

УДК 621.01

doi:10.18720/SPBPU/2/id24-99

А.В. Зайцева¹, М.М. Ермолаев²

МЕТОД ОЦЕНКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ НАГРУЗКИ ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНЫХ ПЕРЕДАЧ



¹Анастасия Валерьевна Зайцева,
Московский Государственный Технический Университет
им. Н.Э. Баумана
Россия, Москва
Тел.: (499) 263-6337, E-mail: av-zaytseva@bmstu.ru.



²Михаил Михайлович Ермолаев,
Московский Государственный Технический Университет
им. Н.Э. Баумана
Россия, Москва
Тел.: (499) 263-6337, E-mail: mmermolaev@bmstu.ru.

Аннотация

В работе предложен метод оценки сил, действующих на сателлиты и опоры планетарно-цевочных передач, с учётом их пространственной компоновки, точности их изготовления, упругих деформаций и динамических нагрузок. Предложенные зависимости позволяют унифицировать метод расчёта планетарно-цевочных передач с известным методом расчёта эвольвентных передач, описанным в ГОСТ 21354-87.

Ключевые слова: планетарно-цевочная передача, распределение нагрузки между сателлитами, распределение нагрузки по длине контактных линий.

Введение

Несмотря на широкое распространение планетарно-цевочных передач в приводах промышленных роботов, станков с ЧПУ и прочем оборудовании, на данный момент не существует стандарта на их расчёт.

Основными условиями работоспособности планетарно-цевочных передач являются контактная выносливость рабочего профиля сателлита и грузоподъёмность его опор. Оба фактора существенно зависят от

распределения сил, действующих на сателлиты со стороны цевок. В работах [1-3] показано, что распределение этих сил подчиняется квазисинусоидальному закону и наибольшая сила, теоретически, возникает напротив полюса передачи.

В работах [4-11] предложены уточнения закона распределения сил, действующих на сателлит, с учётом погрешностей изготовления передачи, трения в зацеплении, нелинейной податливости мест контакта цевок с сателлитом и прочих факторов. В работе [12] показано, что существенное влияние на распределение нагрузки между сателлитами оказывают упругие деформации элементов передачи как пространственной системы (прогибы эксцентриковых валов, пальцев, перекося обоймы). Анализируя данные производителей можно сделать вывод, что планетарно-цевочные передачи имеют ограничение по максимальной частоте вращения эксцентриковых валов (до 5 000 об/мин для небольших передач и до 3 000 об/мин для средних и крупных передач), что говорит о существенном влиянии внутренней динамической нагрузки на расчёт передач.

При проектировании передач и оптимизации их параметров целесообразно иметь простую, по возможности, – аналитическую формулу, учитывающую все перечисленные эффекты. В известном расчёте эвольвентных передач, согласно ГОСТ 21354-87, аналогичные эффекты (внутренняя динамическая нагрузка, перекося зубчатых колёс и неравномерность распределения нагрузки между зубьями) учитываются при помощи коэффициентов нагрузки, учитывающих каждый отдельный фактор.

Целью данной работы является разработка метода расчёта коэффициентов нагрузки планетарно-цевочных передач, позволяющих проводить проверочные расчёты передач по формулам, аналогичным известному методу расчёта эвольвентных передач.

Методы

Условия работоспособности планетарно-цевочной передачи можно записать следующим образом:

1. Действующее контактное напряжение σ_H в месте контакта цевки с сателлитом меньше допускаемого σ_{HP} , определяемого материалом и термообработкой сателлита и цевки.

2. Сила F_r , с которой сателлит действует на его опору (подшипник), меньше допускаемой C_0 , определяемой из условия статической грузоподъёмности подшипника и, при необходимости, требуемого ресурса передачи.

Действующее значение контактного напряжения можно определить по формуле Герца:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_{max}E^*}{\pi b_p R}},$$

где F_{max} – сила, действующая на спутник со стороны наиболее нагруженной шестерни, E^* – приведенный модуль упругости, b_p – суммарная ширина спутников, R – приведенный радиус кривизны. Силу F_{max} и реакцию в опоре спутника F_r можно выразить через суммарную окружную силу на эксцентрик $F_x = T_e/e$, где T_e – крутящий момент на эксцентриковом валу, e – эксцентриситет передачи:

$$F_{max} = \frac{K_H F_x}{4}; \quad F_r = k_\lambda K_H F_x,$$

где K_H – коэффициент нагрузки, k_λ – параметр, зависящий от коэффициента укорочения λ передачи. Выражая приведенный радиус кривизны через параметры геометрии спутника, условия работоспособности передачи можно записать в виде:

$$\sigma_H = Z_E Z_H \sqrt{\frac{K_H F_x z_c \pm 1}{b_p a_p z_c}} < \sigma_{HP}; \quad F_r = k_\lambda K_H F_x < C_0, \quad (1)$$

где $Z_E = \sqrt{E^*/\pi}$ – параметр, зависящий от параметров упругости материалов шестерни и спутника, Z_H – параметр, зависящий от геометрии спутника и определяемый выражением [13]

$$\frac{1}{Z_H^2} = \frac{\Psi_{dm}}{8} \left(1 - \Psi_{dm} \sqrt{\frac{1 \pm 4/z_c}{27(1 - \lambda^2)}} \right),$$

a_p – делительный диаметр обоймы с шестернями, z_c – число зубьев спутника, λ – коэффициент укорочения циклоиды, $\Psi_{dm} = d_p z_p / a_p$ – относительный диаметр шестерни, d_p – диаметр шестерни. Знак " \pm " в формуле (1) принимается равным " $+$ " для передач с эпициклоидальным зацеплением [13] и " $-$ " для передач с гипоциклоидальным зацеплением. Как видно, по структуре формула (1) повторяет известную зависимость для расчёта эвольвентных передач.

Коэффициент нагрузки $K_H = K_A K_{H\alpha} K_{H\beta} K_{H\nu} K_{Hs}$ в формуле (1) учитывает различные факторы, приводящие к перераспределению сил в передаче (по сравнению с идеализированной теоретической моделью [2]):

1. Коэффициент K_A учитывает внешнюю динамическую нагрузку и зависит от типа двигателя и типа рабочего органа. Поскольку K_A не зависит от параметров передачи, его можно определять так же, как и для эвольвентных передач, согласно ГОСТ 21354-87 или ISO 6336-2019.

2. Коэффициент $K_{H\alpha}$ учитывает перераспределение нагрузки между шестернями ввиду погрешностей изготовления передачи. Этот вопрос подробно исследован в работах [7, 14], однако указанные авторы не

предлагают аналитической формулы для оценки $K_{H\alpha}$, которая была бы удобна на стадии проектирования передачи. В работе [15] предлагается метод оценки $K_{H\alpha}$ в предположении, что наибольшая концентрация нагрузки в передаче возможна, когда наибольшее приведенное отклонение f_p размеров цевки и сателлита реализуется напротив полюса передачи:

$$K_{H\alpha} = 1 + \frac{c_p f_p}{F_x}, \quad (2)$$

где c_p – жёсткость контакта цевки с сателлитом. Для однородного сателлита можно принять $c_p = \pi E^* b_p / 4$. Наибольшее приведённое отклонение f_p зависит от допусков на размеры цевки и отверстия под цевку в обойме, позиционного допуска на положение отверстия в обойме и допуска профиля сателлита.

3. Коэффициент $K_{H\beta}$ учитывает перекося сателлита относительно обоймы и уклон профиля сателлита вследствие погрешностей его изготовления. Метод оценки этого коэффициента подобен методу оценки аналогичного коэффициента при расчёте эвольвентной передачи:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{c_p b_p z_c}{8F_x} \beta \quad (3)$$

где β – угол перекося сателлита относительно цевки.

4. Коэффициент K_{Hs} учитывает распределение нагрузки между сателлитами и не имеет прямого аналога в известном методе расчёта эвольвентной передачи. Из необходимости балансировки и уменьшения нагрузок, действующих на опоры, планетарно-цевочные передачи обычно изготавливаются с двумя или тремя сателлитами. Из-за упругих деформаций элементов передачи (изгиба эксцентриковых валов, изгиба пальцев, перекося обоймы и сателлитов), нагрузка между сателлитами распределяется неравномерно. В работе [13] предложен метод оценки неравномерности распределения нагрузки между сателлитами редуктора типа КНУ по классификации В.Н. Кудрявцева [2]. Этот метод предполагает итерационное численное решение системы уравнений равновесия редуктора с нелинейными упругими связями между его деталями для получения значений упругих перемещений элементов передачи, по которым далее определяются значения крутящих моментов на сателлитах. Несмотря на множество учитываемых параметров, метод требует синтеза отдельной расчетной модели для каждого конструктивного исполнения редуктора и неудобен для оптимизации параметров при проектном расчёте.

В данной работе предлагается альтернативный аналитический метод определения отношения крутящих моментов на сателлитах. Рассмотрим

его на примере планетарно-цевочного мотор-редуктора типа КНУ с сателлитами, консольно расположенными на валу электродвигателя.

Как показано в работе [13], в передаче с механизмом параллельных кривошипов радиальные смещения сателлитов происходят, в основном, в плоскости, перпендикулярной направлению эксцентриситета. Обозначим u_1, u_2 – упругие перемещения профиля сателлитов в направлении, перпендикулярном эксцентриситету. Считая обойму жёсткой, можно полагать, что $u_1 = u_2$.

Упругие перемещения сателлитов обусловлены деформацией подшипников на эксцентриках, прогибом эксцентрикового вала и перекосом эксцентрикового вала на его собственных опорах и контактными деформациями профилей сателлитов. Методом, аналогичным [13], можно получить, что

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где F_1, F_2 – радиальные силы, с которыми эксцентриковые валы действуют на сателлиты, A – симметричная матрица, компоненты которой определяются соотношениями:

$$A_{ij} = \left(\frac{L_{Bi}L_{Bj}}{c_1L_{AB}^2} + \frac{(L_{AB} + L_{Bi})(L_{AB} + L_{Bj})}{c_2L_{AB}^2} + \frac{L_{AB}L_{Bi}L_{Bj}}{3EI_{xm}} \right) \cos(\gamma_i - \gamma_j) + \\ + \left(\frac{L_{Bj}^2(L_{AB} - L_{Bj}/3)}{2EI_{xe}} + \frac{e \min(L_{AB}, L_{Bj})}{2GI_{xe}} \right) \cos(\gamma_i - \gamma_j) + \left(\frac{1}{c_3} + \frac{4}{c_p z_p} \right) \delta_{ij},$$

где c_1, c_2 – жесткости опор эксцентрикового вала, c_3 – жесткость опоры сателлита, E, G – модули упругости первого и второго рода материала эксцентрикового вала, I_{xm}, I_{xe} – моменты инерции сечений эксцентрикового вала между его опорами и в области эксцентриков, L_{Bi} – расстояние от опоры i -го сателлита до ближайшей опоры эксцентрикового вала, γ_i – угол поворота направления эксцентриситета i -го сателлита, $z_p = z_c + 1$ – число цевок, δ_{ij} – символ Кронекера ($\delta_{ij} = 1$ при $i = j$, иначе $\delta_{ij} = 0$).

Уравнение (4) позволяет определить отношение радиальных сил F_1, F_2 , если в него подставить некоторую константу вместо $u_1 = u_2$. Предполагая, что крутящие моменты T_i , передаваемые сателлитами, пропорциональны радиальным силам F_i ,

$$K_{HS} = \frac{T_1 n}{T_e} = F_1 n / \sum_{i=1}^n F_i, \quad (5)$$

где $F_i = \sum_{j=1}^n A_{ij}^{-1}$ – радиальная сила на i – том сателлите, приводящая к условным единичным перемещениям $u_1 = u_2 = 1$, n – число сателлитов.

5. Коэффициент K_{Hv} учитывает внутреннюю динамическую нагрузку в передаче. Его исследование выходит за рамки данной работы.

Результаты

Проанализируем вклад каждого из перечисленных коэффициентов в общий коэффициент нагрузки K_H на примере планетарно-цевочного мотор-редуктора по схеме КНВ, представленного на Рис. 1.

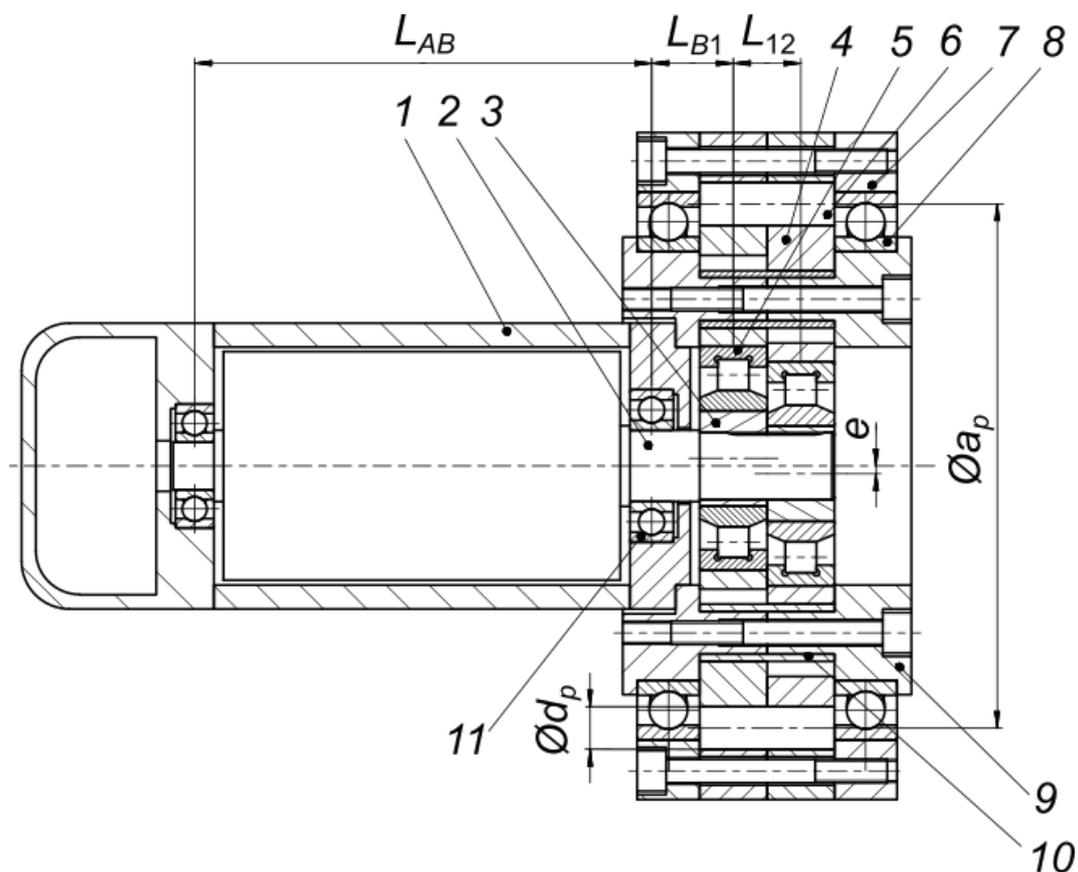


Рис. 1 Схема редуктора, рассматриваемого в примере для оценки значений коэффициентов нагрузки

На Рис. 1 введены следующие условные обозначения: 1 – корпус электро-двигателя, 2 – вал электро-двигателя, 3 – эксцентрик, 4 – сателлиты, 5 – подшипники эксцентрикового вала, 6 – цевки, 7 – обойма, 8 – подшипники обоймы, 9 – корпус редуктора, 10 – пальцы механизма параллельных кривошипов, 11 – подшипники электродвигателя.

В таблице 1 приведены характеристики рассматриваемого редуктора и основные параметры.

Таблица 1. Технические характеристики и размеры мотор-редуктора

Параметр	Обозначение	Значение	Ед. изм.
Крутящий момент на обойме	T	50 000	Н·мм
Эксцентриситет передачи	e	1,6	мм
Ширина сателлита	b_p	14	мм
Делительный диаметр обоймы с цевками	a_p	110	мм
Число зубьев венца сателлита	z_c	23	-
Число цевок	z_p	24	-
Диаметр цевки	d_p	9	мм
Диаметр эксцентрикового вала	d_e	14	мм
Диаметр ротора двигателя	d_m	25	мм
Наибольшее приведенное отклонение размеров цевки и сателлита	f_p	0,03	мм
Расстояние между опорами вала	L_{AB}	96	мм
Расстояние от первого сателлита до ближайшей опоры двигателя	L_{B1}	17	мм
Расстояние от второго сателлита до ближайшей опоры двигателя	L_{B2}	31	мм
Модуль упругости вала, цевки	$E = E_p$	210 000	МПа
Коэффициент Пуассона вала, цевки	$\mu = \mu_p$	0,3	-
Модуль упругости сателлита	E_c	4 000	МПа
Коэффициент Пуассона сателлита	μ_c	0,4	-
угол поворота направления эксцентриситета первого сателлита	γ_1	0	°
угол поворота направления эксцентриситета второго сателлита	γ_2	180	°

Для редуктора, технические характеристики которого сведены в Таблица 1, по формулам (2), (3), (5) были посчитаны коэффициенты нагрузки $K_{H\alpha}$, $K_{H\beta}$, K_{Hs} . Моменту $T = 50$ Нм на выходном валу редуктора соответствует суммарная окружная сила на эксцентриках $F_x = 1300$ Н.

Такой окружной силе соответствует коэффициент неравномерности распределения нагрузки между цевками $K_{H\alpha} = 1,8$ по формуле (2). В работе [14] для подобной точности приводится значение $K_{H\alpha} = 1,74$, что хорошо согласуется с результатами, полученными по формуле (2).

Зная коэффициент распределения нагрузки между сателлитами и, соответственно, окружные силы на эксцентриках, нетрудно оценить угол перекося сечения вала под наиболее нагруженным сателлитом. Оно составит $\beta_0 = 2,32'$. Роликовый подшипник, на который установлен сателлит, допускает углы перекося до $2'$. Полагая, что осевой зазор в

передаче назначен таким образом, чтобы не допускать заклинивания подшипника, получим актуальный угол перекаса сателлита относительно цевки $\beta = 0,32'$. Если осевой зазор редуктора достаточно велик, подобный перекас приведет к коэффициенту неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий $K_{H\beta} = 1,1$ по формуле (3). Если допустить, что цевки могут перекашиваться в пазах обоймы, угол β можно считать равным нулю, что соответствует $K_{H\beta} = 1$.

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки между сателлитами составит $K_{Hs} = 1,2$ по формуле (5). Численный метод, предложенный в работе [12], дает близкую оценку $K_{Hs} = 1,17$. Сравним результаты расчета коэффициентов K_{Hs} численным методом [12] и по формулам (5).

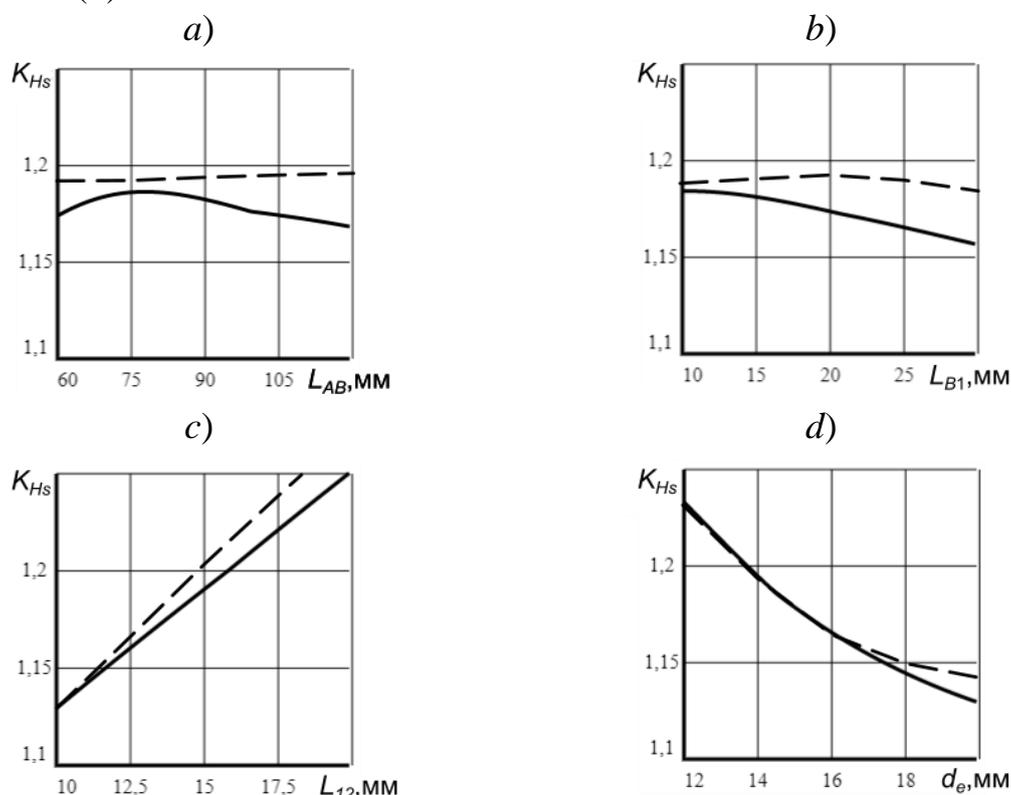


Рис. 2 Сравнение результатов расчета коэффициента неравномерности распределения нагрузки по сателлитам численным (сплошные линии) и аналитическим (пунктирные линии) методами при варьировании:

- a)* расстояния между опорами двигателя L_{AB} , *b)* расстояния первого сателлита до ближайшей опоры двигателя L_{B1} , *c)* расстояния между сателлитами L_{12} , *d)* диаметра эксцентрикового вала d_e .

На Рис. 2 изображены зависимости неравномерности распределения нагрузки между сателлитами (K_{Hs}) от геометрических параметров редуктора. Сплошной линией на рис.2 изображены результаты расчета коэффициентов K_{Hs} численным методом, описанным в [12], пунктиром – результаты расчета по формуле (5).

Обсуждение

Как видно, наибольший вклад в значение коэффициента нагрузки $K_H = K_{H\alpha}K_{H\beta}K_{Hs}$ для рассмотренного редуктора вносит коэффициент неравномерности распределения нагрузки по цевкам $K_{H\alpha} = 1,8$. Следующим по значимости оказываемого влияния является коэффициент неравномерности распределения нагрузки между сателлитами $K_{Hs} = 1,2$, а наименьшее значение оказывает коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий $K_{H\beta} = 1,1$.

Из Рис. 2 видно, что расхождения результатов численного и аналитического расчета коэффициента неравномерности распределения нагрузки между сателлитами K_{Hs} не превышают 0,03, причем погрешность аналитической оценки идёт в запас прочности передачи. Если сателлиты расположить между опорами эксцентрикового вала, то, ввиду симметрии расчётной схемы, коэффициент K_{Hs} можно принять равным единице.

Сравнивая результаты оценки коэффициента неравномерности распределения нагрузки между цевками $K_{H\alpha}$ с данными, полученными Сеницыной Ю.В. [14], можно сделать вывод о хорошей сходимости теоретической оценки по формуле (2) с результатами имитационного моделирования. Погрешность аналитической оценки коэффициента $K_{H\alpha}$ также идёт в запас прочности передачи.

Коэффициент неравномерности распределения нагрузки по длине контактных линий $K_{H\beta}$ может быть сведен к единице путем назначения осевых зазоров в передаче. При проектировании его можно не учитывать.

Заключение

Таким образом, предложенные в работе формулы (2, 3, 5) позволяют с достаточной точностью оценить составляющие коэффициента нагрузки в планетарно-цевочной передаче, и могут быть использованы на стадии проектирования.

В данной работе не был рассмотрен вопрос об оценке значений коэффициента внутренней динамической нагрузки, учитывающего частоту вращения эксцентрикового вала передачи. Разработка метода расчёта этого коэффициента относится к перспективам дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Шанников В. М. Планетарные редукторы с внецентроидным зацеплением. М.: Машгиз, 1948. 172 с.
- [2] Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. Л.: Машиностроение, 1966. 308с.

- [3] Lehmann M. Berechnung und Messung der Kräfte in einem Zykloiden-Kurvenscheiben-Getriebe. Dokt. Diss. Munchen, Techn. Univ., Fachbereich Maschinenwesen. 1976. 224 p.
- [4] Blagojevic M., [et al]. Stress and strain state of single-stage cycloidal speed reducer // presentert ved The 7th International Conference Research and Development of Mechanical Elements and Systems, Zlatibor, Serbia. 2011.
- [5] Blagojevic M., Kocic M., Marjanovic N., Stojanovic B. Influence of the friction on the cycloidal speed reducer efficiency. Journal of the Balkan Tribological Association. 2012. Vol. 18 (2). pp. 217-227
- [6] Blagojevic M. Analysis of clearances and deformations at cycloid disc. Machine design. 2014. Vol. 6, no. 3. P. 79–84.
- [7] Blanche J., Yang D. Cycloid drives with machining tolerances. Journal of mechanisms, transmissions, and automation in design. 1989. Vol. 111. No. 3. pp. 337-344.
- [8] Jang, D. J., Kim, Y. C., Hong, E. P., & Kim, G. S. Geometry design and dynamic analysis of a modified cycloid reducer with epitrochoid tooth profile. Mechanism and Machine Theory, 2021. Vol. 164, pp. 104399.1-104399.17.
- [9] Król R. Analysis of the backlash in the single stage cycloidal gearbox. Archive of Mechanical Engineering, 2022. pp. 693-711.
- [10] Li X. [et al.] Mesh stiffness calculation of cycloid-pin gear pair with tooth profile modification and eccentricity error. Journal of Central South University. 2018. Vol. 25, no. 7. pp. 1717–1731.
- [11] Сигов И.В. Исследование планетарно-цевочного редуктора. В кн.: Передачи в машиностроении. М.: Машгиз, 1952. С. 44-58.
- [12] Захаров М.Н., Ермолаев М.М., Зайцева А.В. Оценка распределения нагрузки между сателлитами планетарно-цевочного редуктора. Вестник машиностроения. 2020. № 6. С. 34-39.
- [13] Зайцева А.В. Унификация метода расчета планетарно-цевочной передачи с методом расчета цилиндрических эвольвентных передач. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2023. № 12. с. 14–19 DOI: 10.18698/0536-1044-2023-12-14-19
- [14] Синицына, Ю. В. Исследование влияния точности изготовления на надежность планетарно-цевочного редуктора. Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2020. № 9(726). С. 9-17. DOI 10.18698/0536-1044-2020-9-9-17. – EDN EXQZDE.
- [15] Захаров М.Н., Ермолаев М.М., Куралина Н.Н. Перспективы использования в планетарно-цевочных передачах пластиковых сателлитов со стальным бандажом . Вестник машиностроения. 2023. №8 С. 625-630.

THE METHOD FOR ESTIMATE LOAD FACTORS IN CYCLOIDAL TRANSMISSIONS

Bauman Moscow State Technical University, Russia

Abstract

The paper proposes a method for estimate the forces acting on the satellites and supports of cycloidal transmissions, taking into account their spatial layout, the accuracy of their manufacture and elastic deformations. The proposed dependencies make it possible to unify the method for calculating planetary lantern gears with the well-known method for calculating involute gears, described in GOST 21354-87.

Key words: cycloidal transmission, load distribution between satellites, load distribution along the length of contact lines.

REFERENCES

- [1] Shannikov V.M. Planetarnye reduktory s vnetsentroidnym zatsepleniem [Planetary reducers with off-centre gearing]. Moscow, Mashgiz Publ., 1948. 172 p. (rus.)
- [2] Kudryavtsev V.N. Planetarnye peredachi [Planetary gears]. Moscow, Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1966. 307 p. (In Russ.).
- [3] Lehmann M. Berechnung und Messung der Krafte in einem Zykloiden-Kurvenscheiben-Getriebe. Dokt. Diss. Munchen, Techn. Univ., Fachbereich Maschinenwesen. 1976. 224 p.
- [4] Blagojevic M., [et al]. Stress and strain state of single-stage cycloidal speed reducer. Presentert ved The 7th International Conference Research and Development of Mechanical Elements and Systems, Zlatibor, Serbia. 2011.
- [5] Blagojevic M., Kocic M., Marjanovic N., Stojanovic B. Influence of the friction on the cycloidal speed reducer efficiency. Journal of the Balkan Tribological Association. 2012. Vol. 18 (2). pp. 217-227
- [6] Blagojevic M. Analysis of clearances and deformations at cycloid disc. Machine design. 2014. Vol. 6, no. 3. P. 79–84.
- [7] Blanche J., Yang D. Cycloid drives with machining tolerances. Journal of mechanisms, transmissions, and automation in design. 1989. Vol. 111. No. 3. pp. 337-344.
- [8] Jang, D. J., Kim, Y. C., Hong, E. P., & Kim, G. S. Geometry design and dynamic analysis of a modified cycloid reducer with epitrochoid tooth profile. Mechanism and Machine Theory, 2021. Vol. 164, pp. 104399.1-104399.17.

- [9] Król R. Analysis of the backlash in the single stage cycloidal gearbox. *Archive of Mechanical Engineering*, 2022. pp. 693-711.
- [10] Li X. [et al.] Mesh stiffness calculation of cycloid-pin gear pair with tooth profile modification and eccentricity error. *Journal of Central South University*. 2018. Vol. 25, no. 7. pp. 1717–1731.
- [11] Sigov I.V. Study on a planetary chain reducer. *Peredachi v mashinostroenii*, 1951, pp. 44–58. (rus.).
- [12] Zakharov M.N., Ermolaev M.M., Zaytseva A.V. Nonuniform load distribution between the satellites of a cycloid gear. *Vestnik mashinostroeniya*, 2020, no. 6, pp. 34–39. (rus.). (Eng. version: *Russ. Engin. Res.*, 2020, vol. 40, no. 9, pp. 720–725.)
- [13] Zaytseva A.V. Unification of the cycloidal gearbox calculation method and the cylindrical involute gear calculation method. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*, 2023, no. 12, pp. 14–19, DOI: 10.18698/0536-1044-2023-12-14-19. (rus.)
- [14] Sinitsyna, Y. V. Investigation of the influence of manufacturing accuracy on the reliability of a planetary gear reducer. *News of higher educational institutions. Mechanical engineering*. 2020. № 9(726). – pp. 9-17. DOI 10.18698/0536-1044-2020-9-9-17. ed. (rus.)
- [15] Zakharov, M.N., Ermolaev, M.M., Kuralina, N.N. Using Plastic Pinions with a Steel Wrapper in Planetary Cycloid Gears. *Vestnik mashinostroeniya*, 2023. №8 pp. 625-630 (rus.) (Eng. version: *Russian Engineering Research* 2023, 43(10), pp.1173–1177)