

## КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ИЗНАШИВАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПАРЫ ТРЕНИЯ

### Аннотация

Данная работа посвящена разработке и последующим модификациям компьютерной модели изнашивания осесимметричной пары трения. Рассмотрен способ учета фрикционного нагрева контактной поверхности и зависимости параметров определяющего уравнения от температуры. Предложен способ моделирования изнашивания на оси вращения в осесимметричной постановке. Разработанная компьютерная модель позволяет точнее прогнозировать ресурс осесимметричных пар трения, применяемых в качестве опор в разнообразных роторных системах.

*Ключевые слова:* компьютерное моделирование, метод конечных элементов, износоскопная задача, осевая симметрия

### Введение

Осесимметричные пары трения представляют собой особый подвид трибологических систем, применяемый в качестве опор как в разнообразных измерительных приборах, так и в роторных системах, например, кинетических накопителях энергии.

В настоящее время компьютерное моделирование является неотъемлемой частью процесса проектирования новых изделий. Для повышения качества, надежности и долговечности конечной продукции необходимо на этапе проектирования использовать адекватные математические и компьютерные модели процессов и явлений, сопровождающих жизненный цикл изделий.

Целью данной работы является разработка компьютерной модели изнашивания осесимметричной пары трения, обладающей высокой степенью адекватности.

### Методы

Основным методом проведения исследований в данной работе является численное моделирование с применением метода конечных элементов. Достижение поставленной цели достигнуто путем модификации известного определяющего соотношения – закона Арчарда [1...3], и его имплементацией в виде пользовательской подпрограммы в коммерческом расчетном пакете ANSYS Mechanical, с последующей верификацией результатов численного моделирования.

### Результаты и обсуждение

С учетом квазистационарности процесса изнашивания закон Арчарда в осесимметричной постановке может быть записан в виде:

$$\Delta w_{(i)} = \frac{K}{H} p_{(i)}^n (r \tilde{\omega}_{(i)})^m \Delta t_{(i)} \quad (1)$$

где  $\Delta w_{(i)}$  – приращение величины износа на  $i$ -й итерации;  
 $K$  – коэффициент износа;  
 $H$  – твердость;  
 $p_{(i)}$  – величина контактного давления на  $i$ -й итерации;  
 $r$  – расстояние от оси вращения до текущей точки контактной поверхности;  
 $\tilde{\omega}_{(i)}$  – угловая скорость, соответствующая  $i$ -й итерации.  
 $\Delta t_{(i)}$  – инкремент, соответствующий  $i$ -й итерации;

Схожие концепции моделирования износа применялись многими исследователями [4...7]. В исходном варианте параметры модели (1), в частности, твердость  $H$ , являются постоянными величинами. Известно, однако, что твердость большинства материалов уменьшается с повышением температуры [8...11]. В настоящей работе фрикционный нагрев контактной поверхности учитывается посредством аналитического решения нестационарного одномерного уравнения теплопроводности для конечной области с граничными условиями второго рода (тепловой поток) на границе, соответствующей контактной поверхности, и граничными условиями первого рода (температура) на противоположной границе.

Для каждого контактного элемента ( $e$ ) величина теплового потока определяется как [12]:

$$q^{(e)} = \mu p^{(e)} r^{(e)} \omega$$

Суммарный тепловой поток, вычисляемый как

$$q = \frac{\sum_{(e)} q^{(e)} A^{(e)}}{\sum_{(e)} A^{(e)}}$$

распределяется между двумя контактирующими поверхностями в соотношении [13]:

$$q = \alpha q + (1 - \alpha)q$$

причем

$$\alpha = \left( 1 + \sqrt{\frac{\kappa_{(2)} c_{(2)} \rho_{(2)}}{\kappa_{(1)} c_{(1)} \rho_{(1)}}} \right)^{-1}$$

где  $\kappa$ ,  $c$ ,  $\rho$  – коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность материала; индексы (1) и (2) указывают на номер контактной поверхности.

Выражение для температуры контактной поверхности при указанных граничных условиях может быть записано в виде:

$$\Theta(t) = \frac{4}{\pi^2 \kappa} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^{j+1} \pi \kappa (\Theta_a - \Theta_0) (2j+1) - 2aq}{(2j+1)^2} e^{-\frac{\pi^2 \kappa (2j+1)^2 t}{4a^2 c \rho}} + \Theta_a + \frac{aq}{\kappa} \quad (2)$$

где  $\Theta_0$  – начальная температура рассматриваемой одномерной области;  
 $\Theta_a$  – установившееся значение температуры на удаленной границе;  
 $a$  – размер одномерной области.

Зависимость твердости от температуры аппроксимируется полиномом 5-го порядка, значение температуры в каждый момент времени вычисляется из выражения (2). Таким образом, в стационарной постановке учтен эффект фрикционного нагрева пары трения и связанное с ним изменение свойств

контактных поверхностей.

Модель (1) также была доработана для возможности моделирования изнашивания на оси вращения пары трения. Как нетрудно видеть, при  $r = 0$ ,  $\Delta w_{(i)} = 0$ , что противоречит наблюдениям. В настоящей работе, оставаясь в рамках линейной упругой модели материала, введена гипотеза о наличии малых колебаний оси вращения пары трения [14, 15]. Движение точки на вращающейся поверхности является суммой вращательного движения с радиальной координатой  $r$  и угловой скоростью  $\omega$ , и кругового движения с амплитудой  $\delta$  и угловой скоростью  $\xi$ . Среднее значение вектора результирующей линейной скорости вычисляется из соотношения:

$$\bar{v} = \frac{2}{\pi} (r\omega + \delta\xi) E \left( \frac{2\sqrt{r\omega\delta\xi}}{r\omega + \delta\xi} \right) \quad (3)$$

где  $E$  – полный эллиптический интеграл второго рода.

Вычисление линейной скорости согласно (3) позволяет получить ненулевые значения величины износа на оси вращения пары трения при  $r = 0$ .

Достоверность модифицированной модели процесса изнашивания была проверена путем решения износоконтактной задачи о цилиндре на плоском основании, имеющей приблизительное аналитическое решение [16].

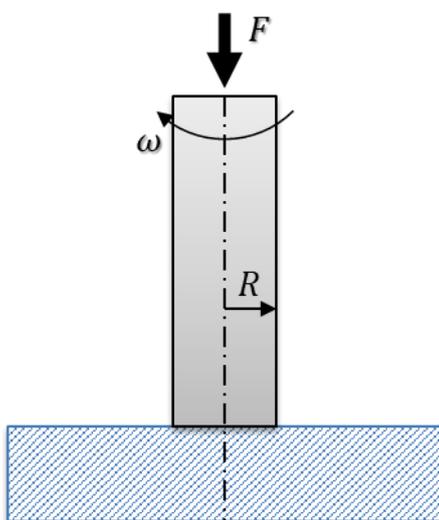


Рис. 1. Изнашивание цилиндра, вращающегося на плоском основании

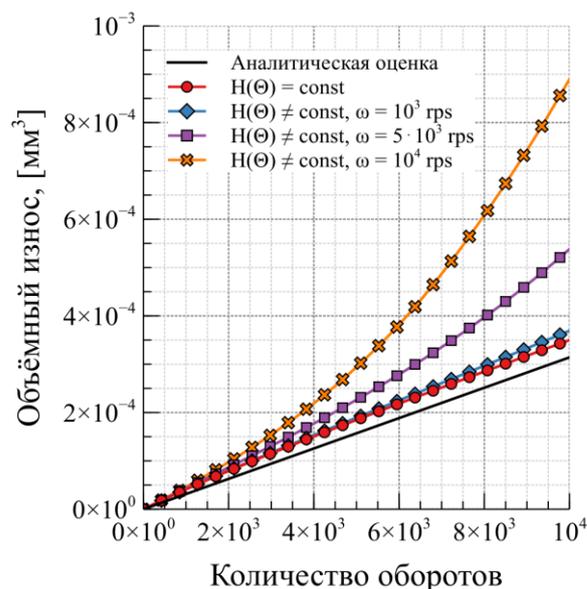


Рис. 2. Влияние учета зависимости твердости от температуры

### Заключение

Разработанная и представленная в настоящей работе компьютерная модель изнашивания осесимметричных пар трения позволяет моделировать процесс изнашивания в стационарной постановке, с учетом зависимости трибологических параметров поверхностей от температуры, прогнозируя форму изношенной контактной поверхности по прошествии большого количества оборотов пары трения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Archard, J. F. Contact and rubbing of flat surfaces // Journal of Applied Physics - 1953 - V. 24 - № 8 - P. 981-988. doi: 10.1063/1.1721448.
2. Archard, J. F., Hirst, W. P. The wear of metals under unlubricated conditions // Proceedings of the Royal Society of London - 1956 - V. 236 - № 1206 - P. 397-410. doi:

10.1098/rspa.1956.0144.

3. Theory Reference. ANSYS Inc. 2020

4. Pödra P., Andersson S. Simulating sliding wear with finite element method. // *Tribology International* -1999 - V.32 - P.71-81

5. Hegadekatte V., Huber N., Kraft O. Modeling and simulation of wear in a pin on disc tribometer. // *Tribology Letters* - 2006 - V.24 - № 1 - P.51-60

6. Söderberg A., Andersson S. Simulation of wear and contact pressure distribution at the pad-to-rotor interface in a disc brake using general purpose finite element analysis software. // *Wear* - 2009 - V.267 - P.2243-2251

7. Bastola A., Stewart D., Dini D. Three-dimensional finite element simulation and experimental validation of sliding wear. // *Wear* - 2022 - V.504-505.

8. Гуляев, А. П. *Металловедение. Учебник для вузов. 6-е изд., перераб. и доп.* // М.:«Металлургия» - 1986 - 544 с.

9. Nestorović, S., Marković, D., Ivanić, L. Influence of degree of deformation in rolling on anneal hardening effect of a cast copper alloy // *Bulletin of Materials Science* - 2003 - V. 26 - № 6 - P. 601-604. doi: 10.1007/bf02704322.

10. De Souza, S. H., Padilha, A. F., Kliuga, A. M. Softening behavior during annealing of overaged and cold-rolled aluminum alloy 7075 // *Materials Research-ibero-american Journal of Materials* -2019 - V. 22 - № 3. doi: 10.1590/1980-5373-mr-2018-0666.

11. Evans B., Götze, C. The temperature variation of hardness of olivine and its implication for polycrystalline yield stress // *Journal of Geophysical Research* - 1979 - V. 84 - № B10 - P. 5505-5524. doi: 10.1029/jb084ib10p05505.

12. Kónya L., Váradi K. Wear simulation of a polymer-steel sliding pair considering temperature- and time-dependent material properties. // *Tribology and Interface Engineering Series* - 2008 - V. 55 - P.130-145

13. Grigull U., Sandner H. *Heat conduction* // Springer-Verlag, Berlin – 1984

14. Wang, H., Jiang, S., Shen, Z. The dynamic analysis of an energy storage flywheel system with hybrid bearing support // *Journal of Vibration and Acoustics* - 2009 - V. 131 - № 5. doi: 10.1115/1.3147128.

15. Tang, C., Su, B., Liu, X. Dynamics research of a flywheel shafting with PMB and a single point flexible support // *Journal of Vibroengineering* - 2019 - V. 21 - № 7 - P. 1819-1835. doi: 10.21595/jve.2019.20675.

16. Kauzlarich, J. J., Bhatia, K. G., Streitman H. W. Effect of wear on pivot thrust bearings // *A S L E Transactions* - 1966 - V. 9 - № 3 - P. 257-263. doi: 10.1080/05698196608972142

D.N. Zhuravlyov<sup>1</sup>, I.A. Michailov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
Saint Petersburg, Russia, zhuravlev\_dn@spbstu.ru

<sup>2</sup> OOO “Tsentrotekh-inzhiniring”, St. Petersburg, Russia

## COMPUTER MODEL OF THE WEAR OF AN AXISYMMETRIC FRICTION PAIR

### Abstract

This paper is devoted to the development and subsequent modifications of a computer model of the wear of an axisymmetric friction pair. A method for taking into account the frictional heating of the contact surface and the dependence of the parameters of the constitutive equation on temperature is considered. A method for modeling wear on the axis of rotation in an axisymmetric setup is proposed. The developed computer model makes it possible to more accurately predict the resource of axisymmetric friction pair used as supports in a variety of rotor systems.