

И.Е. Люминарский¹, В.В. Баласанян², С.Е. Люминарский³

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СДВОЕННОЙ ВОЛНОВОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ



¹Игорь Евгеньевич Люминарский,
Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)
Россия, Москва
Тел.: (985)988-4292, E-mail: lumie@bmstu.ru.



²Вадим Владимирович Баласанян,
Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)
Россия, Москва
Тел.: (499)951-8059, E-mail: balasanyanvv@student.bmstu.ru.



³Станислав Евгеньевич Люминарский,
Московский государственный технический университет имени
Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)
Россия, Москва
Тел.: (916)594-5435, E-mail: lum@bmstu.ru.

Аннотация

В работе рассмотрены вопросы проектирования сдвоенной волновой зубчатой передачи (СВЗП), изготовленной с применением аддитивных технологий. Передаточное отношение СВЗП равно 30, разница чисел зубьев гибкого и жесткого колес в первой ступени – 4. Вторая ступень передачи является зубчатой муфтой. Зубчатые колеса изготовлены из пластика PLA+. Рассмотрены методика расчета упругого взаимодействия элементов передачи и определение основных параметров. Результаты теоретических исследований показали, что одним из основных критериев работоспособности рассматриваемой передачи является величина момента сопротивления на выходном валу, при котором наступает интерференция

зубьев. Приведены условия, которым должны удовлетворять основные параметры передачи.

Ключевые слова: волновая зубчатая передача, гибкое колесо, жесткое колесо, интерференция зубьев, аддитивные технологии.

Введение

На кафедре «Теория механизмов и машин» МГТУ им. Н.Э. Баумана была спроектирована и изготовлена сдвоенная волновая зубчатая передача, в которой большинство деталей выполнены из полимеров на 3D принтере. В составе передачи из покупных компонентов оставлены подшипники и крепежные детали.

На рис. 1, 2 представлены схема и фотография СВЗП. В первой ступени зубчатый венец гибкого колеса (ГК) зацепляется с неподвижным жестким колесом 5 (ЖК₁). Разница чисел зубьев жесткого и гибкого колес здесь равна 4. Во второй ступени передачи зубчатый венец зацепляется с жестким колесом 6 (ЖК₂), которое является выходным звеном. Вторая ступень представляет собой волновую зубчатую муфту, числа зубьев жесткого и гибкого колеса в которой равны.

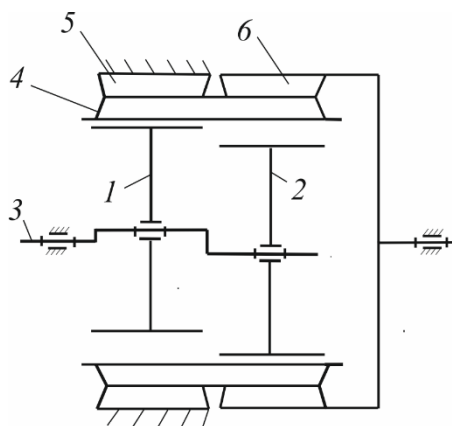


Рис.1. Схема СВЗП:

1, 2 – деформирующие диски; 3 – входной вал;
4 – гибкое колесо; 5, 6 – жесткие колеса



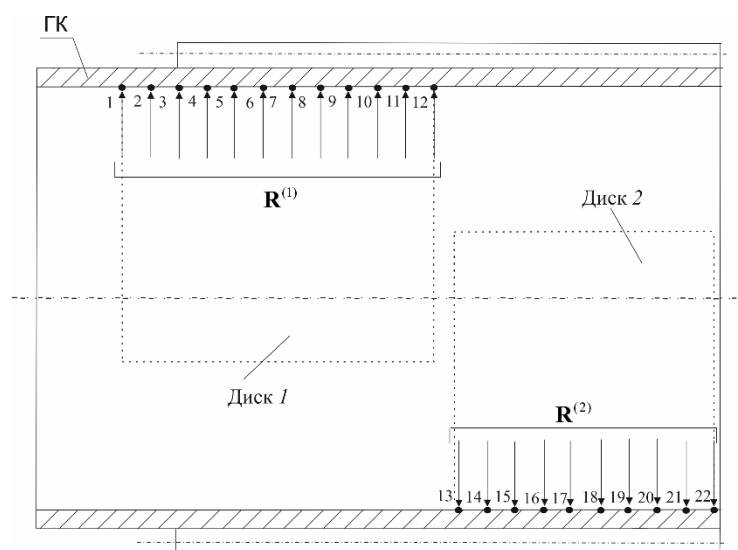
Рис.2. Сдвоенная волновая зубчатая передача (СВЗП)

Цель работы — разработка математической модели СВЗП, учитывающей пространственное упругое взаимодействие элементов передачи, и критериев определения основных параметров передачи. На основе предложенной математической модели проведение теоретических исследований влияния основных параметров на интерференцию зубьев в первой и второй ступенях передачи.

Методы

При расчете упругого взаимодействия элементов передачи поверхностный контакт звеньев заменяется контактами в узловых точках. Ободы жестких колес 5, 6 считаются абсолютно твердыми телами. Упругие деформации зубьев жестких колес определяются методом конечных элементов, деформация гибкого колеса (ГК) 4 – методом прогонки по линейной теории тонких оболочек. В математической модели учитываются также смещения звеньев как жестких тел: диски 1,2 могут поступательно смещаться в плоскости движения, ГК – поступательно смещаться и поворачиваться в указанной плоскости, жесткое колесо второй ступени – только поворачиваться вокруг оси вращения z . Поступательное смещение жесткого колеса не учитывается.

На рис. 3 представлена расчетная схема, в которой введены следующие обозначения: $\mathbf{R}^{(1)}$, $\mathbf{R}^{(2)}$ – векторы узловых сил взаимодействия ГК с дисками; $\mathbf{R}^{(3)}$, $\mathbf{R}^{(4)}$ – векторы узловых сил взаимодействия ГК с ЖК₁ по рабочим и нерабочим боковым поверхностям зубьев; $\mathbf{R}^{(5)}$, $\mathbf{R}^{(6)}$ – векторы узловых сил взаимодействия ГК с ЖК₂ по нерабочим и рабочим боковым поверхностям зубьев.



a

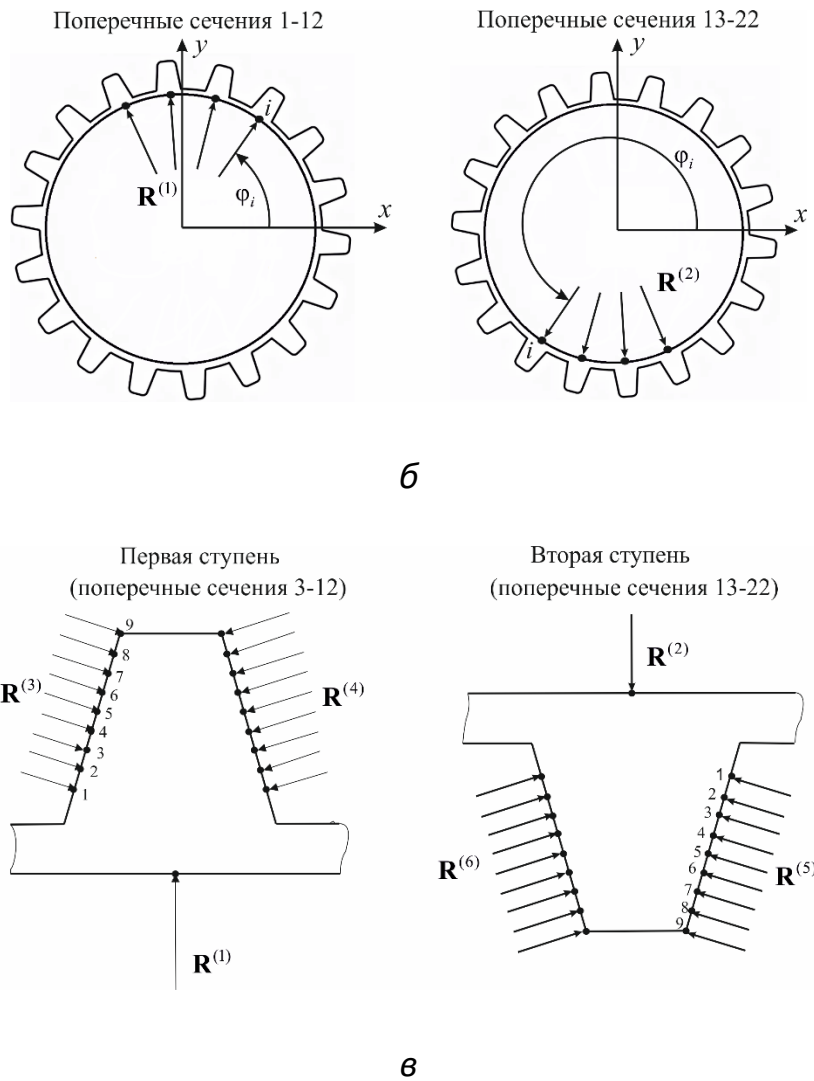


Рис. 3. Расчетная схема взаимодействия элементов СВЗП: *а* – осевое сечение ГК; *б* – поперечные сечения ГК; *в* – поперечные сечения зубьев ГК

Система разрешающих уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \Lambda = -W + \Lambda_0 + (D + \Lambda) \cdot R + G \cdot U \\ G^T \cdot R - K \cdot U = M \\ \Delta_i \geq 0, \quad i = 1, L \\ R_i \geq 0, \quad i = 1, L \\ \Delta_i \cdot R_i = 0 \quad i = 1, L \end{cases}, \quad (1)$$

где L – количество односторонних связей;
 $R = (R^{(1)T}, R^{(2)T}, R^{(3)T}, R^{(4)T}, R^{(5)T}, R^{(6)T})^T$ – вектор узловых сил;

$\Lambda = (\Lambda^{(1)T}, \Lambda^{(2)T}, \Lambda^{(3)T}, \Lambda^{(4)T}, \Lambda^{(5)T}, \Lambda^{(6)T})^T$ – вектор зазоров в узловых точках;
 $U = (U^{(d_1)T}, U^{(d_2)T}, U^{(g)T}, U^{(b_2)T})^T$ – вектор смещений звеньев как жестких тел;
 $U^{(d_1)}, U^{(d_2)}$ – векторы смещений дисков 1 и 2; $U^{(g)}, U^{(b_2)}$ – векторы смещений гибкого колеса и жесткого колеса второй ступени;
 $\Lambda = \text{diag}(\Lambda^{(1)}, \Lambda^{(2)}, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ – диагональная блочная матрица, элементами которой являются податливости пружин модели Винклера, учитывающей взаимодействие дисков с ГК; **D** – блочная матрица узловых податливостей; **G** – блочная матрица, учитывающая смещение упругих звеньев как жестких тел; **W** – смещения узловых точек деформирующих дисков; Λ_0 – начальные зазоры в односторонних связях; $K = \text{diag}(k_{1F}, k_{1F}, k_{2F}, k_{2F}, 0, 0, 0, 0)$ – вектор радиальных податливостей подшипников деформирующих дисков; **M** – вектор внешних нагрузок; M_B – момент сопротивления на выходном валу.

Система (1) решается следующим образом:

1) задаются первые приближения начальных зазоров Λ_0 , смещения узловых точек **W** деформирующих дисков, радиальных податливостей подшипников податливостей подшипников деформирующих дисков k_{1F}, k_{2F} , момент сопротивления M_B ;

2) методом введения восстанавливающих сил определяются реакции **R** и зазоры Λ в односторонних связях, вектор смещения элементов передачи как жестких тел **U**;

3) уточняются значения начальных зазоров Λ_0 , смещений узловых точек дисков **W**, радиальных податливостей подшипников k_{1F}, k_{2F} .

4) вычисления повторяются с первого пункта до достижения заданной точности расчета.

Работоспособность и эффективность предложенных расчетной схемы и метода расчета подтверждаются многолетним опытом расчета аналогичных задач.

Основные размеры передачи: числа зубьев жестких колес $z_{b1}=124, z_{b2}=120$; число зубьев ГК $z_g=120$; модуль $m=1,25$ мм; толщина ГК под зубчатым венцом $h_1=1,2$ мм; длина ГК $L=71$ мм; ширина зубчатого венца ГК $b_w=56$ мм; внутренний диаметр ГК $D=149,22$ мм; ширина первого диска (1) – 33 мм; ширина второго диска (2) – 27 мм; ширина жестких колес – 27 мм. Гибкое и жесткое колеса изготовлены из полимера PLA+, модуль упругости которого $E=1973$ Мпа.

Параметры исходного контура: $h_a^*=1, \alpha=20, c^*=0.25$.

В результате расчетных исследований подбираются следующие параметры:

- x_g, x_{b1}, x_{b2} – коэффициенты смещения гибкого колеса 4 и жестких колес 5, 6;

- $h_d^* = h_d / m$ – коэффициент глубины захода зубьев в первой и второй ступенях передачи;

- w_0 – максимальная деформация гибкого колеса;

- R_d – радиус деформирующих дисков;

- e_{b1}, e_{b2}, e_g – коэффициенты ширины впадин жестких зубчатых колес первой и второй ступеней;

- e_g – коэффициент ширины впадины гибкого колеса.

При проведении расчетных исследований выбирались такие значения указанных параметров, при которых интерференция зубьев в первой или второй ступени наступает при наибольшем значении момента сопротивления, и выполняются следующие условия:

1) толщины зубьев по окружности вершин гибкого и жесткого колес больше $0,4m$, где m – модуль зацепления;

2) радиальные зазоры в зубчатых зацеплениях больше $0,2m$;

3) боковые зазоры в зубчатых зацеплениях при нулевой нагрузке равны нулю;

4) в зубчатых зацеплениях отсутствует интерференция первого рода, при которой взаимодействие зубьев происходит на переходной поверхности;

5) в зубчатых зацеплениях отсутствует интерференция второго рода, при которой на входе в зацепление зубья взаимодействуют поверхностями вершин;

6) угол обхвата дисками гибкого колеса $\gamma = 60^\circ \dots 80^\circ$.

Последнее условие используется для определения радиуса деформирующих дисков R_d . Угол обхвата γ определяется путем расчета упругого взаимодействия элементов ненагруженной передачи. Для рассматриваемой передачи получено значение $R_d = 69$ мм.

Результаты

На рис. 4 показано влияние коэффициента смещения ГК на значение момента сопротивления M_c^* , при котором наступает интерференция зубьев в первой (кривая 1) и второй (кривая 2) ступенях, и максимальная деформация $w_0 = 2,48$ мм. Коэффициенты смещения жестких колес определялись из условия равенства нулю боковых зазоров при нулевой нагрузке, коэффициент глубины захода зубьев h_d^* принимался максимально возможным. Расчетные исследования показали, что

320

максимальное значение коэффициента $h_d^* = 1,4$. Из полученных вариантов выбирались варианты с минимально возможными значениями коэффициентов ширины впадин. На графике видно, что для увеличения момента M_C^* необходимо увеличивать коэффициент смещения гибкого колеса.

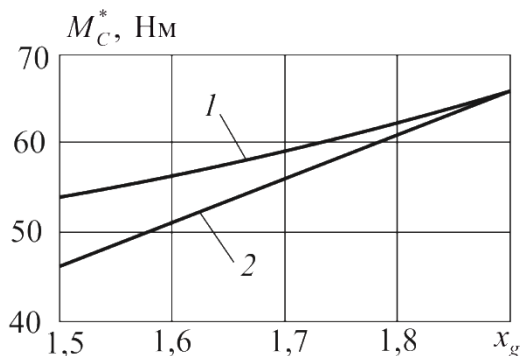


Рис. 4. Зависимость момента сопротивления, при котором наступает интерференция зубьев, от коэффициента смещения ГК ($w_0 = 2,48$ мм):
1 – первая ступень; 2 – вторая ступень

Расчетные исследования показали, что максимальное значение коэффициента смещения ГК $x_g^{\max}$ уменьшается с ростом глубины захода зубьев (рис.5).

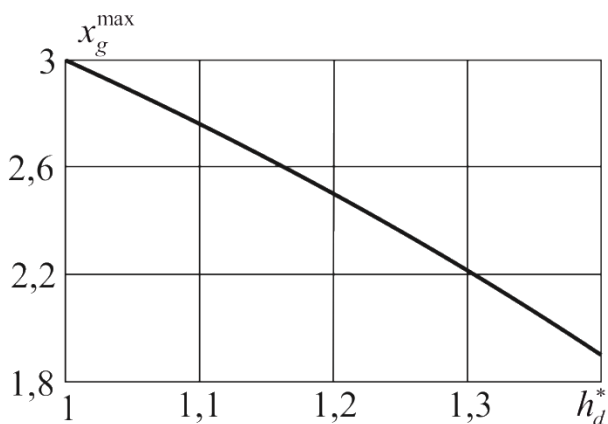


Рис. 5. Зависимость максимального значения коэффициента смещения ГК от коэффициента глубины захода зубьев

Увеличение глубины захода зубьев (рис. 6) приводит к увеличению значений моментов сопротивления, при которых наступает интерференция зубьев в первой и второй ступенях. При определении этой зависимости коэффициент смещения ГК принимался равным максимальному значению $x_g = x_g^{\max}$ по заранее полученному графику (см. рис.5).

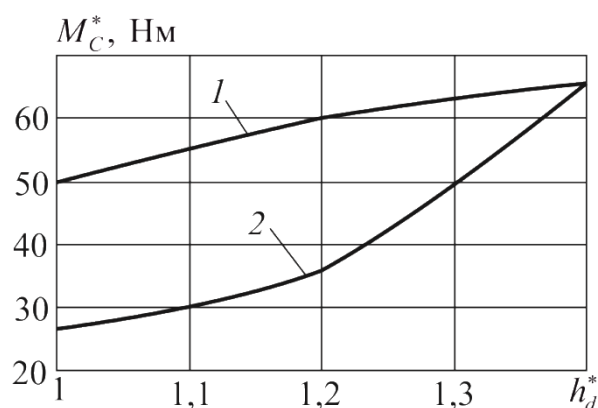


Рис. 6. Зависимость момента сопротивления, при котором наступает интерференция зубьев, от коэффициента глубины захода зубьев ($w_0 = 2,48$ мм):
1 – первая ступень; 2 – вторая ступень

Приведенные на рис. 4, 6 зависимости позволяют предложить последовательность определения значений основных параметров передачи, обеспечивающих максимальное значение момента сопротивления M_C^* , при котором наступает интерференция зубьев.

1. На первом этапе выбираются варианты параметров передачи, в которых коэффициент глубины захода зубьев h_d^* имеет максимальное значение.

2. На втором этапе из полученных вариантов выбирают параметры, в которых коэффициент смещения гибкого колеса x_g имеет максимальное значение.

По предложенной последовательности был определен момент сопротивления M_C^* при различных значениях максимальной деформации гибкого колеса w_0 (рис. 7). Из рисунка видно, что с увеличением максимальной деформации ГК w_0 момент сопротивления, при котором наступает интерференция зубьев, увеличивается в первой ступени и уменьшается во второй ступени. Следовательно, в точке пересечения кривых 1 и 2 (см. рис. 7) момент сопротивления, при котором наступает интерференция зубьев в первой или второй ступенях, принимает максимальное значение. Для рассматриваемой передачи в точке пересечения кривых 1 и 2 получено значение $w_0 = 2,48$ мм.

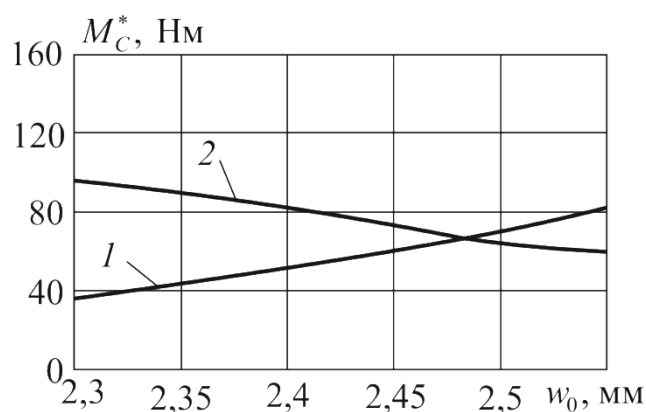


Рис. 7. Зависимость момента сопротивления, при котором наступает интерференция зубьев, от величины максимальной деформации ГК w_0 :
1 – первая ступень; 2 – вторая ступень

Обсуждение

В работе рассматривается актуальная проблема удешевления производства волновых редукторов путем их изготовления с применением аддитивных технологий. Исследуется возможность создания двухступенчатого волнового редуктора с коротким гибким колесом и небольшим передаточным отношением $u = 30$, в котором зубчатые колеса выполнены из пластика PLA+.

Заключение

1. Если зубчатые колеса сдвоенной волновой зубчатой передачи с коротким гибким колесом изготовлены из пластика PLA+, то одним из основных показателей работоспособности такой передачи является значение момента сопротивления M_C^* на выходном валу, при котором наступает интерференция зубьев.

2. Для получения максимального значения M_C^* рассматриваемой двухступенчатой волновой зубчатой передачи необходимо:

- принимать максимально возможные значения коэффициента захода зубьев h_d^* и коэффициента смещения гибкого колеса x_g ;
- принимать значение максимальной деформации ГК w_0 из условия равенства моментов сопротивления на выходном валу, при которых наступает интерференция зубьев в первой и второй ступенях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Волков Д. П., Крайнев А.Ф. Волновые зубчатые передачи. Киев, Техника, 1976. – 224с.
- [2] Гинзбург Е.Г. Волновые зубчатые передачи. Л., Машиностроение, 1969. 159 с.
- [3] Иванов М.Н. *Волновые зубчатые передачи*. Москва, Высшая школа, 1981. 184 с.
- [4] Шувалов С. А. Теория и автоматизированное проектирование волновых зубчатых передач. Дис. ... докт. техн. наук (05.02.02). Москва, 1986. 354 с.
- [5] Полетучий А.И. *Теория и конструирование высокоэффективных волновых зубчатых механизмов*. Харьков, НАУ «ХАИ» им. М. Жуковского, 2005. 675 с.
- [6] Тимофеев Г. А., Костиков Ю. В., Подчасов Е. О. Волновые зубчатые передачи. Теория и практика. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2018, №5, с. 36-43.
- [7] Тимофеев Г. А. Проектирование одноступенчатых волновых зубчатых передач и двухступенчатых с волновой муфтой *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2016, № 1(670), с. 3-11.
- [8] Новиков Е.С., Сильченко П.Н., Тимофеев Г.А., Красавин С.И. Оценка влияния погрешностей изготовления зубчатых передач на качественные показатели приводов летательных аппаратов. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2019, №1(706), с. 29-36.
- [9] Тимофеев Г.А., Люминарский И.Е., Люминарский С.Е. Математическая модель волновой зубчатой передачи с генератором волн внешнего деформирования. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*, 2023, №7, с. 3-11.
- [10] Люминарский И.Е., Люминарский С.Е., Люминарская Е.С. Анализ напряженно-деформированного состояния гибкого колеса волновой зубчатой передачи. *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*, 2023, №4 (360), с. 41–47.
- [11] Lyuminarsky I.E., Lyuminarsky S.E., Lyuminarskaja E.S. Mathematical Model of Influence of Geometric Parameters on Wave Gear Teeth Wear // OP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 346(2021) 03016, Issue 1: International Conference on Modern Trends in Manufacturing Technologies and Equipment 2021 (ICMTME 2021), 6–10 September 2021, Sevastopol.
- [12] Тимофеев Г.А., Костиков Ю.В. Расчет крутильной жесткости волновых зубчатых передач. *Вестник машиностроения*, 2016, №9, с. 28–31.

- [13] Стрельников В.Н., Уваров В.А., Дектярь А.Н. Напряженное состояние диска генератора волн крупной волновой передачи. СТИН, 2022, №8, с. 2-5.
- [14] Тимофеев Г.А., Тарабарин В.Б., Яминский Н.А. Силовой расчет волновой передачи с дисковым генератором волн. Приводы и компоненты машин, 2023, № 1-3(40), с. 11-13.
- [15] Flavius A. Ardelean. 3D modeling of the harmonic drive using "CATIA" . Annalsof the Oradea University. Fascicle of Management and Technological Engineering. 2007. Vol. VI(XVI). P. 882–885.

I.E. Lyuminarsky, V.V. Balasanian, S.E. Lyuminarsky

DETERMINATION OF THE MAIN PARAMETERS OF THE DUAL HARMONIC DRIVE

Bauman Moscow State Technical University, Russia

Abstract

The paper considers the issues of designing a dual wave gear transmission (BWG) manufactured using additive technologies. The gear ratio of the gearshift is 30, the difference in the number of teeth of the flexible and rigid wheels in the first stage is 4. The second stage of the transmission is a gear clutch. The gears are also made of PLA+ plastic. A method for calculating the elastic interaction of transmission elements and determining the main transmission parameters is considered. The results showed that one of the main criteria for the operability of the transmission in question is the magnitude of the moment of resistance on the output shaft, at which interference of the teeth occurs. The main conditions that must be satisfied by the main transmission parameters are considered.

Key words: harmonic drive, flexible gear, rigid gear, tooth interference, additive technologies.

REFERENCES

- [1] Volkov D. P., Krainev A.F. Wave gears. Kiev, Technika Publ., 1976. – 224s.
- [2] Ginzburg E.G. Wave gears. L., Mashinostroenie, 1969. 159 p.
- [3] Ivanov M.N. Wave gears. Moscow, Higher School, 1981. 184 p.
- [4] Shuvalov S. A. Theory and computer-aided design of wave gears. Dis. ... doct. Technical Sciences (02/05/02). Moscow, 1986. 354 p.
- [5] Poletuchy A.I. Theory and design of highly efficient wave gear mechanisms. Kharkiv, NAU "KHAI" named after M. Zhukovsky, 2005. 675 p.

- [6] Timofeev G. A., Kostikov Yu. V., Podchasov E. O. Wave gears. Theory and practice. News of higher educational institutions. Mechanical engineering. 2018, No. 5, pp. 36-43.
- [7] Timofeev G. A. Design of single-stage wave gears and two-stage with a wave clutch. Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mechanical engineering. 2016, No. 1(670), pp. 3-11.
- [8] Novikov E.S., Silchenko P.N., Timofeev G.A., Krasavin S.I. Evaluation of the influence of gear manufacturing errors on the quality indicators of aircraft drives. News of higher educational institutions. Mechanical engineering. 2019, No. 1(706), pp. 29-36.
- [9] Timofeev G.A., Luminarskiy I.E., Luminarskiy S.E. Mathematical model of a wave gear transmission with an external deformation wave generator. News of higher educational institutions. Mechanical Engineering, 2023, No. 7, pp. 3-11.
- [10] Luminarskiy I.E., Luminarskiy S.E., Luminarskaya E.S. Analysis of the stress-strain state of a flexible wave gear wheel Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology, 2023, No. 4 (360), pp. 41-47.
- [11] Luminarskiy I.E., Luminarskiy S.E., Luminarskaya E.S. A mathematical model of the influence of geometric parameters on the wear of the teeth of a wave gear // Conference Series OP: Materials Science and Engineering, Volume 346(2021) 03016, Issue 1: International Conference on Current Trends in Manufacturing Technologies and Equipment 2021 (ICMTME 2021), September 6-10, 2021, Sevastopol.
- [12] Timofeev G.A., Kostikov Yu.V. Calculation of the torsional stiffness of wave gears. Bulletin of Mechanical Engineering, 2016, No. 9, pp. 28-31.
- [13] Strelnikov V.N., Uvarov V.A., Dektyar A.N. The stressed state of the disk of the large wave transmission wave generator. Stin, 2022, No. 8, pp. 2-5.
- [14] Timofeev G.A., Tarabarin V.B., Yaminsky N.A. Power calculation of wave transmission with a disk wave generator. Drives and components of machines, 2023, No. 1-3(40), pp. 11-13.
- [15] Flavius A. Ardelean. 3D modeling of harmonic drive using "CATIA". The Chronicle of the University of Oradea. Faculty of Management and Technological Engineering. 2007. Volume VI(XVI). pp. 882-885.