

УДК 621.01

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-94

А.Н. Евграфов<sup>1</sup>, В.И. Каразин<sup>2</sup>, В.А. Терешин<sup>3</sup>, И.О. Хлебосолов<sup>4</sup>

## МЕТОД ДАЛАМБЕРА ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ



<sup>1</sup>Александр Николаевич Евграфов,  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого.  
Ул. Политехническая, 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия.  
Тел.: (812)297-4845, E-mail: alexevgrafov@mail.ru



<sup>2</sup>Владимир Игоревич Каразин,  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: (812) 297-4845, E-mail: tmm-russia@mail.ru



<sup>3</sup>Валерий Алексеевич Терешин  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: (812)297-48-45, E-mail: [terva@mail.ru](mailto:terva@mail.ru)



<sup>4</sup>Игорь Олегович Хлебосолов,  
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра  
Великого  
Россия, Санкт-Петербург  
Тел.: (812) 297-4845, E-mail: tmm-russia@mail.ru

### Аннотация

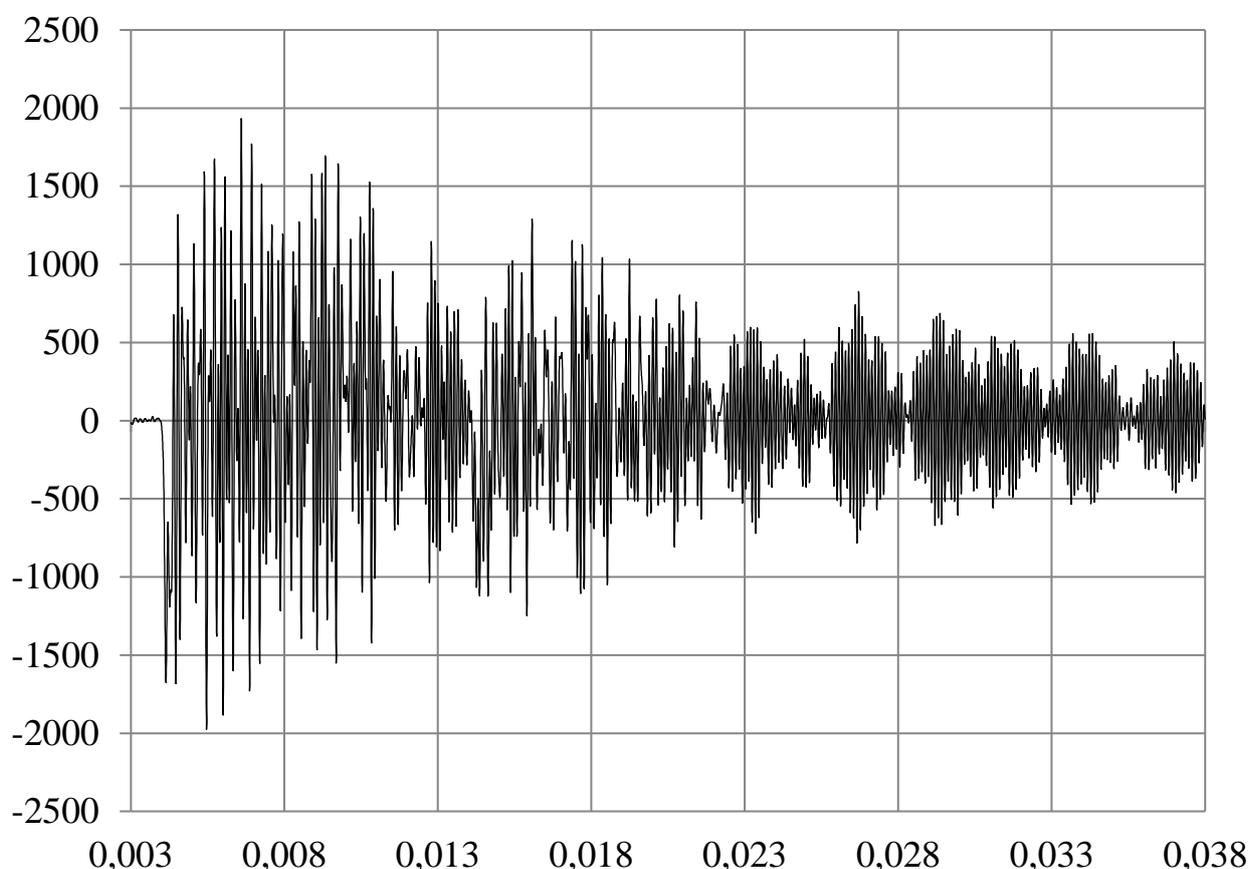
Работа посвящена определению ускорений испытываемых изделий на ударных стендах. Для формирования требуемых законов движения между бойком и столом стенда устанавливают прокладки различной толщины с разными нелинейными нагрузочными характеристиками. Ускорение стола с испытываемым изделием определяется упруго-инерционными свойствами соударяющихся тел, нелинейностью прокладок и наложением падающих и отраженных волн. В работе предлагается выполнить расчет ускорения

стола в два этапа. На первом этапе из рассмотрения нелинейного упругого соударения абсолютно твердых тел должна быть определена медленная составляющая ускорения продольного движения приборного стола. На втором этапе выполняется расчет быстрой составляющей ускорения как результат суммирования падающих и отраженных волн. В качестве динамической модели стола принят однородный стержень.

*Ключевые слова:* испытательный стенд, метод Даламбера, нелинейный формирователь, ударное ускорение.

## Введение

На рис. 1 показан фрагмент записи ускорения в единицах  $g(m/c^2)$  длительностью 0,035 с. Эксперимент был выполнен на ударном стенде с



**Рис. 1.** Ускорение, полученное на стенде для воспроизведения ударных импульсов высокой интенсивности

алюминиевым приборным столом длиной  $l = 0,25$  м. Записи ускорений и результаты их обработки имеются в работах [2], [6], [7], [9], [10], [11]. Боек ударял по столу через эбонитовую прокладку толщиной 5 мм, создавая начальную скорость стола  $v = 0,5$  м/с. При внимательном рассмотрении записи можно определить, что время прохождения продольной волны между торцами стола равно  $5 \cdot 10^{-5}$  с, что соответствует характерной для

алюминия скорости  $0,25/5 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^3$  м/с. Особый интерес представляет выявление причин интенсивных высокочастотных колебаний. Работа посвящена созданию адекватной математической модели процесса формирования ускорения на испытательном стенде с целью получения требуемого ударного спектра.

### Математическая модель нелинейного взаимодействия

На рис. 1 показана схема ударного стенда. Приборный стол массой  $m_1$

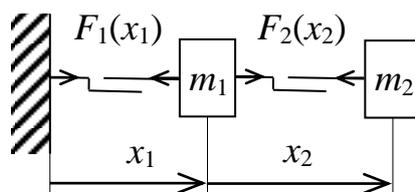


Рис. 2. Схема испытательного стенда для воспроизведения ударных спектров

закреплен на станине через прокладку с нелинейной силовой характеристикой  $F_1(x_1)$ . Боек, имеющий массу  $m_2$ , ударяет по столу через прокладку с характеристикой  $F_2(x_2)$ . Для описания движения стола и бойка в процессе соударения запишем систему двух уравнений (1).

$$\begin{cases} m_1 x_1^{(2)} = -F_1(x_1) + F_2(x_2) \\ m_2 (x_1^{(2)} + x_2^{(2)}) = -F_2(x_2) \end{cases} \quad (1)$$

где  $x_1, x_2$  – координаты стола и бойка; числа в скобках в верхних индексах обозначают порядок производных по времени. В рассматриваемом стенде массы стола и бойка одинаковые:  $m_1 = m_2 = m = 10$  кг. Разделим уравнения системы (1) на массу  $m$ , выразим явно ускорения и представим их в виде удобном для дальнейших исследований.

$$\begin{cases} x_1^{(2)} = -f_1 + f_2 \\ x_2^{(2)} = f_1 - 2f_2 \end{cases} \quad (2)$$

где  $f_1 = F_1/m; f_2 = F_2/m$  – приведенные силы.

### Решение нелинейного уравнения

В общем виде аналитического решения уравнений (2) не существует. Однако, при известных нагрузочных характеристиках формирующих прокладок можно попытаться найти решение системы (2), как это показано в работах [2] и [8], представив его в форме конечных сумм рядов Маклорена

$$x_1(t) = \sum_{n=0}^N \frac{x_{10}^{(n)}}{n!} t^n, \quad x_2(t) = \sum_{n=0}^N \frac{x_{20}^{(n)}}{n!} t^n, \quad (3)$$

где  $t$  – время;  $x_{10}^{(n)}$ ,  $x_{20}^{(n)}$  – производные по времени порядка  $n$  в начальный момент;  $N$  – количество учтенных слагаемых. Ограничимся величиной  $N = 7$ . Для этого продифференцируем равенства (2) пять раз по времени и найдем все коэффициенты конечных сумм (3) при известных начальных условиях  $x_{10} = 0$ ,  $x_{20} = 0$ ,  $x_{10}^{(1)} = 0$ ,  $x_{20}^{(1)} = v = -0.5$  и силовых характеристиках прокладок.

$$\begin{cases} x_1^{(2+p)} = -f_1^{(p)} + f_2^{(p)} \\ x_2^{(2+p)} = f_1^{(p)} - 2f_2^{(p)} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $p = 1 \dots 5$ . Ограничимся случаем, когда для описания силовых характеристик можно использовать полином третьей степени. Выпишем в явном виде первые пять производных по времени от функции вида

$$f(x) = cx + ex^3 \quad (5)$$

$$\begin{cases} f^{(1)} = f'x^{(1)} \\ f^{(2)} = f''x^{(1)2} + f'x^{(2)} \\ f^{(3)} = f'''x^{(1)3} + 3f''x^{(1)}x^{(2)} + f'x^{(3)} \\ f^{(4)} = 6f'''x^{(1)2}x^{(2)} + 3f''x^{(2)2} + 4f''x^{(1)}x^{(3)} + f'x^{(4)} \\ f^{(5)} = 15f'''x^{(1)}x^{(2)2} + 10f'''x^{(1)2}x^{(3)} + 10f''x^{(2)}x^{(3)} + 5f''x^{(1)}x^{(4)} + f'x^{(5)} \end{cases} \quad (6)$$

Количество апострофов над  $f$  соответствует порядку производной по  $x$ . Запишем системы уравнений (2) и (4) для начального момента времени, подставив в них (6) с учетом (5) и начальных условий.

$$\begin{cases} x_{10}^{(2)} = -f_{10} + f_{20} = 0 \\ x_{20}^{(2)} = f_{10} - 2f_{20} = 0 \\ x_{10}^{(3)} = -f_{10}^{(1)} + f_{20}^{(1)} = -f'_{10}x_{10}^{(1)} + f'_{20}x_{20}^{(1)} = cv \\ x_{20}^{(3)} = f_{10}^{(1)} - 2f_{20}^{(1)} = f'_{10}x_{10}^{(1)} - 2f'_{20}x_{20}^{(1)} = -2cv \\ x_{10}^{(4)} = -f''_{10}x_{10}^{(1)2} - f'_{10}x_{10}^{(2)} + f''_{20}x_{20}^{(1)2} + f'_{20}x_{20}^{(2)} = 0 \\ x_{20}^{(4)} = f''_{10}x_{10}^{(1)2} + f'_{10}x_{10}^{(2)} - 2f''_{20}x_{20}^{(1)2} - 2f'_{20}x_{20}^{(2)} = 0 \\ x_{10}^{(5)} = -c^2v + 6ev^3 - 2c^2v = -3c^2v + 6ev^3 \\ x_{20}^{(5)} = c^2v - 12ev^3 + 4c^2v = 5c^2v - 12ev^3 \\ x_{10}^{(6)} = 0 \\ x_{20}^{(6)} = 0 \\ x_{10}^{(7)} = -c(-3c^2v + 6ev^3) + 60ev^2(-2cv) + c(5c^2v - 12ev^3) = 8c^3v - 138cev^3 \\ x_{20}^{(7)} = c(-3c^2v + 6ev^3) + 2(120cev^3 - c(5c^2v - 12ev^3)) = -13c^3v + 270cev^3 \end{cases} \quad (7)$$

Для эбонитовых формирователей толщиной 5 мм (см. [1], [4], [5]) при массах бойка и стола 10 кг и площади соударения 100 см<sup>2</sup> можно принять  $c = 10^5 \text{ с}^{-2}$ ,  $e = 10^8 \text{ с}^{-2}\text{м}^{-2}$ . Тогда для малого интервала времени, когда законы движения с достаточной степенью описываются конечными суммами степенных рядов (3), справедливы следующие функции:

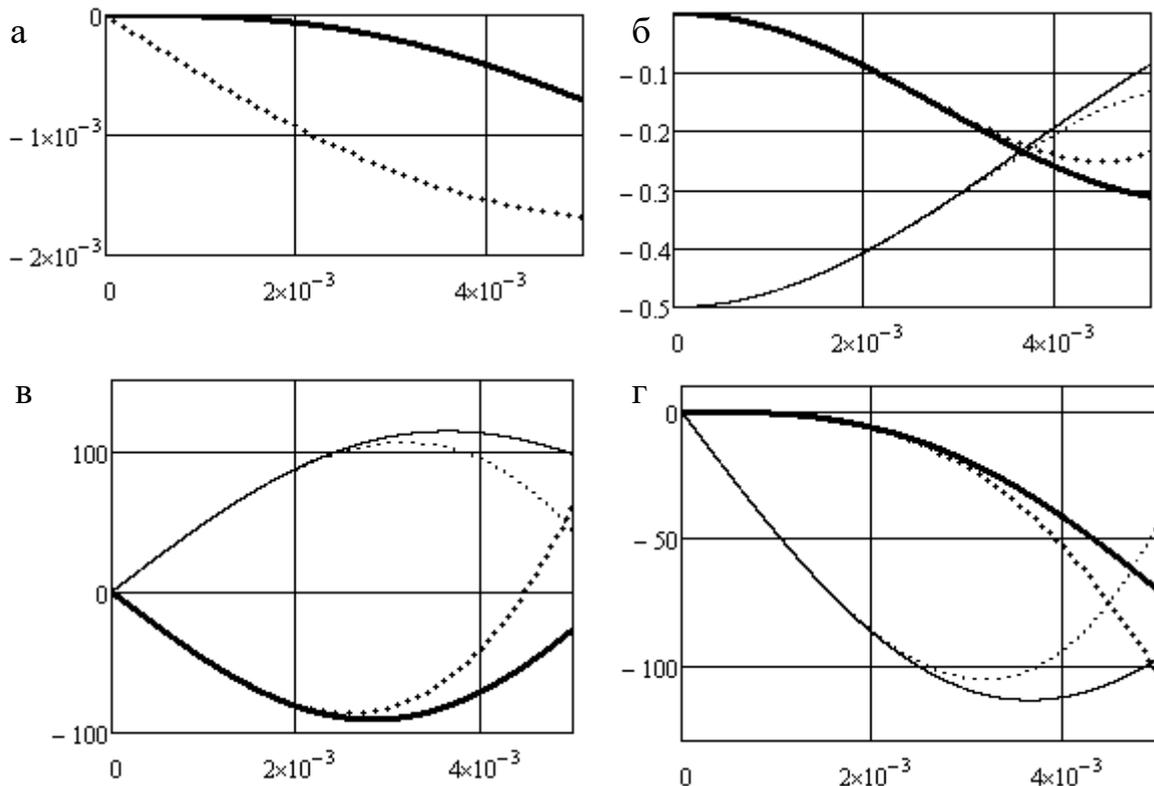
$$x_1(t) = \frac{x_{10}^{(3)}}{3!}t^3 + \frac{x_{10}^{(5)}}{5!}t^5 + \frac{x_{10}^{(7)}}{7!}t^7, \quad x_2(t) = x_{20}^{(1)}t + \frac{x_{20}^{(3)}}{3!}t^3 + \frac{x_{20}^{(5)}}{5!}t^5 + \frac{x_{20}^{(7)}}{7!}t^7,$$

$$x_1^{(1)}(t) = \frac{x_{10}^{(3)}}{2}t^2 + \frac{x_{10}^{(5)}}{4!}t^4 + \frac{x_{10}^{(7)}}{6!}t^6, \quad x_2^{(1)}(t) = x_{20}^{(1)} + \frac{x_{20}^{(3)}}{2}t^2 + \frac{x_{20}^{(5)}}{4!}t^4 + \frac{x_{20}^{(7)}}{6!}t^6, \quad (8)$$

$$x_1^{(2)}(t) = x_{10}^{(3)}t + \frac{x_{10}^{(5)}}{3!}t^3 + \frac{x_{10}^{(7)}}{5!}t^5, \quad x_2^{(2)}(t) = x_{20}^{(3)}t + \frac{x_{20}^{(5)}}{3!}t^3 + \frac{x_{20}^{(7)}}{5!}t^5,$$

где  $x_{10}^{(3)} = -5 \cdot 10^4$ ,  $x_{10}^{(5)} = 1.5 \cdot 10^{10}$ ,  $x_{10}^{(7)} = -4 \cdot 10^{15}$ ,  
 $x_{20}^{(3)} = 10^5$ ,  $x_{20}^{(5)} = -2.5 \cdot 10^{10}$ ,  $x_{20}^{(7)} = 6 \cdot 10^{15}$ .

На рис. 3 показаны результаты расчетов перемещений (3а), скоростей (3б) и ускорений (3в). Приведенные усилия  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ , выраженные через ускорения (4), представлены на рис. 3г.



**Рис. 3.** Абсолютные перемещения, скорости, ускорения и приведенные усилия в ударном стенде на интервале времени 5 мс

Сплошные линии являются результатом точного расчета линейной системы ( $\epsilon = 0$ ), а пунктирные – приближенного, в основу которого положены конечные суммы степенных рядов (3). Основные линии характеризуют движение стола и силу  $f_1(t)$ , тонкие линии определяют движение бойка и функцию  $f_2(t)$ . Все размерности на рис. 3 даны в метрической системе СИ. Из рисунка видно влияние нелинейности на динамические процессы в стенде. Предложенная методика, не смотря на ее трудоемкость, вполне может быть использована для аналитического исследования систем с гладкими нелинейностями, так как все функции могут быть записаны в явном виде с буквенными обозначениями исходных данных (7).

### Математическая модель переотражения волн

Быстрая составляющая ударного ускорения определяется многократным наложением падающих и отраженных от концов приборного стола волн. Полученные выше функции ускорений (8) позволяют выразить из (2) приведенные силовые воздействия обоих формирователей  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$ . По существу, их можно рассматривать, как волны ускорений. При этом упругие перемещения в столе будем описывать волновым уравнением продольных деформаций стержня [3]. В работе предполагается отсутствие прохождения на приборный стол высокочастотных колебаний бойка и станины через формирующие прокладки, а также волн, отраженных от боковых граней. Учет этих явлений создает иллюзию большей адекватности эксперименту, однако в силу высокой чувствительности к исходным данным в принципе делает результат расчета количественно менее достоверным. Для описания движения волны воспользуемся методом Даламбера, то есть введем в рассмотрение координатную ось  $z$ , направленную влево вдоль стола с началом отсчета на правом торце и со значением  $z = l$  на левом. Рассмотрим движение волны справа налево. Функция  $f_2(t)$ , создаваемая бойком, остается неизменной для всех поперечных сечений с координатами  $z$  со смещением по времени. Заменим переменную  $t$  на  $\tau_0$ , равную времени после прохождения фронта волны сечения  $z$ . Тогда

$$f_2(\tau_0) = f_2(t - z/a), \quad (9)$$

где  $a$  – скорость распространения волны в материале стола. Отраженная волна меняет направление движения и знак ускорения. Ее можно рассматривать, как волну, начавшую движение в момент  $t = 0$  от положения  $z = 2l$  и движущуюся вправо. Тогда

$$f_2(\tau_1) = -f_2[t + (z - 2l)/a], \quad (10)$$

где  $\tau_1 = t + (z - 2l)/a$  – время после прохождения фронта отраженной волны сечения  $z$ . Отразившаяся от правого торца волна

$$f_2(\tau_2) = f_2[t - (z + 2l)/a] \quad (11)$$

может рассматриваться, как волна, начавшая движение в момент  $t = 0$  от положения  $z = -2l$  и движущаяся влево. Продолжая этот процесс, запишем

$$f_2(\tau_3) = -f_2[t + (z - 4l)/a] \quad (12)$$

и так далее. В общем виде после отражения  $k$  ускорение имеет следующий вид:

$$f_2(\tau_k) = (-1)^k f_2 \left[ t + \frac{(-1)^k}{a} \left( \frac{l}{2} - z \right) - \frac{l}{a} \left( k + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (13)$$

Следует обратить внимание на то, что  $f_2(\tau_k < 0) = 0$ . Получим ускорение середины стола при  $z = l/2$  как места установки испытуемого изделия, вызванное суммой падающих и отраженных волн  $g_2(t)$ . Вернемся для этого от времени  $\tau_k$  к времени  $t$  в функции  $f_2(t)$  с учетом сдвига (13). Тогда для времени  $t > l(k_{\max} + 1/2)/a$  справедливо выражение

$$g_2(t) = \sum_{k=0}^{k_{\max}} (-1)^k f_2 \left[ t - \frac{l}{a} \left( k + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (14)$$

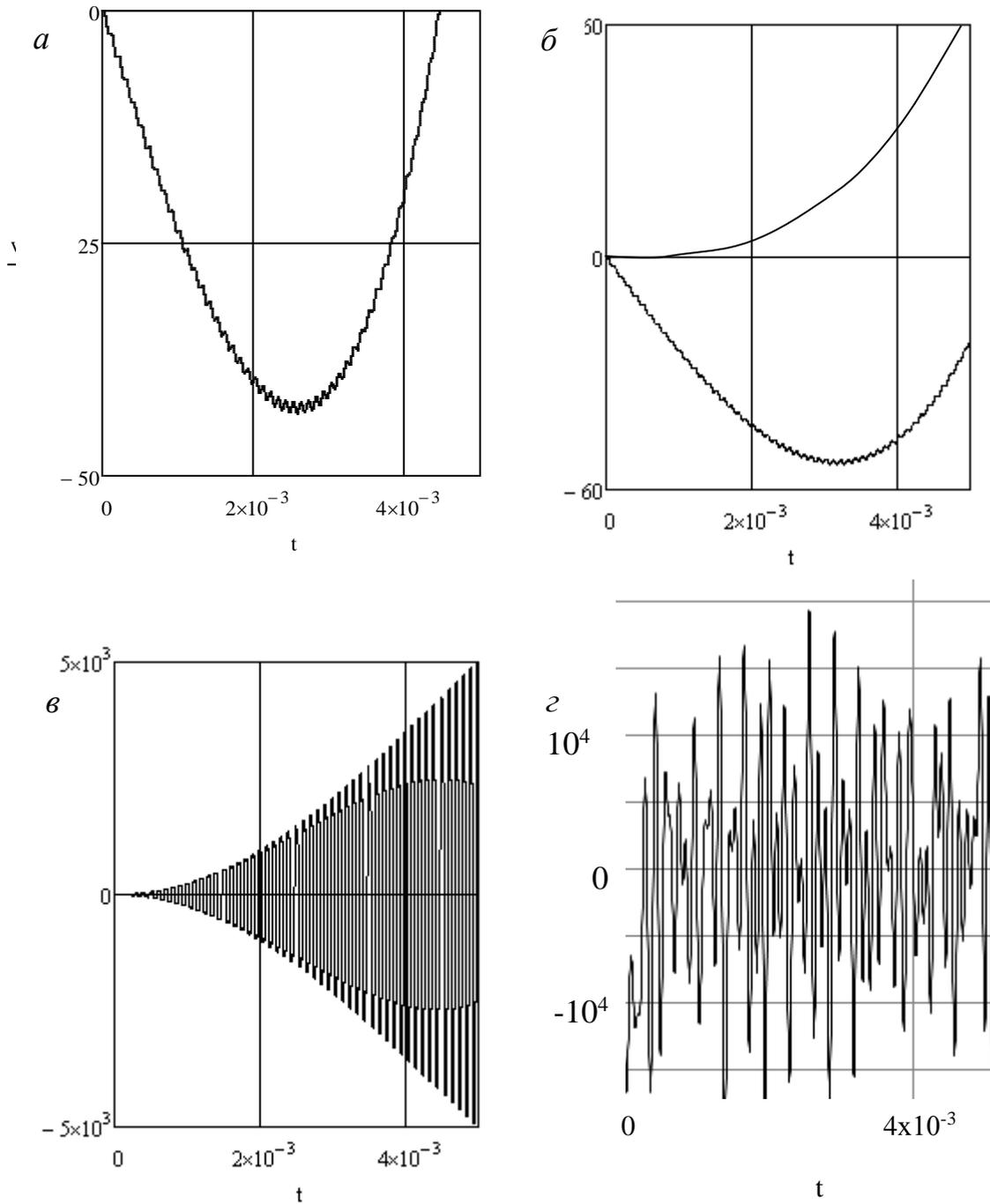
Полностью аналогично может быть получена волна  $g_1(t)$ , исходящая от второго формирователя, начинающаяся в момент первого отражения  $f_2(t)$ .

$$g_1(t) = \sum_{k=1}^{k_{\max}} (-1)^k f_1 \left[ t - \frac{l}{a} \left( k + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (15)$$

На рис. 4, *а* представлен результат расчета ускорения середины стола, полученный, как сумма  $g_1(t)$  и  $g_2(t)$ . Аналогичный вид имеют функции  $g_1(t)$  и  $g_2(t)$  по отдельности (рис. 4, *б*). Изломы графиков определяются ненулевой третьей производной от координаты по времени при  $t = 0$ .

Очевидно, что полное несовпадение результатов расчета по уравнениям (14) и (15) с экспериментом (см. рис. 1) объясняется взаимным вычитанием медленно меняющихся падающих и отраженных волн, у которых значения функций  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  весьма незначительно отличаются от  $f_1(t - l/a)$  и  $f_2(t - l/a)$ . Здесь, вероятно, требуется предположить дробность воздействия формирователей из-за колебаний торцов приборного стола. По всей видимости, стол во время удара является автоколебательной системой с накачкой энергии при слабом демпфировании. Для учета дробности в данной работе обе функции  $f_1(t)$  и  $f_2(t)$  предложено умножить на знак косинуса с периодом равным  $2l/a$ , открывая таким образом

«клапан» в момент подхода отраженной волны. Результат такого расчета показан на рис. 4, в. Он уже значительно больше похож на зависимость,



**Рис. 4.** Ударное ускорение прибора на интервале времени 5 мс

полученную экспериментально (рис. 1), фрагмент которой показан на рис. 4, г. На обоих графиках хорошо просматривается гармоническая составляющая с периодом  $2l/a$ . Какую-либо оценку ее возрастания из эксперимента сложно давать из-за наложения волн, отраженных от

боковых граней, и других факторов. После 5 мс колебания ускорения заметно ослабевают и начинают в меньшей степени влиять на ударный спектр (см. рис. 1 и [13]).

### **Заключение**

В работе предложен алгоритм формирования математического выражения ускорения приборного стола на ударном стенде в явной аналитической форме. При разработке алгоритма были решены две задачи. Во-первых, при заданных нелинейных характеристиках формирователей удалось с требуемой точностью получить закон движения стола и действующие на него силы в виде функций времени с коэффициентами, выраженными через исходные данные. Во-вторых, с помощью метода Даламбера о наложении падающих и отраженных волн была решена задача о развитии упругих колебаний в приборном столе, вызванных «медленно» изменяющимися действующими на него силами. Для решения этой задачи приборный стол рассматривался, как стержень, в котором возникают продольные волны. При сравнении результатов расчетов с экспериментальными данными оказалось, что для адекватного применения метода Даламбера необходимо принять динамическую модель стержня, как автоколебательную систему с периодической подкачкой энергии от медленно изменяющегося внешнего воздействия. Учет колебаний торцов, создающих прерывистость воздействия, позволил количественно описать быструю составляющую ускорения и сформировать адекватную математическую модель динамики ударного стенда. Предложенный алгоритм формирования аналитического выражения ускорения приборного стола позволяет синтезировать параметры стенда для получения требуемых ударных спектров.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

- [1] Андриенко П.А., Каразин В.И., Хлебосолов И.О. Об испытаниях на комбинированные воздействия. Современное машиностроение. Наука и образование. 2012. № 2. С. 142-149.
- [2] Методы и средства лабораторного воспроизведения ускорения: монография / В.И. Каразин [и др.]; под ред. д-ра техн. наук, проф. В.И. Каразина. – СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. – 168 с.
- [3] Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.
- [4] Каразин В.И., Колесников С.В., Литвинов С.Д., Суханов А.А., Хлебосолов И.О. Особенности моделирования и воспроизведения виброударного воздействия. Теория механизмов и машин. 2013. Т. 11. № 22. С. 55-64

- [5] Каразин В.И., Колесников С.В., Литвинов С.Д., Суханов А.А., Хлебосолов И.О. Оптимизация параметров широкополосного виброударного механического стенда. Современное машиностроение. Наука и образование. 2013. № 3. С. 752-765.
- [6] Комаров И.С. Наземная экспериментальная отработка изделий ракетно-космической техники на ударное воздействие от пиротехнических средств разделения. Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИ маш). Электронный журнал «Труды МАИ». Выпуск № 71, 22 с. [www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/)
- [7] Терешин В.А. Ударные спектры при линейном взаимодействии // Современное машиностроение: Наука и образование: Материалы 6-й Международной научно-практической конференции. / Под ред. А.Н.Евграфова и А.А.Поповича. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017, с. 818, (стр. 202-213).
- [8] Терешин В.А., Шемякина Т.А. Интегрирование нелинейных автономных дифференциальных уравнений // Материалы XX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2019), 24 – 31 мая 2019 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2019. – 816 с.: ил. ISBN 978-5-4316-0589-5 с 118 - 120.
- [9] Яровицын В.С., Литвинов С.Д., Каразин В.И., Суханов А.А., Хлебосолов И.О. Устройство для испытания изделий на виброударные нагрузки. Патент на изобретение RUS 2348021 14.05.2007
- [10] Chang K. Y., Pyrotechnic Devices, Shock Levels And Their Applications. // 9th International Congress on Sound and Vibration Orlando, USA, July 2002, 19 p
- [11] Tereshin V.A., Shock response spectra as a result of linear interactions // Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer. Part F5, с. 151-161.
- [12] Хростицкий А.А., Евграфов А.Н., Терёшин В.А. Геометрия и кинематика пространственного шестизвенника с избыточными связями. Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. 2011. № 2 (123). С. 170-176.
- [13] ГОСТ Р 51371-99. Методы испытаний на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Испытания на воздействие ударов. – М.: 2000, 24 с.

## DALEMBERT METHOD FOR NONLINEAR INTERACTION

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia

### Abstract

The work is devoted to determination of acceleration of tested articles on impact stands. To form the required laws of motion between the striker and the bench table, shims of different thickness with different nonlinear loading characteristics are installed. The acceleration of the table with the test piece is determined by the elastic-inertial properties of the colliding bodies, nonlinearity of the pads and the superposition of incident and reflected waves. The paper proposes to perform the calculation of table acceleration in two stages. At the first stage, the slow component of the acceleration of the longitudinal motion of the instrument table should be determined from the consideration of nonlinear elastic collision of absolutely solid bodies. At the second stage, the fast component of the acceleration is calculated as a result of the summation of incident and reflected waves. A homogeneous rod is taken as a dynamic model of the table.

Key words: test bench, Dalember method, nonlinear shaper, shock acceleration.

### REFERENCES

- [1] Andrienko P.A., Karazin V.I., Khlebosolov I.O. About tests on combined influences. Modern Engineering. Science and education. 2012. № 2. Pp. 142-149. (rus.)
- [2] Methods and means of laboratory reproduction of acceleration: a monograph / V.I. Karazin [et al.]; ed. by Dr. of Technical Sciences, Prof. V.I. Karazin. - SPb.: POLITEKH-PRESS, 2023. - 168 p. (rus.)
- [3] Biderman V.L. Theory of Mechanical Vibrations. - Moscow: Vysshaya shkola, 1980. - 408 p. (rus.)
- [4] Karazin V.I., Kolesnikov S.V., Litvinov S.D., Sukhanov A.A., Khlebosolov I.O. Features of modeling and reproduction of vibration impact. Theory of mechanisms and machines. 2013. T. 11. № 22. Pp. 55-64 (rus.)
- [5] Karazin V.I., Kolesnikov S.V., Litvinov S.D., Sukhanov A.A., Khlebosolov I.O. Optimization of parameters of the broadband vibroimpact mechanical stand. Modern Engineering. Science and education. 2013. Pp. 752-765. (rus.)

- [6] Komarov I.S. Ground experimental testing of rocket and space technology products for shock impact from pyrotechnic means of separation. Central Research Institute of Mechanical Engineering (TsNII mash). Electronic journal "Proceedings of MAI". Issue No. 71, 22 pp. [www.mai.ru/science/trudy/](http://www.mai.ru/science/trudy/) (rus.)
- [7] Tereshin V.A. Shock spectra at linear interaction // Modern Engineering: Science and Education: Proceedings of the 6th International Scientific and Practical Conference. / Edited by A.N. Evgrafov and A.A. Popovich. - SPb.: Izd-vo Politehn. un-ta, 2017, pp. 202-213. (rus.)
- [8] Tereshin V.A., Shemyakina T.A. Integration of nonlinear autonomous differential equations // Proceedings of the XX International Conference on Computational Mechanics and Modern Applied Software Systems (VMSPPS'2019), May 24 - 31, 2019, Alushta. - Moscow: Izd-vo MAI, 2019. - 816 p.: ill. ISBN 978-5-4316-0589-5 pp 118 - 120.
- [9] Yarovitsyn V.S., Litvinov S.D., Karazin V.I., Sukhanov A.A., Khlebosolov I.O. Device for testing products for vibration shock loads. Patent for invention RUS 2348021 14.05.2007. (rus.)
- [10] Chang K. Y., Pyrotechnic Devices, Shock Levels And Their Applications. // 9th International Congress on Sound and Vibration Orlando, USA, July 2002, 19 p
- [11] Tereshin V.A., Shock response spectra as a result of linear interactions // Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer. Part F5, pp. 151-161.
- [12] Khrostitskiy A.A., Evgrafov A.N., Tereshin V.A. Geometry and kinematics of a spatial hexagon with redundant connections. Scientific and Technical Vedomosti of St. Petersburg State Polytechnic University. 2011. № 2 (123). Pp. 170-176. (rus.)
- [13] GOST P 51371-99. Test methods for resistance to mechanical external influencing factors of machines, devices and other technical products. Impact tests. - Moscow: 2000, 24 p. (rus.)