

М.В. Мусалимов<sup>1</sup>, С.Ю. Перепелкина<sup>2</sup>, М.А. Ерофеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем машиноведения РАН,  
Санкт-Петербург, Россия, musvm@ya.ru

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия,

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГО-ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СТОПЫ С ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

### Аннотация

Представлены результаты исследования процесса взаимодействия стопы с опорной поверхностью при ходьбе в фазах опоры и переката. В основу исследований положены экспериментальные данные сгибания-разгибания-пронации и супинации голеностопного сустава и реакций стопы при ходьбе. В работе основное внимание уделено анализу поперечной составляющей сил реакции.

Установлено, что ударные составляющие сил реакций стопы целесообразно моделировать с помощью обобщенных функций Эрмита, а фазу переката стопы моделировать скручиваемым эластичным армированным цилиндром.

Разработана методика расчета импульсов реактивных сил в каждой из фаз упруго-фрикционного взаимодействия стопы с опорной поверхностью, установлен механизм формирования поперечных сил реакций стопы при ходьбе.

Результаты этого исследования используются при разработке мехатронных ортезов голеностопного сустава. Они нацелены на разработку методов оценки и выявления плоскостопия на ранних этапах развития с перспективой построения карт реабилитации.

**Ключевые слова:** голеностопный сустав, стопа, фазы взаимодействия, касательные поперечные силы, упруго-винтовой перекат.

### Введение

Биомеханика стопы и функция стопы различны в фазах фрикционного взаимодействия с опорной поверхностью. Между фазами ударно-фрикционного взаимодействия переднего и заднего отделов стопы находится в фазе полной опоры, механика которой исследуется в материалах статьи. В работе были использованы синхронизированные экспериментальные данные системы для захвата движений по исследованию кинематики ходьбы и динамометрической системы. [1, 2]. В эксперименте принимали участие женщины и мужчины без явных нарушений здоровья, без каких-либо травм и хирургических болезней в их историях болезней, не являющихся профессиональными спортсменами. Все фазы взаимодействия представлены на циклограмме рис. 1.

Система координат представлена в сагиттальной плоскости двумя ортогональными осями, одна из которых жестко связана с осью голени. Отметим, что 60 % цикла шага обозначают только последовательность конфигураций голеностопного сустава в фазе контакта с опорной поверхностью. При пятончном и носочном контактах наблюдается подошвенное разгибание – угол  $\psi_1$ , Третья конфигурация вписывается в ортогональные оси принятой системы координат –

полное опирание стопы. В целях удобства образного представления эти конфигурации на рисунке пространственно разнесены. При опоре на пятку возникает вращающий момент в сагиттальной плоскости и сопутствующий вращающий момент в опорной плоскости. Введем обозначения соответствующих угловых скоростей:  $\Omega_{11}$ ,  $\Omega_{21}$ . Первые индексы соотносятся с плоскостями, вторые – с обозначениями точек. При опоре на носок также возникают вращающие моменты. В опорной плоскости моменту соответствует угловая скорость  $\Omega_{24}$ , а в сагиттальной плоскости –  $\Omega_{14}$ . Фаза переноса стопы обозначена условной дугой с точками 5, 6, 7, 8. В этой фазе ступня совершает колебательные движения:  $\Omega(t)$  – относительно оси, связанной с голеню и  $\Psi(t)$  – в сагиттальной плоскости. Отрезок прямой с граничными точками 3, 8 определяет длину шага.

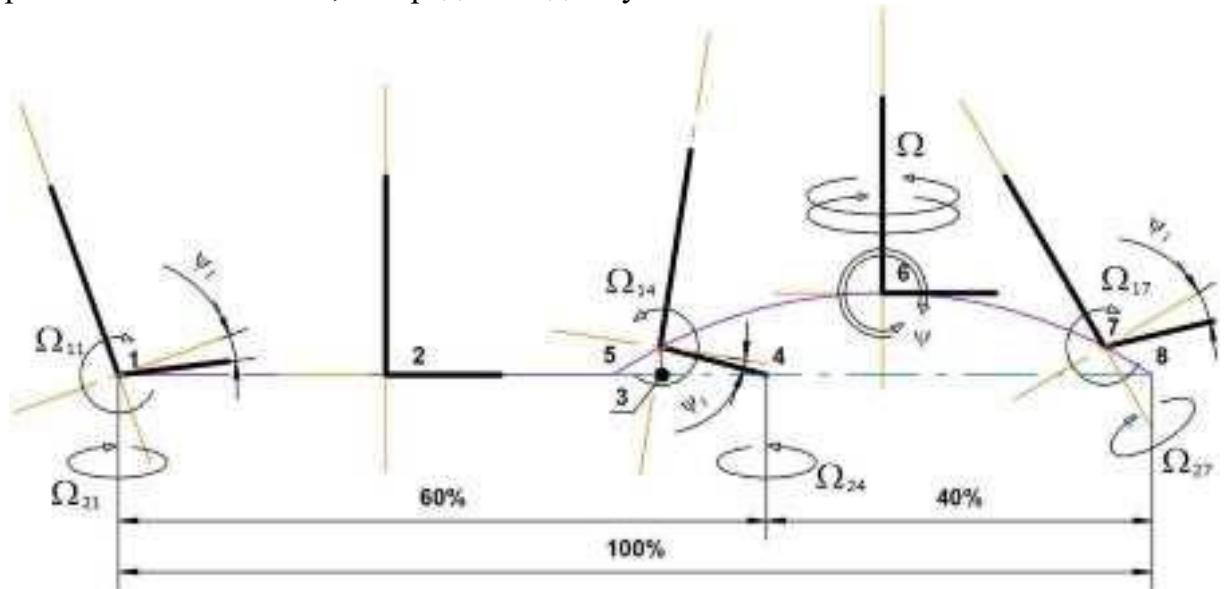


Рисунок 1 – Циклограмма шага: полный цикл шага (100 %); доли циклов шага при контакте (60 %) и при переносе стопы (40 %)

1 – пяточный контакт; 2 – полное опирание стопы; 3 – точка в момент перехода на носочную опору; 4 – точка предельного носочного контакта; 5 – точка в момент перехода в фазу переноса стопы; 6,7 – точки в фазе переноса; 8 – точка пяточного контакта в момент завершения фазы переноса.

Ранее нами были установлены закономерности ударно-фрикционного взаимодействия пятки и носка стопы. При этом фаза полного опирания (переката) не вписывалась в «ударную концепцию». Целью работы является моделирование механики переката стопы. Отметим, что в наших исследованиях была использована литература [3-10].

### Анализ экспериментальных данных

На рисунке 2 представлено распределение касательных поперечных сил в плоскости опоры.

Пяточная и носочная области стопы постоянно находятся в зонах ударного взаимодействия, которое в опорной плоскости естественно моделируется обобщенными функциями Эрмита:

$$\begin{aligned} F_1 &= a_1(x - B_1)e^{-(x-B_1)/D_1} \\ F_2 &= a_2(x - B_2)e^{-(x-B_2)/D_2} \end{aligned} \quad (1)$$

Где  $B_1 = 10$ ,  $B_2 = 50$ ,  $D_1 = 4$ ,  $D_2 = 4$ ,  $a_1 = 4$ ,  $a_2 = -1,25$

Как видно из рис. 2 и рис. 3 зона переката находится в пределах 16 - 44 % оси

абсцисс. На рис. 4 эта фаза представлена наклонным участком, который аппроксимируется линейным уравнением:

$$F = a + bx; a = 6,168; b = -0,197 \quad (2)$$

Кроме того, наблюдается колебательный процесс.

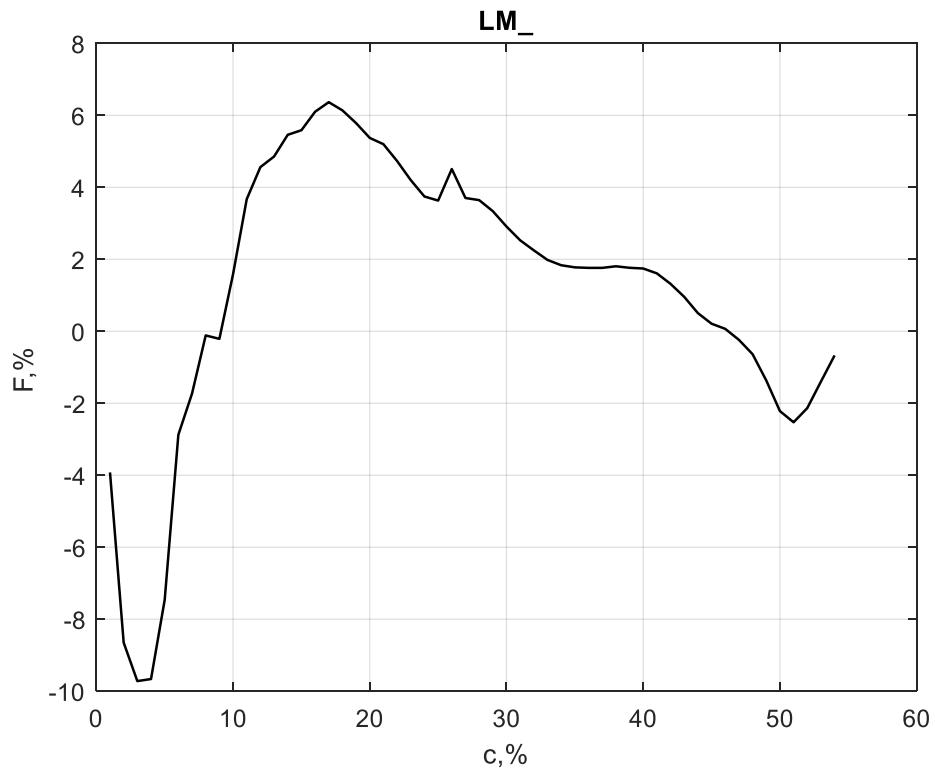


Рисунок 2 – Распределение касательных поперечных сил в плоскости опоры

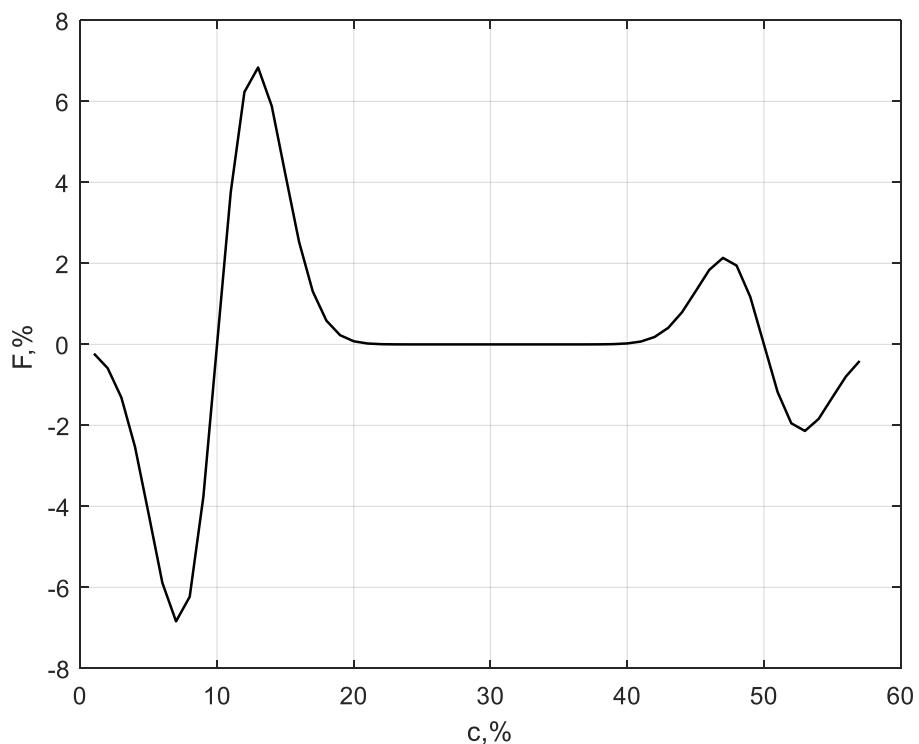


Рисунок 3 – Локализация трения верчения пятки и носка

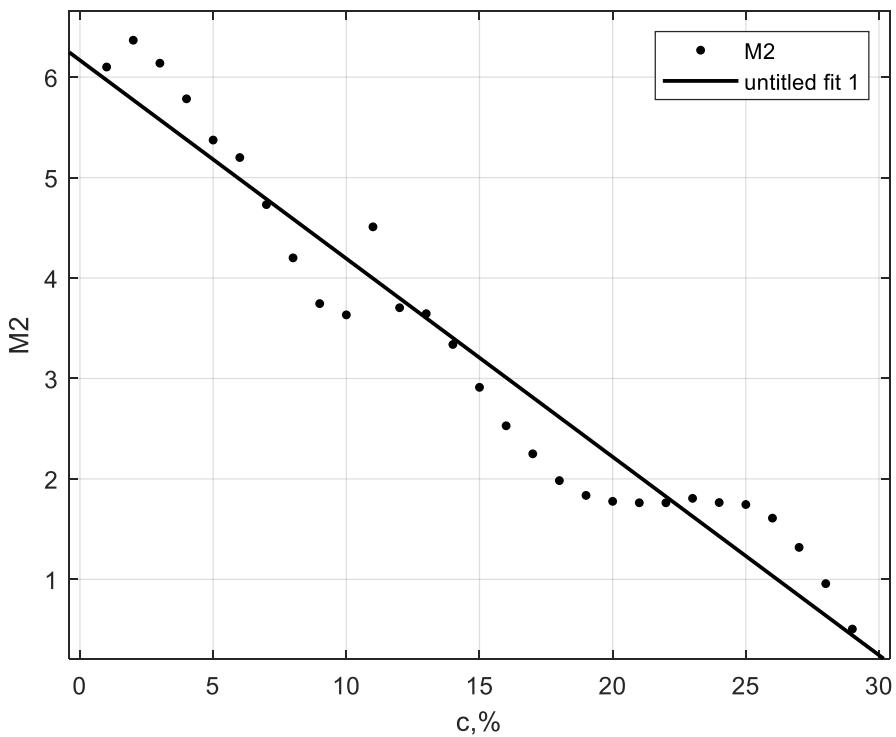


Рисунок 4 – Касательные усилия в зоне переката

### Винтовое перекатывание

При постановке задачи примем, что боковая часть подошвы представляет собой армированный вдоль оси коллагеновыми волокнами упругий цилиндр. В начале контакта пятки с опорой под тупым углом голень-стопа, как показывает опыт [2], формируется ударный момент пары сил, которые моделируются обобщенными функциями Эрмита  $E_1(x)$ . Одновременно закручивается цилиндр на угол  $\gamma$ , и волокна при этом располагаются по винтовой линии АС (Рис. 5). Сам цилиндр за счет пружинного действия арочной ступни укорачивается – отрезок ВС. Далее реализуется процесс тыльного сгибания, имеющего критическую точку и критическое значение, при достижении которого начинается процесс перекатывания цилиндра по винтовой линии, где А'С – это первоначальная длина цилиндра. Угол  $\gamma$  является угловой деформацией при кручении и с учетом модуля сдвига  $G$  рассчитываются касательные напряжения на боковой поверхности цилиндра и опорной поверхности, которые и формируют силы трения в поперечном направлении при ходьбе. Таким образом, здесь действуют факторы; верчение пятки, упругие свойства арки и процесс тыльного сгибания стопы.

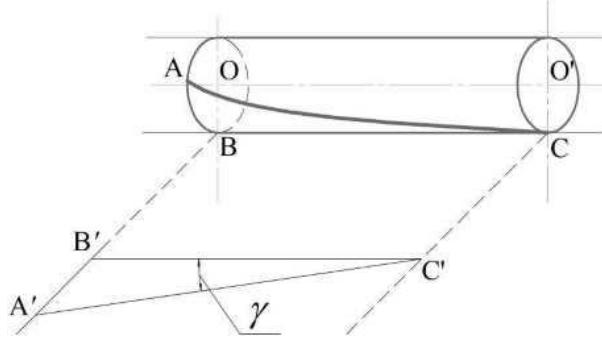


Рисунок 5 – Перекатывание цилиндра

## **Заключение**

Прямой перекат моделируется с использованием факторов верчения, угловой деформации на угол  $\gamma$  одновременно по всей длине цилиндра. Касательные напряжения также рассчитываются по известной формуле закона Гука.

## **Благодарности**

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (проект № 124041500009-8).

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Мусалимов В.М., Паасуке М., Гапеева Е., Ерелине Я., Ерофеев М.А. Моделирование динамики опорно-двигательной системы // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17. № 6. С. 1159–1166.
2. Мусалимов В.М., Перепелкина С.Ю., Гапеева Е., Паасуке М., Ерелине Я., Ерофеев М.А. Количественная оценка и моделирование биомеханических характеристик голеностопного сустава // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2024. Т. 24. № 3. С. 446–454.
3. Перепелкин А.И., Мандриков В.Б., Краюшкин А.И., Атрощенко Е.С. Некоторые особенности механических свойств стопы человека//Вестник ВолгГМУ.-2016.-Вып. 3(59).-С.22-24.
4. Оганесян О.В., Иванников С.В., Коршунов А.В. Восстановление формы и функции голеностопного сустава шарнирно-дистракционными аппаратами. М.: БИНОМ, 2003.
5. Белецкий В.В. Двуногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. М.: Наука.1984. 288 с.
6. Alexander R. McN. Mechanics of bipedal locomotion // In Perspectives in Experimental Biology. Oxford: Pergamon Press, 1976. V. 1 (ed. P. S. Davies). P. 493–504.
7. Бернштейн Н.А. Исследование по биодинамике локомоций. Книга первая.— М.: Изд. ВИЭМ, 1935.— 244 с.
8. Витензон А.С. Закономерности нормальной и патологической ходьбы человека.— М.: ООО «Зеркало», 1998.— 271 с.
9. Скворцов Д.В. - Диагностика двигательной патологии инструментальными методами: анализ походки, стабилометрия. Москва, Т.М. Андреева, 2007, 617 с.
10. Каган И.И. Топография, анатомия, и оперативная хирургия в терминах, понятиях, классификациях. Оренбург,1997.-178 с.

M.V. Musalimov<sup>1</sup>, S.Yu, Perepelkina<sup>2</sup> M.A. Erofeev<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institute for Problems in Mechanical Engineering  
of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russia, , musvm@ya.ru

<sup>2</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
Saint Petersburg, Russia, kalinin@ya.ru

## **SIMULATION OF ELASTIC-FRICTIONAL INTERACTION OF THE FOOT WITH THE SUPPORTING SURFACE**

### **Abstract**

The results of a study of the process of interaction of the foot with the supporting surface during walking in the support and roll phases are presented. The research is based on experimental data on flexion-extension-pronation and supination of the ankle joint and foot reactions during walking. The work focuses on the analysis of the transverse

component of reaction forces.

It has been established that it is advisable to model the impact components of the foot reaction forces using generalized Hermite functions, and to model the rolling phase of the foot with a twisted elastic reinforced cylinder.

A method for calculating reactive force impulses in each phase of the elastic-frictional interaction of the foot with the supporting surface has been developed, and a mechanism for the formation of transverse reaction forces of the foot when walking has been established.

The results of this research are used in the development of mechatronic ankle orthoses. They are aimed at developing methods for assessing and identifying flat feet in the early stages of development with the prospect of constructing rehabilitation maps.

*Key words:* ankle joint, foot, interaction phases, tangential transverse forces, elastic-helical roll.

УДК 620.199

doi: 10.18720/SPBPU/2/id24-225

В.П. Головин, В.Ю. Шолом, О.Л. Крамер, А.С. Трофимов, А.Н. Абрамов  
«Хозрасчетный творческий центр Уфимского авиационного института»,  
Г. Уфа, Россия, golovin\_vasy@mail.ru

## **РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОБЕЖНОЙ МАШИНЫ ДЛЯ ИСПЫТАНИЙ КАНАТНЫХ СМАЗОК**

### **Аннотация**

В работе представлены сравнительные испытания стальных канатов, пропитанных смазочными материалами, на износостойкость по трем различным методам, с использованием пробежной машины, изготовленной по ГОСТ 2387-80. Показано, что разработанные методы испытаний по оценке износостойкости стального каната, позволяют при минимальных затратах оценить влияние смазочного материала на стальной канат, работающий в различных условиях эксплуатации. В результате проделанной работы, разработан новый состав канатной смазки для пропитки стального каната, эксплуатирующегося в морской воде и при отрицательных температурах, позволяющий увеличить износостойкость стального каната, тем самым продлить его срок службы и снизить эксплуатационные затраты в целом.

*Ключевые слова:* канатная смазка; износостойкость; стальной канат; испытания; пробежная машина.

### **Введение**

Тростниковая веревка, как прототип стального каната, впервые была применена в Древнем Египте при строительстве пирамид. Со времени своего появления, изменение конструкции и материала веревки были направлены на укрепление и увеличение долговечности данного изделия. В период первой промышленной революции усовершенствования были достигнуты во всех областях машиностроения, а в горно – металлургическом промысле, одним из важных событий, стало применение стального каната.

Наиболее известным является факт применения стального каната в качестве