирую по t уравнение (5), получаем для $\frac{d\gamma}{dt}$ следующее выражение:

$$\frac{d\gamma}{dt} = \frac{AB * AD}{BC * CD} * \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \omega_1. \quad (11)$$

Из треугольника ABC и ADC имеем

$$\cos \beta = \frac{BC^2 + AB^2 - AD^2 - CD^2}{2 * AB * BC} + \frac{AD * CD}{AB * BC} \cos \delta. \quad (12)$$

Дифференцирую по t это уравнение, получим

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{AD * CD}{AB * BC} * \frac{\sin \delta}{\sin \beta} \omega_3. \quad (13)$$

Подставляя в формулу (10) выражение для $\frac{d\gamma}{dt}$, $\frac{d\beta}{dt}$ и ω_3 найдем после упрощений следующее выражение для углового ускорения кривошипа [11]:

$$\varepsilon_3 = \omega_1^2 \frac{AB * AD}{BC * CD} * \frac{\sin \delta * \cos \beta - \frac{AB}{CD} \sin \alpha * \cos \beta * \text{ctg} \gamma}{\sin^2 \gamma}. \quad (14)$$

Результаты

Проведем анализ вышеприведенных формул в программе Maple. Для анализа выберем один полный оборот кривошипа AB . Как видно из рис. 4, при изменении угла α , некоторые изменения произойдут для угла δ , а именно, например, при $\alpha=90^\circ$, угол $\delta \approx 63^\circ$. График, приведенный на рис. 4 доказывает, что структурная схема четырехзвенного механизма, приведенного на рис. 2, является работоспособной и имеет степень свободы, равную единице.

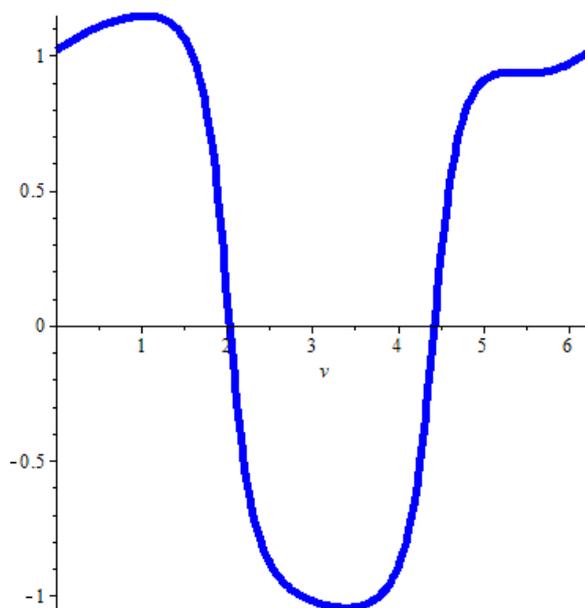


Рис. 4. Изменение угла δ в зависимости от угла α

Далее рассмотрим формулы (3), (4), (5) в отношении кривошипа AB и угла δ . Согласно графика на рис. 5, a , при изменении длины кривошипа AB от 5 до 25 единиц, угол δ меняет свое значение от 47° до 50° . Анализ графика доказывает работоспособность механизма при изменении длины кривошипа AB .

Согласно анализа уравнения в программе Maple, максимальное значение длины кривошипа AB 100 единиц, при котором возможна

работоспособность данного четырехзвенника, при этом угол δ стремится к 0, что видно наглядно на рис. 5, б).

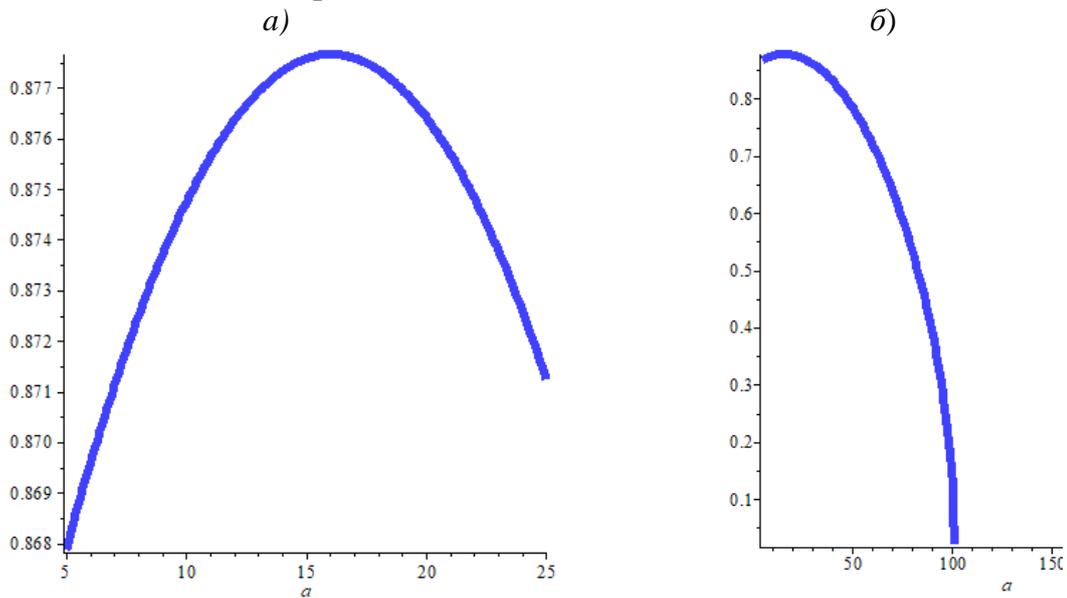


Рис. 5. а) Изменение угла δ в зависимости от длины кривошипа AB ; б) Максимально возможная длина кривошипа AB для данного случая

Далее рассмотрим и анализируем формулу (14). При изменении угла α вследствие совершения одного полного оборота кривошипа AB , меняется значение углового ускорения ε_3 точки C кривошипа. При этом $\omega_1 = const$, как и упоминалось выше. Максимальное значение углового ускорения достигается при 90° и 270° (рис. 6).

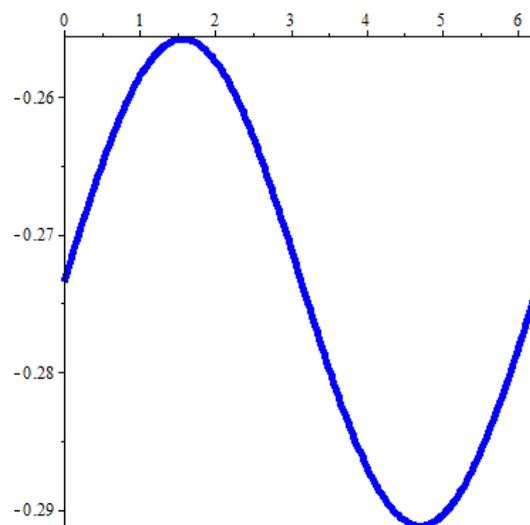


Рис. 6. Изменение углового ускорения ε_3

Заключение

Рассмотрен замкнутый четырехзвенный механизм. Определена для него степень свободы по формуле Чебышева. В программе Maple

определены возможные варианты изменения углов в зависимости друг от друга и в зависимости от длин звеньев, вследствие определена работоспособность данного четырёхзвенного механизма для этих конкретных случаев. Так же анализировано изменение углового ускорения в зависимости от изменения угла. Данные анализы доказывают работоспособность четырехзвенного механизма и в теоретическом, и в «программном» уровне, что позволяет его использование в проектировании робототехнических систем.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Noosha, R., Kohli, D., Anoop, K. Dhingra. On the Degrees of Freedom of Motion of Planar-Spatial Mechanisms. Conference: ASME 2000 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2020. DOI:10.1115/DETC2000/MECH-14177.
- [2] Charles, W. Wampler, Jonathan, D. Hauenstein, Andrew, J. Sommese. Mechanism mobility and a local dimension test. Mechanism and Machine Theory, Volume 46, Issue 9, September 2011, pp 1193-1206.
- [3] Rajashekhar, V. S., Ghose, D. Degrees of Freedom Analysis of Mechanisms using the New Zebra Crossing Method. Engineering, 2022.
- [4] Бабичев Д.Т., Лебедев С.Ю. Новая методология кинематического анализа на примере исследования шестизвенника III класса. Современное машиностроение: Наука и образование. 2019. С. 109-123.
- [5] Andrienko, P.A., Karazin, V.I., Kozlikin, D.P., Khlebosolov, I.O. About implementation harmonic impact of the resonance method. 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. pp. 83-90
- [6] Evgrafov, A.N., Karazin, V.I., Petrov, G.N. Analysis of the self-braking effect of linkage mechanisms. 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. pp. 119-127
- [7] Evgrafov, A., Khisamov, A., Egorova, O. Experience of modernization of the curriculum TMM in St. Petersburg state polytechnical university. Mechanisms and Machine Science, 2014, 19, pp. 239–247.
- [8] Evgrafov, A.N., Karazin, V.I., Khisamov, A.V. Research of high-level control system for centrifuge engine. 2018. International Review of Mechanical Engineering. 12(5), pp. 400-404.
- [9] Lustin A.D., Egorov S.V. Defining relation of vibration of vehicle suspension with the mass and rigidity design deviations. International journal of Applied Engineering Research 2015, T. 10 № 24 С.44629-44635.
- [10] Гайнутдинов Р. Х. Электрическая обработка деталей контактным непрерывным оплавлением. Техника и технология транспорта. – 2021. – № 2(21). – EDN ENPUUF.

- [11] Гайнутдинов Р. Х., Сахапов Р.Л. Экспериментальные исследования тягового сопротивления дискового рабочего органа. Современные достижения аграрной науки : Научные труды всероссийской (национальной) научно-практической конференции, посвященной памяти заслуженного деятеля науки и техники РФ, профессора, академика академии Аграрного образования, лауреата Государственной премии РФ в области науки и техники, заслуженного изобретателя СССР Гайнанова Хазипа Сабировича, Казань, 26 февраля 2021 года. Том 1. – Казань: Казанский государственный аграрный университет, 2021. – С. 33-41. – EDN LCREYH.
- [12] Pikuleva, N. I., Khafizova, A. S., Gashigullin, D. A. Hardware Graphics Driver Based on FPGA. Proceedings - 2021 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2021, Sochi, 05–11 сентября 2021 года. – Sochi: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2021. – P. 769-774. – DOI 10.1109/RusAutoCon52004.2021.9537352. – EDN VBEENT.
- [13] Viktorov, I., & Gibadullin, R. The principles of building a machine-learning-based service for converting sequential code into parallel code. In E3S Web of Conferences (Vol. 431, p. 05012). EDP Sciences.
- [14] Nuriev, M., Zaripova, R., Sitnikov, S., & Nurgaliev, R. (2023). The principles of building a parallel program for steganographic file protection. In E3S Web of Conferences (Vol. 458, p. 09027). EDP Sciences.
- [15] Хабибуллин Ф.Ф., Исламов Р.Т., Хабибуллина Л.Ф. Анализ параметров ошибки положения, перемещения идеального и реального механизма для робототехнических систем. Проблемы машиностроения и автоматизации. 2024. № 1. С. 36-43.
- [16] Хабибуллин Ф.Ф., Мудров А.П., Яруллин М.Г. Определение динамических параметров пространственного 4R механизма. Современное машиностроение. Наука и образование. 2019. № 8. С. 341-354.
- [17] Яруллин М.Г., Хабибуллин Ф.Ф. Теоретические и практические условия проворачиваемости механизма Беннетта. Современное машиностроение. Наука и образование. 2016. № 5. С. 306-317.
- [18] Яруллин М.Г., Хабибуллин Ф.Ф. Геометрия кинематической цепи и звеньев механизма Беннетта. Современное машиностроение. Наука и образование. 2017. № 6. С. 262-274.

PARAMETRIC SYNTHESIS OF MECHATRONIC SYSTEMS UNITS

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev,
Russia

Abstract

The article is devoted mechanisms with closed kinematic pairs, determines the degrees of freedom for them, carries out calculations and analyzes formulas in the Maple program. As a result, the mobility and performance of the mechanism under study was proven.

Key words: kinematic pair, closed kinematic chains, robotics, degree of freedom.

REFERENCES

- [1] Noosha, R., Kohli, D., Anoop, K. Dhingra. On the Degrees of Freedom of Motion of Planar-Spatial Mechanisms. Conference: ASME 2000 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, 2020. DOI:10.1115/DETC2000/MECH-14177.
- [2] Charles, W. Wampler, Jonathan, D. Hauenstein, Andrew, J. Sommese. Mechanism mobility and a local dimension test. Mechanism and Machine Theory, Volume 46, Issue 9, September 2011, pp 1193-1206.
- [3] Rajashekhar, V. S., Ghose, D. Degrees of Freedom Analysis of Mechanisms using the New Zebra Crossing Method. Engineering, 2022.
- [4] Babichev D.T., Lebedev S.Yu. A new methodology of kinematic analysis on the example of a study of class III six-link. Modern mechanical engineering: Science and education. 2019. pp. 109-123. (rus.)
- [5] Andrienko, P.A., Karazin, V.I., Kozlikin, D.P., Khlebosolov, I.O. About implementation harmonic impact of the resonance method. 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. pp. 83-90
- [6] Evgrafov, A.N., Karazin, V.I., Petrov, G.N. Analysis of the self-braking effect of linkage mechanisms. 2019. Lecture Notes in Mechanical Engineering. pp. 119-127
- [7] Evgrafov, A., Khisamov, A., Egorova, O. Experience of modernization of the curriculum TMM in St. Petersburg state polytechnical university. Mechanisms and Machine Science, 2014, 19, pp. 239–247.
- [8] Evgrafov, A.N., Karazin, V.I., Khisamov, A.V. Research of high-level control system for centrifuge engine. 2018. International Review of Mechanical Engineering. 12(5), pp. 400-404.

- [9] Lustin, A.D., Egorov, S.V. Defining relation of vibration of vehicle suspension with the mass and rigidity design deviations//international journal of Applied Engineering Research 2015, T. 10 № 24 C.44629-44635.
- [10] Gainutdinov, R. Kh. Electrical processing of parts by contact continuous melting. Transport engineering and technology. – 2021. – No. 2(21). – EDN ENPUUF.
- [11] Gainutdinov, R.Kh., Sakhapov, R.L. Experimental studies of traction resistance of a disk working body. Modern achievements of agricultural science: Scientific proceedings of the All-Russian (national) scientific and practical conference dedicated to the memory of the Honored Worker of Science and Technology of the Russian Federation, professor, academician of the Academy of Agrarian Education, laureate of the State Prize of the Russian Federation in the field of science and technology, Honored Inventor of the USSR Khazip Sabirovich Gainanov, Kazan , February 26, 2021. Volume 1. – Kazan: Kazan State Agrarian University, 2021. – P. 33-41. – EDN LCREYH.
- [12] Pikuleva, N. I., Khafizova, A. S., Gashigullin, D. A. Hardware Graphics Driver Based on FPGA. Proceedings - 2021 International Russian Automation Conference, RusAutoCon 2021, Sochi, September 05–11, 2021. – Sochi: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2021. – P. 769-774. – DOI 10.1109/RusAutoCon52004.2021.9537352. – EDN VBEEHT.
- [13] Viktorov, I., & Gibadullin, R. The principles of building a machine-learning-based service for converting sequential code into parallel code. In E3S Web of Conferences (Vol. 431, p. 05012). EDP Sciences.
- [14] Nuriev, M., Zaripova, R., Sitnikov, S., & Nurgaliev, R. (2023). The principles of building a parallel program for steganographic file protection. In E3S Web of Conferences (Vol. 458, p. 09027). EDP Sciences.
- [15] Khabibullin, F.F., Islamov, R.T., Khabibullina, L.F. Analysis of position error parameters, displacement of ideal and real mechanisms for robotic systems. Problems of mechanical engineering and automation. 2024. No. 1. P. 36-43.
- [16] Khabibullin, F.F., Mudrov, A.P., Yarullin, M.G. Determination of dynamic parameters of the spatial 4R mechanism. Modern mechanical engineering. Science and education. 2019. No. 8. P. 341-354.
- [17] Yarullin, M.G., Khabibullin, F.F. Theoretical and practical conditions for the crankability of the Bennett mechanism. Modern mechanical engineering. Science and education. 2016. No. 5. pp. 306-317.
- [18] Yarullin, M.G., Khabibullin, F.F. Geometry of the kinematic chain and links of the Bennett mechanism. Modern mechanical engineering. Science and education. 2017. No. 6. P. 262-274.