

УДК 004.021

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-115

В.А. Чеканин<sup>1</sup>, А.В. Чеканин<sup>2</sup>

## РАЗВИТИЕ АЛГОРИТМОВ РАССТАНОВКИ ПЛОСКИХ ОБЪЕКТОВ С УЧЁТОМ СПЕЦИФИКИ РЕАЛЬНЫХ ЗАДАЧ КОМПОНОВКИ



<sup>1</sup>Владислав Александрович Чеканин, д.т.н., доцент  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования «Московский  
государственный технологический университет  
«СТАНКИН»,

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова  
Российской академии наук  
Россия, Москва

Тел.: (499)972-9480, E-mail: vladchekanin@rambler.ru



<sup>2</sup>Александр Васильевич Чеканин, д.т.н., профессор  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования «Московский  
государственный технологический университет  
«СТАНКИН»

Россия, Москва

Тел.: (499)972-9480, E-mail: av.chekanin@stankin.ru

### Аннотация

В работе представлены разработанные алгоритмы расстановки, позволяющие решать задачу оптимизированного размещения заданного набора плоских объектов с учётом дополнительных ограничений, задаваемых при компоновке реальных объектов. Дано описание алгоритма задания индивидуальных отступов для всех размещаемых объектов, введены запретные зоны, предложен алгоритм равномерной расстановки набора объектов по пространству размещения, описан алгоритм размещения с учётом нескольких точек старта расстановки, предложен оптимизированный по скорости алгоритм размещения ортогональных многогранников, а также описана процедура подбора угла расстановки

объектов. Приведены примеры различных компоновок, полученных с помощью разработанных алгоритмов расстановки.

*Ключевые слова:* задачи расстановки, компоновка, модель потенциальных контейнеров, ортогональный многогранник, вокселизация.

## **Введение**

В работе рассматривается задача компоновки плоских объектов, относящаяся к классу NP-трудных [1] оптимизационных задач упаковки и фигурного раскроя [2, 3], требующих применения специализированных алгоритмов геометрического конструирования пространства расстановки, оптимизированных по скорости и качеству размещения объектов [4–6]. Ранее проведённые исследования показали, что для объектов сложной геометрии [7] высокую скорость геометрического конструирования расстановки обеспечивает модель потенциальных контейнеров [8, 9], которая задаёт используемое пространство размещения набором прямоугольников с наибольшими габаритными размерами (в трёхмерном случае – параллелепипедов), описывающих свободные области пространства размещения, которые могут быть использованы для расстановки внутри них новых объектов. При этом объекты сложной геометрии предлагается задавать в виде ортогональных многогранников, которые представляют собой составные объекты, образованные из прямоугольников, получаемых в результате вокселизации геометрической модели объекта [10–12] и последующей декомпозиции полученного набора вокселей [13].

Для размещения прямоугольных объектов и ортогональных многогранников ранее разработан ряд эффективных алгоритмов, обеспечивающих получение компоновок высокой плотности [13, 14]. Однако в ходе практического применения разработанных алгоритмов была выявлена необходимость их доработки с учётом дополнительных ограничений, задаваемых при решении реальных задач компоновки на производстве [15–20]. В настоящей работе представлены разработанные алгоритмы расстановки плоских объектов, обеспечивающие получение плотной компоновки при выполнении заданных геометрических и технологических ограничений.

## **Методы**

### *Задание индивидуальных отступов для каждого объекта*

Реализована возможность задания отступов при расстановке, которые можно разбить на две группы: отступы от границ пространства размещения и отступы между объектами. Отступы от границ пространства

размещения включают отступы от стен (боковых границ пространства размещения), а также отступ от верхней части пространства размещения, который ограничивает максимальную высоту получаемой упаковки.

При задании отступов между объектами реализована возможность задания различных отступов между объектами по горизонтали и по вертикали. Эти отступы используются как отступы по умолчанию между всеми размещаемыми объектами, однако для каждого объекта  $i$  предусмотрена возможность задания индивидуальных отступов из следующего списка: отступ слева  $u_{i,1}^x$ , отступ справа  $u_{i,2}^x$ , отступ спереди  $u_{i,1}^y$ , отступ сзади  $u_{i,2}^y$ .

Для получения расстановки с заданными отступами для каждого размещаемого объекта  $i$  при попытке размещения в потенциальном контейнере с координатами  $\{p^x; p^y\}$  выполняется ряд следующих проверок и действий:

1) определение максимально возможных сдвигов объекта  $w_i^x$  и  $w_i^y$  в направлении от начала координат используемого потенциального контейнера;

2) определение минимально необходимых отступов перед объектом  $v_{i,1}^x$  и  $v_{i,1}^y$ , которые вычисляются на основе анализа местоположения и отступов всех ранее размещённых объектов, границ пространства размещения и запретных зон, а также отступов  $u_{i,1}^x$  и  $u_{i,1}^y$ ; при этом размещение объекта  $i$  в выбранном потенциальном контейнере невозможно, если  $v_{i,1}^x > w_i^x$  или  $v_{i,1}^y > w_i^y$ ;

3) проверка соблюдения отступов после объекта  $u_{i,2}^x$  и  $u_{i,2}^y$ , которые выполняются на основе анализа местоположения и отступов всех ранее размещённых объектов, границ пространства размещения и запретных зон, а также минимально необходимых отступов перед объектом  $v_{i,1}^x$  и  $v_{i,1}^y$ , при выполнении которых объект  $i$  размещается в точке с координатами  $\{p^x + v_{i,1}^x; p^y + v_{i,1}^y\}$ .

Для корректного размещения ортогонального многогранника, представленного набором простых объектов в форме прямоугольных параллелепипедов, отступы, заданные для этого составного объекта, задаются с теми же значениями для всех составляющих его объектов, при этом после размещения ортогонального многогранника вокруг каждого объекта, образующего контур рассматриваемого составного объекта, формируется поле отступов.

### *Использование запретных зон*

Реализованный метод создания запретных зон предусматривает их создание в виде наборов ортогональных объектов, что делает возможным использование модели потенциальных контейнеров в процессе геометрического конструирования пространства упаковки. Для расширения областей практического применения решений задачи расстановки предлагается задавать запретные зоны в виде отдельных объектов, которые имеют фиксированное расположение. Представление запретных зон в виде объектов позволяет задавать индивидуальные отступы в окрестности запретной зоны (это, в частности, может быть актуально при создании запретной зоны, эмулирующей транспортную зону на складе). Для запретной зоны заранее выбирается способ представления её геометрии в процессе геометрического конструирования пространства расстановки:

- в виде минимально ограничивающего прямоугольного параллелепипеда;
- в виде описанного круга;
- в виде ортогонального многогранника, полученного посредством вокселизации исходной модели объекта.

### *Равномерное распределение объектов по пространству размещения*

Постановка задачи плотной упаковки подразумевает получение схемы расстановки объектов, которая будет характеризоваться максимальной плотностью, т.е. все объекты должны располагаться максимально близко друг к другу, при этом минимизируется объём пространства, которое остаётся неиспользованным между объектами. Такая постановка задачи актуальна, в частности, в аддитивном производстве [21, 22], когда необходимо получить вертикальную компоновку объектов минимальной высоты. Однако при решении задачи хранения объектов на складах появляются дополнительные технологические ограничения, которые не позволяют хранить объекты рядом друг с другом, в этом случае после получения плотной компоновки дополнительно должна решаться задача равномерного распределения объектов по используемому пространству размещения. Эта задача особенно актуальна при хранении химически активных и легковоспламеняющихся грузов. При свободной планировке пространства складского помещения решение задач равномерного распределения объектов повысит возможность свободного доступа к отдельным хранящимся в помещении объектам.

Для получения равномерного распределения объектов по пространству размещения предлагается решать набор задач плотной упаковки, каждая из которых отличается от предыдущей увеличенным размером отступа между объектами.

Алгоритм равномерного распределения объектов по пространству размещения содержит следующие шаги.

Шаг 1. Сохранить число  $n$  размещённых в плотной упаковке объектов и последовательность размещения объектов  $\{S\}$ ,  $|\{S\}| = n$ . Сохранить текущую расстановку.

Шаг 2. Задать минимально возможный отступ между объектами  $u_{\min} := \min\{u_{i,k}^x, u_{i,k}^y\} \forall i = 1 \dots n, k = 1 \dots 2$ , а также максимально возможный отступ между объектами  $u_{\max} := \max\{W^1, W^2\}$ , где  $W^1$  и  $W^2$  – габаритные размеры используемого пространства размещения.

Шаг 3. Установить текущее значение отступа  $u^* = (u_{\min} + u_{\max})/2$ .

Шаг 4. Для всех объектов  $i$  из списка  $\{S\}$  выполнить замену индивидуальных отступов, если текущее значение отступа больше индивидуального, т.е.  $u_{i,k}^x := u^*$  при  $u^* > u_{i,k}^x$ , а также  $u_{i,k}^y := u^*$  при  $u^* > u_{i,k}^y$ , где  $k = 1 \dots 2$ .

Шаг 5. Разместить все объекты в порядке, определённом последовательностью  $\{S\}$ . Если число размещённых объектов  $n^* < n$ , то задать  $u_{\max} := u^*$ , иначе задать  $u_{\min} := u^*$  и сохранить текущую расстановку.

Шаг 6. Если  $u_{\max} - u_{\min} \geq 2$ , перейти к шагу 3, иначе перейти к шагу 7.

Шаг 7. Применить последнюю сохранённую расстановку. Завершить работу алгоритма.

#### *Задание точек старта расстановки*

При использовании модели потенциальных контейнеров в процессе размещения объектов с помощью многоуровневой связной структуры данных [8] выполняется автоматическое упорядочивание всех потенциальных контейнеров, которое обеспечивает получение наиболее плотной упаковки, ориентированной в направлении начала координат используемого пространства размещения. Однако в ряде случаев возникает необходимость размещения объектов таким образом, чтобы они располагались максимально близко к заданной пользователем точке старта расстановки. Например, при расстановке объектов на складе вместо их размещения в одном углу необходимо обеспечить их размещение максимально близко к транспортной зоне.

Для решения указанной задачи предлагается после размещения каждого очередного объекта выполнять переупорядочивание потенциальных контейнеров, при этом в процессе сортировки

потенциальный контейнер  $P_1$  с точкой размещения  $\{p_1^x; p_1^y\}$  и габаритными размерами  $\{w_1^x; w_1^y\}$  и потенциальный контейнер  $P_2$  с точкой размещения  $\{p_2^x; p_2^y\}$  и габаритными размерами  $\{w_2^x; w_2^y\}$  меняются местами, если хотя бы один из углов потенциального контейнера  $P_2$  находится ближе к точке старта расстановки в сравнении со всеми углами потенциального контейнера  $P_1$ :  $D_2 < D_1$ , где  $D_2 = \min(d_{2,1}, d_{2,2}, d_{2,3}, d_{2,4})$ ,  $D_1 = \min(d_{1,1}, d_{1,2}, d_{1,3}, d_{1,4})$ . При этом расстояния от углов до точки старта расстановки  $\{x^*; y^*\}$  для  $k = 1 \dots 2$  вычисляются следующим образом:

$$d_{k,1} = \sqrt{(p_k^x - x^*)^2 + (p_k^y - y^*)^2}, \quad d_{k,2} = \sqrt{(p_k^x + w_k^x - x^*)^2 + (p_k^y - y^*)^2},$$

$$d_{k,3} = \sqrt{(p_k^x - x^*)^2 + (p_k^y + w_k^y - y^*)^2}, \quad d_{k,4} = \sqrt{(p_k^x + w_k^x - x^*)^2 + (p_k^y + w_k^y - y^*)^2}.$$

При использовании нескольких точек старта расстановки среди двух потенциальных контейнеров для размещения выбирается такой, у которого хотя бы один из углов находится ближе хотя бы к одной из точек старта расстановки в сравнении с другим потенциальным контейнером.

#### *Оптимизированный алгоритм расстановки ортогональных многогранников*

Описанный в работе [13] алгоритм расстановки ортогональных многогранников решает задачу получения наиболее плотной расстановки заданного набора объектов сложной формы. Он основан на переупорядочивании используемых потенциальных контейнеров с помощью многоуровневой связной структуры данных, которая оптимизирована по скорости для случая размещения всех объектов, входящих в ортогональные многогранники, максимально близко к началу координат используемого пространства размещения. Однако при размещении объектов сложной геометрии с привязкой к одной или нескольким точкам старта расстановки необходимо выполнять полное переупорядочивание всего набора потенциальных контейнеров, что представляет собой трудоёмкую по времени операцию. В связи с этим предложен оптимизированный по скорости алгоритм расстановки ортогональных многогранников.

В основе оптимизированного алгоритма расстановки лежит упрощение геометрии ортогональных многогранников в процессе поиска областей для их размещения. Этот алгоритм содержит следующие шаги, которые выполняются для каждого размещаемого ортогонального многогранника  $O$ .

Шаг 1. Сформировать прямоугольник  $R$ , минимально ограничивающий размещаемый ортогональный многогранник.

Шаг 2. Найти область для размещения сформированного прямоугольника  $R$  среди используемого набора потенциальных контейнеров с учётом заданных отступов и точек старта расстановки.

Шаг 3. Если внутри используемого пространства размещения найдена область для размещения прямоугольника  $R$ , то перейти к шагу 5. Иначе перейти к шагу 4.

Шаг 4. Осуществить попытку размещения ортогонального многогранника  $O$  с помощью алгоритма, описанного в статье [13]. Если найдена область для размещения ортогонального многогранника  $O$ , то перейти к шагу 5, иначе перейти к шагу 6.

Шаг 5. Разместить ортогональный многогранник  $O$  в найденной области размещения и последовательно осуществить его сдвиги с учётом заданных отступов по вертикали и по горизонтали по направлению к ближайшей точке старта расстановки для получения более плотной компоновки.

Шаг 6. Завершить работу алгоритма.

#### *Подбор угла расстановки*

При заполнении пространства размещения однотипными объектами актуальна задача подбора такого угла расстановки, при котором будет размещено максимальное число объектов.

Для решения указанной задачи разработан следующий алгоритм (рассматривается заданный набор углов поворота объектов от  $\alpha_1$  до  $\alpha_2$  и шаг  $\Delta\alpha$  изменения текущего угла  $\alpha$ ).

Шаг 1. Установить номер текущей итерации  $i := 1$ . Установить текущий угол  $\alpha := \alpha_1$ .

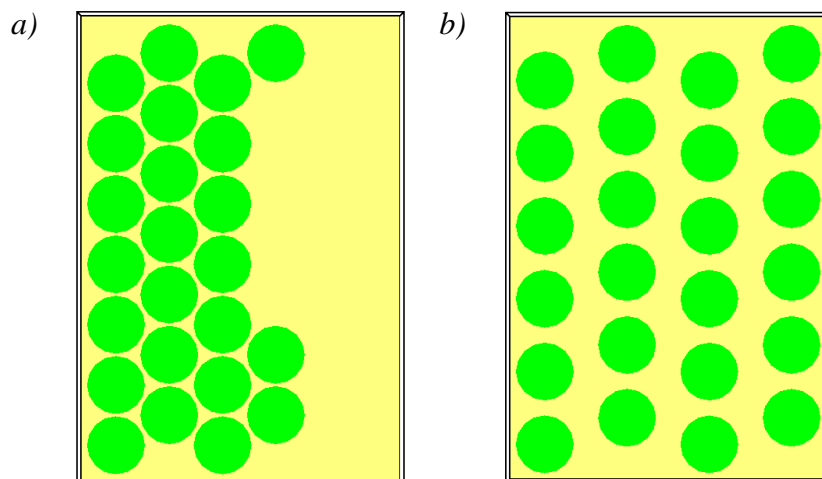
Шаг 2. Повернуть все объекты на угол  $\alpha := \alpha_1 + i\Delta\alpha$ . Выполнить вокселизацию объектов с последующим образованием ортогональных многогранников.

Шаг 3. Разместить ортогональные многогранники и сохранить полученную расстановку в списке расстановок, упорядоченных по убыванию числа размещённых объектов.

Шаг 4. Установить номер текущей итерации  $i := i + 1$ . Установить текущий угол  $\alpha := \alpha_1 + i\Delta\alpha$ . Если  $\alpha \leq \alpha_2$ , то перейти к шагу 2, иначе завершить работу алгоритма.

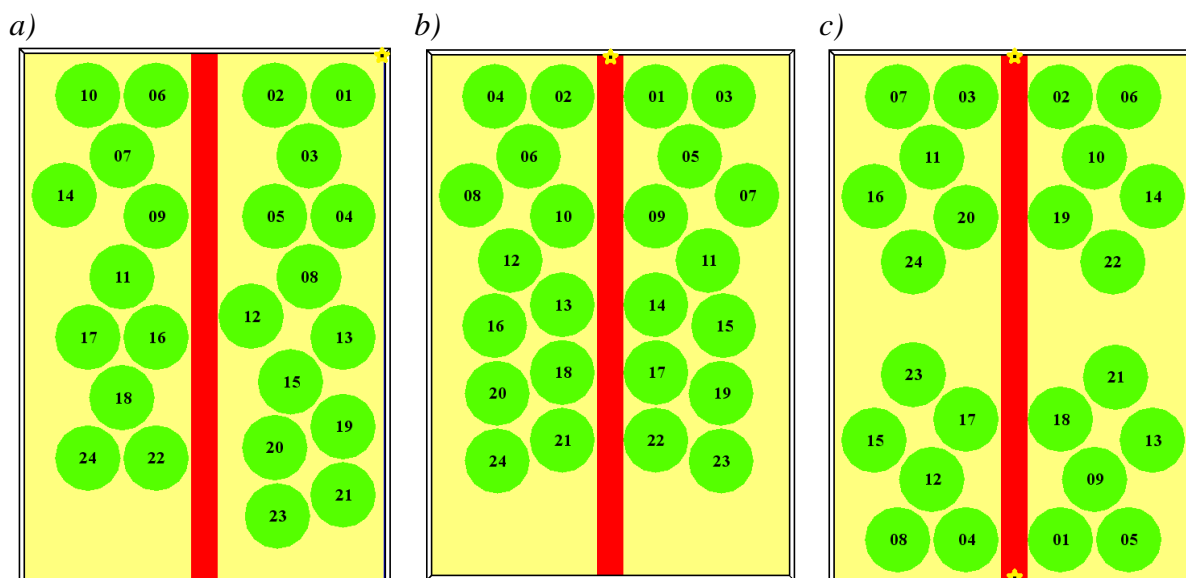
## Результаты

На рис. 1 представлен пример равномерного распределения объектов по всему пространству размещения.



**Рис. 1.** Пример равномерного распределения объектов по пространству размещения:  
*a)* исходная компоновка; *b)* результат

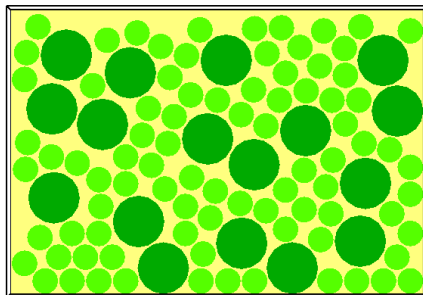
Примеры размещения объектов при задании различных точек старта расстановки представлены на рис. 2.



**Рис. 2.** Размещение объектов при задании различных точек старта расстановки (вертикальная полоса внутри пространства размещения представляет собой запретную зону; точки старта расстановки указаны внутри пятиугольных звёзд):  
*a)* компоновка, полученная при размещении объектов максимально близко к правому верхнему углу пространства размещения; *b)* компоновка, полученная при послойном размещении объектов для точки старта расстановки, заданной в верхней части запретной зоны; *c)* компоновка, полученная при послойном размещении объектов для двух точек старта расстановки, заданных в верхней и нижней частях запретной зоны

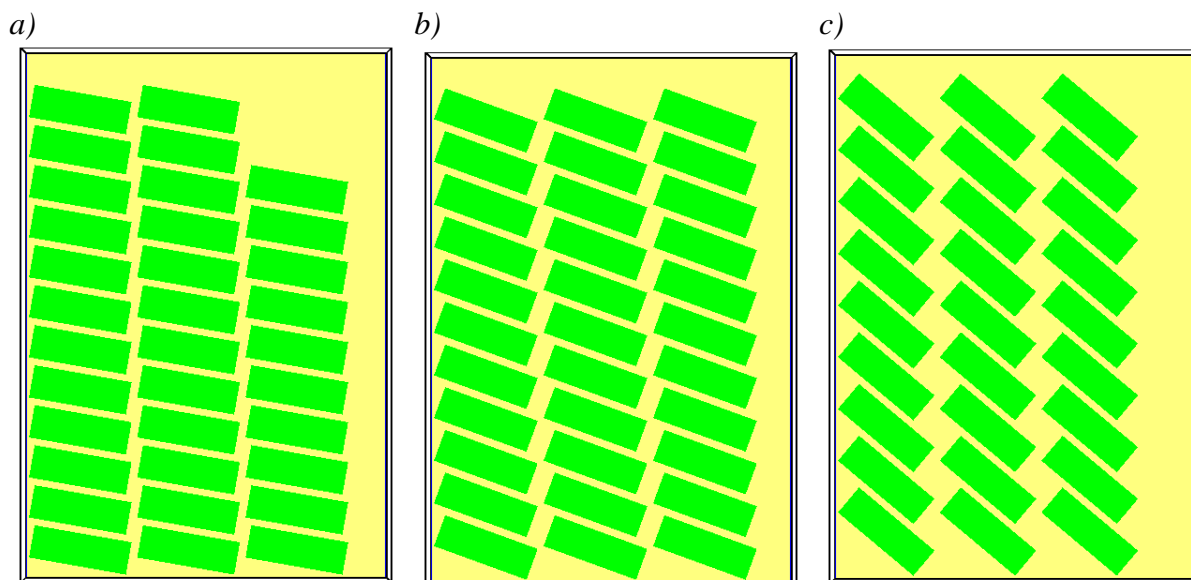


На рис. 3 показан пример компоновки набора кругов различного диаметра, полученной оптимизированным алгоритмом расстановки ортогональных многогранников.



**Рис. 3.** Пример оптимизированной расстановки кругов различного диаметра

Примеры размещения прямоугольников под различными углами в процессе подбора угла расстановки показаны на рис. 4.



**Рис. 4.** Размещение объектов в режиме подбора угла расстановки:  
*a)* расстановка объектов под углом  $10^\circ$  (размещено 34 объекта);  
*b)* расстановка объектов под углом  $20^\circ$  (размещено 33 объекта);  
*c)* расстановка объектов под углом  $40^\circ$  (размещено 27 объектов)

## Обсуждение

Разработанные алгоритмы делают возможным решение задач расстановки плоских объектов с учётом ряда различных дополнительных ограничений, задаваемых на реальном производстве. Благодаря использованию модели потенциальных контейнеров обеспечивается полное описание всего пространства размещения, что позволяет выбирать

наиболее подходящую область для каждого размещаемого объекта с целью получения наиболее плотной компоновки.

## **Заключение**

Предложенные в работе алгоритмы позволяют осуществить переход от теоретической задачи получения наиболее плотной компоновки абстрактных объектов к практической задаче компоновки реальных объектов с учётом заданных ограничений.

Несмотря на то, что разработанные алгоритмы позволяют учесть различные геометрические и технологические ограничения, можно выделить ряд других ограничений, необходимость выполнения которых потребует доработки описанных алгоритмов, среди которых: требование размещения отдельных объектов вдоль одной линии, задание максимально возможных отступов между объектами, задание различных приоритетов очередности выбора объектов для размещения, ограничение на поворот некоторых объектов, требование симметричной расстановки объектов, задание минимально и максимально допустимых координат для размещения каждого объекта, необходимость группировки отдельных объектов.

Исследование выполнено в рамках научной программы национального центра физики и математики, направление №9 «Искусственный интеллект и большие данные в технических, промышленных, природных и социальных системах».

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Johnson D.S. A brief history of NP-completeness, 1954–2012 // *Documenta Mathematica*. 2012. Extra Volume ISMP. P. 359-376.
- [2] Alvarez-Valdes R., Carravilla M.A., Oliveira J.F. Cutting and packing // *Handbook of Heuristics*. Springer, Cham. 2018. P. 931-977.
- [3] Валиахметова Ю.И., Филиппова А.С. Теория оптимального использования ресурсов Л.В. Канторовича в задачах раскроя-упаковки: обзор и история развития методов решения // *Вестник УГАТУ*. 2014. Т. 18. № 1 (62). С. 186-197.
- [4] Chernov N., Stoyan Y., Romanova T. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem // *Computational Geometry*. 2010. Vol. 43. No. 5. P. 535-553.
- [5] Herrera-Cobo J., Escobar J., Álvarez-Martínez D. Metaheuristic algorithm for the location, routing and packing problem in the collection of recyclable

- waste // International Journal of Industrial Engineering Computations. 2023. Vol. 14. No. 1. P. 157-172.
- [6] Romanova T., Bennell J., Stoyan Y., Pankratov A. Packing of concave polyhedra with continuous rotations using nonlinear optimization // European Journal of Operational Research. 2018. Vol. 268. No. 1. P. 37-53.
- [7] Leao A.A., Toledo F.M., Oliveira J.F., Carravilla M.A., Alvarez-Valdés R. Irregular packing problems: a review of mathematical models // European Journal of Operational Research. 2020. Vol. 282. No. 3. P. 803-822.
- [8] Chekanin A.V., Chekanin V.A. Effective data structure for the multidimensional orthogonal bin packing problems // Advanced Materials Research. 2014. Vol. 962-965. P. 2868-2871.
- [9] Chekanin V.A., Chekanin A.V. Deleting Objects Algorithm for the Optimization of Orthogonal Packing Problems // Advances in Mechanical Engineering. Springer International Publishing. 2017. P. 27-35.
- [10] Lamas Fernandez C., Bennell J., Martinez Sykora A. Voxel-Based Solution Approaches to the Three-Dimensional Irregular Packing Problem // Operations Research. 2021. P. 1-20.
- [11] Плаксин А.М., Толоч А.В. Функционально-воксельная модель в задачах интеллектуализации систем автоматизированного проектирования // Вестник МГТУ «Станкин». 2017. № 2 (41). С. 75-78.
- [12] Е Вин Тун, Маркин Л.В. Построение рецепторных геометрических моделей объектов сложных технических форм // Геометрия и графика. 2019. № 7 (4). С. 44-56.
- [13] Chekanin V.A., Chekanin A.V. Solving the Problem of Dense Packing of Objects of Complex Geometry. In: Evgrafov A.N. (eds) Advances in Mechanical Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Cham. 2022. P. 108-116.
- [14] Чеканин В.А. Алгоритмы размещения и удаления ортогональных многогранников произвольной размерности в задачах раскроя и упаковки // Вестник МГТУ «Станкин». 2019. № 3 (50). С. 77-81.
- [15] Júnior A.N., Silva E., Francescatto M., Rosa C. B., Siluk J. The rectangular two-dimensional strip packing problem real-life practical constraints: A bibliometric overview // Computers & Operations Research. 2022. Vol. 137. P. 105521.
- [16] Vasilyev I., Ushakov A.V., Zhang D., Ren J. Generalized multiple strip packing problem: Formulations, applications, and solution algorithms // Computers & Industrial Engineering. 2023. Vol. 178. P. 109096.
- [17] Zhao H., Zhu C., Xu X., Huang H., Xu K. Learning practically feasible policies for online 3D bin packing // Science China Information Sciences. 2022. Vol. 65. No. 1. P. 112105.
- [18] Кротова Н.А., Пушков Р.Л. Определение геометрических параметров и ориентации заготовки на станке с применением алгоритмов

- технического зрения // Вестник МГТУ «Станкин». 2021. № 2 (57). С. 8-12.
- [19] Некрасов А.Я., Соболев А.Н. Алгоритмизация процесса конструирования деталей и узлов машин (на примере цепной передачи) // Вестник МГТУ "Станкин". 2015. № 3 (34). С. 47-51.
- [20] Ермолов И.Л., Собольников С.А. Решение задачи распределения группы мобильных роботов для обеспечения работы подвижной коммуникационной сети // Вестник МГТУ «Станкин». 2012. № 4. С. 126-129.
- [21] Araújo L.J., Özcan E., Atkin J.A., Baumers M. Analysis of irregular three-dimensional packing problems in additive manufacturing: a new taxonomy and dataset // International Journal of Production Research. 2019. Vol. 57. No. 18. P. 5920-5934.
- [22] Zhao Y., Rausch C., Haas C. Optimizing 3D irregular object packing from 3D scans using metaheuristics // Advanced Engineering Informatics. 2021. Vol. 47. P. 101234.

## DEVELOPMENT OF ALGORITHMS FOR PLACEMENT OF FLAT OBJECTS TAKEN INTO ACCOUNT THE SPECIFICS OF REAL LAYOUT PROBLEMS

<sup>1</sup>Moscow State University of Technology «STANKIN», Russia;

<sup>2</sup>V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences of Russian Academy of Sciences, Russia

### Abstract

The paper presents developed placement algorithms that allow solving the problem of optimized placement of a given set of flat objects, taking into account additional restrictions specified when arranging real objects. A description of the algorithm for setting individual indents for all placed objects is given, restricted zones are introduced, an algorithm is proposed for uniformly arranging a set of objects across the placement space, a placement algorithm is described taking into account several starting points for placement, a speed-optimized algorithm for placing orthogonal polyhedra is proposed, and the procedure for selecting an angle of objects to be packed is described. Examples of various layouts obtained using the developed placement algorithms are given.

*Key words:* packing problems, layout, model of potential containers, orthogonal polyhedron, voxelization.

### REFERENCES

- [1] Johnson D.S. A brief history of NP-completeness, 1954–2012. Documenta Mathematica. 2012. Extra Volume ISMP. pp. 359-376.
- [2] Alvarez-Valdes R., Carravilla M.A., Oliveira J.F. Cutting and packing. Handbook of Heuristics. Springer, Cham. 2018. pp. 931-977.
- [3] Valiakhmetova Y.I., Filippova A.S. Theory of optimum resource utilization by L.V. Kantorovich in cutting-packing problems: overview and history of development of solving methods. Vestnik UGATU. 2014. Vol. 18. No. 1(62). pp. 186-197. (rus.)
- [4] Chernov N., Stoyan Y., Romanova T. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem. Computational Geometry. 2010. Vol. 43. No. 5. pp. 535-553.
- [5] Herrera-Cobo J., Escobar J., Álvarez-Martínez D. Metaheuristic algorithm for the location, routing and packing problem in the collection of recyclable waste. International Journal of Industrial Engineering Computations. 2023. Vol. 14. No. 1. pp. 157-172.

- [6] Romanova T., Bennell J., Stoyan Y., Pankratov A. Packing of concave polyhedra with continuous rotations using nonlinear optimization. *European Journal of Operational Research*. 2018. Vol. 268. No. 1. pp. 37-53.
- [7] Leao A.A., Toledo F.M., Oliveira J.F., Carravilla M.A., Alvarez-Valdés R. Irregular packing problems: a review of mathematical models. *European Journal of Operational Research*. 2020. Vol. 282. No. 3. pp. 803-822.
- [8] Chekanin A.V., Chekanin V.A. Effective data structure for the multidimensional orthogonal bin packing problems. *Advanced Materials Research*. 2014. Vol. 962-965. pp. 2868-2871.
- [9] Chekanin V.A., Chekanin A.V. Deleting Objects Algorithm for the Optimization of Orthogonal Packing Problems. *Advances in Mechanical Engineering*. Springer International Publishing. 2017. pp. 27-35.
- [10] Lamas Fernandez C., Bennell J., Martinez Sykora A. Voxel-Based Solution Approaches to the Three-Dimensional Irregular Packing Problem. *Operations Research*. 2021. pp. 1-20.
- [11] Plaksin A.M., Tolok A.V. The usage of functionally-voxel model in problems of intellectualisation of computer aided design. *Vestnik «MSTU «STANKIN»*. 2017. No. 2 (41). pp. 75-78. (rus.)
- [12] E Vin Tun, Markin L.V. Construction of receptor geometric models for objects of complex technical forms. *Geometry & Graphics*. 2019. Vol 7. No. 4. pp. 44-56. (rus.)
- [13] Chekanin V.A., Chekanin A.V. Solving the Problem of Dense Packing of Objects of Complex Geometry. In: Evgrafov A.N. (eds) *Advances in Mechanical Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. 2022. pp. 108-116.
- [14] Chekanin V.A. Algorithms for the placing and deleting of orthogonal polyhedrons of arbitrary dimension in the cutting and packing problems. *Vestnik MSTU «STANKIN»*. 2019. Vol. 3. pp. 77-81. (rus.)
- [15] Júnior A.N., Silva E., Francescato M., Rosa C. B., Siluk J. The rectangular two-dimensional strip packing problem real-life practical constraints: A bibliometric overview. *Computers & Operations Research*. 2022. Vol. 137. pp. 105521.
- [16] Vasilyev I., Ushakov A.V., Zhang D., Ren J. Generalized multiple strip packing problem: Formulations, applications, and solution algorithms. *Computers & Industrial Engineering*. 2023. Vol. 178. pp. 109096.
- [17] Zhao H., Zhu C., Xu X., Huang H., Xu K. Learning practically feasible policies for online 3D bin packing. *Science China Information Sciences*. 2022. Vol. 65. No. 1. pp. 112105.
- [18] Krotova N.A., Puskov R.L. Determination of geometric parameters and orientation of the workpiece inside the machine-tool using computer-vision algorithms. *Vestnik MSTU «STANKIN»*. 2021. No. 2 (57). pp. 8-12. (rus.)

- [19] Nekrasov A.Ya., Sobolev A.N. The algorithmization of engineering design process (at chain transmission example). Vestnik MSTU «STANKIN». 2015. No. 3 (34). pp. 47-51. (rus.)
- [20] Ermolov I.L., Sobolnikov S.A. Planning of mobile robots' deployment for functioning of mobile communication network. Vestnik MSTU «STANKIN». 2012. Vol. 4. pp. 126-129. (rus.)
- [21] Araújo L.J., Özcan E., Atkin J.A., Baumers M. Analysis of irregular three-dimensional packing problems in additive manufacturing: a new taxonomy and dataset. International Journal of Production Research. 2019. Vol. 57. No. 18. pp. 5920-5934.
- [22] Zhao Y., Rausch C., Haas C. Optimizing 3D irregular object packing from 3D scans using metaheuristics. Advanced Engineering Informatics. 2021. Vol. 47. pp. 101234.