

УДК 004.056

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-508

*Александрова Елена Борисовна*¹,
профессор, д-р техн. наук, доцент;

*Бугаев Вячеслав Александрович*²,
студент;

*Терёшкина Елизавета Александровна*³,
студент

КВАНТОВО-УСТОЙЧИВАЯ УПОРЯДОЧЕННАЯ КОЛЛЕКТИВНАЯ ПОДПИСЬ НА ОСНОВЕ CSI-FISH

^{1,2,3} Россия, Санкт-Петербург,

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

¹ helen@ibks.spbstu.ru, ² bugaev.va@edu.spbstu.ru,

³ tereshkina.ea@edu.spbstu.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема формирования квантово-устойчивой упорядоченной коллективной подписи для обеспечения безопасной маршрутизации. Проанализированы схемы упорядоченных электронных подписей (ЭП), выделены подходы к созданию схем упорядоченной коллективной подписи. Предложена модель предположительно квантово-устойчивой схемы упорядоченной коллективной ЭП, основанной на изогениях эллиптических кривых. Проведен анализ безопасности полученной модели и предложены способы ее применения на практике.

Ключевые слова: постквантовая криптография, криптография на изогениях эллиптических кривых, суперсингулярные эллиптические кривые, электронная цифровая подпись, коллективная подпись, упорядоченная цифровая подпись, групповая операция.

*Elena B. Aleksandrova*¹,
Professor, Doctor of Technical Sciences;
*Vyachelsav A. Bugaev*²,
Student;
*Elizaveta A. Tereshkina*³,
Student

POST-QUANTUM SAFE ORDERED MULTISIGNATURES BASED ON CSI-FISH

^{1,2,3} Peter the Great St.Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia,
¹ helen@ibks.spbstu.ru, ² bugaev.va@edu.spbstu.ru,
³ tereshkina.ea@edu.spbstu.ru

Abstract. The article contains research of the problem of creating a post-quantum safe ordered multisignature to ensure secure routing. Existing schemes of ordered multisignature are analyzed. Approaches to the creation of ordered multisignatures are formulated. A model of a supposedly post-quantum safe scheme of an isogeny-based ordered multisignature is proposed. The safety analysis of the model is proposed. The ways of applying the model in practice are proposed.

Keywords: post-quantum cryptography, isogeny-based cryptography, supersingular elliptic curves, digital signature, multisignature, ordered signature, group action.

Введение

В современном мире проблема информационной безопасности не теряет своей актуальности, количество процессов, выполняемых с помощью информационных технологий и систем, постоянно растет. Конфиденциальные данные участников этих процессов нуждаются в защите.

В последние годы некоторые компании предоставляют доступ к квантовым вычислительным ресурсам через облачные системы [1], что повышает актуальность алгоритмов, позволяющих за полиномиальное время решать вычислительно сложные задачи, лежащие в основе большинства схем электронной подписи (ЭП). Алгоритм Шора [2] обеспечивает экспоненциальную сложность задач разложения на множители и дискретного логарифмирования в циклической группе. Таким образом, создание схем подписей, предположительно стойких к атакам с применением квантовых компьютеров, является важным. В настоящей работе рассматриваются схемы упорядоченных (иерархических) коллективных ЭП.

1. Постановка задачи

1.1. Описание предметной области

Концепция упорядоченных подписей может применяться в протоколах безопасной маршрутизации [3]. Основной протокол динамической маршрутизации в сети Интернет, BGP (Border Gateway Protocol), предназначен для обмена информацией о достижимости подсетей между

автономными системами (autonomous system, AS). AS – набор маршрутизаторов под единым техническим и административным управлением. Для определения маршрута внутри AS используется протокол внутридоменной маршрутизации (OSPF, RIP). Примером AS может служить интернет-провайдер или сеть организации.

В протоколе BGP и его расширениях выделяют понятия *control-plane* (информационные сообщения о маршрутах в BGP) и *data-plane* (трафик, содержащий полезные данные клиентов) [4] и рассматривают следующие задачи безопасности [5]:

- AS Number Authentication (control-plane);
- Prefix Origination Verification (control-plane);
- Path Validation (control-plane/data-plane);
- Data Integrity (control-plane/data-plane).

1.2. Определение проблемы

Анализ безопасных модификаций BGP (psBGP, S-BGP, soBGP, SPV, IRV) показал, что данные протоколы не выполняют проверку маршрута на уровне *data-plane* (см. табл. 1).

Таблица 1

Протоколы безопасной маршрутизации и решаемые в них задачи обеспечения безопасности

Задачи Протоколы	AS Number Authentication		Prefix Origination verification		Path validation		Data Integrity	
	Control plane	Data plane	Control plane	Data plane	Control plane	Data plane	Control plane	Data plane
S-BGP	реш-ся	отсут.	реш-ся	отсут.	реш-ся	не реш-ся	реш-ся	реш-ся
psBGP	реш-ся	отсут.	реш-ся	отсут.	реш-ся	не реш-ся	реш-ся	реш-ся
soBGP	реш-ся	отсут.	реш-ся	отсут.	реш-ся	не реш-ся	реш-ся	реш-ся
SPV	реш-ся	отсут.	реш-ся	отсут.	реш-ся	не реш-ся	реш-ся	реш-ся
IRV	реш-ся	отсут.	реш-ся	отсут.	реш-ся	не реш-ся	реш-ся	реш-ся

Одним из решений этой задачи может быть применение схем упорядоченной коллективной подписи.

Под коллективной подписью (multisignature) будем подразумевать такую схему подписи, для которой справедливы следующие утверждения:

- выполняется агрегирование открытых ключей пользователей;
- выполняется агрегирование подписей пользователей;
- агрегирование выполняется последовательно (sequential);
- выполняется проверка агрегированным открытым ключом агрегированной подписи;
- размеры агрегированных ключа и подписи совпадают с размерами исходных ключей и подписей.

Для упорядоченной коллективной подписи справедливо следующее:

- выполняются все требования к коллективной подписи;
- в агрегированных открытом ключе и подписи заложены требуемый и фактический порядок подписывающих сторон соответственно.

В настоящей работе были исследованы схемы [3, 6, 8]. Каждая из них использует различный математический аппарат, однако все три схемы учитывают порядок подписантов, а также являются схемами коллективной подписи, проверка ЭП агрегированным ключом группы по трудоемкости аналогична проверке открытым ключом участника схемы.

В основу схемы [3] положена задача дискретного логарифмирования, поэтому схема не является стойкой к атакам с применением квантовых компьютеров. Отслеживание порядка подписантов вводится в схему с помощью дополнительных операций, то есть математический аппарат не поддерживает его по умолчанию.

Схема [6] использует изогении эллиптических кривых и основана на задаче CSSI, которая была решена позднее с помощью атаки [7] за полиномиальное время.

Схема упорядоченной подписи [8] на основе делегирования базиса решётки является предположительно стойкой к атакам с применением квантовых компьютеров. Однако формирование и проверка подписи выполняются медленнее, чем в схеме CSI-FiSh [9].

Таким образом, на данный момент не существует схемы упорядоченной ЭП, предположительно стойкой к атакам на квантовом компьютере и использующей аппарат изогений эллиптических кривых.

2. Моделирование схемы упорядоченной коллективной подписи

2.1. Обоснование выбора математического аппарата для моделирования

На основе анализа схем, приведённых выше, сформулированы подходы к созданию схем упорядоченной коллективной подписи.

1) *Использование свойств математического аппарата* [6, 8]. Результирующая изогения в подписи [6] зависит от порядка пользовательских изогений в их композиции.

2) *Искусственное добавление отслеживания порядка подписания в коллективную подпись* [3]. К схеме коллективной подписи добавлены дополнительные вычисления, результирующее значение которых зависит от того, в каком порядке участники подписывают сообщение.

В качестве математического аппарата для моделирования схемы были выбраны изогении эллиптических кривых, так как с их использованием возможна реализация квантово-устойчивых схем, а в схеме [8] формирование и проверка подписи выполняются медленнее, чем в схеме CSI-FiSh [9].

2.2. Построение модели схемы упорядоченной коллективной подписи

В ходе исследования была модифицирована схема коллективной подписи [10] на основе CSI-FiSh [9] для достижения свойства

упорядоченности. В качестве вычислительно трудной задачи используется задача множественного обращения групповой операции (MT-GAIR). Смоделированная схема является предположительно стойкой к атакам с использованием квантового компьютера.

Схема 1

Генерация параметров. Выбрать стартовую суперсингулярную эллиптическую кривую E_0 (как в CSI-FiSh) и вычислить $N = \#E$. Положить $\mathbb{G} = \mathbb{Z}_N$. Выбрать параметр безопасности λ : $t = \frac{\lambda}{\log_2(k)}$ и криптографические хэш-функции: $H_{agg}: \{0,1\}^* \rightarrow \mathbb{G}$ и $H_{sign}: \{0,1\}^* \rightarrow \{-k+1, k-1\}^t$. В протоколе фигурируют n участников: $P_1, \dots, P_n$.

Генерация ключей. Для каждого j -го пользователя: выбрать $k-1$ закрытых ключей $(x_1^{(j)}, \dots, x_{k-1}^{(j)}) \leftarrow \mathbb{G}$ и соответствующие открытые ключи $(Y_1^{(j)}, \dots, Y_{k-1}^{(j)})$, где $Y_i = [x_i]E_0$ для $i \in [1, k-1]$.

Агрегирование ключей. Каждый участник P_j для $i \in [1, k-1]$ вычисляет коэффициенты агрегирования $a_i^{(j)} = H_{agg}(Y_i^{(j)} || L_{pk})$, где $L_{pk} = (Y_1^{(1)}, \dots, Y_{k-1}^{(1)}, \dots, Y_1^{(n)}, \dots, Y_{k-1}^{(n)})$ – список открытых ключей всех пользователей. Кривые инициализируются как: $(\bar{Y}_1^{(0)}, \dots, \bar{Y}_{k-1}^{(0)}) \leftarrow (E_0, \dots, E_0)$. Каждый участник P_j получает $(\bar{Y}_1^{(j-1)}, \dots, \bar{Y}_{k-1}^{(j-1)})$ от участника P_{j-1} (P_1 работает с $\bar{Y}_i^{(0)}$) и вычисляет $\bar{Y}_i^{(j)} = [a_i^{(j)} \cdot x_i^{(j)} \cdot j] \bar{Y}_i^{(j-1)}$ для $i \in [1, k-1]$, используя свои секретные ключи $(x_1^{(j)}, \dots, x_{k-1}^{(j)})$. В конце P_n вычисляет $\bar{Y}_i = \bar{Y}_i^{(n)} = [a_i^{(1)} \cdot x_i^{(1)} \cdot 1] \dots [a_i^{(j)} \cdot x_i^{(j)} \cdot j] \dots [a_i^{(n)} \cdot x_i^{(n)} \cdot n] E_0 = [a_i^{(1)} \cdot x_i^{(1)} \cdot 1 + \dots + a_i^{(j)} \cdot x_i^{(j)} \cdot j + \dots + a_i^{(n)} \cdot x_i^{(n)} \cdot n] E_0$ для $i \in [1, k-1]$ и отправляет агрегированный ключ $Agg = (\bar{Y}_1, \dots, \bar{Y}_{k-1})$ остальным участникам.

Формирование подписи. Обязательство. P_j выбирает $(b_1^{(j)}, \dots, b_t^{(j)}) \leftarrow \mathbb{G}$. Стартовые кривые инициализируются как $(E_1^0, \dots, E_t^0) \leftarrow (E_0, \dots, E_0)$. Участник P_j получает $(E_1^{(j-1)}, \dots, E_t^{(j-1)})$ от P_{j-1} и вычисляет $E_i^{(j)} = [b_i^{(j)} \cdot j] E_i^{(j-1)}$ для $i \in [1, t]$. В конце P_n вычисляет $E_i^{(n)} = [b_i^{(n)} \cdot n] E_i^{(n-1)} = [b_i^{(1)} \cdot 1] \dots [b_i^{(j)} \cdot j] \dots [b_i^{(n)} \cdot n] E_0$ для $i \in [1, t]$ и рассылает $(E_1, \dots, E_t) = (E_1^{(n)}, \dots, E_t^{(n)})$ остальным. **Запрос.** Каждый участник P_j вычисляет $(c_1, \dots, c_t) = H_{sign}(E_1 \dots E_t || m)$. **Ответ.** Каждый участник P_j вычисляет $r_i^{(j)} = b_i^{(j)} \cdot j - \text{sign}(c_i) a_{|c_i|}^{(j)} x_{|c_i|}^{(j)} j \pmod{N}$ для $i \in [1, t]$,

где $sign(\cdot)$ – знак. Формирование подписи. Каждый участник P_j формирует свою подпись $\sigma^{(j)} = (r_1^{(j)}, \dots, r_t^{(j)}, c_1, \dots, c_t)$.

Агрегирование подписей. Участник P_n вычисляет для $i \in [1, t]$ значение $r_i = \sum_{j=1}^n r_i^{(j)}$. Коллективная подпись $\Sigma = (r_1, \dots, r_t, c_1, \dots, c_t)$.

Проверка подписи. Выполняется проверка коллективной подписи на соответствие агрегированному открытому ключу. Для $i \in [1, t]$ вычисляется $E_i^* = [r_i] \bar{Y}_{c_i}$, $(c_1^*, \dots, c_t^*) = H_{sign}(E_1^*, \dots, E_t^* || m)$ и проверяется равенство $(c_1^*, \dots, c_t^*) = (c_1, \dots, c_t)$. Если оно выполнено, то подпись подлинная, иначе недействительна.

Корректность. $(c_1, \dots, c_t) = H_{sign}(E_1 \dots E_t || m)$. Для проверки $(c_1^*, \dots, c_t^*) = (c_1, \dots, c_t)$ имеем: $E_i^* = [r_i] \bar{Y}_{c_i} = \left[\sum_{j=1}^n b_i^{(j)} \cdot j - sign(c_i) a_{|c_i|}^{(j)} x_{|c_i|}^{(j)} j (mod N) \right] \left[sign(c_i) \sum_{j=1}^n a_{|c_i|}^{(j)} x_{|c_i|}^{(j)} j \right] E_0 = \left[\sum_{j=1}^n b_i^{(j)} \cdot j \right] E_0 = E_i^{(n)}$. То есть $([r_1] \bar{Y}_{c_1}^{(n)}, \dots, [r_t] \bar{Y}_{c_t}^{(n)}) = (E_1^{(n)}, \dots, E_t^{(n)})$, $(c_1^*, \dots, c_t^*) = H_{sign}(E_1^*, \dots, E_t^* || m) = H_{sign}(E_1^{(n)}, \dots, E_t^{(n)} || m) = (c_1, \dots, c_t)$.

Предлагаемая схема наследует от схемы CSI-FiSh стойкость к следующим сценариям атаки:

- 1) *вскрытие личного ключа пользователя:* сводится к задаче обращения групповой операции (MT-GAIR);
- 2) *подделка сообщения:* сводится к поиску коллизии хэш-функции для генерации запросов.

При анализе безопасности предлагаемой схемы относительно нарушения свойства упорядоченности были рассмотрены также следующие сценарии:

- 1) *внедрение в цепочку подписи нарушителя:* если в агрегированном открытом ключе отсутствует ключ нарушителя, то при встраивании подписи нарушителя в цепочку проверка с помощью исходного агрегированного открытого ключа завершится неудачей;

- 2) *комбинирование подписи:* если нарушитель наблюдает подписи от (A, B) и (C, D) по отдельности, то он не сможет сгенерировать корректную подпись для (A, B, C, D) , так как для этого необходимо будет поменять коэффициенты j в подписи, задача сводится к задаче вскрытия личных ключей;

- 3) *изменение порядка подписи сообщения:* в случае сговора пользователей группы не выполнится проверка корректности, так как надо изменить не только коэффициенты j при формировании подписи, но и использовать закрытые ключи другого участника.

Заключение

В работе изучена проблема моделирования квантово-устойчивой схемы упорядоченной коллективной подписи. Построена модель такой схемы. На данный момент предлагаемая схема является единственной

предположительно квантово-устойчивой схемой упорядоченной коллективной подписи, основанной на изогениях эллиптических кривых. Сделаны выводы об устойчивости предложенной модели к ряду сценариев атак на схему подписи, в том числе к атакам, направленным на нарушение свойства упорядоченности. Предлагаемая схема может быть применена на практике в информационных системах при проверке маршрутов сетевых пакетов, а также в системах электронного документооборота для построения иерархических систем.

Список литературы

1. Rodgers J. Quantum computers: available for free from your own home [Electronic resource] // The Tufts Daily – 2023. – URL: <https://www.tuftsdaily.com/article/2023/10/quantum-computers-available-for-free-from-your-own-home> (access date: 31.05.2024).
2. Shor P. W. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring // Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science. – IEEE, 1994. – Pp. 124–134.
3. Ordered multisignatures and identity-based sequential aggregate signatures, with applications to secure routing / A. Boldyreva [et al.] // Proceedings of the 14th ACM conference on Computer and communications security. – 2007. – Pp. 276–285.
4. Feamster N., Balakrishnan H., Rexford J. Some foundational problems in inter-domain routing // Proceedings of Third Workshop on Hot Topics in Networks (HotNets-III). – 2004. – Pp. 41–46.
5. Wan T., Kranakis E., van Oorschot P. C. Pretty secure BGP, psBGP [Electronic resource] // Proceedings of the Network and Distributed System Security Symposium, NDSS 2005, San Diego, CA, USA, January 2005. – URL: <https://www.ndss-symposium.org/ndss2005/pretty-secure-bgp-psbgp/> (access date: 31.05.2024).
6. Ярмак А. В. Схема иерархической аутентификации на основе изогений эллиптических кривых: дипломная работа: 10.05.01 [Электронный ресурс] / Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт компьютерных наук и технологий; науч. рук. Е. Б. Александрова. – СПб., 2018. – URL: <https://elib.spbstu.ru/dl/2/v18-170.pdf/info> (дата обращения: 31.05.2024).
7. Castryck W., Decru T. An efficient key recovery attack on SIDH (preliminary version) // IACR Cryptol. ePrint Arch. – 2022. – Vol. 2022. – P. 975.
8. Федичев А. В. Упорядоченная подпись на основе делегирования базиса решетки: выпускная квалификационная работа специалиста: направление 10.05.01 «Компьютерная безопасность»; образовательная программа 10.05. 01_02 «Математические методы защиты информации» / Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Институт кибербезопасности и защиты информации; научный руководитель Е. Б. Александрова. – СПб., 2022. – URL: <http://elib.spbstu.ru/dl/3/2022/vr/vr22-91.pdf> (дата обращения: 31.05.2024).
9. Beullens W., Kleinjung T., Vercauteren F. CSI-FiSh: efficient isogeny based signatures through class group computations // International Conference on the Theory and Application of Cryptology and Information Security. – Cham: Springer International Publishing, 2019. – Pp. 227–247.
10. de Goyon M., Miyaji A. Isogeny-Based Multi-signature Scheme // International Conference on Information Security Practice and Experience. – Singapore: Springer Nature Singapore, 2023. – Pp. 477–491.