

from non-conducting materials, in particular from oxide ceramics. Coatings of various origins obtained on titanium substrates were studied. It has been established that the formation of multicomponent and multifunctional electrospark coatings during the interaction of low-voltage discharge plasma with powder materials makes it possible to obtain protective layers with high antifriction properties, ensuring a reduction in the friction coefficient by 30-35% and wear rate by 1.5-2 times compared to the original material VT1 -0.

*Keywords:* coating, plasma, morphology, friction, titanium, silicon dioxide, titanium carbide

УДК 621.3

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-272

А.А. Ищенко И.М. Егоров, Г.В. Иванова  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия, nusha.dog@mail.ru

## **ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИСХОДНОГО КОНТУРА НА КОЭФФИЦИЕНТ ФОРМЫ ЗУБА ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА**

### **Аннотация**

Данная работа посвящена исследованию влияния исходного контура на коэффициент формы зуба при различных числах зубьев и коэффициентах смещения. Задачи, которые решались в ходе исследования:

1. Определение координат точек профилей зуба цилиндрической эвольвентной передачи.

2. Расчет коэффициента формы зуба при задании профилей зубьев координатами ряда точек.

3. Сравнение результатов расчетов для различных видов исходного контура.

Были разработаны графические схемы и зависимости для определения коэффициента формы зуба. Были проведены расчёты, наглядно показывающие значения коэффициента формы зуба и радиуса кривизны при различных числах зубьев и коэффициентах смещения в зоне опасного сечения. Анализ проводился численным методом с помощью программного обеспечения MATLAB.

В результате было проанализировано влияние параметров исходного контура на коэффициент формы зуба и радиус кривизны. На основании проведённых исследований были сделаны выводы по выбору стандартного исходного контура, который приводит к уменьшению изгибных напряжений.

*Ключевые слова:* исходный контур, зубчатое зацепление, эвольвента, изгибные напряжения, Matlab, SolidWorks.

### **Введение**

Применение материалов с высокой твёрдостью в совокупности с совершенными видами химико-технического упрочнения, позволяют существенно повысить твёрдость зубьев зубчатых колёс. В результате для достаточно большого ряда передач основным критерием работоспособности вместо контактной выносливости является изгибная прочность зубьев. В снижении изгибных напряжений большую роль играет форма зуба, в первую очередь переходная кривая

профиля зуба, именно на ней лежит опасное сечение. Переходная кривая при прочих равных условиях целиком и полностью определяется параметрами исходного производящего контура, числом зубьев и величиной коэффициента смещения зубчатого колеса. Поэтому изучение влияния параметров исходного контура на коэффициент формы зуба является **актуальной** задачей.

В данной работе приводится методика определения координат профилей зуба при различных параметрах производящего исходного контура, что позволило создать универсальный способ расчёта коэффициента формы зуба без учёта коэффициента концентрации напряжений [1].

При написании работы использовались материалы лекций Егорова И.М. по курсу «Основы проектирования и расчёт узлов трения», применение точечного профиля для синтеза и анализа зубчатых зацеплений [2].

### Методы и материалы

Современное развитие техники позволяет разрабатывать методы анализа и синтеза зубчатых колёс, основанные на описании поверхности зубьев координатами достаточного числа точек профиля [3]. Это позволяет разрабатывать универсальные методы анализа и синтеза зубчатых зацеплений, независимые от формы рабочих поверхностей зубьев; применять совершенные методы численных вычислений и избежать работы с громоздкими формулами, описывающими профили зубьев.

Разработано программное обеспечение с использованием пакета прикладных программ MatLab. Для достижения поставленной цели использовали современную САПР программу Solidworks [4].

Профиль эвольвентного зуба формируется в процессе станочного зацепления производящей рейки с заготовкой [5] представлен на рисунке 1а.

Координаты точек эвольвенты профиля определяются по формулам 1-3.

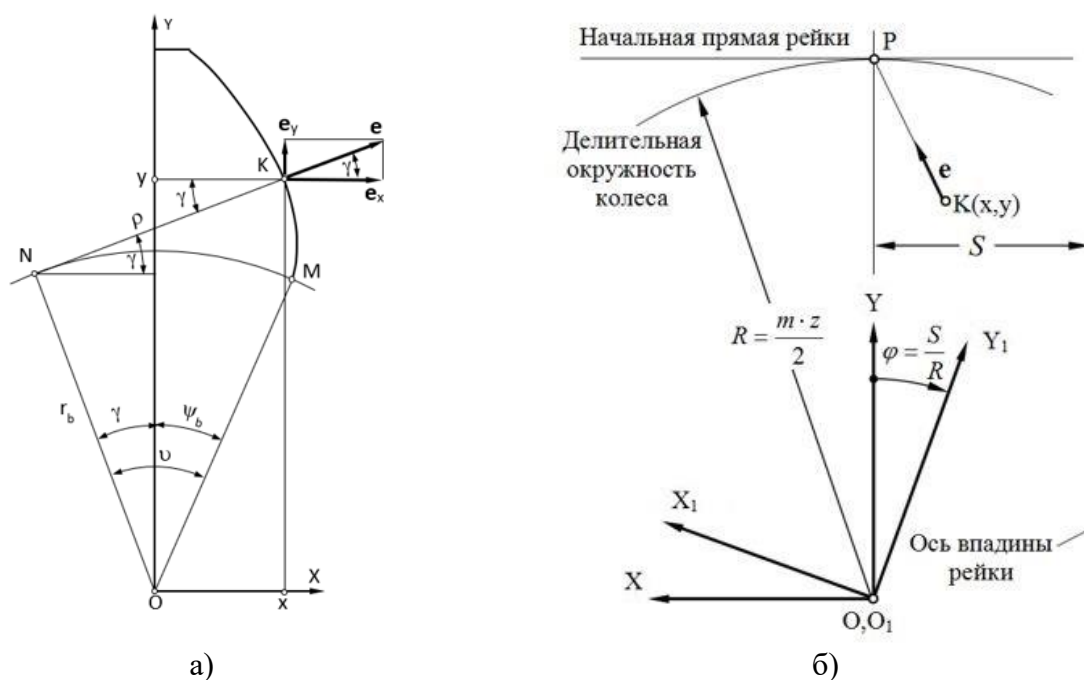


Рисунок 1 – а) Определение координаты эвольвенты:  $\psi_b$  – половина угловой толщины зуба;  $\gamma$  – угол наклона профильной нормали;  $\rho$  – длина производящей прямой;  $r_b$  – радиус делительной окружности; б) Станочное зацепление производящей рейки с нарезаемым колесом

На рисунке 1 а) координату точки контакта К в неподвижной системе

координат можно определить как

$$\begin{cases} x = r_b \cdot (-\sin \gamma + (\gamma + \psi_b) \cdot \cos \gamma) \\ y = r_b \cdot (\cos \gamma + (\gamma + \psi_b) \cdot \sin \gamma) \end{cases} \quad (1)$$

Угол наклона нормали точки профиля зуба находится по формуле:

$$\gamma = \frac{\rho}{r_b} - \psi_b \quad (2)$$

Как следствие половина угловой толщины зуба на основной окружности имеет следующий вид:

$$\psi_b = \frac{0.5 \cdot \pi + 2 \cdot x \cdot \tan \alpha}{z} + \text{inv } \alpha \quad (3)$$

На рисунке 1 б) показаны две системы координат: ХУО – неподвижная система координат;  $X_1Y_1O_1$  – система координат, жестко связанная с зубом колеса. Ось  $O_1Y_1$  проходит через ось симметрии зуба колеса. Перемещение производящей рейки S и координаты (x,y) точки контакта К в неподвижной системе координат ХУО определяется из условия прохождения нормали к профилю рейки e через полюс зацепления Р.

Угол поворота колеса  $\varphi$  определяется из условия отсутствия скольжения начальной окружности колеса (она также является его делительной окружностью) в станочном зацеплении по начальной прямой рейки.

Координаты точки зуба нарезаемого колеса ( $x_1, y_1$ ) в системе координат  $X_1Y_1O_1$  определяются из уравнений:

$$\begin{aligned} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}; \mathbf{r}_1 = M_{10} \cdot \mathbf{r}; \\ M_{10} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}; \mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x \cdot \cos \varphi - y \cdot \sin \varphi \\ x \cdot \sin \varphi + y \cdot \cos \varphi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

, где  $M_{10}$  – матрица перехода из системы координат ОХУ к системе координат  $X_1Y_1O_1$ .

Полученные точки контакта в неподвижной системе координат, лежат линии зацепления, вдоль которой движется точка контакта в процессе передачи движения. Для определения координат точки профиля зуба используется матрица перехода от неподвижной системы координат ХУО к подвижной системе координат  $X_1Y_1O_1$ , жестко связанной с зубом колеса.

Переходная кривая формируется участком 2-3 производящей рейки. Расстояние от оси впадины рейки  $\alpha$  и от начала прямой b до точки С определяется по формулам:

$$\begin{aligned} a &= \left( \frac{\pi}{4} + h_a^* \cdot \tan \alpha + \rho_f^* \cdot \cos \alpha \right) \cdot m; \\ b &= (h_a^* - \rho_f^* \cdot \sin \alpha - x) \cdot m \end{aligned} \quad (5)$$

Смещение рейки S определяется по формуле при условии, что угол наклона профильной нормали  $\psi$  к оси зуба лежит в пределах:

$$S = a + b \cdot \tan \psi; 0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad (6)$$

а также координаты переходной кривой выражены в формулах угол наклона профильной нормали  $\psi$  к оси зуба лежит в пределах:

$$\begin{cases} x = R (b + \rho_f^* \cdot m \cdot \cos \psi) \\ y = - (b \cdot \tan \psi + \rho_f^* \cdot m \cdot \sin \psi) \end{cases} \quad (7)$$

Дальнейший расчёт ведётся по формулам 4.

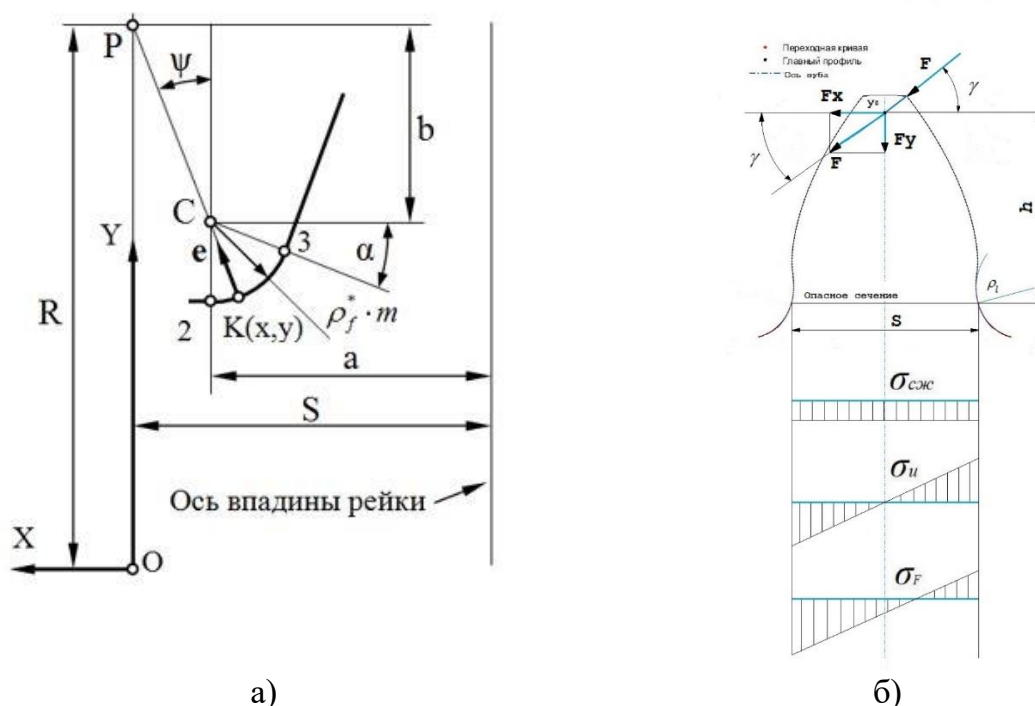


Рисунок 2 – а) Формирование переходной поверхности; б) Эпюра напряжений

В соответствии с рисунком 2 б) коэффициент формы зуба  $Y_F$  определяется по формуле [1]:

$$Y_F = \max \left( \frac{\cos \gamma \cdot h_i \cdot 6}{S_i^2} - \frac{\sin \gamma}{S_i} \right) \cdot \frac{1}{\cos \alpha} \quad (8)$$

Так как расчёты ведутся для модуля  $m=1$ :

$$S_i = 2 \cdot x_{(i)}; h_i = Y_0 - Y_{(i)} \quad (9)$$

То есть мы рассчитываем коэффициент зуба для каждой точки нашего профиля. Чтобы определить опасное сечение, находим точку максимума коэффициента формы зуба и определяем радиус кривизны путём проведения касательной ( $Y'$ ,  $Y''$  – первая и вторая производные) через Matlab функцию spline [4].

### Результаты и обсуждение

В ходе исследований рассматриваются прямозубые эвольвентные зубчатые колеса со следующими параметрами:

- Исходный контур: ГОСТ 13755-81, ГОСТ Р 50531-93, ОСТ 100219-76
- Число зубьев: 20, 25, 30.
- Модуль, мм: 1.
- Коэффициент смещения (номинальный): 0.2, 0.1, 0, -0.1.

Диапазон изменения коэффициента смещения корректируется, исходя из условия отсутствия подрезания и заострения зубьев. Значения чисел зубьев и коэффициентов смещения выбраны в зоне наибольшего влияния на коэффициент формы зуба, представлен на рисунке 3.

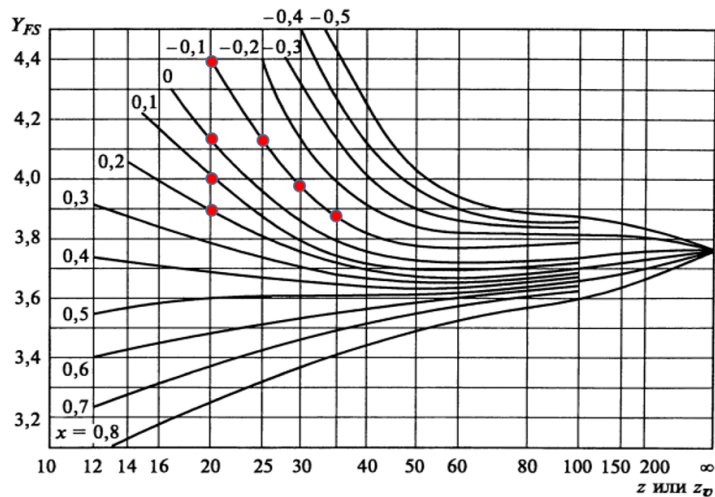


Рисунок 3 – Коэффициенты формы зуба

Значение параметров и коэффициентов исходного контура, взятые из ГОСТ 13755-81, ГОСТ Р 50531-93 и ОСТ 100219-76 представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Значение параметров и коэффициентов исходного контура

	$\alpha$	$h_a^*$	$h_f^*$	$\rho_f^*$	$c^*$
ГОСТ 13755-81	$20^\circ$	1	1,25	0,38	0,25
ГОСТ Р 50531-93	$25^\circ$	1	1	0,35208	0,20328
	$28^\circ$	0,9	0,9	0,34754	0,18438
ОСТ 100219-76	$18^\circ$	1,2	1	0,41585	0,28734

, где  $\alpha$  - угол главного профиля;  $h_a^*$  - коэффициент высоты головки;  $h_f^*$  - коэффициент высоты ножки;  $h_i^*$  - коэффициент граничной высоты;  $\rho_f^*$  - коэффициент радиуса кривизны переходной кривой;  $c^*$  - коэффициент радиального зазора.

На графиках, полученных из программы Matlab представлены зависимости значения коэффициента формы зуба от чисел зубьев (представлен на рисунке 4а) при номинальном коэффициенте смещения  $x=-0.1$ , от номинальных коэффициентов смещения (представлен на рисунке 4б) при числе зубьев  $z=20$ .

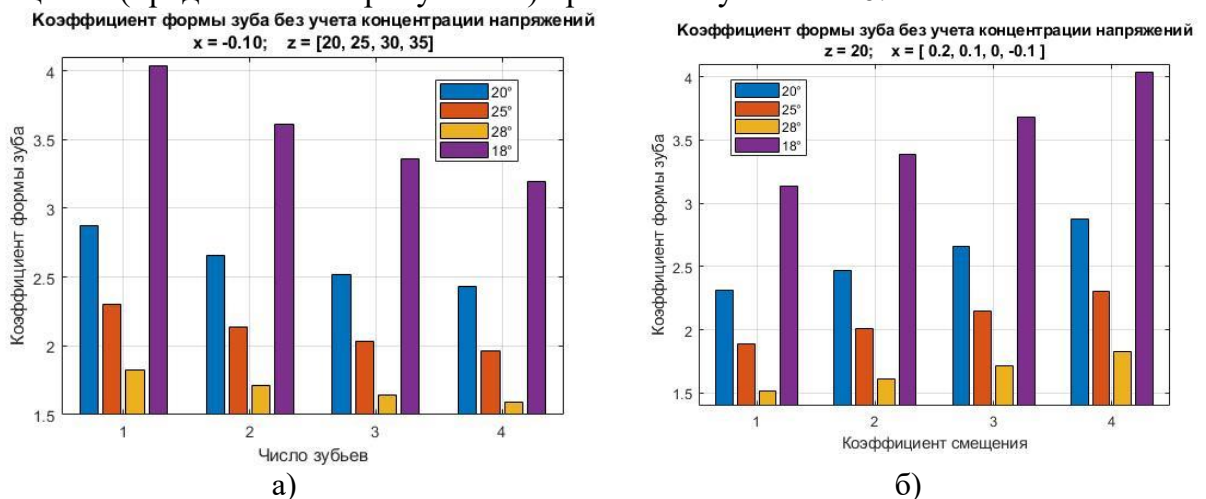


Рисунок 4 – Коэффициент формы зуба без учёта концентрации напряжений: а) график зависимости значения коэффициента формы зуба от числа зубьев, при номинальном смещении  $x=0.5$ : 1 – 12 чисел зубьев; 2 – 20 чисел зубьев; 3 – 30 чисел зубьев; 4 – 35 чисел зубьев; б) график зависимости значения коэффициента формы зуба от номинального коэффициента смещения, при одинаковом числе зубьев  $z=20$ : 1 – 0.2 коэффициент смещения; 2 – 0.1 коэффициент смещения; 3 – 0 коэффициент смещения; 4 – -0.1 коэффициент смещения

Данные, полученные из графиков рисунка 4 отражены в таблице 2.

Таблица 2 – Коэффициенты формы зуба при номинальных коэффициентах смещения

Число зубьев	Номинальные коэффициенты смещения	Значения коэффициента формы зуба			
		$\alpha$			
		18°	20°	25°	28°
20	0.2	3.137 (135,8%)	2.31 (100%)	1.889 (81,8%)	1.521 (65,8%)
	0.1	3.387 (136,7%)	2.47 (100%)	2.008 (81,3%)	1.61 (65,2%)
	0	3.684 (138,7%)	2.656 (100%)	2.146 (80,8%)	1.712 (64,5%)
	-0.1	4.035 (140,4%)	2.874 (100%)	2.304 (80,2%)	1.829 (63,6%)
25	-0.1	3.613 (136,1%)	2.654 (100%)	2.139 (80,6%)	1.715 (64,6%)
30	-0.1	3.362 (133,5%)	2.519 (100%)	2.037 (80,9%)	1.644 (65,3%)
35	-0.1	3.195 (131,6%)	2.428 (100%)	1.967 (81,0%)	1.595 (65,7%)

Для сравнения скобках представлено процентное соотношение исходного контура ГОСТ Р 50531-93 [6] и ОСТ 100219-76 [7] к основному исходному контуру ГОСТ 13755-81 [8].

### Заключение

В ходе работы разработана методика определения профиля зубьев цилиндрической эвольвентной передачи в виде координат ряда точек при различных параметрах исходного производящего контура.

Разработана методика расчёта коэффициента формы зуба ( $Y_F$ ) без учёта коэффициента концентрации напряжений при задании профилей зубьев координатами ряда точек.

Разработано программное обеспечение с использованием пакета прикладных программ MatLab

Проведены расчёты коэффициентов формы зубьев и определены радиусы кривизны в опасных сечениях для исходных контуров по ГОСТ 13755-81, ГОСТ Р 50531-93, ОСТ 100219-76 при различных значениях чисел зубьев и коэффициентов смещения.

Проведено сравнение результатов расчёта. Откуда мы можем сделать выводы такие, что:

1) Применение исходного контура с увеличенным углом профиля 25°, 28° приводит к уменьшению  $Y_F$  следовательно уменьшению изгибных напряжений, рассчитанного геометрически, без учёта коэффициента концентрации напряжений.

2) Применение исходного контура с уменьшенным углом профиля 18° приводит к увеличению  $Y_F$ , следовательно увеличению изгибных напряжений, что подтверждает целесообразность использования контура только для уменьшения виброактивности и массы зубчатой передачи.

### Благодарности

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00178, <https://rscf.ru/project/22-19-00178/>

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Решетов Д.Н. Детали машин: Учебник для студентов машиностроительных и механических специальностей вузов. – 4-е изд., перераб. и доп.- М.: Машиностроение, 1989.-496 с., ил.

2. Egorov, I., Morish, L. Digital approach for the solution of gearing problems. Proceedings

of DETC2003 ASME 2003 Design Engineering Technical Conferences, Chicago, Illinois, USA, September 2-6, 2003, p.483. DETC2003/PTG-48085.

3. ГОСТ 21354-87 «Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчёт на прочность»

4. Использование технологий 3D печати для создания конструкторского макета бутылочного домкрата / А.А. Ищенко, О. Чипензи, А.Ю. Степанов [и др.] // Инновационные идеи в машиностроении: Сборник научных трудов Всероссийской научно-практической конференции молодых учёных, Санкт-Петербург, 24-26 мая 2022 года / Под редакцией А.А. Поповича, Д.П. Гасюка. – Санкт-Петербург: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2022. - С. 313-317.

5. Зубчатые передачи: Справочник // Гинзбург Е.Г. - 2-е изд., перераб. и дополн. – Л.: Машиностроение. 1980. – 416 с.

6. ГОСТ Р 50531-93 «Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Исходный контур высоконапряжённых передач»

7. ОСТ 100219-76 «Зацепления зубчатые. Исходный производящий контур высоконапряжённых цилиндрических зубчатых колёс»

8. ГОСТ 13755-81 «Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные. Исходный контур»

A.A. Ischenko, I.M. Egorov, G.V. Ivanova  
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
Saint Petersburg, Russia, nusha.dog@mail.ru

## **THE INFLUENCE OF THE PARAMETERS OF THE INITIAL CONTOUR ON THE COEFFICIENT OF THE TOOTH SHAPE OF THE GEAR**

### **Abstract**

This work is devoted to the study of the influence of the initial contour on the coefficient of tooth shape at different numbers of teeth and displacement coefficients. Tasks that were solved during the study:

1. Determination of the coordinates of the points of the profiles of the cylindrical involute gear tooth.

2. Calculation of the tooth shape coefficient when setting tooth profiles by coordinates of a few points.

3. Comparison of calculation results for different types of the initial contour.

Graphical schemes and dependencies were developed to determine the coefficient of tooth shape. Calculations were carried out that clearly show the values of the tooth shape coefficient and the radius of curvature at different numbers of teeth and displacement coefficients in the zone of dangerous cross-section. The analysis was carried out numerically using MATLAB software.

As a result, the influence of the parameters of the initial contour on the tooth shape coefficient and the radius of curvature was analyzed. Based on the conducted studies, conclusions were drawn on the choice of a standard initial contour, which leads to a decrease in bending stresses.

*Key words:* initial contour, gearing, involute, bending stresses, Matlab, SolidWorks.