

УДК 119+511.146
doi:10.18720/SPBPU/2/id24-452

Колесников Андрей Витальевич,
зав. отделом, канд. филос. наук, доцент

ИРРАЦИОНАЛЬНОСТЬ В ИСТОРИЧЕСКОЙ ДИНАМИКЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Беларусь, Минск, Институт философии НАН Беларуси, andr61@mail.ru

Аннотация. В работе исследуется влияние точности представления иррациональных констант на итерирование одномерных нелинейных отображений. Показано, что при различных значениях параметров малые вариации точности представления констант могут существенно влиять на поведение решений. Используются методы приближённой оценки показателя Ляпунова. В качестве примеров приведены тоновые карты показателя для констант π и e . Показано, что иррациональность фундаментальных констант является фактором вариативности исторических сценариев эволюции нелинейных систем.

Ключевые слова: хаос, нелинейные отображения, иррациональные константы, число Эйлера, пассионарный осциллятор.

Andrey V. Kolesnikov,
Head of Department, Candidate of Philosophy Sciences

IRRATIONALITY IN THE HISTORICAL DYNAMICS OF NONLINEAR PROCESSES

Institute of Philosophy of the NAS of Belarus, Minsk, Belarus,
andr61@mail.ru

Abstract. The paper investigates the influence of the accuracy of representation of irrational constants on the iteration of one-dimensional nonlinear mappings. It is shown that for different parameter values, small variations in the accuracy of the constants' representation can significantly influence the behavior of solutions. Methods for approximate estimation of the Lyapunov exponent are used. As examples, tone maps of the indicator for the constants π and e are given. It is shown that the irrationality of fundamental constants is a factor in the variability of historical scenarios for the evolution of nonlinear systems.

Keywords: chaos, nonlinear mappings, irrational constants, Euler number, passionary oscillator.

Введение

В разное время представления о степени предопределённости, воспроизводимости и общем характере течения динамических нелинейных процессов, сопровождающих эволюционные трансформации сложных систем, менялись. Первоначально, в период классической науки, прежде всего механики, считалось, что детерминированные динамические процессы гладки и закономерны, а течение их предопределено.

Наиболее качественная трансформация взглядов на механический детерминизм произошла в последней трети прошлого двадцатого века. Эта трансформация была связана с появлением теории хаоса и углублением понимания нелинейной динамики.

Митчелл Фейгенбаум исследовал одномерные унимодальные нелинейные отображения, способные переходить к хаосу через серию бифуркаций удвоения периода. На этой основе им была предложена теория универсальности и введены две иррациональные константы – инварианты Фейгенбаума. Одно из отображений, которое исследовал Фейгенбаум, содержало, кроме функции синуса, константу π .

Поведение одномерных унимодальных отображений, переходящих к хаосу, исследовано хорошо. Однако вопросу влияния точности представления фундаментальных констант, в упомянутом случае числа π , уделялось мало внимания.

1. Постановка задачи

1.1. Описание предметной области

Иррациональные константы связаны с фундаментальной структурой нашего мира и отображают особенности его устройства.

Фундаментальные иррациональные константы представляют собой скорее не количество, но некоторый алгоритм. Будучи одним числом или, по крайней мере, записываемые и обозначаемые одним числом, они на самом деле содержат в себе бесконечное количество информации.

Вопрос состоит в том, убывает ли значимость информации по мере продвижения вглубь константы. Представляет ли собой вычисление каждого последующего знака универсальной константы лишь уточнение её значения и убывает ли значимость каждого следующего разряда по мере удаления от точки. Имеет ли какое-то значение для судеб мира, например, 1024 знак числа π или e . Может быть этот разряд имеет уже чисто теоретический технический интерес, но никак не способен значимо влиять на какие-либо вычисления и модели, использующие фундаментальные константы. Может ли быть точность представления фундаментальных констант избыточной.

Этот вопрос представляет собой реинкарнацию более общей философской проблемы о связи прошлого, настоящего и будущего. Можно ли точно зная настоящее, предсказать будущее, зная законы (формулы) превращения прошлого в настоящее. Насколько точно нужно знать значения фундаментальных иррациональных констант, входящих в эти формулы, чтобы точно ими распорядиться и не ошибиться. С какой точностью представления фундаментальных иррациональных констант производятся объективные вычисления или, метафорически выражаясь, сколько разрядов использует калькулятор Создателя. Если вселенский калькулятор использует всегда одинаковую разрядность вычислений и фиксированные значения констант, то теоретически должен существовать единственный мировой сценарий, о котором упоминал ещё Лаплас, описывая своего демона.

В классическом математическом анализе принято считать разрядность вселенского калькулятора неограниченной, бесконечной. В этом варианте иррациональные константы представлены и объективно существуют в своём точном, единственном, но непостижимом значении. Но принято считать, что для всякой задачи существует своя приемлемая точность и избыточными, предельно малыми и вообще незначимыми далёкими разрядами иррациональных констант можно без потери сущности пренебречь. Но так ли это и всегда ли это так. Пренебрегает ли вселенский калькулятор малыми разрядами, округляет ли он значения фундаментальных постоянных.

1.2. Определение проблемы

Между нулём и единицей потенциально содержится бесконечное количество информации. Туда может вместиться любая система, даже вся Вселенная с её ведомыми и неведомыми законами и объектами. Таким образом, мы можем обозначить некоторое произвольное состояние

мыслимой системы систем, Вселенной, например, состояние «сейчас», через x , лежащим где-то между нулём и единицей.

Кроме Вселенной во Вселенной больше ничего нет. Следовательно, она причина себя самой, и она творит сама себя. Она может это делать, например, возводя саму себя в свою собственную степень x^x . Мы оставляем за рамками рассмотрения вопрос о Творении, так как он выходит за пределы научного познания.

Возведение системы самой себя в свою собственную степень, самоумножение может происходить с разной интенсивностью, определяемой некоторым совокупным параметром k . Таким образом, мы приходим к модели пассионарного осциллятора:

$$x_{i+1} \leftarrow x_i^{k \cdot x_i}. \quad (1)$$

В принципе всякая система, включая всю Вселенную в целом, может демонстрировать лишь три основных вида динамического поведения – эволюцию к стационарному состоянию, колебания различной степени сложности и хаотическую динамику. Пассионарный осциллятор демонстрирует все эти формы динамики в зависимости от значения параметра k .

Формула пассионарного осциллятора рассматривается нами в качестве когнитивного протоконструкта и обретает отчасти сакральный смысл, символизируя, некоторым образом, судьбу Вселенной от акта её первоначала, а также репрезентируя некоторые её фундаментальные свойства.

Первоначальное ничто, то, которое предшествовало первоначалу или аксиоматически присутствовало изначально, в арифметическом смысле символизируется нулём. Ноль – это важное и едва ли не самое фундаментальное число – онтологический локус существования. Ноль – это уже утверждение «есть». Нет ничего, но это ничего, тем не менее, существует. Ноль заставляет задуматься о самой природе реальности, а также числа, как образа или модели этой реальности.

Теоретически между нулём и единицей можно разместить всю Вселенную, так как множество вещественных чисел бесконечно. Участок числовой оси между нулём и единицей информационно неисчерпаем. Следовательно, в него мы можем поместить все судьбы мира. Единица, таким образом, предстаёт предельным накалом бытия Вселенной, её высшей, предельно плотной горячей точкой. Всё, что между, предстаёт состоянием вещественного космоса разной степени разрежённости. А вот ноль. Он представляется самым интересным элементом этой образной аналогии. Что есть ноль. Ничего, но ничего мыслимое и обозначаемое. Ничего, каким-то образом бытийствующее и проявляющееся. Ноль – первопотенция бытия или то самое флуктуирующее ничто.

Постулат о флуктуирующем ничто исходит из положения об отсутствии Абсолюта. Ничто, тем не менее, будучи ничто, не может являть

собой и мыслиться застывшей вечностью полного отсутствия. Отсутствие числа, предполагает локус его присутствия. Хаос и Хронос уже присутствуют в этой полной, но неабсолютной темноте. Таким образом, ноль уже темпорален, в нём присутствует потенция быть числом, а, следовательно, он почти ноль, так как нет и не может быть и мыслиться ничего абсолютного.

В современной арифметике нет единого мнения относительно того, чему будет равен ноль, возведённый в свою собственную степень. С одной стороны, любое число в нулевой степени равно единице, а с другой, соответствующая точка на графике степенной функции интерпретируется как разрыв. Но если ноль, ничто уже содержит в себе темпоральность, а по сути, представляется образом флуктуирующего ничто, то это почти ничто. Почти ничто, возведённое в степень почти ничто, очевидно произведёт почти единицу, которая также не может быть абсолютной. Здесь мы приходим к уже высказывавшейся нами неоднократно идее темпоральных чисел [1]. Флуктуирующее время, по сути ничто, хронодинамический ноль присутствует во всяком числе. Полная репрезентация темпоральной реальности возможна лишь на основе таких темпоральных чисел.

Как Вселенная, так и человек – темпоральные сущности. Это исторические процессы, совершающиеся во времени. И в том, и в другом случае первоначально представляет собой таинство [по]явления из ничего. Некоторый образ или когнитивный протоконструкт первоначала можно получить, если подставить ноль в формулу пассивного осциллятора: $0^0 \rightarrow 1$.

Таким образом, флуктуирующее почти ничто, возведённое в степень почти ничто, рождает почти единицу – предельно плотную изначальную горячую Вселенную, которая в дальнейшем быстро «остывает» и в зависимости от значения параметра переходит в стационарное состояние, колеблется или переходит в режим квазихаотической динамики.

Но может ли столь простое одномерное отображение каким-то образом репрезентировать столь сложную и многомерную Вселенную. В строгом научном физическом смысле, конечно, нет. Но именно исследуя подобные одномерные нелинейные отображения Митчелл Фейгенбаум пришёл к формулировке своей теории универсальности и открытию двух фундаментальных иррациональных констант – инвариантов Фейгенбаума, которые появляются в динамике гораздо более сложных нелинейных систем, так как в основе сценариев их перехода к хаосу изначально лежат каскады бифуркаций изменения кратности периода колебаний [2].

Поскольку ноль, как и всякая сущность, как и всякое число, интерпретируемое как темпоральное, не может быть никогда равен сам себе, то и производимая пассивным осциллятором почти единица никогда не равна единице абсолютной и никогда не может быть в точности воспроизведена. Из этого следует фундаментальный вывод о невозпроизводимос-

ти, необратимости и событийности истории. Всякое «почти» меняет ход исторического процесса и приводит к абсолютно различному сценарию, что обозначено общеизвестным эффектом бабочки. В общем случае сходное прошлое вовсе не гарантирует сходное будущее. Нелинейные динамические системы бывают крайне чувствительны к любым, предельно малым флуктуациям, а именно фон этих нулевых флуктуаций и составляет основу мира, то самое изначальное флуктуирующее ничто.

В какой степени предопределён мир, а также судьба всякой, составляющей его динамической подсистемы. Устройство Вселенной определило несколько фундаментальных констант, которые входят составной частью в основополагающие математические модели реальности. Число π , число e , число Φ (Золотое сечение). Все перечисленные математические константы иррациональны, то есть их значение приблизительно и теряется в бесконечности, но мы теоретически можем вычислить их с точностью до любого знака. Означает ли это, что судьбу мира можно предсказать с любой точностью, и, вообще определена ли эта судьба в принципе. Приближает ли нас к знанию будущего каждый следующий знак в оценке π , e .

2. Моделирование системы

2.1. Обоснование выбора языка моделирования

Попробуем дать ответ на этот вопрос на основе итерирования формулы пассионарного осциллятора. Для этого перейдём к тождественному выражению с использованием основания натурального логарифма. Формула (1) примет вид:

$$x_{i+1} \leftarrow e^{kx_i \ln x_i}. \quad (2)$$

С максимально возможной точностью число e представлено в наборе констант и математических функций любого языка программирования. В данном случае мы будем использовать JavaScript. Проведём вычислительный эксперимент следующим образом. При всех прочих одинаковых условиях (начальное значение x , значение параметра k) проитерируем формулу пассионарного осциллятора на достаточную глубину при различной, но высокой точности представления константы e и сопоставим полученные решения. Для сопоставления мы будем использовать формулу

$$\Lambda(x_0, k) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N \ln \left| \frac{(f(x_0, k, e^*) - f(x_0, k, e))}{(e^* - e)} \right| \quad (3)$$

Данная формула предложена нами на основе идеи показателя Ляпунова, хотя в строгом смысле не тождественна этому показателю. Однако метод работает. Функция принимает отрицательные значения, когда решения сходятся, совпадают, и отрицательные значения, когда решения расходятся, становятся различными. Будем проводить двойное итерирование с небольшой разницей в точности представления числа e для различных

значений x_0 и параметра k . Результаты оценки показателя будем наносить на график в осях k, x_0 (рис. 1). Отрицательные значения обозначены красным цветом, а положительные зелёным. Интенсивность тона соответствует количественной величине показателя. Ранее аналогичные карты были нами получены для числа π и одного из одномерных унимодальных отображений [3, с. 40–49], также способных переходить к хаосу через серию бифуркаций удвоения периода.

Понимание алгоритма построения имеет значение для восприятия и интерпретации изображения. Компьютерная программа реализует следующие действия. Последовательно для каждой пары значений k, x_0 производится две серии итераций формулы пассионарного осциллятора, содержащей константу e . В первой серии итераций используется значение константы e с точностью до 8-го знака. Во второй серии итераций используется значение константы e , представленное в свойстве класса Math.E интерпретатора JavaScript. Одновременно с этим для каждой пары значений k, x_0 по результатам двух серий итераций вычисляется значение показателя лямбда, которое и наносится на итоговый график.

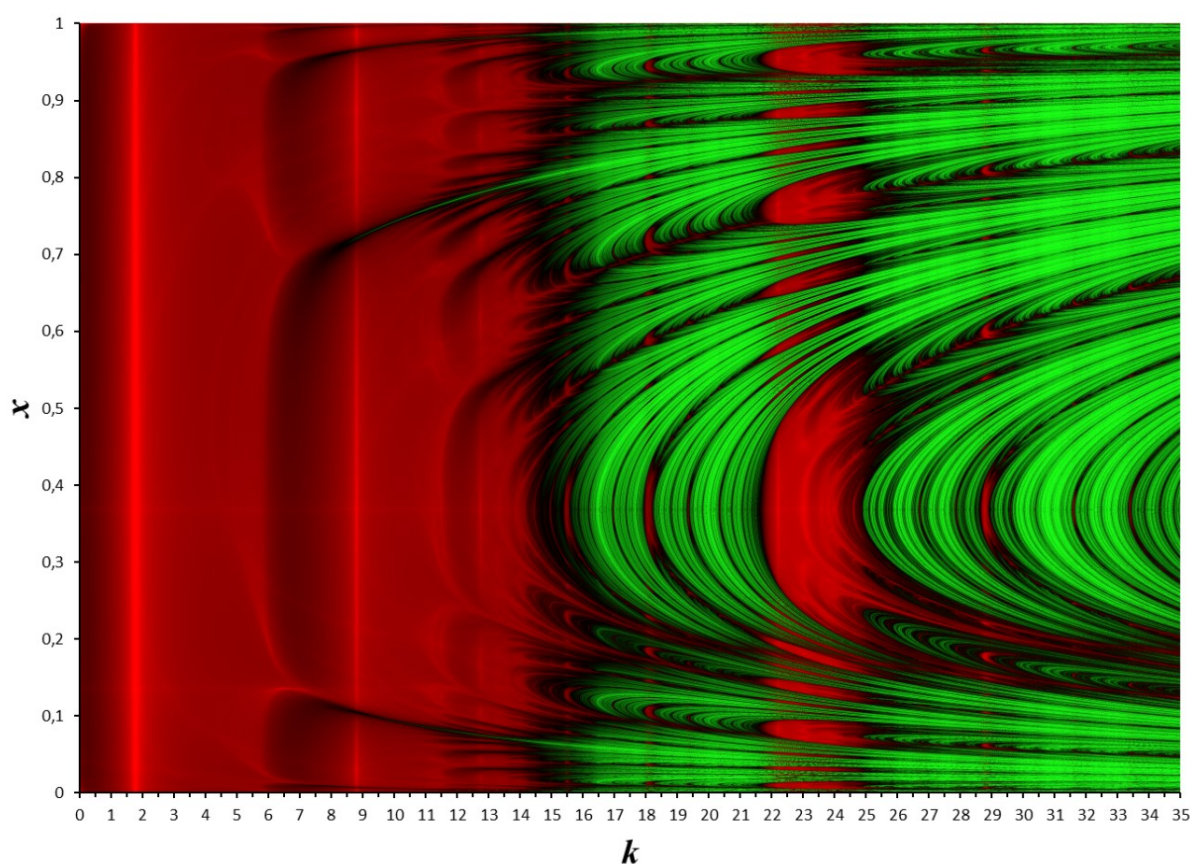


Рис. 1. Тоновая карта показателя $\Lambda(x_0, k)$: красным цветом обозначены зоны отрицательных значений, а зелёным зоны хаоса, где оценка показателя положительна

2.2. Интерпретация модели

В результате вычислительного процесса в поле значений параметров проявляется карта взаимосвязи и распределения порядка и хаоса,

устойчивости и нестабильности. Изображение наглядно демонстрирует, как тонко, неразрывно взаимосвязаны и сложно переплетены порядок и хаос в нелинейной динамике. Изысканные сложные структуры хаоса и порядка взаимопроникают и пронизывают друг друга. Метафорически выражаясь, вызывает восхищение красота замысла Создателя, проявляющаяся в этих немислимых фрактальных кружевах.

В метафизическом смысле вычислительный эксперимент свидетельствует о не predeterminedности мирового сценария в общем случае, при наличии прогнозируемых включений. Судьба Вселенной, Солнечной системы, социальной оболочки Земли одновременно и не predeterminedена, и не произвольна. Всякая история нелинейна и представляет собой тонкое единство хаоса и проявлений порядка. Всякая история единична. Единична и уникальна история Вселенной, единична и уникальна история народов и государств, единична и уникальна судьба каждого человека и каждого атома во Вселенной. Переплетаясь и взаимодействуя эти индивидуальные линии судеб создают и играют единичный спектакль общей мировой судьбы и динамики.

Фундаментальные константы π и e , которые очевидно связаны с самой сутью замысла мироздания, иррациональны и трансцендентны, как иррационально и трансцендентно само бытие сущего. Может возникнуть вопрос, для чего всё это, каким образом какая-то странная метафизика, хаотическая динамика, темпоральные числа могут повлиять на ход и судьбы цивилизационного развития. Дело, однако, состоит в том, что ключевой проблемой безопасности социума, надёжной и единственной дорогой, ведущей в будущее, является путь познания тонкой механики самой глины творения. Тайна времени, природы духа и субъективности требует новых подходов к пониманию сути самого детерминизма и научного метода. Математика – основной инструмент научного познания и последующего синтеза техники. Будущее требует новой парадигмы и новой математики, так как познание этих ключевых феноменов человеческого существования вряд ли достижимы на основе классических представления и математических методов. Поэтому парадигма киберкосмизма и темпоральная математика представляют собой некоторый вариант ступеней в новую действительность. Это одна из попыток оконтурить философские основания новой парадигмы, содержащей определения ориентиров, целей, методов и средств их достижения.

Познание самих себя, реконструкция целей и смысла своего существования во Вселенной, воспроизведение новых искусственных носителей культуры, разума и субъективности на более универсальной вещественной оболочке с целью реализации экспансии и расселения семени разума, культуры и духа по пространству галактики.

Заключение

Нами предложено и исследовано одномерное нелинейное отображение, получившее наименование пассионарного осциллятора. Оно также способно переходить к хаосу через серию бифуркаций изменения кратности периода, однако вид бифуркационной диаграммы несколько отличается от традиционного дерева Фейгенбаума. Формула отображения может быть выражена в том числе через основание натурального логарифма. В данной работе нами исследовалось поведение решений пассионарного осциллятора в зависимости от точности представления иррациональной константы e . Нелинейное точечное отображение, содержащее число e , итерировалось двойными сериями при различающейся точности (до 8-го знака и выше). По результатам итерирования для каждой пары значений параметра k , x_0 вычислялась приближённая оценка показателя лямбда. Значения наносились на тоновый график в координатах k , x_0 . Ранее аналогичная работа была выполнена нами для константы π и тригонометрического унимодального отображения. По результатам моделирования и сопоставления полученных тоновых карт величины и знака показателя лямбда, можно сделать вывод о том, что точность представления иррациональных констант в математических моделях нелинейных процессов в общем случае может существенным образом влиять на решения и являться причиной их разбегания.

Возникает вопрос, а есть ли место для каких-то новых чисел в современных аксиоматических системах. Наиболее очевидный и ожидаемый ответ – нет. Однако темпоральные числа постоянно обнаруживаются экспериментально в опытах моделирования нелинейных динамических процессов. Аксиоматика опирается на очевидность. После открытия феномена детерминированного хаоса в нелинейных математических процессах очевидно, что числа должны отражать признаки существования описываемых ими объектов в реальном времени. Поэтому существующую теорию чисел, включающую лишь вечные числовые множества, целесообразно дополнить временными числовыми структурами (динамическими или кипящими множествами). Время и вечность образуют онтологическое двуединство. Вечные (статичные) и темпоральные числа отображают это онтологическое двуединство противоположностей, подобно тому, как положительные и отрицательные числа отображают двуединство присутствия и отсутствия количества.

Список литературы

1. Kolesnikov A. V., Sirenko S. N., Malinetsky G. G. Chaos, time and temporal numbers // Canadian Journal of Pure and Applied Sciences. – 2020. – Vol. 14. – No. 1. – Pp. 4928–4934.
2. Feigenbaum M. J. Quantitative universality for a class of nonlinear transformations // Journal of Statistical Physics. – 1978. – Vol. 19. – No. 1. – Pp. 25–52.
3. Колесников А. В Киберкосмизм. Цифровая философия темпорального универсума. – Минск: Белорусская наука, 2022. – 315 с.