

Керимов Мухтар Ахмиевич¹,
профессор, д-р техн. наук, профессор;
Керимов Мовсар Мухтарович²,
магистрант

**ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ УБОРОЧНЫХ КОМПЛЕКСОВ КАК
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

¹ Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный аграрный университет, martan-rs@yandex.ru;

² Россия, Санкт-Петербург, Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина), brutus95brutus@yandex.ru

Аннотация. Эффективность работы машин для уборки зерна определяется в значительной степени условиями их функционирования. Для формализации закономерностей влияния условий на технологическую надежность машин целесообразно представить внешние факторы в виде двухкомпонентных систем: «среда-агроценоз» и «среда-технология». Построение математических моделей таких систем производится с использованием априорной информации. Разработка методики решения инженерных задач на основе системного подхода является актуальным вопросом в агротехнологических исследованиях.

Ключевые слова: зерноуборочный комплекс, функционирование, модель, технологическая надежность, векторная функция.

Mukhtar A. Kerimov¹,
Professor, Doctor of Technical Sciences;
Movsar M. Kerimov²,
Master's Student

**PROBABILISTIC-STATISTICAL ANALYSIS OF THE FUNCTIONING
OF HARVESTING COMPLEXES AS DYNAMIC SYSTEMS**

¹ Saint Petersburg State Agrarian University, St. Petersburg, Russia,
martan-rs@yandex.ru;

² Saint Petersburg Electrotechnical University “LETI”, St. Petersburg, Russia,
brutus95brutus@yandex.ru

Abstract. The efficiency of grain harvesting machines is determined to a large extent by the conditions of their functioning. In order to formalize the regularities of the influence of conditions on the technological reliability of machines, it is advisable to present external

factors in the form of two-component systems: “environment-agrocenosis” and “environment-technology”. The construction of mathematical models of such systems is carried out using a priori information. The development of a methodology for solving engineering problems based on a systematic approach is a topical issue in agrotechnological research.

Keywords: grain harvesting complex, functioning, model, technological reliability, vector function.

Введение

К числу характеристик внешней среды, оказывающих значительное влияние на функционирование средств технической оснащенности, относятся сроки начала и продолжительность выполнения уборочных работ. Без их учета модель функционирования системы приобретает детерминированный характер, а решение задачи выбора рациональных параметров и обеспечения технологической надежности зерноуборочных комплексов теряет свою корректность.

Неопределенность в сроках наступления фенологических фаз объясняется воздействием на растения различных факторов. К ним относятся особенности местности, состав почвы и др. Однако определяющими в развитии растений факторами являются термические условия, которые можно считать наиболее устойчивыми статистическими показателями фенологического прогноза.

По данным среднесуточных температур можно прогнозировать дату наступления очередной фазы, используя выражение:

$$t_{i+1} = t_i + \delta_{i+1}, \quad (1)$$

где t_{i+1} – срок наступления очередной $i + 1$ фазы; δ_{i+1} – продолжительность периода между двумя соседними фазами.

Суточное изменение температуры рассматривается как простой марковский процесс:

$$T_e = \bar{T}_e + \varepsilon_e + \rho \varepsilon_{e-1}, \quad (2)$$

где T_e – значение температуры воздуха в сутки с порядковым номером e ; $\bar{T}_e$ – математическое ожидание переменной T в сутки с порядковым номером e , ε_e – случайная переменная с нулевым средним и стандартным отклонением σ_e , ρ – коэффициент автокорреляции, ε_{e-1} – значение случайной переменной для предыдущего дня ($e - 1$).

Продолжительность периода между двумя соседними фазами развития растений зависит от температуры окружающей среды и определяется формулой

$$K = \frac{O}{t - \Theta}, \quad (3)$$

где K – продолжительность межфазного периода, дни, O – сумма эффективных температур, которая является постоянной величиной для данной

культуры, °C, t – средняя суточная температура воздуха за рассматриваемый период, °C, Θ – значение нижнего предела эффективной температуры для рассматриваемой зерновой культуры, принятого равным 5 °C.

Показатели суммарных значений эффективных температур O , необходимых для наступления фенологических явлений в условиях Северо-Запада России, приведены в [3].

Объект и методика исследования

Наиболее подходящим параметром для определения даты наступления полной спелости и ее прогнозирования применительно к зерновым культурам является дефицит влажности воздуха [3].

Для оценки количества осадков, выпадающих за уборочный сезон продолжительностью n суток, используется следующая методика.

Пусть p – вероятность, что осадки отсутствуют, q – вероятность, что выпадут b мм осадков. Очевидно, что для оценки выпавших осадков за сутки будет справедливо выражение:

$$p + q = 1, \quad (4)$$

а среднесуточное количество осадков b будет равняться:

$$h = q \cdot b. \quad (5)$$

Будем исходить из того, что в июле-августе количество осадков, выпадающих в течение i -го дня, не зависит от состояния погоды в предыдущий день (т. е. осадки носят кратковременный характер) [3]. Принимаем, что количество выпадаемых осадков за n суток распределено по биномиальному закону [1]:

$$(p + q)^n = p^n + np^{n-1}q + \frac{n(n-1)}{2}p^{n-2}q^2 + \dots + \frac{n!}{(n-1)!r!}p^{n-r}q^r + \dots + npq^{n-1} + q^n. \quad (6)$$

Первый член p^n биномиального разложения означает вероятность отсутствия дождей в течение n суток. Соответственно, $np^{n-1}q$ характеризует вероятность события, что за рассматриваемый период дождливым будет один день. Аналогично, исход

$$P_r = \frac{n!}{(n-1)!r!}p^{n-r}q^r \quad (7)$$

есть вероятность того, что r дней из n будут дождливыми, а количество выпавших осадков за этот период составит rb мм.

Для оценки вероятности события, что в течение суток выпадет mb мм осадков, справедливо выражение

$$\left(\frac{k}{m}\right)p^{k-m}q^m. \quad (8)$$

С учетом введенных обозначений выражение для оценки количества осадков, выпавших в среднем за n суток, примет вид:

$$b \sum_{k=0}^{k=n} \left(\frac{n}{k} p^{n-k} q^k \right) = nqr. \quad (9)$$

Когда уборочные работы сдвигаются на сентябрь, характерной особенностью климата является чередование плохой погоды и хорошей. Как правило, плохая погода держится несколько дней. Это же касается и хорошей погоды.

Были исследованы данные, характеризующие изменение погоды в сентябре за 15 лет. Среднемесячное количество осадков за указанный период составляет $m_{\text{ср}} = 55,6$ мм. Среднее квадратическое отклонение σ равняется 29,5 мм, коэффициент вариации $V = 53$ %. Среднее число дождливых дней в месяц за рассматриваемый период составляет $m_{\text{пр}} = 10$; $\sigma_{\text{пр}} = 4,3$. Тогда имеем $q = 0,32$, $V = 43$ %. Соответственно, эффективная продолжительность хорошей погоды $n_{\text{эф}} = 11,52$. Тогда продолжительность периода плохой погоды $n_p = 2,7$. Следовательно, вероятность того, что в сентябре ни один день не будет дождливым $(q)^{n_{\text{эф}}}$ составляет меньше 1 %.

Неопределенность, вызванная вероятностной природой информации о сроках созревания зерновых культур, приводит к значительным погрешностям в определении технологических параметров средств технической оснащенности. Так как решение данной задачи экспериментальным путем сопряжено с большими трудностями, то наиболее целесообразным представляется аналитический способ с использованием вероятностно-статистических характеристик исследуемых процессов. Такая постановка задачи предопределяет переход к вероятностным моделям оценки фенологических явлений [3].

Вероятностная связь между сроками наступления фенологических фаз учитывается коэффициентами корреляции, которые удобно представить в виде корреляционной матрицы. Такая матрица для следующих фенологических фаз ячменя: выход в трубку – колошение – молочная спелость – восковая спелость – полная спелость имеет вид:

$$\Phi_{ij} = \begin{vmatrix} 1 & 0,708 & 0,566 & 0,379 & 0,312 & 0,337 \\ & 1 & 0,455 & 0,554 & 0,232 & 0,139 \\ & & 1 & 0,782 & 0,828 & 0,791 \\ & & & 1 & 0,776 & 0,659 \\ & & & & 1 & 0,933 \\ & & & & & 1 \end{vmatrix}. \quad (13)$$

Полученные значения парных корреляций указывают на тесную положительную связь между фенологическими явлениями. Поэтому в смоделированных вариантах погодных условий эта связь должна быть сохранена и учтена.

Результаты статистического анализа архивных метеоданных (см. табл. 1) свидетельствуют о том, что наиболее подходящей моделью, характеризующей продолжительность проведения уборочных работ, является нормальное распределение Гаусса, а в некоторых случаях (например, для овса) может использоваться β -распределение [2].

Таблица 1

Числовые характеристики распределений продолжительности уборки зерновых культур

Зерновая культура	m , дни	Σ , дни	V , %	β_1	β_2	λ^2
Овес	12,98	3,86	29,73	1,919	5,089	5,857
Ячмень	12,73	3,05	23,91	0,046	2,243	5,001

Объем выборки по каждой культуре составлял 100–200 проб за сезон. Это соответствует второму и третьему порогу вероятности безошибочных прогнозов, которые характеризуются следующими показателями [4]:

- повышенная ответственность $L_2 = 0,99$; $t_2 = 2,57$; $n_2 \geq 100$;
- высокая ответственность $L_3 = 0,999$; $t_3 = 3,39$; $n_3 \geq 200$.

Здесь t – критерий надежности порога безошибочных прогнозов; L – доверительная вероятность; N – объем выборки.

Разработана модель, которая позволяет с определенной вероятностью прогнозировать дату начала и продолжительность выполнения уборочных работ. Методика оценки этой вероятности заключается в следующем.

Пусть ожидаемый срок t начала уборочных работ приходится на 218–222 день с начала года (т. е. на 6–10 августа). Тогда, зная математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение даты начала уборки зерновой культуры ($m = 214$; $\sigma = 10$), можно оценить вероятность такого прогноза по следующей формуле:

$$P(x_1 < t < x_2) = \Phi\left(\frac{x_2 - m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - m}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{222 - 214}{10}\right) - \Phi\left(\frac{218 - 214}{10}\right) = \Phi(0,8) - \Phi(0,4) = 0,1327$$

где $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

Нетрудно заметить, что при увеличении границ временного интервала x_1 и x_2 происходит увеличение вероятности P_t , характеризующей начало механизированных работ в указанные сроки.

При формализованном описании процессов выполнения уборочных работ используются усеченные теоретические распределения, т. е. распределения, получаемые из исходных путем ограничения области допустимых значений случайной величины.

Результаты исследования

Формализация условий функционирования зерноуборочных комплексов заключается в обосновании вероятности совпадения сроков созревания различных, одновременно возделываемых в хозяйстве зерновых культур. Такая необходимость обусловливается следующими обстоятельствами. Как правило, в большинстве хозяйств Северо-Запада возделывается 3, а в некоторых до 4 видов зерновых культур. Полноценный и максимальный урожай зерна можно получить, если убрать эти культуры в оптимальные фазы:

– на продовольственно-фуражные цели – в середине восковой спелости (при $W = 28\text{--}26\%$);

– на семена – в конце восковой спелости (при $W = 24\text{--}21\%$).

Так как продолжительность восковой фазы не превышает 8–10 дней, то приходится предусматривать возможность одновременной обработки на зерноочистительно-сушильном пункте нескольких культур, число которых может быть установлено следующим образом.

Были обработаны статистические данные, характеризующие разницу в сроках наступления восковой спелости отдельных культур. Результаты приведены в табл. 2.

По «Нормам технологического проектирования» продолжительность уборки одной культуры составляет 8 дней. Тогда вероятность несовпадения сроков начала уборочных работ для двух культур выразится формулой:

$$P_{\text{нс}}(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{m_{\text{н}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{m-m_{\text{н}}}{\sigma}\right) dm = 0,5 + \Phi\left(\frac{m-m_{\text{н}}}{\sigma}\right),$$

где m – разница в сроках начала уборочных работ для двух культур, дни, σ – среднее квадратическое отклонение, дни, $m_{\text{н}}$ – нормативная продолжительность уборки одной культуры, дни, $\Phi(z)$ – функция Лапласа.

Таблица 2

Оценки статистических данных, характеризующих разницу в сроках наступления восковой спелости отдельных культур

Зерновые культуры	m , дни	σ , дни	V , %	β_1	β_2	χ^2
Рожь-ячмень	7,83	7,21	92,10	0,654	3,811	3,639
Рожь-пшеница	16,88	10,87	64,45	0,085	3,947	0,651
Рожь-овес	18,30	5,89	32,18	0,029	3,413	0,822
Ячмень-пшеница	10,38	10,02	96,51	0,298	3,756	3,895
Ячмень-овес	8,36	5,69	68,06	0,033	1,974	4,552
Овес-пшеница	–1,86	7,73	–41,61	0,488	3,786	6,533

Если полученное значение вероятности $P_{\text{нс}} \geq 0,8$, то обработку таких культур можно планировать на одной технологической линии. В противном случае поступление зерновороха считается одновременным и

потребуется отдельная линия для каждой культуры. В результате для хозяйств, возделывающих все 4 вида перечисленных зерновых культур, необходимо иметь 3 поточные семеочистительно-сушильные линии.

На растительную массу непосредственно в полевых условиях воздействует зерноуборочный комбайн. Пропускная способность комбайна в основном определяется влажностью зерна W_z и соломы W_c . Указанные параметры необходимо рассматривать как функции времени.

Модель условий функционирования зерноуборочного комбайна отображается в виде трехмерного временного ряда:

$$U = \begin{bmatrix} W^{z_1} & W^{z_2} & \dots & W^{z_n} & W^{z_k} \\ W^{c_1} & W^{c_2} & \dots & W^{c_n} & W^{c_k} \\ \Theta^{(1)} & \Theta^{(2)} & \dots & \Theta^{(n)} & \Theta^{(k)} \end{bmatrix},$$

где n – день от начала уборки, $W_i^{(z_1)}$ – влажность зерна, убираемого в $i - 1$ день, $W_i^{(c)}$ – влажность соломы в $i - 1$ день, $\Theta^{(i)}$ – продолжительность уборочного сезона (агротехнические сроки), дни.

Элементы одномерного ряда U_1 представляют собой осредненные оценки влажности зерна за день. Одномерный ряд U_2 включает оценки влажности соломы для каждого дня уборочного сезона. Для ряда U_3 в качестве элементов рассматривается продолжительность работы комбайна в течение дня.

Статистический анализ характеристик временных рядов позволяет оценить наиболее существенные стороны изменения условий функционирования зерноуборочных комплексов (см. табл. 3).

Таблица 3

Статистические оценки временных рядов, характеризующих условия функционирования зерноуборочных комплексов

Культура	Параметр ряда	μ_1	Σ	V	A	E	β_1	β_2
Ячмень	U_1	26,723	5,102	0,191	0,057	-1,139	0,003	1,861
	U_2	34,052	4,560	0,134	0,277	-0,469	0,077	2,531
	U_3	8,128	1,216	0,150	0,071	-0,031	0,005	2,969

Для описания временных рядов используются оценки векторов математических ожиданий μ и ковариационной матрицы B . Полученные числовые характеристики указанных параметров по ячменю представлены в виде следующей системы:

$$\mu = [8,128 \quad 26,723 \quad 34,052],$$

$$B = \begin{bmatrix} 3,207 & -0,973 & -2,921 \\ & 27,847 & 19,013 \\ & & 35,714 \end{bmatrix}.$$

Заключение

1) Модель функционирования зерноуборочного комплекса как многопараметрической системы в концепции «вход-выход» имеет вид

$$Y = F[X, E].$$

Составляющие векторов X и E представляют собой случайные процессы (дискретные последовательности).

Наиболее важными параметрами векторной функции X являются влажность и засоренность убираемой зерновой массы. Вероятностная природа формирования указанных параметров обуславливает необходимость проведения экспериментальных исследований по изучению и набору оценок их статистических характеристик. Вектор-функция E неуправляемых параметров интерпретируется как помеха.

2) Формализованное описание закономерностей, учитывающих влияние погодных условий на продолжительность работ по уборке зерна представляет собой сложную инженерную задачу. Это объясняется тем, что биологические особенности созревания зерновых культур связаны с целым рядом природно-климатических, технологических, организационных и других факторов. Реакция растения как живого организма на воздействие указанных факторов не всегда носит линейный и аддитивный характер, также нередко наблюдается корреляция между отдельными факторами.

3) Экспериментальными исследованиями установлено, что имеет место наличие и в растениях, и в окружающей среде инерционных элементов, которые обуславливают воздействие текущего состояния внешних факторов на растение через определяющее влияние предшествующего периода.

Обеспечение технологической надежности зерноуборочных комплексов предусматривает систематический сбор и учет данных, характеризующих природно-климатические условия и фенологические явления зерновых культур.

Список литературы

1. Бородюк В. П. Статистические методы математического описания сложных объектов. – М., 1981. – 89 с.
2. Системный анализ и принятие решений: Словарь-справочник / Под ред. В. Н. Волковой, В. Н. Козлова. – М.: Высшая школа, 2004. – 616 с.
3. Керимов М. А. Идентификация технологических процессов зерноочистительных машин и комплексов // В кн.: Фундаментальные исследования в технических университетах (материалы научно-технической конференции Государственного технического университета, 25–26 июня 1998 г.). – СПб., 1998. – С. 204–205.
4. Керимов М. А., Валге А. М. Оптимизация и принятие решений в агроинженерии. – М.: Издательско-книготорговый центр «Колос-с», 2021. – 460 с. – ISBN 978-5-00129-211-1. – EDN GOIVYS.