

УДК 539.621

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-93

А.А. Суханов

ВЛИЯНИЕ ПРОТЕКТОРА НА ТРЕНИЕ СКОЛЬЖЕНИЯ



Александр Алексеевич Суханов,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра
Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (812) 552-7801, E-mail: Alexeevich2012@gmail.com

Аннотация

В работе исследуется трение скольжения резины по твердой поверхности, например, автомобильной шины по асфальту, подошвы обуви по тротуару, гранитным или мраморным ступеням и т.п. При этом основное внимание уделяется влиянию протектора на резине или другой податливой основе на величину и природу трения скольжения или покоя. До настоящего времени общепризнанной моделью сухого трения скольжения является модель контактного взаимодействия шероховатостей соприкасающихся поверхностей тел, в которой силы трения обусловлены энергетическими затратами на деформацию неровностей. Если одно из тел является упруго деформируемым, то характер такого взаимодействия становится несколько иным. А при наличии протектора природа возникновения дополнительных сил трения становится принципиально другой.

Ключевые слова: сухое трение скольжения, закон Амонтона–Кулона, резина, протектор, коэффициент Пуассона

Введение

Первые исследования силы трения были проведены великим итальянским художником, скульптором, архитектором, инженером, изобретателем и ученым Леонардо да Винчи [1-2] в 1493 г., установившим, что сила трения, действующая между двумя твердыми телами, прямо пропорциональна силе реакции между трущимися поверхностями и не зависит от площади их соприкосновения. Для уменьшения трения к трущимся поверхностям следует применять смазочные материалы маслянистой структуры.

В 1699 г. французский физик Гийом Амонтон [3] вывел эмпирическую формулу закона сухого трения (1), где \mathbf{F} - вектор силы трения, N - сила нормального давления, μ - безразмерный коэффициент трения, $\mathbf{V} \neq 0$ - вектор относительной линейной скорости, $V = |\mathbf{V}|$ - модуль вектора \mathbf{V} :

$$\mathbf{F} = - \mu N \frac{\mathbf{V}}{V} . \quad (1)$$

В 1748 г. Эйлер [4], а позднее в 1785 г. французский военный инженер и ученый-физик Шарль Огюстен де Кулон [5] подтвердили формулу (1), причем Кулон предложил также обобщённый закон сухого трения с учетом адгезии

$$F = A + \mu N ,$$

где A - сила молекулярного сцепления, которую мы рассматривать не будем в силу ее малости.

В первом приближении сила сухого трения, возникающая при относительном смещении двух твердых тел, имеет релейную зависимость, называемую законом Амонтона–Кулона (рис. 1, *а*). На рис. 1, *б* в увеличенном масштабе представлены шероховатости тел, являющиеся причиной возникновения сухого трения.

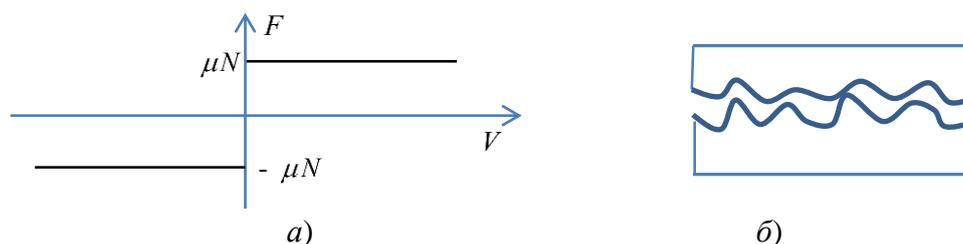


Рис. 1. Сила сухого трения Амонтона–Кулона и ее причина

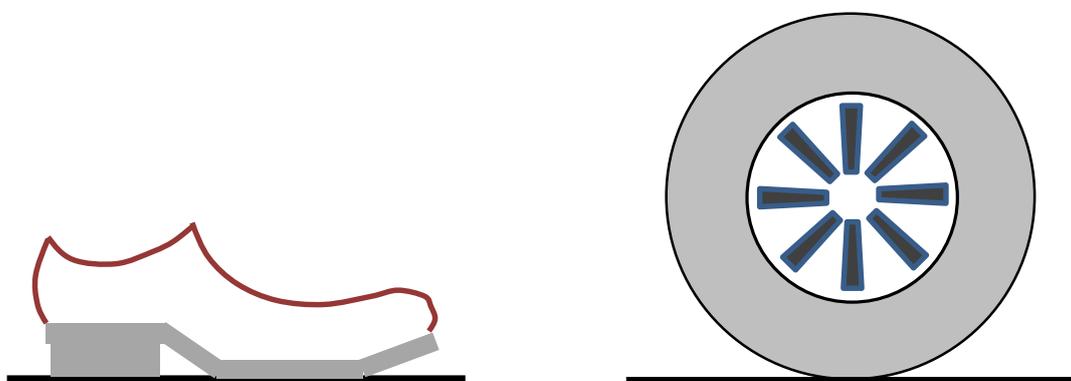
В последующие столетия после открытия закона Амонтона–Кулона вплоть до настоящего времени ученые и исследователи совершенствовали и уточняли эту так называемую деформационную модель сухого трения [6–19]. Однако все эти модели не вскрывали природу количественных выводов эмпирического закона Амонтона–Кулона, не объясняли расхождение экспериментальных результатов с аналитическими при сложных взаимных движениях с ограничениями, не могли, в частности, преодолеть парадокс Пенлеве [9, 11, 16, 19] в полной мере. В связи с этим автором была предложена альтернативная клиновья модель сухого трения, заключающаяся в микроскольжении соприкасающихся тел вдоль жестких шероховатостей как по наклонной плоскости с подъемом и последующим падением [20, 21], которая во многом устранила имеющиеся противоречия деформационной модели. Эта модель также хорошо зарекомендовала себя, если одно из тел является упруго деформируемым, например, резиной, однако при наличии на ней протектора необходимо ее уточнение.

Сухое трение с участием упругого тела (резины)

Сухое трение между резиной и твердым покрытием существенным образом зависит от структуры соприкасающихся поверхностей. Если обе поверхности тел гладкие, то коэффициент трения небольшой. Это хорошо известно как пешеходам в обуви с гладкой подошвой, так и автомобилистам с колесами с так называемой лысой резиной. Езда на таких шинах очень опасна, поскольку ухудшается сцепление с дорожным полотном, машина теряет устойчивость при движении, увеличивается вероятность заносов, происходит аквапланирование в случае дождливой погоды. Все это нередко приводит к авариям [22-24].

На рис. 2 представлена подобная пара. В этом случае коэффициент трения невелик и равен

$$\mu = 0.25 - 0.40. \quad (2)$$



а) Гладкая подошва на гладком асфальте

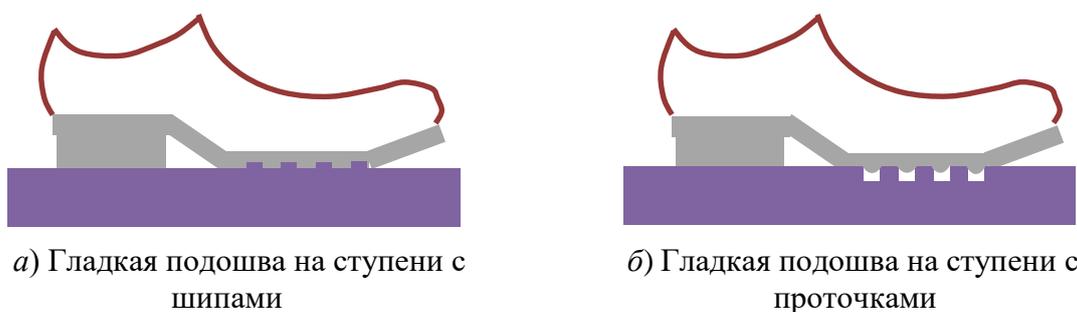
б) Гладкая шина на гладком асфальте

Рис. 2. Гладкая резина на гладком твердом теле

Исключение (которое, как известно, только подтверждает правило) составляет очень мягкая (сликовая) абсолютно гладкая резина шин спортивных гоночных автомобилей [25-26]. Здесь принципиально другие требования и условия эксплуатации. На треке главное скорость, а протектор на колесе увеличивает трение качения шины и ее аэродинамическое сопротивление. С другой стороны, соревнования по «Формулам» проводятся на специально подготовленных высококачественных трассах. Отсутствие дождя является необходимым требованием, так что проблема аквапланирования на лысых шинах отпадает. При этом необходимость экстренного эффективного торможения маловероятна. Далее, мягкие слики на большой скорости сильно нагреваются и буквально плавятся, приликая к асфальту, увеличивая тем самым сцепление с ним. Как следствие, слики очень быстро изнашиваются, и неудивительно, что за один этап «Формулы» гонщики меняют по 2-3 комплекта. Изучение всех этих замечательных особенностей гоночных сликов мы оставим на будущее.

Трение существенно возрастает, если твердая поверхность основания профилирована шипами или проточками, например, как это делается на ответственных ступенях, пандусах, краев тротуаров. В этом случае протектор твердой ступени вдавливается в податливую резину и сцепление с дорогой становится достаточно большим (рис. 3). Коэффициент трения составляет

$$\mu = 0.55 - 0.70.$$



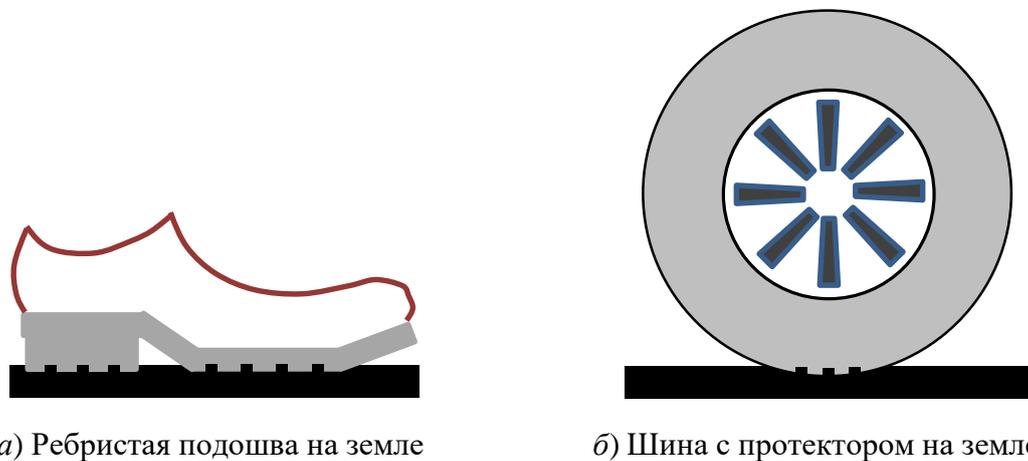
а) Гладкая подошва на ступени с шипами

б) Гладкая подошва на ступени с проточками

Рис. 3. Гладкая подошва обуви на твердом протекторе

Рассмотрим теперь трение между резиной с протектором (большие регулярные шероховатости) и податливой почвой (рис. 4). Здесь имеем приемлемый средний уровень трения за счет вдавливания резины в грунт

$$\mu = 0.40 - 0.55.$$



а) Ребристая подошва на земле

б) Шина с протектором на земле

Рис. 4. Резиновый протектор на мягком грунте

Теперь рассмотрим самый интересный и самый необъяснимый случай взаимодействия протектора на резине с гладким твердым покрытием дороги (рис. 5). Мы с детства знаем, как некомфортно и скользко ходить в обуви на гладкой подошве независимо от состояния поверхности дороги. При этом самостоятельно сделанные насечки на подошве напильником позволяли нормально ходить, не падая. Также каждый автомобилист (к сожалению, часто на своем печальном опыте) хорошо понимает, какую важную роль на

безопасность движения играет нормальный протектор на шинах. И чем меньше его глубина, тем хуже сцепление шины с дорогой и опаснее езда на таких шинах. Эксперименты, проведенные в лабораториях с шинами различной степени износа, подтверждают этот житейский опыт. Коэффициент трения различных шин на сухом асфальте изменяется от минимальных значений для лысых шин (2) до весьма значительных для новых шин [27-28]

$$\mu = 0.70 - 0.80. \quad (3)$$

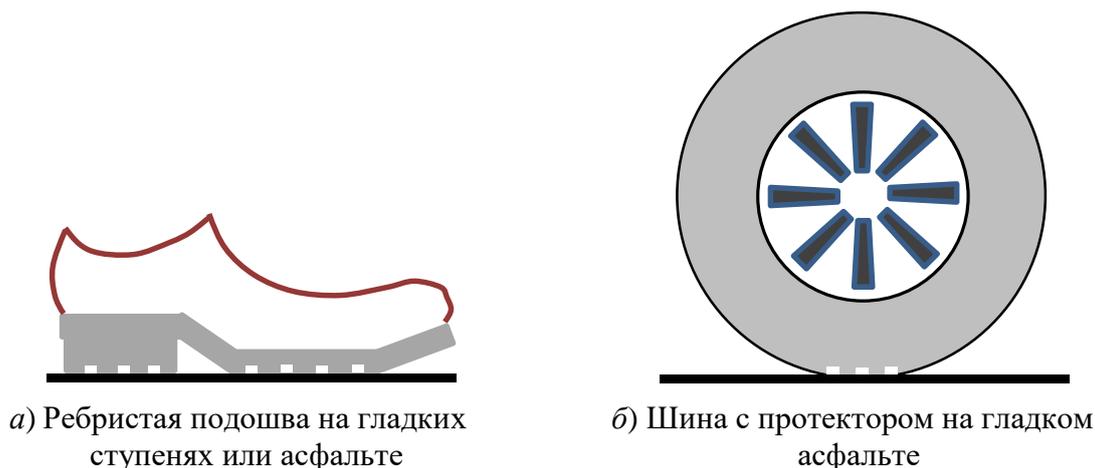


Рис. 5. Резина с протектором на гладком твердом основании

Гипотезы большого трения между резиной с протектором и гладким твердым основанием

Разберем различные гипотезы большого трения (3) между резиной с протектором и гладкой твердой поверхностью (рис. 5). Формально, если справедлив закон Амонтона-Кулона (1) для резины, то величина трения не должна зависеть от площади соприкасающихся поверхностей, что было открыто более 500 лет назад Леонардо да Винчи [1-2]. Но тогда наличие протектора не должно влиять на коэффициент трения, ибо протектор всего лишь уменьшает площадь контакта. Однако, это противоречит экспериментам и жизненному опыту. Поэтому разберемся в проблеме подробнее.

1. Широко распространенная гипотеза. Протектор шин уменьшает площадь контакта и тем самым увеличивается давление резины на дорогу, что повышает силу трения, ибо она нелинейна от давления. Опровергается следующими несложными экспериментами и последующими расчетами. В экспериментах участвуют две резиновые опоры (профилированные с одной стороны круглые шайбы) под домкрат размером 45 x 105 x 105 мм и массой $m = 0.5\text{кг}$ и два диска для гантелей массой по $M = 1\text{кг}$ для лучшего прилегания резиновых шайб к гладкой твердой поверхности, роль которой играет пластмассовый поднос.

а) На рис. 6 представлены два эксперимента по определению силы трения и коэффициента трения между гладкой резиной и гладкой пластмассой с различными нагрузками.

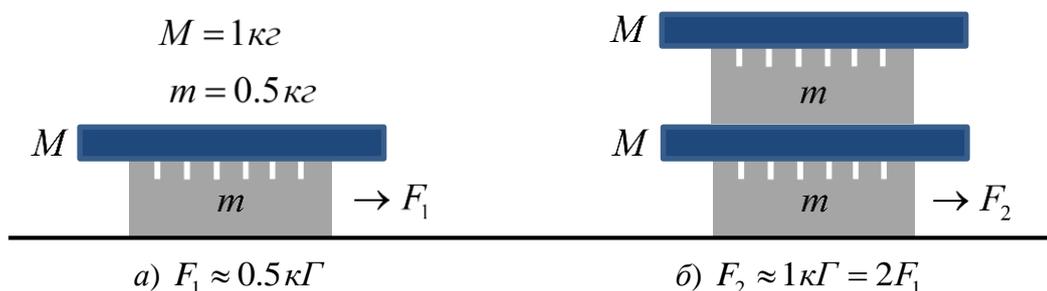


Рис. 6. Гладкие резиновые шайбы на гладкой пластмассе

Здесь и далее F_1 и F_2 - силы трения скольжения в первом и втором экспериментах, найденные при помощи электронного динамометра. Соответствующие коэффициенты трения равны

$$\mu_1 = \frac{0.5\text{ кН}}{1.5\text{ кН}} = \frac{1}{3} \approx 0.33, \quad \mu_2 = \frac{1.0\text{ кН}}{3.0\text{ кН}} = \frac{1}{3} \approx 0.33 = \mu_1. \quad (4)$$

Вывод. Закон Амонтона-Кулона справедлив и для гладкой резины.

б) На рис. 7 представлены два эксперимента по определению силы трения и коэффициента трения между ребристой резиной и гладкой пластмассой с различными нагрузками.

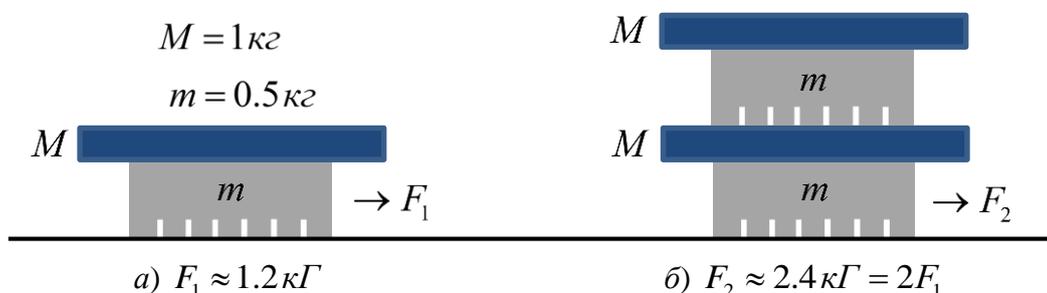


Рис. 7. Резиновые шайбы с протектором на гладкой пластмассе

В этих экспериментах соответствующие коэффициенты трения равны

$$\mu_1 = \frac{1.2\text{ кН}}{1.5\text{ кН}} = 0.8, \quad \mu_2 = \frac{2.4\text{ кН}}{3.0\text{ кН}} = 0.8 = \mu_1. \quad (5)$$

Выводы. Закон Амонтона-Кулона справедлив и для резины с протектором. При этом протектор на резине существенно увеличивает силу трения (в нашем случае даже кольцевого протектора в 2.4 раза).

в) Даже если предположить жесткую нелинейность закона Амонтона-Кулона для резины, узкие ламели между шипами резины увеличивают давление незначительно и, следовательно, сила трения также увеличится (если увеличится) незначительно.

2. Основная предлагаемая гипотеза. Несостоятельность версии существенной нелинейности закона Амонтона-Кулона для резины вынуждает искать другую природу повышенного трения резины с протектором. Резина является уникальным материалом с максимально возможным коэффициентом Пуассона $\nu = 0.5$, что следует из абсолютной несжимаемости резины [29]. Предположим, что именно этот фактор и является определяющим для силы трения между резиной с протектором и гладкой поверхностью.

На рис. 8 представлены схемы «работы» коэффициента Пуассона для резины с протектором.

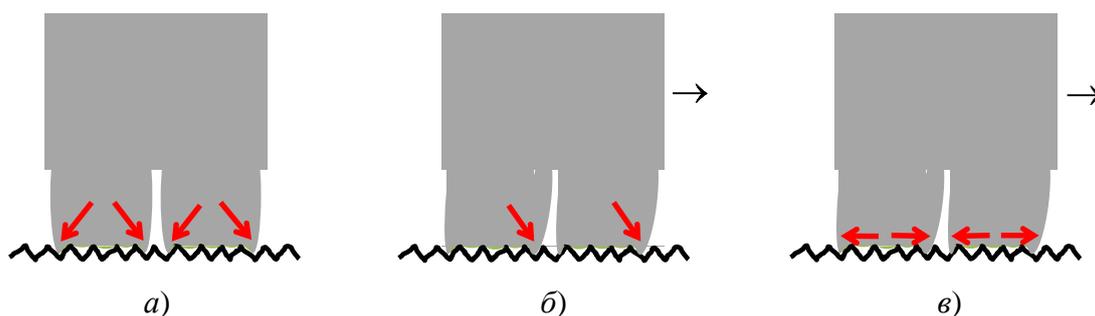


Рис. 8. Схемы «работы» коэффициента Пуассона

На рис. 8, *а* коэффициент Пуассона увеличивает проникновение кромок шипов в углубления шероховатостей основания, повышая тем самым силу трения. На рис. 8, *б* изгиб шипов протектора усиливает эффект коэффициента Пуассона по заглублению передних (по отношению к тенденции смещения) кромок шипов в основание, также повышая тем самым силу трения. На рис. 8, *в* расплющивание шипов протектора под нагрузкой повышает эффект коэффициента Пуассона по сцеплению крайних кромок шипов с шероховатостями основания, что тоже повышает силу трения. Все рассмотренные три эффекта очевидно ослабевают с уменьшением высоты протектора, что подтверждается жизненным опытом и лабораторными экспериментами [27-28].

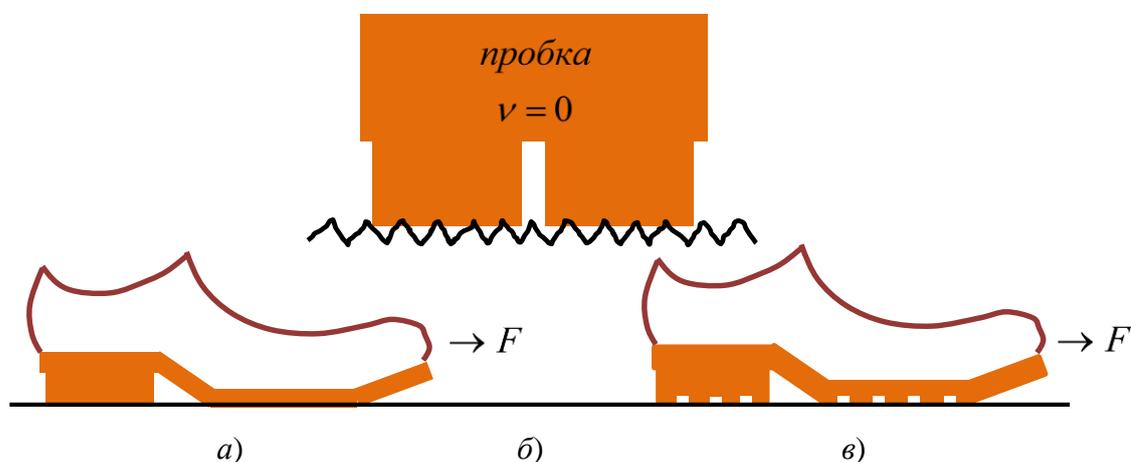


Рис. 9. Пробковые подошвы без протектора и с протектором

Если, согласно выдвигаемой гипотезе, повышенное трение резины с протектором обязано большому коэффициенту Пуассона, то для материалов без коэффициента Пуассона (не имеющих краевых эффектов) сила трения не должна зависеть от наличия протектора. Такими материалами являются, в частности, пробка и пенопласт. На рис. 9 изображены пробковые подошвы без протектора (а) и с протектором (в). Рис. 9, б демонстрирует отсутствие краевых эффектов у пробкового протектора при его контакте с шероховатостями основания, каковые имеют место у резинового протектора. Нулевой коэффициент Пуассона пробки приводит к одинаковой силе трения F гладкой подошвы и подошвы с протектором. И протектор на пробке бесполезен, поэтому он отсутствует на обуви с пробковой подошвой.

Для косвенного подтверждения справедливости выдвигаемой гипотезы существенного влияния положительного коэффициента Пуассона на трение при наличии протектора, проведем две серии экспериментов с более доступным материалом: пенопластом, также с нулевым коэффициентом Пуассона. На рис. 10 представлены результаты двух экспериментов с гладким пенопластом, нагруженным одной и двумя шайбами массой 0.5 кг.

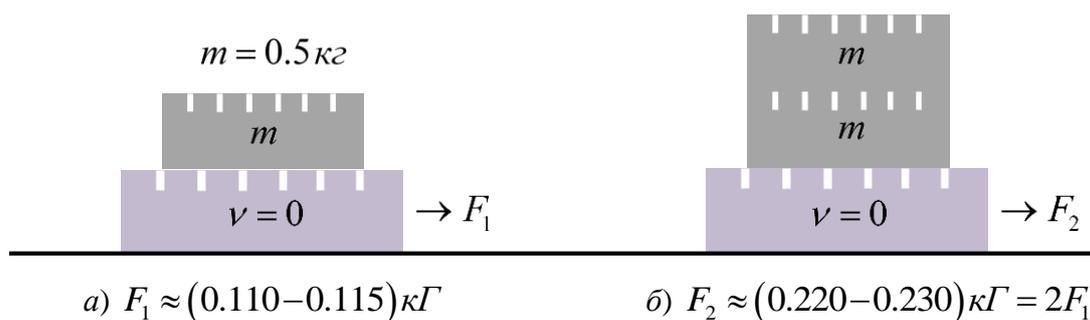


Рис. 10. Гладкий пенопласт на гладкой пластмассе

В этих экспериментах соответствующие коэффициенты трения равны

$$\mu_1 = \frac{0.11 \text{ кГ}}{0.5 \text{ кГ}} = 0.22, \quad \mu_2 = \frac{0.22 \text{ кГ}}{1.0 \text{ кГ}} = 0.22 = \mu_1. \quad (6)$$

Вывод. Закон Амонтона-Кулона справедлив и для гладкого пенопласта.

На рис. 11 представлены результаты двух экспериментов с ребристым пенопластом, нагруженным одной и двумя шайбами массой 0.5 кг.

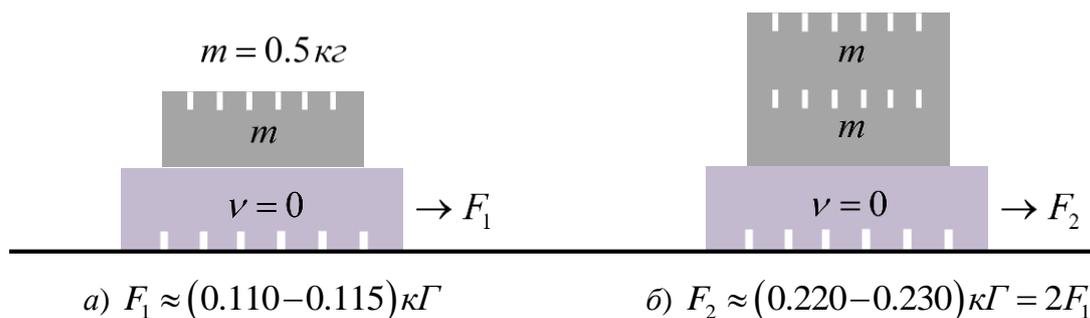


Рис. 11. Ребристый пенопласт на гладкой пластмассе

В этих экспериментах соответствующие коэффициенты трения равны

$$\mu_1 = \frac{0.11 \text{кГ}}{0.5 \text{кГ}} = 0.22, \quad \mu_2 = \frac{0.22 \text{кГ}}{1.0 \text{кГ}} = 0.22 = \mu_1. \quad (7)$$

Выводы. Закон Амонтона-Кулона справедлив и для ребристого пенопласта. При этом протектор на пенопласте совершенно не влияет на силу трения, т.к. $\nu = 0$.

Заключение

1. Показано, что закон сухого трения Амонтона-Кулона для твердых тел оказывается справедливым и для случая, когда одно из контактирующих тел является упруго деформируемым, а именно, сохраняется линейность силы трения от величины нагрузки. При этом структура поверхности упруго деформируемого тела (гладкая или с протектором) не имеет значения.

2. Выявлена природа существенного увеличения силы трения скольжения или покоя для тел из упруго деформируемых материалов с положительным коэффициентом Пуассона, например, резины, при наличии на их поверхностях ярко выраженного протектора

3. Поскольку краевые эффекты Пуассона зависят не только от величины его коэффициента, но и от профиля протектора (ширины и глубины), то и сила трения резины с протектором заметно снижается с уменьшением высоты протектора (вплоть до характеристик лысой резины), что подтверждается во всех экспериментах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Журавлев В.Ф. 500 лет истории закона сухого трения //Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. «Естественные науки», 2014, № 2. - С. 21-31
- [2] Избранные естественнонаучные произведения /Леонардо да Винчи. Редакция, перевод, статья и комментарии В.П.Зубова. – М.: Изд-во АН СССР, 1955. - 1027 с.
- [3] Amontons G. De la resistance cause dans les machines //Mem. L'Acad. Roy., 1699. – P. 206-222
- [4] Euler L. Sur la diminution de la resistance du frottement. Histoire de L'Academic Royale des Sciences et Belles Lettres a Berlin, 1748. – P. 133-148
- [5] Coulomb C.A. Theorie des machines simples //Mem. Math. et Phys. L'Acad. Sci., 1785, vol. 10, P. 161-331
- [6] Крагельский И.В., Щедров В.С. Развитие науки о трении. Сухое трение. - М.: Изд-во АН СССР, 1956. - 236 с.
- [7] Bowden, F.P., Tabor D. The Friction and Lubrication of Solids. Part I. – Oxford: Oxford University Press, 1964. - 544 p.

- [8] Stribeck R. *Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager*, Z. Verein. Deut. Ing. Vol. 46 Seite 38ff. - P. 1341-1348 (1902)
- [9] Пенлеве П. Лекции о трении. - М.: Гостехиздат, 1954. - 316 с.
- [10] Canudas de Wit C., Olsson H., Astrom K.J., Lishinsky P. A New Model for Control of Systems with Friction //IEEE Trans. AC-40, 1995, № 3. – P. 419-425
- [11] Журавлев В.Ф. О «парадоксе» тормозной колодки //Доклады Академии наук, 2017. Т. 474, № 3. - С. 301–302
- [12] Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия /Отв. ред. А. Ю. Ишлинский. - М.: Наука, 2001. - 478 с.
- [13] Горячева И.Г. Роль тонких поверхностных слоёв при трении скольжения и качения //Проблемы механики: сб. статей. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - С. 279-299
- [14] Заднепровский Р.П. О коэффициенте трения скольжения тел различного физического состояния //Проблемы машиностроения и надежности машин, 2006, № 6. - С. 60-66
- [15] Андронов В.В., Журавлев В.Ф. Сухое трение в задачах механики. - М.-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Институт компьютерных исследований, 2010. - 184 с.
- [16] Ле Суан Ань. Парадоксы Пэнлеве и закон движения механических систем с кулоновым трением //ПММ АН СССР, 1990. Т.54, вып. 4. - С. 520-529
- [17] Жилин П.А. Рациональная механика сплошных сред: учеб. пособие. - СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. - 584 с.
- [18] Первозванский А. А. Трение - сила знакомая, но таинственная. Соросовский образовательный журнал, 1998, № 2. - С. 129-134
- [19] Коронатов В.А. Финал парадокса Пенлеве для тормозной колодки // Системы. Методы. Технологии, 2019. № 2 (42). - С. 44-48
- [20] Суханов А.А. Клиновая модель трения скольжения //Современное машиностроение: Наука и образование 2023: материалы 12-й Международной научной конференции, 22 июня 2023 года /под ред. А.Н. Евграфова и А.А. Поповича. – СПб: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. - С. 134-146
- [21] Суханов А.А. Об одной модели сухого трения //XIII Всероссийский Съезд по теоретической и прикладной механике: сборник тезисов докладов в 4 томах, 21–25 августа, 2023 г. - СПб: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. – Т 1, С. 439-441
- [22] Суханов А.А. Движение юзом по наклонной плоскости //Современное машиностроение: наука и образование 2021 (ММЕСЕ-2021) – СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2021. - С. 204-227
- [23] Горбачев М.Г. Безопасное вождение современного автомобиля. – М.: Рипол Классик, 2007. – 256 с.

- [24] Моряхин С.А. Поехали! Все, что нужно знать начинающим водителям. – СПб: Питер, 2023. – 192 с.
- [25] Бакфиш К., Хайнц Д. Новая книга о шинах. - М.: АСТ, 2003. – 304 с.
- [26] Типлер Д.: Гоночные автомобили от 1900 года до наших дней. М.: Гранд-Фаир, 2008. – 176 с.
- [27] Петров М.А. Работа автомобильного колеса в тормозном режиме. Омск: Зап.-Сиб. кн. изд-во, 1973. - 224 с.
- [28] Марков А.С., Овчинникова Н.И. Исследование коэффициента трения эластичной автомобильной шины при изменении износа рисунка протектора //Вестник Иркутского государственного технического университета. – Иркутск: изд-во Иркутского национального исследовательского технического университета, 2017. - Т. 21, № 2. С. 181–189.
- [29] Лурье А.И. Теория упругости. - М.: Наука, 1970. - 940 с.

A.A.Sukhanov

INFLUENCE OF THE TREAD ON SLIDING FRICTION

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia

Abstract

The work is devoted to the sliding friction of rubber on a hard surface, for example, a car tire on asphalt, a shoe sole on a sidewalk, granite or marble steps, etc. In this case, the main attention is paid to the influence of the tread on rubber or other pliable base on the magnitude and nature of sliding or static friction. Until now, the generally accepted model of dry sliding friction is the model of contact interaction of roughness of contacting surfaces of bodies, in which the friction forces are determined by the energy costs for the deformation of irregularities. If one of the bodies is elastically deformable, then the nature of such interaction becomes somewhat different. And in the presence of a tread, the nature of the occurrence of additional friction forces becomes fundamentally different.

Key words: dry sliding friction, Amonton–Coulomb law, rubber, tread, Poisson’s ratio

REFERENCES

- [1] Zhuravlev V.F. 500 years of the history of the law of dry friction //Bulletin of the Moscow State Technical University. N.E. Bauman. Ser. "Natural Sciences", 2014, No. 2. - pp. 21-31 (rus.)

- [2] Selected natural science works /Leonardo da Vinci. Edition, translation, article and comments by V.P. Zubov. - M.: Publishing house of the Academy of Sciences of the USSR, 1955. - 1027 p. (rus.)
- [3] Amontons G. De la resistance cause dans les machines //Mem. L'Acad. Roy., 1699. – pp. 206-222
- [4] Euler L. Sur la diminution de la resistance du frottement. Histoire de L'Academic Royale des Sciences et Belles Lettres a Berlin, 1748. – pp. 133-148
- [5] Coulomb C.A. Theorie des machines simples //Mem. Math. et Phys. L'Acad. Sci., 1785, vol. 10, pp. 161-331
- [6] Kragelsky I.V., Shchedrov V.S. Development of the science of friction. Dry friction. - M.: Publishing House of the Academy of Sciences of the USSR, 1956. - 236 p. (rus.)
- [7] Bowden, F.P., Tabor D. The Friction and Lubrication of Solids. Part I. – Oxford: Oxford University Press, 1964. - 544 p.
- [8] Stribeck R. *Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager*, Z. Verein. Deut. Ing. Vol. 46 Seite 38ff. - P. 1341-1348 (1902)
- [9] Painleve P. Lectures on friction. - M.: Gostekhizdat, 1954. - 316 p. (rus.)
- [10] Canudas de Wit C., Olsson H., Astrom K.J., Lishinsky P. A New Model for Control of Systems with Friction //IEEE Trans. AC-40, 1995, № 3. – P. 419-425
- [11] Zhuravlev V.F. On the “paradox” of the brake pad //Reports of the Academy of Sciences, 2017. V. 474, No. 3. - pp. 301–302 (rus.)
- [12] Goryacheva I.G. Mechanics of frictional interaction /Ed. ed. A. Yu. Ishlinsky. - M.: Nauka, 2001. - 478 p. (rus.)
- [13] Goryacheva I.G. The role of thin surface layers in sliding and rolling friction //Problems of Mechanics: Sat. articles. - M.: FIZMATLIT, 2003. - pp. 279-299 (rus.)
- [14] Zadneprovsky R.P. On the coefficient of sliding friction of bodies of different physical condition //Problems of mechanical engineering and reliability of machines, 2006, No. 6. - pp. 60-66 (rus.)
- [15] Andronov V.V., Zhuravlev V.F. Dry friction in problems of mechanics. - M.-Izhevsk: Research Center "Regular and Chaotic Dynamics". Institute for Computer Research, 2010. - 184 p. (rus.)
- [16] Le Xuan An. Painleve's paradoxes and the law of motion of mechanical systems with Coulomb friction //PMM USSR Academy of Sciences, 1990. V.54, issue. 4. - pp. 520-529 (rus.)
- [17] Zhilin P.A. Rational continuum mechanics:Tutorial. - St. Petersburg: Publishing House of the Polytechnic University, 2012. - 584 p. (rus.)
- [18] Pervozvansky A. A. Friction is a familiar but mysterious force. Soros Educational Journal, 1998, No. 2. - pp. 129-134 (rus.)
- [19] Koronotov V.A. Finale of the Painlevé paradox for a brake shoe // Systems. Methods. Technologies, 2019. No. 2 (42). - pp. 44-48 (rus.)

- [20] Sukhanov A.A. Wedge model of sliding friction //Modern mechanical engineering: Science and education 2023: materials of the 12th International scientific conference, June 22, 2023 /ed. A.N. Evgrafov and A.A. Popovich. – SPb: POLYTECH-PRESS, 2023. - pp. 134-146 (rus.)
- [21] Sukhanov A.A. About one model of dry friction // XIII All-Russian Congress on Theoretical and Applied Mechanics: collection of abstracts of reports in 4 volumes, August 21–25, 2023. - SPb: POLYTECH-PRESS, 2023. – Vol. 1, pp. 439-441 (rus.)
- [22] Sukhanov A.A. Sliding on inclined plane //Modern mechanical engineering: science and education 2021 (MMESE-2021) - SPb: Polytechnic University, 2021. - pp. 204-227 (rus.)
- [23] Gorbachev M.G. Safe driving of a modern car. – M.: Ripol Classic, 2007. – 256 p. (rus.)
- [24] Moryakhin S.A. Go! Everything novice drivers need to know. – SPb: Peter, 2023. – 192 p. (rus.)
- [25] Backfisch K., Heinz D. New book about tires. - M.: AST, 2003. – 304 p.
- [26] Tipler D.: Racing cars from 1900 to the present day. M.: Grand-Fair, 2008. – 176 p. (rus.)
- [27] Petrov M.A. The operation of a car wheel in braking mode. Omsk: Zap.-Sib. book publishing house, 1973. - 224 p. (rus.)
- [28] Markov A.S., Ovchinnikova N.I. Study of the coefficient of friction of an elastic automobile tire when changing the wear of the tread pattern //Bulletin of the Irkutsk State Technical University. – Irkutsk: Publishing House of the Irkutsk National Research Technical University, 2017. – Vol. 21, No. 2. pp. 181–189. (rus.)
- [29] Lurie A.I. Theory of elasticity. - M.: Nauka, 1970. - 940 p. (rus.)