

УДК 519.24

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-532

*Жгун Татьяна Валентиновна*¹,
доцент, канд. физ.-мат. наук, доцент;
*Жгун Антонина Александровна*²,
доцент, канд. техн. наук;
*Проузи Давид Кристофер*³,
магистрант

АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ИНДЕКСА ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ЦЕН С ПОМОЩЬЮ ВЕЙВЛЕТ АНАЛИЗА

^{1,2,3} Россия, Великий Новгород,
Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого,
¹ Tatyana.Zhgun@novsu.ru, ² Antonina.Zhgun@novsu.ru,
³ prowsedavid@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена изучению временного ряда, отражающего Индекс потребительских цен за период январь 1991 – декабрь 2023, с помощью вейвлет-анализа. В рамках данной работы были рассмотрены вейвлет Морле (другие вейвлеты дают похожие результаты). Полученные результаты позволяют увидеть, что анализируемая экономическая система имеет выраженные изменения структуры в 1998, 2014 и 2022 годах, из которых наиболее значительным событием был кризис 1998 года. Анализ нормализованных частот позволяет предположить, что на границах рассматриваемого интервала наблюдения могут быть значительные изменения, схожие по интенсивности.

Ключевые слова: анализ временных рядов, вейвлет-преобразование, нестационарные процессы, индекс потребительских цен.

*Tatyana V. Zhgun*¹,
Associate Professor, Candidate of Physical and Mathematical Sciences;
*Antonina A. Zhgun*²,
Associate Professor, Candidate of Technical Sciences;
*David C. Prowse*³,
Master's Student

ANALYSIS OF THE DYNAMICS OF THE CONSUMER PRICE INDEX USING WAVELET ANALYSIS

^{1,2,3} The Yaroslav-the-Wise Novgorod State University, Velikiy Novgorod, Russia,
¹ Tatyana.Zhgun@novsu.ru, ² Antonina.Zhgun@novsu.ru,
³ prowse david@yandex.ru

Abstract. The article is devoted to the study of a time series reflecting the Consumer Price Index for the period January 1991 – December 2023, using wavelet analysis. As part of this work, the Morlet wavelet was considered (other wavelets give similar results). The results obtained allow us to see that the analyzed economic system had pronounced changes in structure in 1998, 2014 and 2022, of which the most significant event was the 1998 crisis. Analysis of normalized frequencies suggests that there may be significant changes of similar intensity at the boundaries of the observation interval.

Keywords: time series analysis, wavelet-transform, nonstationary processes, consumer price index.

Введение

Развитие гармонического анализа в конце восьмидесятых годов прошлого столетия привело к возникновению нового направления в обработке сигналов, получившее название «вейвлет-преобразование».

Термин вейвлет (wavelet) впервые приведен в статье 1980 года [1], посвященной анализу свойств сейсмических и акустических сигналов. Традиционным инструментом для обработки данных такого типа является преобразование Фурье. Однако предложенное вейвлет-преобразование данных обладает большей информативностью и может выявлять особенности данных, не обнаруживаемые при традиционном подходе.

Частотная информация крайне необходима для более полного анализа сигналов. Зачастую информация, не заметная во временном представлении, проявляется в частотном представлении. Так бывает, например, с электрокардиограммой (ЭКГ). Типичный вид ЭКГ хорошо известен кардиологам. Любое значительное отклонение от него рассматривается как патология. Эта патология не всегда может быть заметна во временном представлении сигнала. Поэтому в последних моделях электрокардиографов для анализа используется и частотное представление сигнала.

Спектр Фурье позволяет выявить наличие той или иной частоты в сигнале. Но по спектру Фурье нельзя узнать, в какой именно момент

времени возникла (или исчезла) та или иная частота. Впрочем, эта информация и не требуется, если сигнал стационарный.

Основная идея вейвлет-преобразования отвечает специфике многих сигналов, демонстрирующих эволюцию во времени своих основных характеристик: среднего значения, дисперсии, периодов, амплитуд и фаз гармонических компонентов. Подавляющее большинство процессов, изучаемых в различных областях знаний, имеют вышеперечисленные особенности [2–5].

Целью данного исследования является исследование временного ряда статистических данных, отражающих изменение индекса потребительских цен методами вейвлет анализа.

Методы исследования

Инженер-геофизик Д. Морле в конце 70-х годов XX в. столкнулся с проблемой анализа сигналов от сейсмодатчиков. Сигнал содержал одновременно две компоненты: высокочастотную и низкочастотную. Высокочастотная компонента характеризовала сейсмическую активность в течение короткого промежутка времени, а низкочастотные составляющие – спокойное состояние земной коры – в течение длительного периода.

Преобразование Фурье позволяет анализировать либо высокочастотную составляющую, либо низкочастотную составляющую, но не обе составляющие сразу. Поэтому был предложен метод анализа, в котором ширина оконной функции для низких частот увеличивалась, а для высоких частот – уменьшалась.

Новое оконное преобразование получалось в результате растяжения (сжатия) и смещения по времени одной порождающей (так называемой скейлинг функции – (scaling function, scalet). Эта порождающая функция была названа вейвлетом. Английское слово wavelet – вейвлет – являющееся переводом французского «ondelette», можно формально перевести на русский язык словосочетанием «маленькая волна», «небольшое колебание», «компактная волна», «всплеск»). На базе такого подхода возникло целое направление в теории обработки сигналов, получившее название вейвлет анализа.

Вейвлет – это функция $\psi(t) \in L^2(R)$ с нулевым средним значением

$$\int_R \psi(t) dt = \hat{\psi}(t) = 0,$$

единичной нормой $\|\psi(t)\| = 1$ и центром в точке $t = 0$. Также необходимо, чтобы преобразование Фурье вейвлет-функции достаточно быстро убывало, а именно

$$|\hat{\psi}(\omega)| \leq C(1 + |\omega|)^{-1-\varepsilon}$$

при некоторых $\varepsilon \geq 0$ и $C > 0$. Для приложений бывает важно, чтобы вейвлет-функция имела N нулевых моментов, т. е.

$$\int_R \psi(t)t^p dt = 0, p = 0, 1, \dots, p-1.$$

Результатом вейвлет-преобразования функции $f(t)$ по анализирующему вейвлету $\psi(t)$ является вейвлет-спектр $W(a, b)$, определяемый как функция

$$W(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{\mathbb{R}} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

где $\psi^*(t)$ – комплексно-сопряженная функция к функции $\psi(t)$, a – переменная, задающая параметр масштаба (большие значения соответствуют низким частотам, малые – высоким), b – переменная, задающая параметр временного сдвига.

Для отрезка дискретного ряда $f(t)$ с единичным шагом вейвлет-спектр

$$W(a, b) = |a|^{-1/2} \sum_{t=1}^N \int_{\mathbb{R}} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right),$$

где a – переменная, задающая параметр масштаба, любое положительное число, b – целое число от 0 до $N-1$.

Визуализация полученных данных может быть различной, но чаще всего изображение проецируется на плоскость ab или ωb , где $\omega = 1/a$.

Анализ результатов

Возьмем в качестве исследуемого ряда данные Федеральной службы государственной статистики. Будем рассматривать Индекс потребительских цен (CPI – consumer price index).

Индекс потребительских цен – один из важнейших макроэкономических индикаторов, позволяющих судить об общем уровне инфляции в стране. Однако это разные показатели. Показателем инфляции считается дефлятор ВВП, который учитывает изменения цен на все товары и услуги, составляющие ВВП.

Методика расчета CPI определена международными стандартами. Для расчета CPI берется фиксированный набор товаров и услуг, характерный для домохозяйства данной конкретной страны. Этот набор называют потребительской корзиной. Индекс CPI вычисляется как отношение стоимости потребительской корзины в текущем периоде к стоимости аналогичной корзины в предыдущем периоде.

В исследовании Росстата, определяющих значение CPI, входит 558 товаров и услуг, участвуют 80 тыс. граждан России, проживающих в 282 населенных пунктах, 80 тыс. организаций розничной торговли. Для определения значения CPI ежемесячно Росстат собирает около 700 тыс. ценовых показателей. Во Франции в потребительскую корзину входит 250 товаров и услуг, в Великобритании – 699, в Германии – 475.

На рис. 1 представлен Индекс потребительских цен за период январь 1991 – декабрь 2023 (384 наблюдения), а точнее, отклонение от единицы этого показателя. Такое разрешение позволяет оценить лишь относительный масштаб преобразований начала девяностых годов относительно

всего периода – значительный всплеск значений в начале периода наблюдения нивелирует дальнейшие изменения.

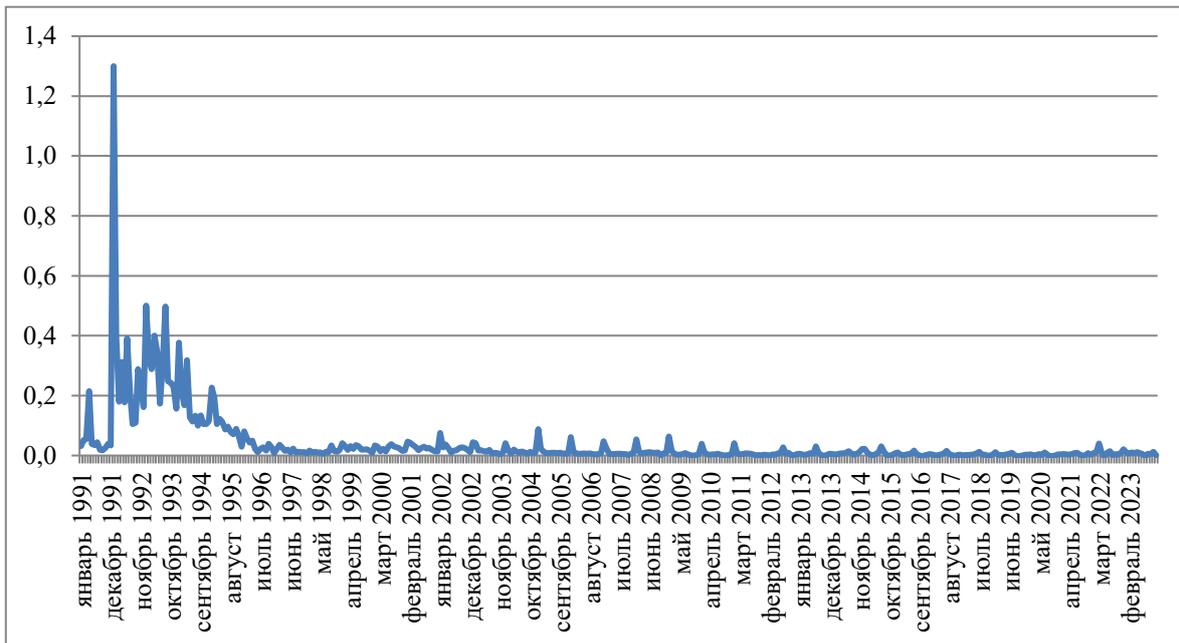


Рис. 1. Индекс потребительских цен за период январь 1991- декабрь 2023

На графике можно увидеть высокочастотную компоненту (резкая активность изменения показателя) в течение короткого промежутка времени и низкочастотные составляющие (спокойное состояние показателя) – в течение длительного периода. Анализ графика позволяет сделать предположение о стабилизации процессов в экономике после 1996 года и об отсутствии структурных изменений после этого года.

Применим вейвлет-преобразование к этому ряду. В качестве анализирующей функции рассмотрим вейвлет Морле. Вычисления производились в среде Mathcad [5, 6].

На рис. 2 представлено построения вейвлет-спектра значения CPI за весь период наблюдения с января 1991 г. по декабрь 2023 г. По оси абсцисс откладывается временная координата, по оси ординат откладывается период – вычисленное значение, обратное к частоте. Полученная картинка отражает частотно-временные характеристики сигнала. Чем больше та или иная частота имеется в сигнале в рассматриваемый момент времени, тем более темным будет оттенок точки на плоскости.

Темные области на рис. 2 (магнитуду визуально можно определить как 0,02–0,04) свидетельствуют о стабильном состоянии исследуемого процесса в наблюдаемый период и, соответственно, об отсутствии предпосылок к изменению рассматриваемого индекса. В то же время яркие области характеризуют обратное. Самые яркие области вейвлет спектра (магнитуда около 0,15) свидетельствуют о наличии некоторой возмущающей силы, вызывающей изменение ситуации с наблюдаемым параметром. Наиболее

сильными являются возмущения 1998 года, а не 1991, как это можно было бы предположить по характеру изменения наблюдаемого параметра.

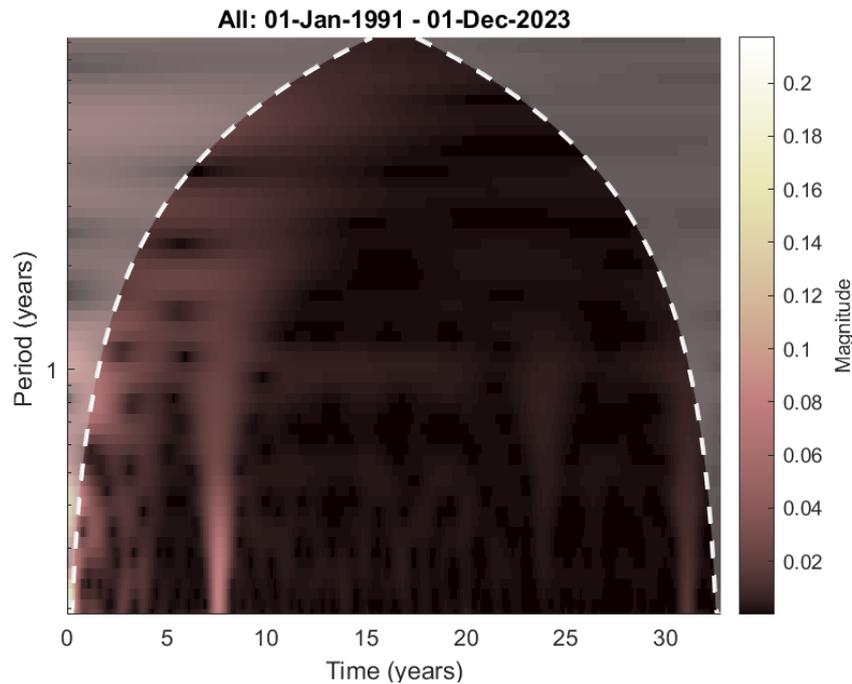


Рис. 2. Построения вейвлет-спектра значения CPI за период с января 1991 г. по декабрь 2023 года

Представление результатов вейвлет-анализа по нормализованным частотам (см. рис. 3) позволяет проследить, какие частоты (периоды) преобладали в рассматриваемый период. Яркая точка в 1998 году показывает, что в этот год имелись сильные, почти мгновенные возмущения системы. И в этом же году наиболее сильно действовали возмущающие воздействия 1994–2000 годов периода около 2,5 и 1,5 лет, а также, возможно, этот год был годом наибольшего влияния 7–8 цикла изменений. Но эта яркая светлая область лежит за пределами границы достоверности, поэтому последний вывод предположительный.

На рис. 4 и 5 более подробно рассмотрена ситуация с начала 2005 года. В этот период можно увидеть вмешательства внешних воздействий в 2014 (слабая засветка около 10 года наблюдения) и в 2022 годах (более сильный всплеск яркости на правом крае наблюдений). Эти воздействия были при другом разрешении незаметны на рис. 1, а при уменьшении интервала наблюдения можно оценить сравнительный масштаб кризисов наблюдаемой системы в 2014 и 2022 годах. Значения магнитуд в эти годы отличается примерно в 2 раза. Можно предположить, что масштаб воздействий на образующие системы страны в эти годы находится в том же отношении. Т. е. изменения в наблюдаемой системе примерно в 2 раза масштабнее в 2022 году, чем в 2014.

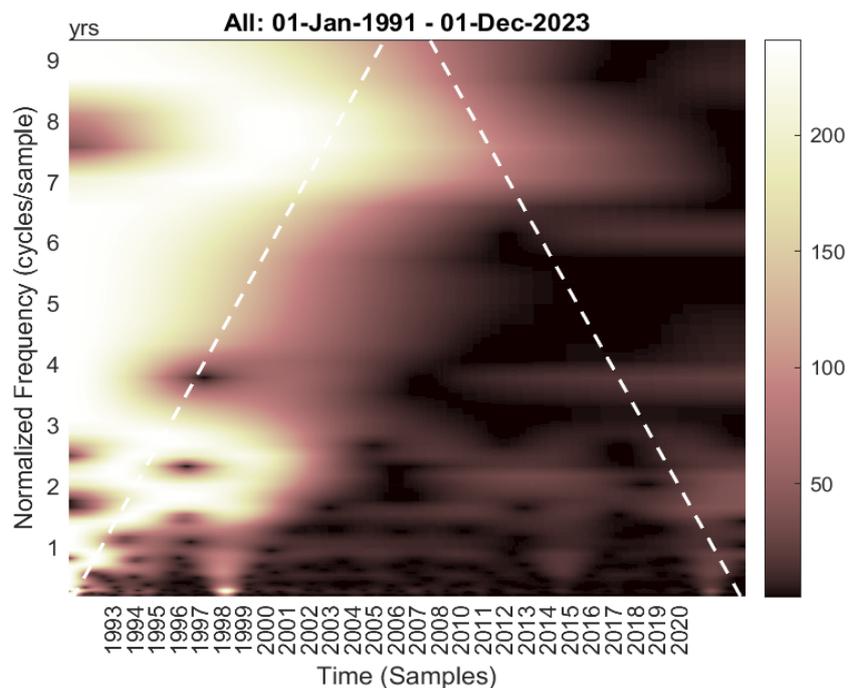


Рис. 3. Построения вейвлет-спектра значения CPI за период с января 1991 г. по декабрь 2023 года по нормализованным частотам

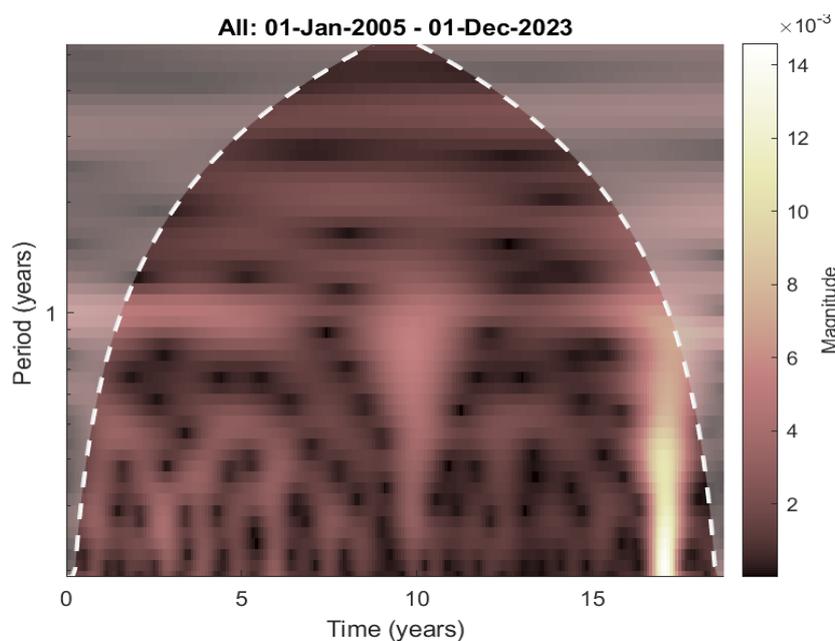


Рис. 4. Построения вейвлет-спектра значения CPI за период с января 2005 г. по декабрь 2023 года по нормализованным частотам

Представление результатов вейвлет-анализа по нормализованным частотам за период с января 2005 г. по декабрь 2023 года (см. рис. 5) позволяет увидеть схожесть ситуаций в 2014 и 2022 годах. Хотя в 2014 году видны более сильные воздействия в среднем диапазоне частот, действующие в интервале 2005–2014 года. Также можно увидеть, что в 2016 году начались изменения структуры на всех частотах: как мгновенных периодом менее года, средних и глубокие структурные изменения в низких

частотах (4–5 лет), окончания действия которых лежит за пределами наблюдаемого периода. Это схоже с ситуацией в начале наблюдения (рис. 3), но там структура менялась на более низких частотах (7–9 лет).

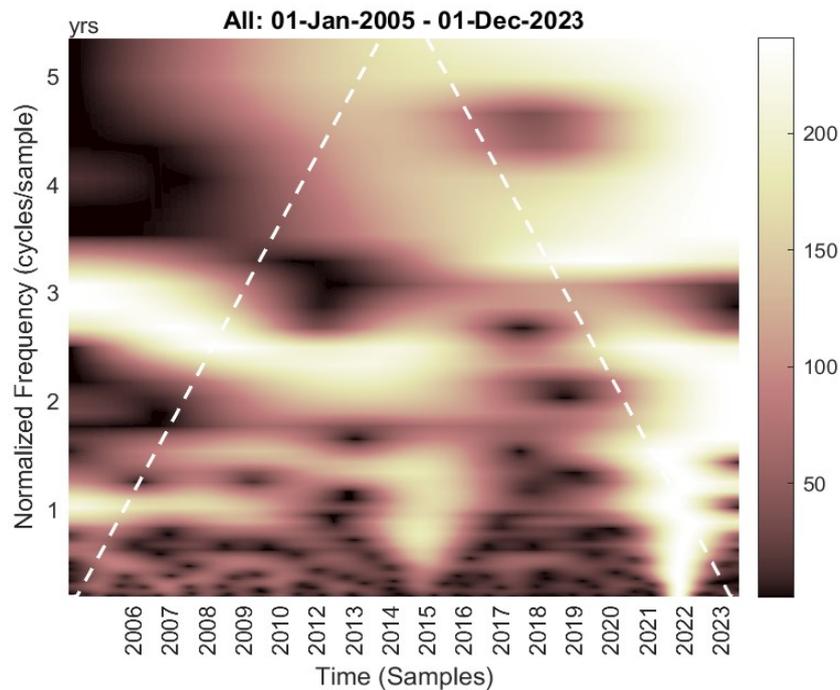


Рис. 5. Построения вейвлет- спектра значения CPI за период с января 2005 г. по декабрь 2023 года по нормализованным частотам

Заключение

При помощи вейвлет анализа временного ряда, отражающего Индекс потребительских цен за период январь 1991 – декабрь 2023 замечено, что анализируемая экономическая система имеет выраженные изменения структуры в 1998, 2014 и 2022 годах, из которых наиболее значительным событием был кризис 1998 г. Сравнение магнитуд позволяет сравнить масштабы изменений: 0,15 для 1998 года, 0,015 для 2022 и 0,007 для 2014 года.

Анализ нормализованных частот позволяет предположить, что на границах интервала наблюдения могут быть значительные изменения, схожие по интенсивности. Изменения такого характера в начале девяностых имели место быть, а изменения далее 2023 года являются прогнозом.

Список литературы

1. Астафьева Н. М. Вейвлет анализ: основы теории и примеры применения // Успехи физических наук. – 1998. – Т. 166. – Вып. 11. – С. 1145–1170.
2. Блаттер К. Вейвлет анализ. Основы теории. – М.: Техносфера, 2004.
3. Воробьев В. И., Грибунин В. Г. Теория и практика вейвлет преобразования. – СПб.: ВУС, 1999.
4. Добеши И. Десять лекций по вейвлетам. – М.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004.
5. Дьяконов В. П., Абраменкова И. В. MATLAB. Обработка сигналов и изображений. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2002.
6. Дьяконов В. П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Р, 2002.