ISSN 2223-0807
Современное машиностроение: Наука и образование 2025:
материалы 14-й Международной научной конференции, 18 июня 2025 года
/ Под ред. А. Н. Евграфова и А. А. Поповича. - СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2025.

УДК 621.865.8, 519.711.3
doi:10.18720/SPBPU/2/id-134

Чжан Цзиннянь[1], А.Н. Волков[2], Янь Чуаньчао[3]

МЕТОД СИНТЕЗА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ЗАКОНА ДВИЖЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН ДЛЯ МИНИМИЗАЦИИ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ С УЧЁТОМ МИНИМАЛЬНОЙ ОСТАТОЧНОЙ ВИБРАЦИИ

[1]Чжан Цзиннянь,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (906)273-1901, E-mail: niange6666@gmail.com.

[2]Андрей Николаевич Волков,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (921)992-4700, E-mail: volkov-and-1@yandex.ru.

[3]Янь Чуаньчао,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (911)005-3226, E-mail: ychuanchao@mail.ru.

Аннотация

В работе представлен метод синтеза симметричного прямоугольного закона движения, направленный на минимизацию энергопотребления системы при условии снижения остаточной вибрации за счет регулировки временных параметров. Для достижения этой цели создана модель привода с учетом вибрации, в рамках которой закон прямоугольного движения проанализирован как во временной области, так и в области Лапласа, что позволило установить ограничения для минимизации остаточной вибрации. Задача минимизации энергопотребления была сформулирована как задача смешанного целочисленного нелинейного программирования и эффективно решена с использованием генетического алгоритма со штрафными функциями. Результаты моделирования подтверждают эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: энергосбережение, оптимизация вибрации, прямоугольный закон движения, генетический алгоритм.

Введение

Планирование траектории движения «точка-точка» является критической задачей в промышленном управлении движением и находит применение в кранах, роботизированных манипуляторах и станках. Текущие исследования в основном сосредоточены на двух целях оптимизации: (1) минимизация энергопотребления для снижения себестоимости и развития экологически чистого производства и (2) сокращение времени движения для повышения производительности. Однако промышленное оборудование часто обладает структурной гибкостью. Оптимизация исключительно для повышения энерго- или временной эффективности может привести к резкому изменению ускорения, вызывающему вредные вибрации. Эти вибрации нарушают точность движений, ухудшают качество продукции и ускоряют износ оборудования, что в итоге сокращает срок его службы. [1-3]

Для решения этой проблемы при проектировании оптимального закона движения необходимо учитывать подавление вибраций и многоцелевую оптимизацию. Существующие методы многоцелевой оптимизации в основном включают настройку нулевой точки движения на полюс вибрации системы, принимая ее в качестве ограничения для минимизации вибрации, а также решение задач минимального общего времени движения или общего потребления энергии путем регулировки времени ускорения и замедления закона движения. Например, в [4] минимальная остаточная вибрация и общее время движения достигаются за счет регулировки профиля графика пути S; в [5] рассматривается снижение энергопотребления и подавление остаточной вибрации при перемещении подвешенных грузов краном. Второй способ заключается в синтезе комплексной целевой функции, которая объединяет обе цели оптимизации (энергопотребление и время работы) и показатели вибрационных характеристик через суммирование весовых функций. Затем решается многокритериальная задача оптимизации с использованием интеллектуальных алгоритмов для синтеза траектории движения, учитывающей энергопотребление или время и подавление вибрации (например, в [6],[7]). Однако эти методы имеют высокую вычислительную сложность и жесткие требования к точности контроллера, что затрудняет их реализацию на промышленном оборудовании с ограниченной производительностью контроллера.

Цель данного исследования — предложить метод синтеза прямоугольного закона движения, которые широко используются и легко реализуются в промышленности [8],[9] для достижения минимального потребления энергии и остаточной вибрации. Подобные исследования уже

проводились и их результаты представлены в [10],[11]. Они имеют два основных ограничения. Во-первых, модели вибрации игнорируют эффект демпфирования упругой системы. Во-вторых, модели потребления энергии основаны на электрических характеристиках входов мехатронной системы, что не позволяет адекватно отразить связь с кинематикой системы.

В данной работе на основе исследований, проведенных в [10],[11] предлагается метод синтеза прямоугольного закона движения для минимизации энергопотребления и подавления остаточной вибрации. Сначала для сценария движения «точка-точка» с симметрией ускорения и замедления определяется безразмерное выражение прямоугольных законов движения. Затем выводится условие минимальной остаточной вибрации пружинно-демпфированной системы в области Лапласа, строится модель энергопотребления на основе механического момента на выходе электромеханической системы, и оптимизационная задача преобразуется в форму смешанного целочисленного нелинейного программирования с ограничениями на минимальную остаточную вибрацию и кинематику. Задача решается генетическим алгоритмом, при этом оптимизируются величина вибраций. Эффективность метода подавления вибраций и оптимизации энергопотребления проверяется с помощью сравнительного моделирования на конкретных примерах.

Методы

I. Безразмерный прямоугольный закон движения.

Прямоугольный закон движения (последующие сокращения в данной работе: Т-образная кривая движения.) — это распространенный метод управления в промышленном производстве, который условно делится на три фазы: ускорение, равномерное движение и замедление. В данном разделе рассматривается симметричное движение для промышленных машин с циклическим движением, где время и ускорения в фазах ускорения и замедления равны. Безразмерный прямоугольный закон движения, представленный в литературе [12],[14], включает выражения для ускорения, скорости и перемещения:

$$\rho''(\alpha,\xi)\begin{cases} \dfrac{1}{\xi(1-\xi)} & 0 \le \alpha \le \xi \\ 0 & \xi < \alpha \le 1-\xi \\ \dfrac{1}{\xi(\xi-1)} & 1-\xi < \alpha \le 1 \end{cases} \quad (1)$$

где $\rho'' -$ безразмерное ускорение;
$\xi -$ постоянная временного интервала;
$\alpha -$ безразмерное время.

$$\rho'(\alpha,\xi)\begin{cases}\dfrac{\alpha}{\xi(1-\xi)} & 0\le\alpha\le\xi\\ \dfrac{1}{1-\xi} & \xi<\alpha\le 1-\xi\\ \dfrac{1-\alpha}{\xi(1-\xi)} & 1-\xi<\alpha\le 1\end{cases} \quad (2)$$

где $\rho'-$ безразмерная скорость.

$$\rho(\alpha,\xi)\begin{cases}\dfrac{\alpha^2}{2\xi(1-\xi)} & 0\le\alpha\le\xi\\ \dfrac{\xi-2\alpha}{2(\xi-1)} & \xi<\alpha\le 1-\xi\\ \dfrac{(1-\alpha)^2}{2\xi(\xi-1)}+1 & 1-\xi<\alpha\le 1\end{cases} \quad (3)$$

где $\rho-$ безразмерное перемещение.

Для интервала ускорения $\xi = 0.3$, графики ускорения, скорости и перемещения показаны на рис 1.

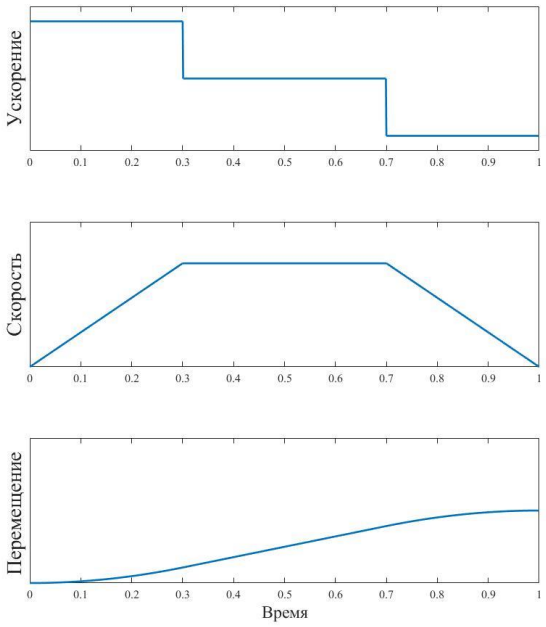


Рис. 1. Графики ускорения, скорости и перемещения от времени для безразмерного прямоугольного закона движения при $\xi = 0.3$

Для того чтобы сгенерировать подходящую Т-кривую, необходимо определить кинематические параметры – перемещение, время, максимальное ускорение, максимальную скорость [x_f, t_f, A_{lim}, V_{lim}]. Кинематические ограничения имеют вид:

$$\mathbf{D1}.\begin{cases} 0 \le A_{max} = \dfrac{1}{\xi(1-\xi)} \cdot \dfrac{x_f}{{t_f}^2} \le A_{lim} \\ 0 \le V_{max} = \dfrac{1}{1-\xi} \cdot \dfrac{x_f}{t_f} \le V_{lim} \\ 0 < \xi \le 0.5 \end{cases} \quad (4)$$

Кинематическое ограничение **D1** будет использоваться как ограничение последующей системы.

II. Условия минимальной остаточной вибрации.

Гибкая механическая структура, рассматриваемая в данной работе, упрощается до двухмассовой пружинно-демпфированной системы [4], представленной на рис.2. В литературе [13] отмечается, что такая система достаточно хорошо описывает доминирующую динамику большинства объектов. Упрощенная модель включает два жестких тела — базу и гибкое звено, а гибкие свойства реализуются через пружинно-демпфированную структуру между ними.

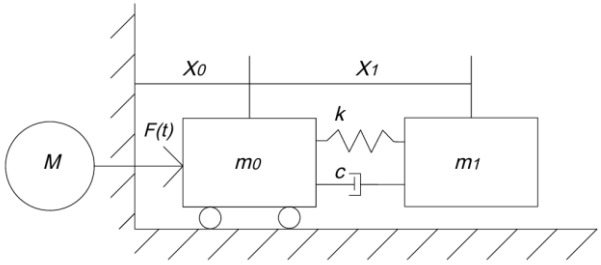


Рис. 2. Двухмассовая пружинно-демпфированная система (*F(t)* – выходной крутящий момент двигателя; $x_0(t)$ – положение базы; $x_1(t)$ – положение гибкой части относительно базы; m_0 – масса базы; m_1 – масса гибкой части; *c* – коэффициент демпфирования пружины; *k* – жесткость пружины)

Кинетическое уравнение может быть представлено в виде:

$$m_1\ddot{x}_0(t) = -m_1\ddot{x}_1(t) - c\dot{x}_1(t) - kx_1(t); \quad (5)$$

$$F(t) = (m_0 + m_1)\ddot{x}_0(t) + m_1\ddot{x}_1(t);$$

или в форме Лапласа

$$\frac{X_1(s)}{X_0(s)} = \frac{-s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + {\omega_n}^2} \quad (6)$$

где $\zeta = \frac{c}{2\sqrt{m_1 k}}$ – коэффициент демпфирования;

$\omega_n = \sqrt{k/m_1}$ – собственная частота системы.

Если предположить, что основание $x_0(t)$ движется по Т-кривой закона движения (1–3), то выражение Лапласа для профиля ускорения имеет вид

$$s^2 X_0(s) = \frac{\frac{1}{\xi(1-\xi)}(1-e^{-\xi s})(1-e^{-(1-\xi)s})}{s} \tag{7}$$

Из (6) (7) может быть получено выражение в частотной области для гибкой части $X_1(s)$:

$$X_1(s) = \frac{-\frac{1}{\xi(1-\xi)}(1-e^{-\xi s})(1-e^{-(1-\xi)s})}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+{\omega_n}^2)} \tag{8}$$

Ниже рассматривается функционирование системы при различных коэффициентах демпфирования.

Случай 1. Коэффициент демпфирования системы $\zeta = 0$. Колебания, возникающие в системе, становятся незатухающими

$$sX_1(s) = \frac{-\frac{1}{\xi(1-\xi)}(1-e^{-\xi s})(1-e^{-(1-\xi)s})}{(s^2+{\omega_n}^2)} \tag{9}$$

Используя обратное преобразование Лапласа, можно получить:

$$\dot{x}_1(\alpha) = -\frac{1}{\omega_n \xi(1-\xi)}[\sin(\omega_n\alpha)u(\alpha) - \sin\big(\omega_n(\alpha-\xi)\big)u(\alpha-\xi) - \sin\Big(\omega_n\big(\alpha-(1-\xi)\big)\Big)u\big(\alpha-(1-\xi)\big) + \sin\big(\omega_n(\alpha-\xi-(1-\xi))\big)u(\alpha-\xi-(1-\xi))] \tag{10}$$

где u(.)−единичная ступенчатая функция.

Когда $\alpha \geq 1$, $u(.) = 1$.

$$\dot{x}_1(\alpha) = -\frac{1}{\omega_n \xi(1-\xi)}[\sin(\omega_n\alpha) - \sin\big(\omega_n(\alpha-\xi)\big) - \sin\Big(\omega_n\big(\alpha-(1-\xi)\big)\Big) + \sin\big(\omega_n(\alpha-\xi-(1-\xi))\big)] \tag{11}$$

После тригонометрических преобразований (11) можно записать в виде произведения:

$$\dot{x}_1(\alpha) = \frac{4}{\omega_n \xi(1-\xi)}\left[\sin\left(\frac{\omega_n\xi}{2}\right)\sin\left(\frac{\omega_n(1-\xi)}{2}\right)\sin\left(\frac{\omega_n(2\alpha-1)}{2}\right)\right] \tag{12}$$

Для достижения нулевой остаточной вибрации, т. е. $\dot{x}_1(\alpha) = 0 | \alpha \geq 1$, ξ должно удовлетворять следующим условиям:

$$\sin\left(\frac{\omega_n\xi}{2}\right) = 0 \text{ или } \sin\left(\frac{\omega_n(1-\xi)}{2}\right) = 0 \tag{13}$$

Диапазон значений для константы временного интервала ξ:

$$\textbf{D2.} \qquad \xi = \frac{2n\pi}{\omega_n},\ 1-\xi = \frac{2m\pi}{\omega_n}\ (n, m = 1,2,3 \ldots \in Z^+) \tag{14}$$

Случай 2. Коэффициент демпфирования системы $\zeta \neq 0$.

Анализ нулевой точки уравнения (8):

$$X_1(s) = \frac{-\frac{1}{\xi(1-\xi)}(1-e^{-\xi s})(1-e^{-(1-\xi)s})}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+{\omega_n}^2)} = 0 \quad (15)$$

Нулевая точка соответствует условиям:

$$1-e^{-\xi s}=0 \text{ или } 1-e^{-(1-\xi)s}=0 \quad (16)$$

Решение (16) имеет вид:

$$s=\frac{j2n\pi}{\xi} \text{ или } s=\frac{j2m\pi}{1-\xi}\ (n,m=1,2,3\ldots \in Z^+) \quad (17)$$

То есть нули являются чисто мнимыми и лежат на мнимой оси.

Полюса системы (6) определяются выражением

$$s=-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \quad (18)$$

Действительная часть полюса системы не равна нулю $-\zeta\omega_n \neq 0$. В этот момент не существует действительного числа ξ , при котором нули совпадают с полюсами. Поэтому, когда $\zeta \neq 0$, невозможно полностью устранить остаточную вибрацию, поскольку не произойдет идеального подавления нулевой точки. Для получения оптимальной кривой движения нулевую точку следует расположить максимально близко к полюсу, что позволит добиться наилучшего эффекта подавления вибрации. Во временной области это выражается как нахождение минимальной скорости движения гибкой части в момент окончания движения $\mathbf{min}|\dot{x}_1(\alpha)||_{\alpha \geq 1}$.

При $\zeta \neq 0$, $\alpha \geq 1$ обратное преобразование Лапласа уравнения (8) имеет вид:

$$\dot{x}_1(\alpha)=-\frac{e^{-\zeta\omega_n\alpha}}{\omega_d\xi(1-\xi)}[\sin(\omega_d\alpha)-e^{\zeta\omega_n\xi}\sin\big(\omega_d(\alpha-\xi)\big)- \quad (19)$$

$$e^{\zeta\omega_n(1-\xi)}\sin\Big(\omega_d\big(\alpha-(1-\xi)\big)\Big)+e^{\zeta\omega_n}\sin\big(\omega_d(\alpha-\xi-(1-\xi))\big)]$$

где $\omega_d=\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

После тригонометрических преобразований можно получить условие минимальной остаточной вибрации **D3**

$$\textbf{D3.}\ \min\ |\dot{x}_1(\alpha)|=\frac{-e^{-\zeta\omega_n\alpha}}{\omega_d\xi(1-\xi)}\cdot R\cdot\sin(\omega_d\alpha+\phi) \quad (20)$$

где $R=\sqrt{A^2+B^2}$; $\phi=\arctan(\frac{B}{A})$;

A=$1-e^{\zeta\omega_n\xi}\cos(\omega_d\xi)-e^{\zeta\omega_n(1-\xi)}\cos(\omega_d(1-\xi))+e^{\zeta\omega_n}\cos(\omega_d)$;

B=$e^{\zeta\omega_n\xi}\sin(\omega_d\xi)+e^{\zeta\omega_n(1-\xi)}\sin(\omega_d(1-\xi))-e^{\zeta\omega_n}\sin(\omega_d)$.

III. Энергопотребление системы.

В данной работе модель энергопотребления системы строится на основе кинематических характеристик исполнительного механизма, а в качестве показателя оценки энергопотребления используется механическая энергия. В работе [14] предложено следующее выражение относительной (безразмерной) мгновенной мощности:

$$\eta(\alpha, \xi, \kappa, p) = \rho'(\alpha, \xi)[\rho''(\alpha, \xi)(p + 1 + k) + (1 - k)K_g] \quad (21)$$

где p − коэффициент приведения момента инерции ротора двигателя или линейной массы для цилиндров к выходному звену механизма или машины;

к − коэффициент (степень) уравновешивания вертикально перемещающихся масс; он определяется отношением приведенной массы противовеса к приведенной массе вертикально перемещающихся частей механизма или машины;

K_g − коэффициент, характеризующий динамичность (быстродействие системы), который определяется формулой. $K_g = \frac{g\, t_f^2}{x_f}$

g −ускорение свободного падения.

Энергопотребление системы можно записать как интеграл мгновенной мощности по времени движения с выражением безразмерной величины:

$$P(\alpha, \xi, \kappa, p) = \int_0^1 \eta(\alpha, \xi, \kappa, p)\, d\alpha \quad (22)$$

Очевидно, что общий расход энергии связан с коэффициентом временного интервала ξ, когда базовая часть пружинно-демпфированной системы движется в соответствии с T - кривой движения (1)(2).

IV. Решение и алгоритма.

В целом, задача минимизации потребления энергии и остаточной вибрации для T-образного кривой движения сводится к определению временного интервала ξ, который минимизирует функцию потребления энергии (22). При этом учитываются кинематические параметры системы $[x_f,\ t_f,\ A_{lim},\ V_{lim},\ \zeta,\ \omega_n,\ m,\ p,\ k,\ Kg]$, кинематические ограничения **D1** и ограничения на минимальную остаточную вибрацию **D2** или **D3.**.

Преобразование к **математической задаче 1** при коэффициенте демпфирования $\zeta = 0$.

MIN

$$\mathrm{P}(\alpha,\xi,\kappa,p)=\int_0^1 \eta(\alpha,\xi,\kappa,p)\,d\alpha \tag{23}$$

S.T.

$$\textbf{D1.}\begin{cases} 0\le A_{max}=\dfrac{1}{\xi(1-\xi)}\cdot\dfrac{x_f}{{t_f}^2}\le A_{lim} \\ 0\le V_{max}=\dfrac{1}{1-\xi}\cdot\dfrac{x_f}{t_f}\le V_{lim} \\ 0<\xi\le 0.5 \end{cases}$$

D2. $\xi=\frac{2n\pi}{\omega_n}$, $1-\xi=\frac{2m\pi}{\omega_n}$ n, m=1,2,3…. $(n,m\in Z^+)$

Преобразование к **математической задаче 2** при коэффициенте демпфирования $\zeta\neq 0$;

MIN

$$\mathrm{P}(\alpha,\xi,\kappa,p)=\int_0^1 \eta(\alpha,\xi,\kappa,p)\,d\alpha \tag{24}$$

S.T.

$$\textbf{D1.}\begin{cases} 0\le A_{max}=\dfrac{1}{\xi(1-\xi)}\cdot\dfrac{x_f}{{t_f}^2}\le A_{lim} \\ 0\le V_{max}=\dfrac{1}{1-\xi}\cdot\dfrac{x_f}{t_f}\le V_{lim} \\ 0<\xi\le 0.5 \end{cases}$$

D3. min $|\dot{x}_1(\alpha)|=\frac{-e^{-\zeta\omega_n\alpha}}{\omega_d\xi(1-\xi)}\cdot R\cdot\sin(\omega_d\alpha+\phi)$

Очевидно, что **математическая задача 1** представляет собой задачу смешанного целочисленного нелинейного программирования（Mixed-Integer Nonlinear Programming）. Для точных вычислений небольшого масштаба ее можно решить с помощью таких методов, как метод ветвей и границ （Branch-and-Bound）и внешнее приближение (Outer Approximation). При $t_f\gg\frac{2\pi}{\omega_n}$ алгоритмы искусственного интеллекта могут более эффективно справляться с вычислительными задачами высокой сложности. В данной работе мы используем генетический алгоритм со штрафной функцией, основанный на решателе MATLAB, для быстрого решения задачи. Этот метод продемонстрировал хорошие результаты в работах. [15-17]

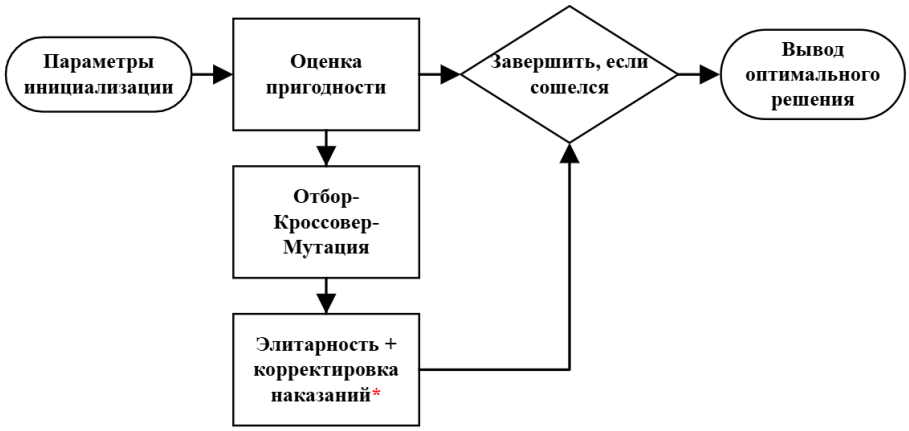
Генетические алгоритмы со штрафными функциями подходят для решения задач ограниченной оптимизации. На основе генетического алгоритма задача ограниченной оптимизации преобразуется в задачу безусловной взвешенной многокритериальной оптимизации. Степень нарушения ограничений интегрируется в целевую функцию через функцию штрафа, направляя популяцию к достижению допустимой области. Функция штрафа по сути является взвешенной функцией.

Для решения **математической задачи 2** в данной работе сначала используется широко распространенный метод численной оптимизации «метод сеточного поиска» (Grid Search Method) [18]. Для нахождения всех ξ, удовлетворяющих условиям оптимизации, преобразуются ограничения **D3** в дискретный набор ограничении $\xi = [\xi_1; \xi_2; \cdots \xi_n]$, и, наконец, для поиска оптимального решения используется тот же генетический алгоритм со штрафной функцией, о котором говорилось выше.

Из-за ограничений по объему здесь показана только основная часть алгоритма:

Основной алгоритм решения математических задач 1 и 2

Общий процесс генетического алгоритма



**Построение функции пригодности и штрафного члена*

Fitness	=	**f(x)**	+	μ_1	**Penalty_ineqality**	+	μ_2	**Penalty_eqality**
[Функция фитнеса]		[Целевая функция **min** $P(\xi)$]		[Динамический штрафной фактор]	[Степень нарушения неравенства ограничения **D1**]		[Динамический штрафной фактор]	[Степень нарушения неравенства ограничения **D2**]

*Обработка ограничения **D3** в **математической задаче 2***

Ограничение **D3**	→	Коллекция решений, полученных методом сеток $\xi_{\text{Допустимый}} = [\xi_1; \xi_2; \cdots \xi_n]$	→	Пройти допустимое решение $\xi_{\text{Допустимый}}$ и решить **min** $P(\xi)$ при ограничении **D1**

Результаты

V. Пример моделирования.

Для проверки эффективности метода синтеза кривой Т-образного движения в MATLAB проведено несколько имитационных тестов, направленных на сравнение и анализ влияния алгоритма на подавление остаточной вибрации и энергопотребление системы. Параметры моделирования представлены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры моделирования системы

$\mathbf{x_f}$	$\mathbf{t_f}$	$\mathbf{A_{lim}}$	$\mathbf{V_{lim}}$	**k**	**p**	$\mathbf{K_g}$	**m**	$\boldsymbol{\omega_n}$
3.5 м	4 с	1 м/с^2	3 м/с	0.5	4	9.81	1 кг	105 ряд/с

Далее сравниваются три Т-кривые движения: **T1** оптимальная по энергопотреблению, основанная на минимизации остаточной вибрации; **T2** оптимальная по энергопотреблению; и **T3** максимальная по энергопотреблению, также основанная на минимизации остаточной вибрации. Сравниваются максимальная мгновенная мощность P_{max} , энергопотребление E , остаточная вибрация V_{Load} (максимальная скорость груза в конце движения $\mathrm{t_f}$) и X_{Load} (максимальная амплитуда груза в конце движения $\mathrm{t_f}$) для случаев без демпфирования ($\zeta = 0$) и с демпфированием ($\zeta = 0.005$). Результаты моделирования обобщены в таблице 2, а свойства различных кривых движения и остаточной вибрации представлены на рис. 3–6.

Таблица 2. Результаты моделирования

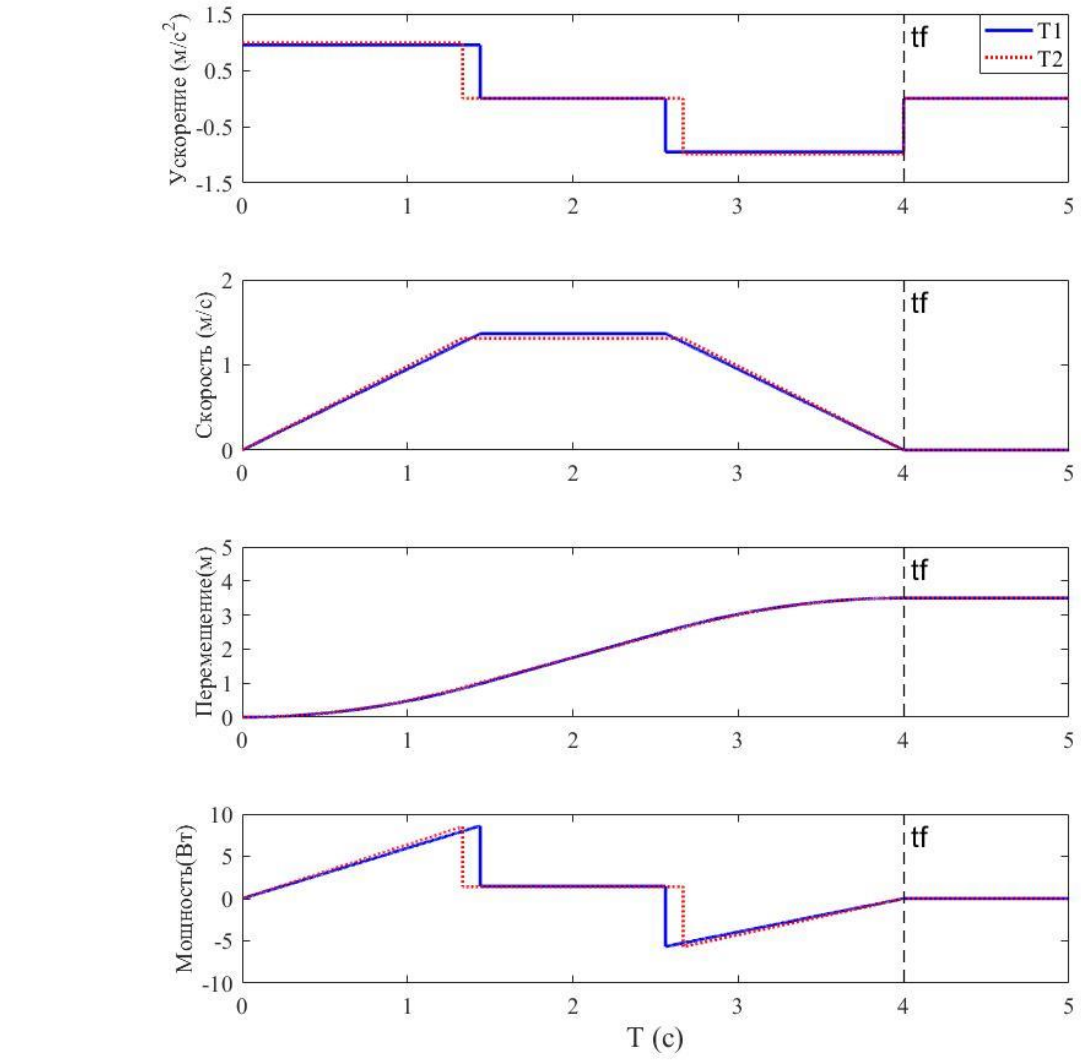
$\boldsymbol{\zeta}$	**Тип**	$\boldsymbol{\xi}$	$\mathbf{A_{max}}$ [м/с^2]	$\mathbf{V_{max}}$ [м/с]	$\mathbf{P_{max}}$ [Вт]	**E** [Дж]	$\mathbf{V_{Load}}$ [м/с]	$\mathbf{X_{Load}}$ [мм]
$\zeta = 0$	T1	0.3600	0.9494	1.3672	8.6039	47.6920	0	0
	T2	0.3333	0.9844	1.3124	8.5116	45.4043	0.0236	0.2256
	T3	0.4800	0.8764	1.6827	9.9143	63.4446	0	0
$\zeta = 0.005$	T1	0.3601	0.9493	1.3674	8.6044	47.7012	0.0045	0.0437
	T2	0.3333	0.9844	1.3124	8.5116	45.4043	0.0180	0.1735
	T3	0.4803	0.8764	1.6837	9.9218	63.5128	0.0063	0.0607

Обсуждение

Алгоритм, предложенный в данной работе, позволяет достичь нулевой остаточной вибрации для сгенерированной кривой движения **T1** в бездемпферной системе ($\zeta = 0$) и минимальной остаточной вибрации в системе с коэффициентом демпфирования ($\zeta = 0.005$). По сравнению с энергооптимальной кривой **T2** общее потребление энергии увеличивается всего на 5.04%, а по сравнению с кривой **T3**, характеризующейся максимальным энергопотреблением, энергопотребление значительно снижается на 24.83%. Таким образом, синтезированная Т-образная кривая движения оптимизирует энергопотребление и обеспечивает минимальную остаточную вибрацию.

Заключение

В данной работе предлагается метод синтеза симметричного прямоугольного закона движения, основанный на оптимизации параметра временного интервала ξ, который может обеспечить минимальную остаточную вибрацию и в то же время минимизировать потребление энергии системой. Для двух рабочих условий - недемпфированной и демпфированной системы, генетический алгоритм используется для быстрой генерации оптимальной Т-кривой движения, а его эффективность проверяется с помощью моделирования. Оптимальные кривые, полученные с помощью этого метода, подходят для промышленных роботизированных систем с простыми структурами контроллеров. В будущих исследованиях метод может быть расширен до оптимальной синтеза сложных законов движения, таких как кривые AS [19] и энергосберегающая кривая движения [12].



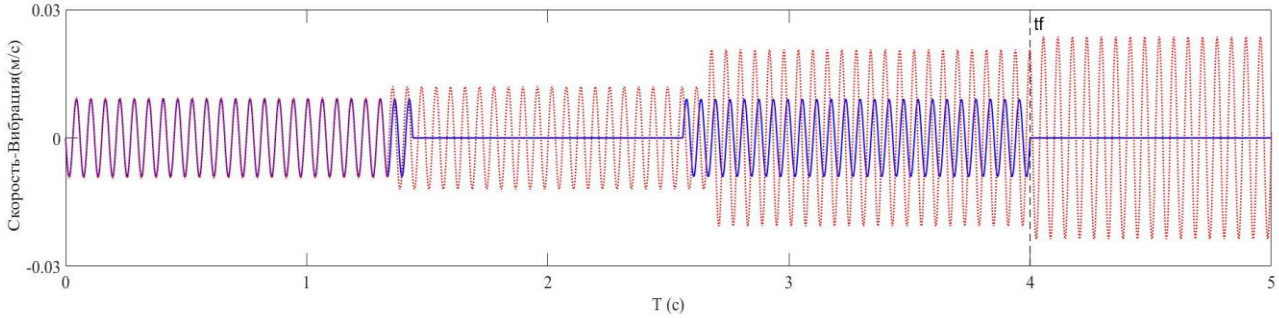


Рис. 3. Сравнение ускорения, скорости, перемещения, мгновенной мощности и вибрации между кривыми движения T1 и T2 без демпфирования $\zeta = 0$

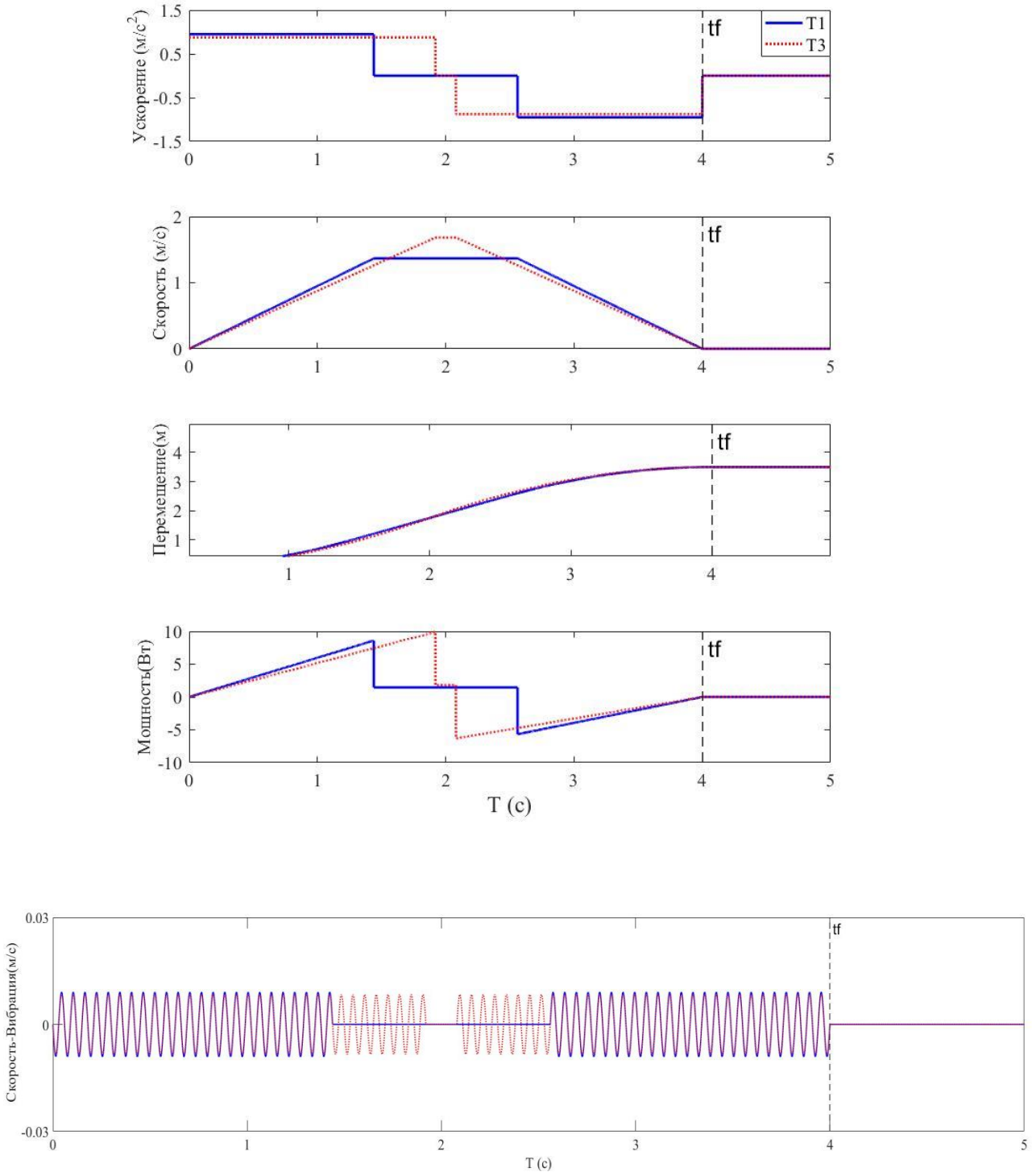


Рис. 4. Сравнение ускорения, скорости, перемещения, мгновенной мощности и вибрации между кривыми движения T1 и T3 без демпфирования $\zeta = 0$

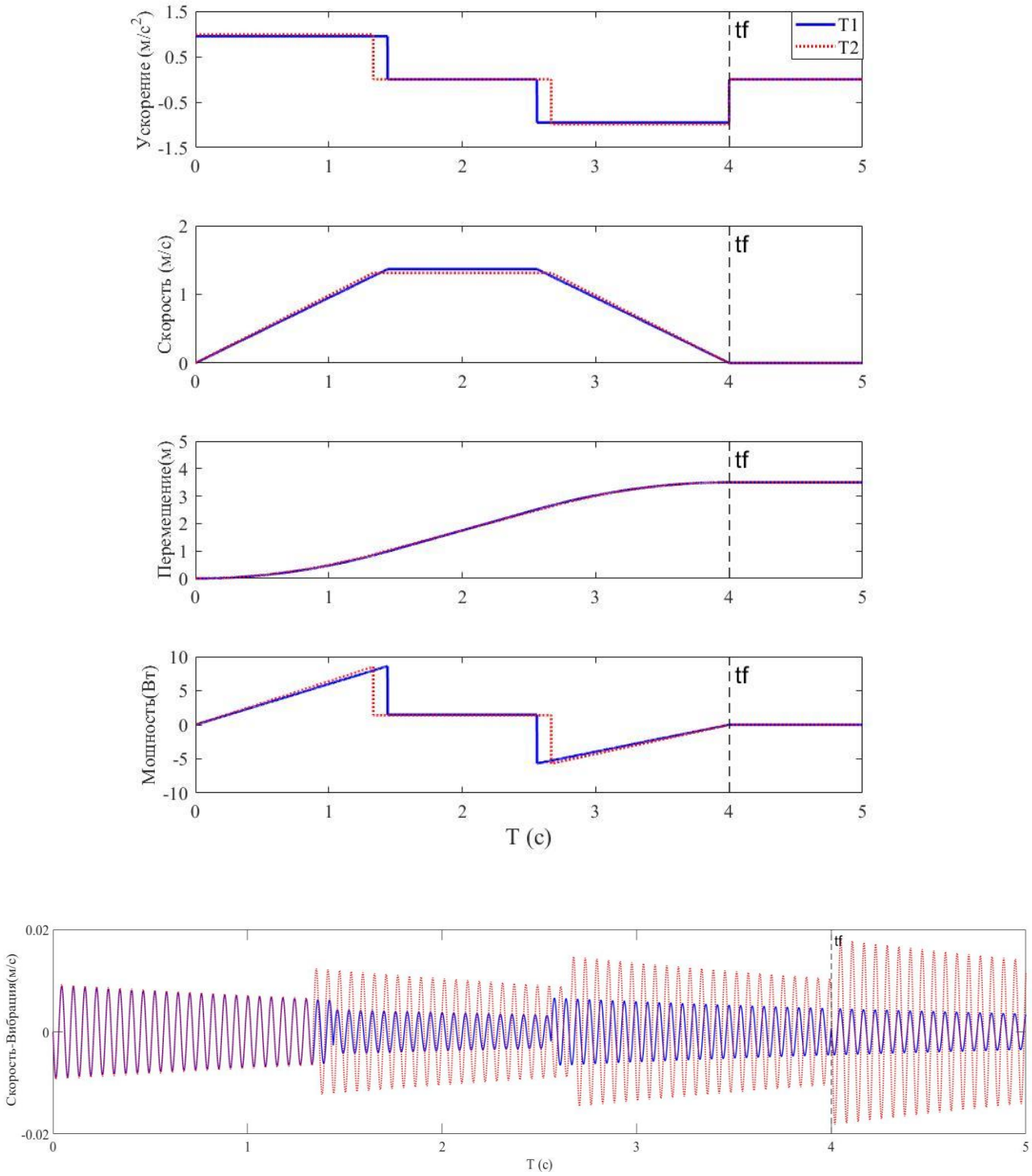


Рис. 5. Сравнение ускорения, скорости, перемещения, мгновенной мощности и вибрации между кривыми движения T1 и T2 с демпфированием $\zeta = 0.005$

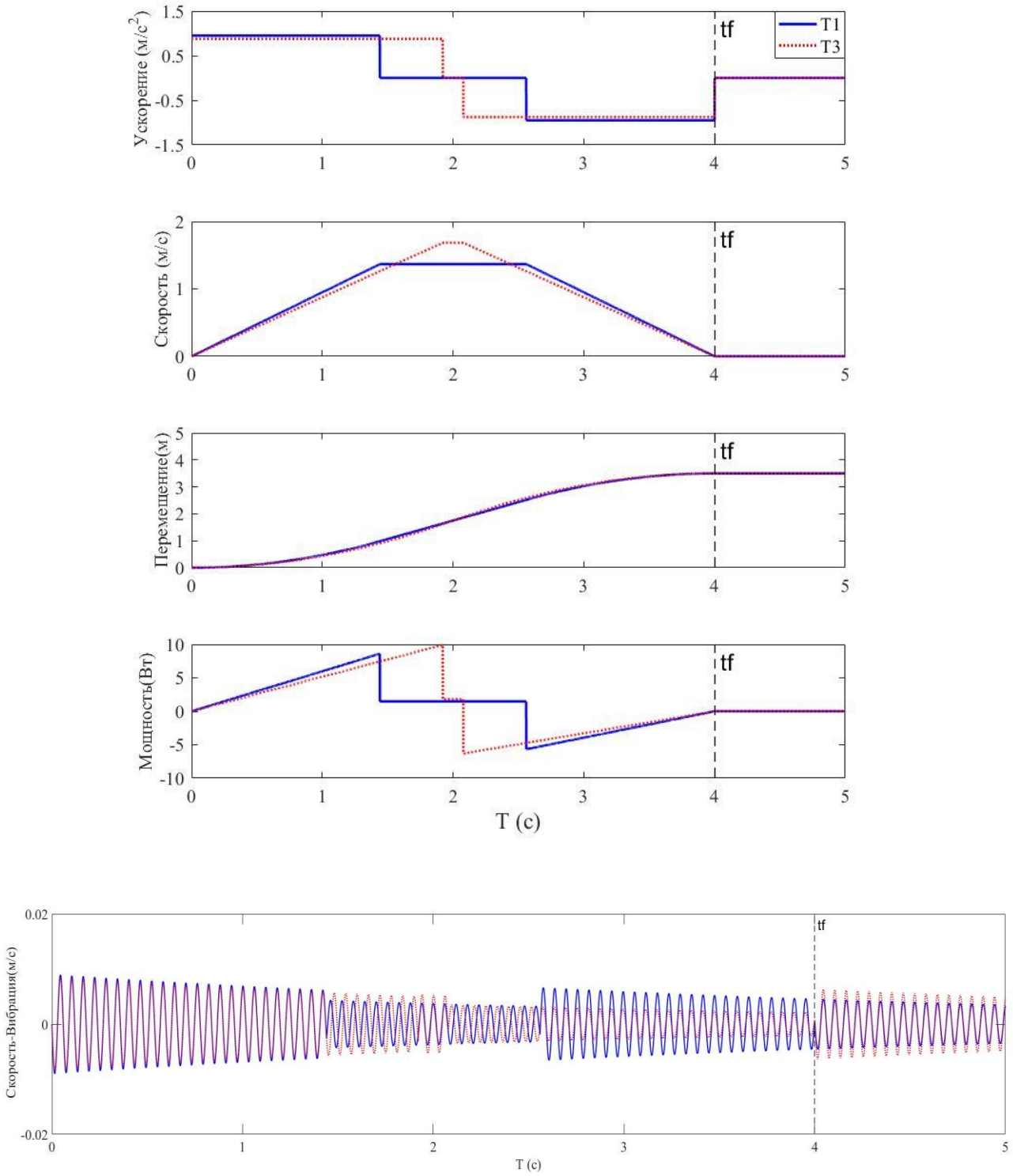


Рис. 6. Сравнение ускорения, скорости, перемещения, мгновенной мощности и вибрации между кривыми движения T1 и T3 с демпфированием $\zeta = 0.005$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] P. H. Meckl and W. P. Seering, "Reducing residual vibration in systems with uncertain resonances," in IEEE Control Systems Magazine, vol. 8, no. 2, pp. 73-76.

[2] Singhose W. Command shaping for flexible systems: a review of the first 50 years. International Journal of Precision Engineering Manufacturing, 2009, 10(4):153-168.

[3] Wu J, Tang X, Xin S, et al. Research on the directionality of end dynamic compliance dominated by milling robot body structure and milling vibration suppression[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2024, 85: 102631.

[4] C. -W. Ha, K. -H. Rew, K. -S. Kim and S. Kim, "Tuning the S-curve motion profile in short distance case," 2013 American Control Conference, Washington, DC, USA, 2013, pp. 4975-4980.

[5] H. Takahashi et al., "Optimal Crane Motion Trajectory Generation Considering Energy Saving during Deceleration,"2022 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII), Narvik, Norway, 2022, pp. 29-33.

[6] Abe A. An effective trajectory planning method for simultaneously suppressing residual vibration and energy consumption of flexible structures. Case Studies in Mechanical Systems and Signal Processing. 2016, 4: 19-27.

[7] F. Assad, E. Rushforth, M. Ahmad, B. Ahmad and R. Harrison, "An Approach of Optimising S-curve Trajectory for a Better Energy Consumption,"2018 IEEE 14th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Munich, Germany, 2018, pp. 98-103.

[8] Пути повышения эффективности функционирования транспортных роботов / А. Н. Волков, А. В. Козлович, О. В. Кочнева, О. Н. Мацко // Наука и бизнес: пути развития. – 2022. – № 11(137). – С. 30-38.

[9] Мацко, О. Н. Оптимизация законов движения мехатронных приводов автоматизированного оборудования / О. Н. Мацко // Инновации и перспективы развития горного машиностроения и электромеханики: IPDME-2021 : Сборник тезисов VIII Международной научно-практической конференции, Санкт-Петербург, 22–23 апреля 2021 года. – Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский горный университет, 2021. – С. 61-65.

[10] H. Chen, H. Mu and Y. Zhu, "Real-time generation of trapezoidal velocity profile for minimum energy consumption and zero residual vibration in servomotor systems," 2016 American Control Conference (ACC), Boston, MA, USA, 2016, pp. 2223-2228.

[11] N. Uchiyama, Y. Honda and S. Sano, "Residual vibration suppression and energy saving in industrial machines using a trapezoidal velocity profile," 2014 American Control Conference, Portland, OR, USA, 2014, pp. 323-328.

[12] Синтез оптимальных по критерию энергосбережения алгоритмов работы приводов роботов и технологических машин: Учебное пособие / А. Н. Волков, А. А. Корнилова, О. Н. Мацко, А. В. Козлович. – Санкт-Петербург: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого", 2023. – 80 с.
[13] Zhang Yawei, Zhang Weimin. Modeling of the feed drive system based on torsion multi- oscillator. International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering, Inner Mongolia, 2011:426-429.
[14] Волков Н А, Каледина Д Е, Корнилова А А, et al. Мехатронные приводы роботов и технологических машин. Уравновешивание механизмов[J]. 2021.
[15] Shao Y, Zhou X, Yu T, et al. Pump scheduling optimization in water distribution system based on mixed integer linear programming[J]. European Journal of Operational Research, 2024, 313(3): 1140-1151.
[16] Liu S, Zhou J, Liang G, et al. Optimizing large-scale hydrogen storage: A novel hybrid genetic algorithm approach for efficient pipeline network design[J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2024, 66: 430-444.
[17] Wasanapradit T, Mukdasanit N, Chaiyaratana N, et al. Solving mixed-integer nonlinear programming problems using improved genetic algorithms[J]. Korean Journal of Chemical Engineering, 2011, 28: 32–40.
[18] MathWorks, Global Optimization Toolbox User's Guide (R2024b). 2024. [Электронный ресурс].URL:https://www.mathworks.com/help/gads/
[19] Chang-Wan Ha, K. -H. Rew and K. -S. Kim, "A complete solution to asymmetric S-curve motion profile: Theory & experiments,"2008 International Conference on Control, Automation and Systems, Seoul, Korea (South), 2008, pp.

Zhang Jingnian, A.H. Volkov, Yan Chuanchao

METHOD OF SYNTHESIS OF RECTANGULAR LAW OF MOTION OF TECHNOLOGICAL MACHINES FOR MINIMISATION OF ENERGY CONSUMPTION TAKING INTO ACCOUNT MINIMUM RESIDUAL VIBRATION

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia

Abstract

This paper presents a method for synthesizing a symmetric rectangular motion law to minimize the system's energy consumption while reducing residual

vibration through timing parameter adjustments. To achieve this objective, a vibration-aware actuator model is established, analyzing the rectangular motion law in both the time and Laplace domains. This analysis enables the imposition of constraints to minimize residual vibration. The energy minimization problem is formulated as a mixed-integer nonlinear programming (MINLP) problem and efficiently solved using a genetic algorithm with penalty functions. Simulation results confirm the effectiveness of the proposed approach.

Key words: energy saving, vibration optimization, rectangular motion law, genetic algorithm.

REFERENCES

[1] P. H. Meckl and W. P. Seering, "Reducing residual vibration in systems with uncertain resonances," in IEEE Control Systems Magazine, vol. 8, no. 2, pp. 73-76.

[2] Singhose W. Command shaping for flexible systems: a review of the first 50 years. International Journal of Precision Engineering Manufacturing, 2009, 10(4):153-168.

[3] Wu J, Tang X, Xin S, et al. Research on the directionality of end dynamic compliance dominated by milling robot body structure and milling vibration suppression[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2024, 85: 102631.

[4] C. -W. Ha, K. -H. Rew, K. -S. Kim and S. Kim, "Tuning the S-curve motion profile in short distance case," 2013 American Control Conference, Washington, DC, USA, 2013, pp. 4975-4980.

[5] H. Takahashi et al., "Optimal Crane Motion Trajectory Generation Considering Energy Saving during Deceleration," 2022 IEEE/SICE International Symposium on System Integration (SII), Narvik, Norway, 2022, pp. 29-33.

[6] Abe A. An effective trajectory planning method for simultaneously suppressing residual vibration and energy consumption of flexible structures. Case Studies in Mechanical Systems and Signal Processing. 2016, 4: 19-27.

[7] F. Assad, E. Rushforth, M. Ahmad, B. Ahmad and R. Harrison, "An Approach of Optimising S-curve Trajectory for a Better Energy Consumption," 2018 IEEE 14th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Munich, Germany, 2018, pp. 98-103.

[8] Ways to improve the efficiency of transport robots / A. N. Volkov, A. V. Kozlovich, O. V. Kochneva, O. N. Matsko // Science and business: development paths. - 2022. - No. 11 (137). - P. 30-38.

[9] Matsko, O. N. Optimization of the laws of motion of mechatronic drives of automated equipment / O. N. Matsko // Innovations and Prospects for the Development of Mining Engineering and Electromechanics: IPDME-2021: Collection of Abstracts of the VIII International Scientific and Practical

Conference, St. Petersburg, April 22–23, 2021. – St. Petersburg: St. Petersburg Mining University, 2021. – P. 61–65.
[10] H. Chen, H. Mu and Y. Zhu, "Real-time generation of trapezoidal velocity profile for minimum energy consumption and zero residual vibration in servomotor systems," 2016 American Control Conference (ACC), Boston, MA, USA, 2016, pp. 2223-2228.
[11] N. Uchiyama, Y. Honda and S. Sano, "Residual vibration suppression and energy saving in industrial machines using a trapezoidal velocity profile," 2014 American Control Conference, Portland, OR, USA, 2014, pp. 323-328.
[12] Synthesis of Optimal Energy-Saving Algorithms for Robot Drives and Technological Machines: Tutorial / A. N. Volkov, A. A. Kornilova, O. N. Matsko, A. V. Kozlovich. – St. Petersburg: Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education “Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University”, 2023. – 80 p.
[13] Zhang Yawei, Zhang Weimin. Modeling of the feed drive system based on torsion multi- oscillator. International Conference on Mechanic Automation and Control Engineering, Inner Mongolia, 2011:426-429.
[14] Volkov N A, Kaledina DE, Kornilova AA, et al. Mechatronic drives of robots and technological machines. Balancing mechanisms[J]. 2021.
[15] Shao Y, Zhou X, Yu T, et al. Pump scheduling optimization in water distribution system based on mixed integer linear programming[J]. European Journal of Operational Research, 2024, 313(3): 1140-1151.
[16] Liu S, Zhou J, Liang G, et al. Optimizing large-scale hydrogen storage: A novel hybrid genetic algorithm approach for efficient pipeline network design[J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2024, 66: 430-444.
[17] Wasanapradit T, Mukdasanit N, Chaiyaratana N, et al. Solving mixed-integer nonlinear programming problems using improved genetic algorithms[J]. Korean Journal of Chemical Engineering, 2011, 28: 32–40.
[18] MathWorks, Global Optimization Toolbox User's Guide (R2024b). 2024. [Electronic resource].URL:https://www.mathworks.com/help/gads/
[19] Chang-Wan Ha, K. -H. Rew and K. -S. Kim, "A complete solution to asymmetric S-curve motion profile: Theory & experiments,"2008 International Conference on Control, Automation and Systems, Seoul, Korea (South), 2008, pp.