ISSN 2223-0807
Современное машиностроение: Наука и образование 2025:
материалы 14-й Международной научной конференции, 18 июня 2025 года
/ Под ред. А. Н. Евграфова и А. А. Поповича. - СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2025.

УДК 621.865.8, 519.711.3
doi:10.18720/SPBPU/2/id-136

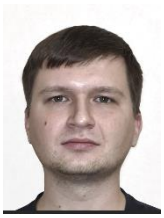
А.А. Брянский[1], А.Н. Волков[2], К.М. Гусейнов[3], Д.В. Шабанов[4]

ЗАВИСИМОСТЬ ЭНЕРГОПОТРЕБЛЕНИЯ ДВУХЗВЕННОГО АНГУЛЯРНОГО МАНИПУЛЯТОРА ОТ ЕГО РАЗМЕЩЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ТРАЕКТОРИИ СХВАТА

[1]Андрей Андреевич Брянский,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (911)150-0313, E-mail: andrebriyanskiy@gmail.com.

[2]Андрей Николаевич Волков,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (921)992-4700, E-mail: volkov-and-1@yandex.ru.

[3] Канан Мурсал оглу Гусейнов,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (952)398-8963, E-mail: kanan.guseinov@mail.ru.



[4]Дмитрий Вячеславович Шабанов,
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Россия, Санкт-Петербург
Тел.: (921)427-0147, E-mail: shabanov_dv@internet.ru.

Аннотация

В работе представлен метод исследования зависимости энергопотребления манипулятора от его положения относительно рабочей траектории схвата. В основу математической модели положена система двух уравнений Лагранжа второго рода, записанная для произвольного положения манипулятора относительно траектории. Преобладающей нагрузкой приняты силы и моменты инерции, действующие на объект манипулирования, звенья и роторы электрических моторов. Рекуперация

кинетической энергии и потери в приводах не рассматривались. Движения схвата задавалось по прямолинейной траектории с наиболее распространенным законом: равноускоренный разгон, равномерное перемещение и равнозамедленное торможение. Формулы для определения мгновенных мощностей приводов получены путем умножения правых и левых частей уравнений Лагранжа на функции соответствующих угловых скоростей. Энергопотребление цикла определяеется путем интегрирования функций мощности на интервалах с их положительными значениями. Исследование модели показало высокую эффективность оптимизации расположения манипулятора относительно вектора перемещения схвата по критерию минимизации потребляемой за цикл энергии.

Ключевые слова: манипулятор, вектор перемещения, схват, уравнения Лагранжа, энергопотребление, оптимизация.

Введение

Положение манипулятора относительно траектории исполнительного органа определяет его энергопотребление, максимальную мощность, производительность, а также точность, и поэтому является актуальной задачей при разработке планировки роботизированной ячейки или алгоритма работы автономного мобильного робота с манипулятором. В последнее десятилетие вопросам оптимизации положения робота по критериям минимизации энергопотребления и мощности уделялось значительное внимание, а на практике проектировщики по-прежнему ориентируются на СНИП, обеспечивая проходы и пространство, необходимые для эвакуации и обслуживания оборудования.

С целью привлечения большего внимания к вопросу оптимизации положения манипуляторов относительно их рабочих траекторий необходимо проанализировать соотношение практической выгоды и фактических затрат для типовой задачи манипулирования.

Предложенная выше цель достигается путем аналитического и компьютерного моделирования работы манипулятора по критерию минимизации энергозатрат.

В работе [1] установлено, что оптимизация размещения роботов относительно их рабочих траекторий в сравнении с существующим вариантом планировки роботизированного участка сварки автомобильных дверей, позволила снизить энергозатраты на каждом из роботов на 6…20%. Хороший производственный пример роботизированной системы с большим числом точек позиционирования, рассмотренный в статье, не дает исчерпывающего представления о потенциале предложенного метода оптимизации поскольку, получена интегральная оценка оптимизации положения робота для совокупности большого числа точек

позиционирования, каждая пара из которых предполагает свое оптимальное положение. Проблему снижения трудоемкости моделирования энергопотребления в [2] предложено решать на упрощенных моделях механики и приводов. Исследования проводились на серийном роботе KUKA KR210 и подтвердили, что упрощенные модели двигателей и инверторов дают хорошую точность. Планирование движения исполнительного органа робота по критерию минимума потребляемой энергии с применением метаэвристических алгоритмов, теории графов, структурной декомпозиции, учитывающей механизмы генерации и вычислительную сложность энергопотребления, а также нейронных сетей рассмотрено в работах [3-8]. Зависимость потребляемой роботом мощности от скоростей и нагрузок исследована в [9]. В [10–20] исследована эффективность оптимизации положения робота относительно рабочих траекторий исполнительного органа по критериям минимума объема движений в сочленениях робота и минимума потребляемой энергии для различных траекторий исполнительного органа.

Представленный анализ подтверждает актуальность разработки компьютерных моделей и методик системного подхода к проблеме планировки роботизированных участков, обеспечивающего наилучшее сочетание энергопотребления, максимальной мощности, быстродействия и точности. Однако, на первом этапе такой работы необходимо решить задачу о зависимости энергопотребления W за цикл T при заданных векторе перемещения центра схвата **s** и координатах положения робота x, y. Это позволит установить и проанализировать характер зависимости W от координат x и y.

Методы

Рассматривается манипулятор ангулярного типа с вертикально ориентированными осями и работающий в горизонтальной плоскости. Суть технологической операции сводится к перемещению объекта манипулирования по прямолинейной траектории из точки A в точку B на расстояние **s** за время T (рисунок 1*a*). С целью уменьшения масс, вовлекаемых в движение перемещение осуществляется за счет поворота двух звеньев манипулятора ближайших к захватному устройству, а остальные звенья и их приводы выполняют роль установочного перемещения шарнира O.

Для исследования энергозатрат сначала решается первая задачи динамики по определению обобщенных моментов на выходных валах мотор-редукторов приводов при заданном перемещении центра схвата по прямолинейной траектории, заданной вектором **s** (s = AB). В качестве закона изменения координаты l(t), скорости l'(t) и ускорения l''(t) центра схвата во

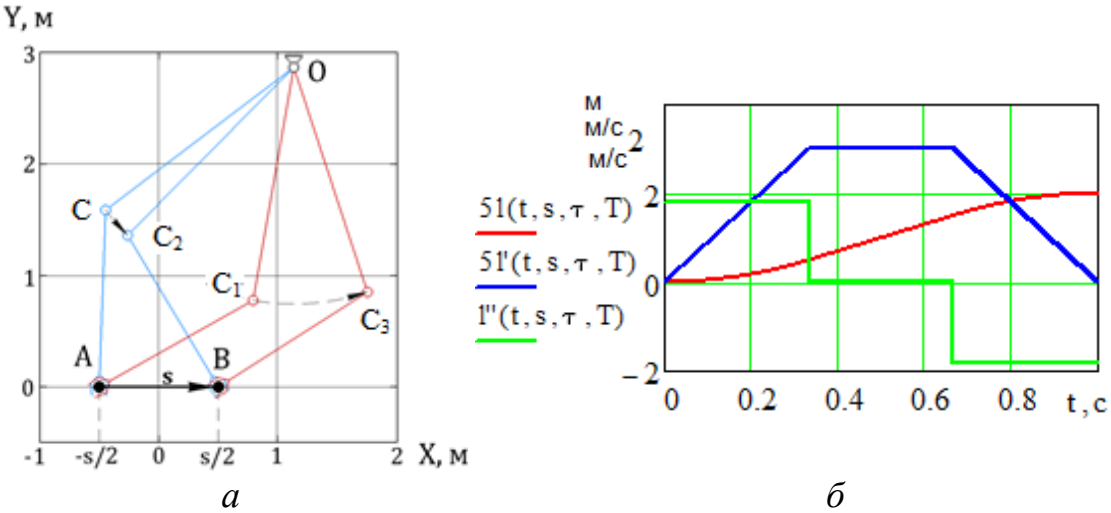
времени t принят наиболее простой и распространенный прямоугольный закон движения. При равных временах разгона и торможения τ такой законы изменения положения, скорости и ускорения схвата можно представить кусочно-заданными функциями

$$l(t,s,\tau,T)=\begin{cases}\dfrac{s\cdot t^2}{2\tau\cdot(T-\tau)} & \text{if } 0\le t<\tau\\ \dfrac{s\cdot(\tau-2t)}{2\cdot(\tau-T)} & \text{if } \tau\le t\le T-\tau\\ \dfrac{s\cdot(T-t)^2}{2\tau\cdot(\tau-T)}+s & \text{if } T-\tau<t\le T\end{cases} \tag{1}$$

$$l'(t,s,\tau,T)=\begin{cases}\dfrac{s\cdot t}{\tau\cdot(T-\tau)} & \text{if } 0\le t<\tau\\ \dfrac{s}{T-\tau} & \text{if } \tau\le t\le T-\tau\\ \dfrac{s\cdot(T-t)}{\tau\cdot(T-\tau)} & \text{if } T-\tau<t\le T\end{cases} \tag{2}$$

$$l''(t,s,\tau,T)=\begin{cases}\dfrac{s}{\tau\cdot(T-\tau)} & \text{if } 0\le t<\tau\\ 0 & \text{if } \tau\le t\le T-\tau\\ \dfrac{-s}{\tau\cdot(T-\tau)} & \text{if } T-\tau<t\le T\end{cases} \tag{3}$$

Графики закона движения представлены на рисунке 1 *б.*



а *б*

Рис. 1. Схема манипулирования – *а* и законы изменения координаты, скорости и ускорения центра схвата

Кинематика двухзвенного робота предполагает для любого положения схвата, лежащего не на границе зоны обслуживания, две конфигурации звеньев манипулятора (рисунок 1 *а*): в начальном положении ОСА или OC_1A и в конечном положении OC_2B или OC_3B. Это обусловлено наличием двух пар корней для системы квадратных уравнений описывающих геометрию манипулятора в двух крайних положений. При нахождении манипулятора в особых положениях (точки сингулярности), которые могут лежать на границах зоны обслуживания две конфигурации звеньев манипулятора совпадают. Функционирование робота таких точках определяется его геометрией и конструктивным исполнением и вызывает проблемы в организации управления. В представленной работе рассматривается функционирование робота только в одной из конфигураций.

На первом этапе разработки математической модели записываются выражения связывающие обобщенные координаты, в качестве которых приняты углы поворота выходных валов мотор-редукторов и декартовы координаты центра схвата. Расчетная кинематическая схема двухзвенного манипулятора представлена на рисунке 2 *а*. Функций обобщенные координаты первого и второго звеньев на прямом и обратном ходах имеют вид

$$\varphi_1(t,x,y,s,\tau,T) = \beta_0(t,x,y,s,\tau,T) - \beta_2(t,x,y,s,\tau,T) \qquad (4)$$

$$\varphi_2(t,x,y,s,\tau,T) = \pi - \beta_3(t,x,y,s,\tau,T) \qquad (5)$$

$$\varphi_{1r}(t,x,y,s,\tau,T) = \varphi_1(T-t,x,y,s,\tau,T) \qquad (6)$$

$$\varphi_{2r}(t,x,y,s,\tau,T) = \varphi_2(T-t,x,y,s,\tau,T) \qquad (7)$$

где

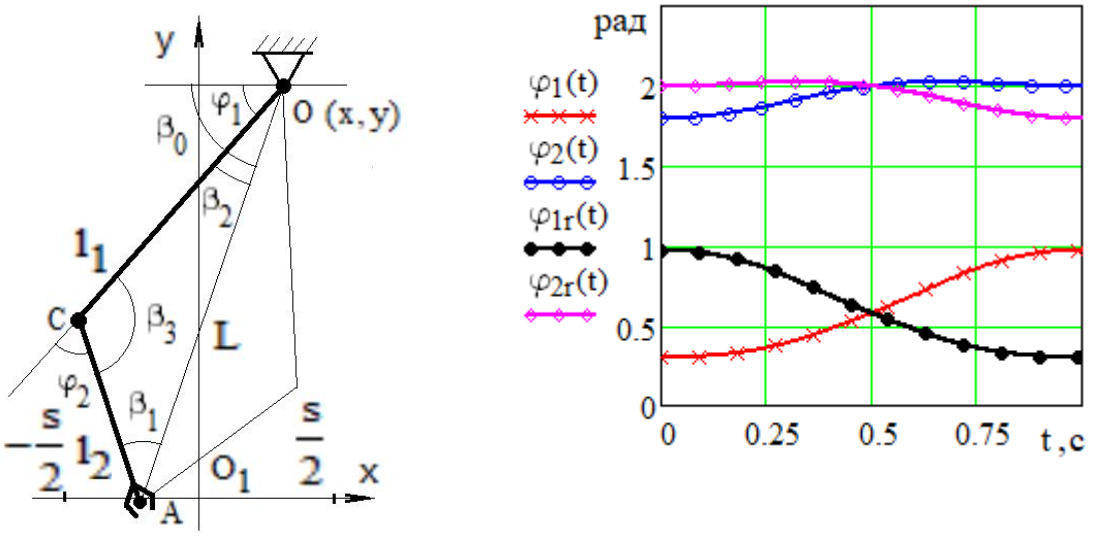
$$L(t,x,y,s,\tau,T) = \sqrt{\left(\frac{s}{2} + x - l(t,s,\tau,T)\right)^2 + y^2}$$ - длина радиус-вектора схвата в декартовой системе координат,

$$\beta_0(t,x,y,s,\tau,T) = \operatorname{acos}\left(\frac{\frac{s}{2} + x - l(t,s,\tau,T)}{L(t,x,y,s,\tau,T)}\right)$$ - гол между радиус-вектором и осью OY $\beta_0(t,x,y,s,\tau,T)$,

$$\beta_1(t,x,y,s,\tau,T) = \operatorname{acos}\left(\frac{l_1^2 - L(t,x,y,s,\tau,T)^2 - l_2^2}{-2\cdot l_2 \cdot L(t,x,y,s,\tau,T)}\right)$$ - угол между радиус-вектором и осью второго звена $\beta_1(t,x,y,s,\tau,T)$,

$$\beta_2(t,x,y,s,\tau,T) = \operatorname{acos}\left(\frac{l_2^{\,2} - L(t,x,y,s,\tau,T)^2 - l_1^{\,2}}{-2\cdot l_1 \cdot L(t,x,y,s,\tau,T)}\right)$$ - угол между радиус-вектором и осью второго звена $\beta_2(t,x,y,s,\tau,)$,

$$\beta_3(t,x,y,s,\tau,T) = \operatorname{acos}\left(\frac{L(t,x,y,s,\tau,T)^2 - l_1^{\,2} - l_2^{\,2}}{-2\cdot l_2 \cdot l_1}\right)$$ - угол между осью первого и осью второго звеньев $\beta_3(t,x,y,s,\tau,T)$.



а *б*

Рис. 2. Расчетная кинематическая схема манипулятора – *а,* и законы изменения обобщенных координат звеньев на прямом и обратном ходах

Обобщенные угловые скорости и ускорения звеньев манипулятора на прямом и обратном ходу найдены путем дифференцирования выражений (8) – (15).

Угловая скорость звена 1 прямого хода:
$$\omega_1(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\varphi_1(t,x,y,s,\tau,T) \quad (8)$$

Угловая скорость звена 2 прямого хода:
$$\omega_2(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\varphi_2(t,x,y,s,\tau,T) \quad (9)$$

Угловая скорость звена 1 обратного хода:
$$\omega_{1r}(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\varphi_{1r}(t,x,y,s,\tau,T) \quad (10)$$

Угловая скорость звена 2 обратного хода:
$$\omega_{2r}(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\varphi_{2r}(t,x,y,s,\tau,T) \quad (11)$$

Угловое ускорение звена 1 прямого хода:
$$\varepsilon_1(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\omega_1(t,x,y,s,\tau,T) \quad (12)$$

Угловое ускорение звена 2 прямого хода:
$$\varepsilon_2(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\omega_2(t,x,y,s,\tau,T) \quad (13)$$

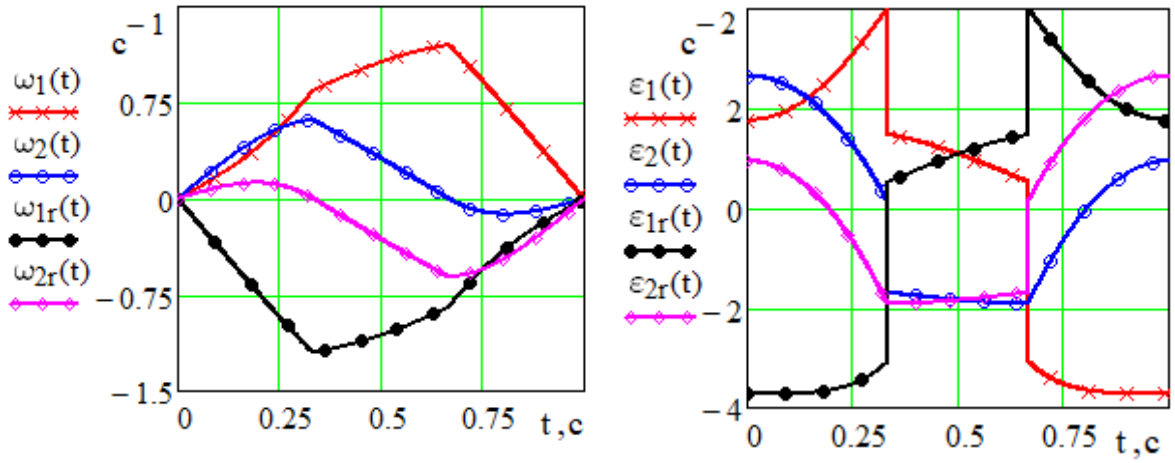
Угловое ускорение звена 1 обратного хода:

$$\varepsilon_{1r}(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\omega_{1r}(t,x,y,s,\tau,T) \quad (14)$$

Угловое ускорение звена 2 обратного хода:

$$\varepsilon_{2r}(t,x,y,s,\tau,T) = \frac{d}{dt}\omega_{2r}(t,x,y,s,\tau,T) \quad (15)$$

Все представленные выше производные взяты аналитически и использованы при компьютерном моделировании с целью сокращения времени вычислений. В работе эти выражения не приводятся из-за их громоздкости. Графики зависимостей обобщенных скоростей и ускорений от времени для прямого и обратного ходов представлены на рисунке 3.



а *б*

Рис. 3. Графики зависимости скоростей – *а* и ускорений – *б* на прямом и обратном ходах (x = 0,1 м, y = 0,5 м, s = 0,4 м, τ = 0,33 с и T = 1с)

Расчетная схема динамической модели манипулятора представлена на рисунке – 4. Система уравнений Лагранжа второго рода для рассматриваемого манипулятора имеет вид

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial\dot{\varphi}_1}K - \frac{\partial}{\partial\varphi_1}K = M_1; \qquad \frac{d}{dt}\frac{\partial}{\partial\dot{\varphi}_2}K - \frac{\partial}{\partial\varphi_2}K = M_2 \quad (16)$$

где M_1 и M_2 – обобщенные моменты на приводах первого и второго звена, К – кинетическая энергия подвижных частей манипулятора включая приводы. Все приведенные в формуле, моменты, энергия, обобщенные скорости и координаты являются функциями времени t, декартовых координат шарнира первого звена x, y , времени цикла T, времени разгона (торможения) τ, величины вектора перемещения схвата s, геометрических размеров звеньев l_1, l_2, масс и моментов инерции звеньев m_1, m_2, J_1, J_2, моментов инерции якорей электрических моторов J_{01}, J_{02}, передаточного

числа редукторов i и массы исполнительного органа m_3. Здесь и далее эти аргументы функций будут опускаться с целью сокращения соответствующих записей. Это позволяет получить параметрическую динамическую модель манипулятора для всестороннего исследования зависимости максимальных за цикл моментов и мощностей, а также энергопотребления в зависимости от его размещения относительно реализуемой траектории и параметров закона движения.

Кинетическая энергия манипулятора представляет собой сумму следующих энергий: вращательных движений первого и второго звена, вращательной движений якорей электромоторов, поступательного движения звеньев и исполнительного органа от их вращения. Для определения этих энергий первоначально записываются формулы для определения линейных скоростей центров тяжести звеньев и исполнительного органа.

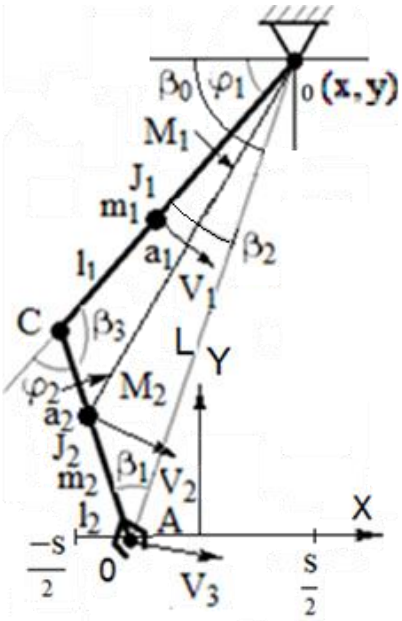


Рис. 4. Расчетная схема динамической модели манипулятора

Кинетическая энергия манипулятора представляет собой сумму следующих энергий: вращательных движений первого и второго звена, вращательной движений якорей электромоторов, поступательного движения звеньев и исполнительного органа от их вращения. Выражение для кинетической энергии манипулятора имеет вид

$$K = K_1 + K_2;$$

$$K_1 = \frac{1}{2}\left[\left(J_1 + J_{01}\cdot i^2\right)\cdot \varphi'_1{}^2 + \left(J_2\right)\cdot\left(\varphi'_1 + \varphi'_2\right)^2 + J_{02}\left(\varphi'_1 + i\cdot\varphi'_2\right)^2\right]; \quad (17)$$

$$K_2 = \frac{1}{2}\left[m_1\cdot V_1^2 + J_1\cdot\varphi'_1{}^2 + m_2\cdot V_2^2 + J_2\cdot\left(\varphi'_1 + \varphi'_2\right)^2 + m_3\cdot V_3^2\right]$$

где K_1 и K_2 – кинетические энергии звеньев манипулятора от вращательного и поступательного движений соответственно.

Поскольку ранее было принято допущение о пренебрежении силами трения, тяжести и технологическими, обобщенными силами являются моменты на выходных валах приводных мотор-редукторов.

Таким образом, поставляя в (16) выражение для кинетической энергии (17) можно получить уравнения динамики для прямого и обратного хода. Уравнения для прямого хода имеют вид

$$J_{E1}\varepsilon_{1r} + J_{E12}\varepsilon_2 - l_1 \sin\varphi_2\left(a_2 m_2 + l_2 m_3\right)\left(2\omega_1\omega_2 + \omega_2^2\right) = M_1 \tag{18}$$

$$J_{E12r}\varepsilon_1 + J_{E2}\omega_2 + l_1 \sin\varphi_2\left(a_2 m_2 + l_2 m_3\right)\omega_2^2 = M_2 \tag{19}$$

где

$$J_{E1} = J_1 + J_2 + J_{02} + J_{01} i^2 + a_1^2 m_1 + m_2\left(a_2^2 + l_1^2 + 2a_2 l_1 \cos\varphi_2\right) + m_3\left(l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos\varphi_2\right)$$

$$J_{E12} = J_2 + J_{02}\cdot i + a_2^2 \cdot m_2 + a_2 \cdot l_1 \cdot m_2 \cdot \cos\varphi_2 + l_2^2 \cdot m_3 + l_1 \cdot l_2 \cdot m_3 \cdot \cos\varphi_2$$

$$J_{E2} = J_2 + J_{02}\cdot i^2 + a_2^2 \cdot m_2 + l_2^2 \cdot m_3$$

Уравнения динамики для обратного хода можно получить путем добавления к индексам переменных уравнений прямого хода еще одного знака «r» (реверс)

$$J_{E1r}\varepsilon_{1r} + J_{E12r}\varepsilon_{2r} - l_1 \sin\varphi_{2r}\left(a_2 m_2 + l_2 m_3\right)\left(2\omega_{1r}\omega_{2r} + \omega_{2r}^2\right) = M_{1r} \tag{20}$$

$$J_{E12r}\varepsilon_{1r} + J_{E2}\omega_{2r} + l_1 \sin\varphi_{2r}\left(a_2 m_2 + l_2 m_3\right)\omega_{2r}^2 = M_{2r} \tag{21}$$

где

$$J_{E1} = J_1 + J_2 + J_{02} + J_{01} i^2 + a_1^2 m_1 + m_2\left(a_2^2 + l_1^2 + 2a_2 l_1 \cos\varphi_{2r}\right) + m_3\left(l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos\varphi_{2r}\right.$$

$$J_{E12} = J_2 + J_{02} i + a_2^2 \cdot m_2 + a_2 \cdot l_1 \cdot m_2 \cdot \cos\varphi_{2r} + l_2^2 \cdot m_3 + l_1 \cdot l_2 \cdot m_3 \cdot \cos\varphi_{2r}$$

Момент инерции J_{E2} не зависит от обобщенных координат и одинаков для прямого и обратного хода схвата.

Механическая мощность, потребляемая приводами звеньев манипулятора, определяется выражениями

$$N_1 = M_1 \cdot \omega_1 \tag{22}$$

$$N_2 = M_2 \cdot \omega_2 \tag{23}$$

В случае отсутствия электрической рекуперации для режимов торможения потребляемая мощность определяется ее положительными значениями. Отрицательное значение мощности соответствует торможению привода в генераторном режиме с диссипацией энергии на тормозном резисторе. Поэтому потребляемую приводами мощность представлена следующим образом

$$N_1 = \begin{cases} N_1 & \text{if } N_1 \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (24)$$

$$N_2 = \begin{cases} N_2 & \text{if } N_2 \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (25)$$

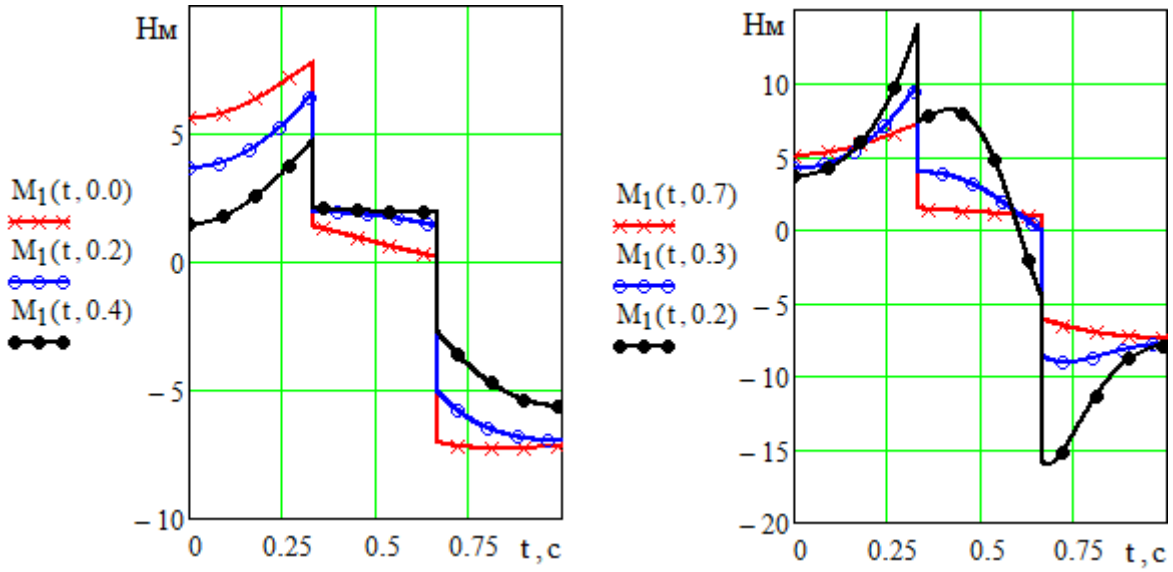
Таким образом динамическая модель двухзвенного манипулятора, при заданных законе движения и траектории, а также декартовых координатах шарнира первого звена позволяет получить законы изменения моментов и мощностей в аналитическом виде.

Для построения графиков моментов и мощностей использованы параметры проектируемого макета манипулятора. Значения этих параметров представлены в Таблице 1.

Таблица 1. Основные технические характеристики макета манипулятора

Параметр	Первое звено	Второе звено
Электромотор ДПТ FL45BLW21-24V-6750A		
Номинальная скорость вращения вала мотора, рад/с	ω=526	
Номинальный момент мотора, Нм	$M_{ном}$=0,084	
Момент инерции якоря мотора, кг·м^2	J_0=135·10^{-7}	
Конструкция манипулятора		
Передаточное число редуктора	i=150,286	
Масса звена, кг	m_1=4,65	m_2=3,56
Длина звена, м	l_1=0,522	l_2=0,4
Расстояние от шарнира звена до его центра масс, м	a_1=0,261	a_2=0,2
Момент инерции звена, кг·м^2	J_1=0,106	J_2=0,048

На рисунке 5 представлены зависимости момента $M_1(t, x, y)$ на приводе первого звена от времени при различных значениях x и y (здесь и далее на графиках приводятся только те аргументы и параметры, которые изменяются, а остальные приводятся в подрисуночной надписи).

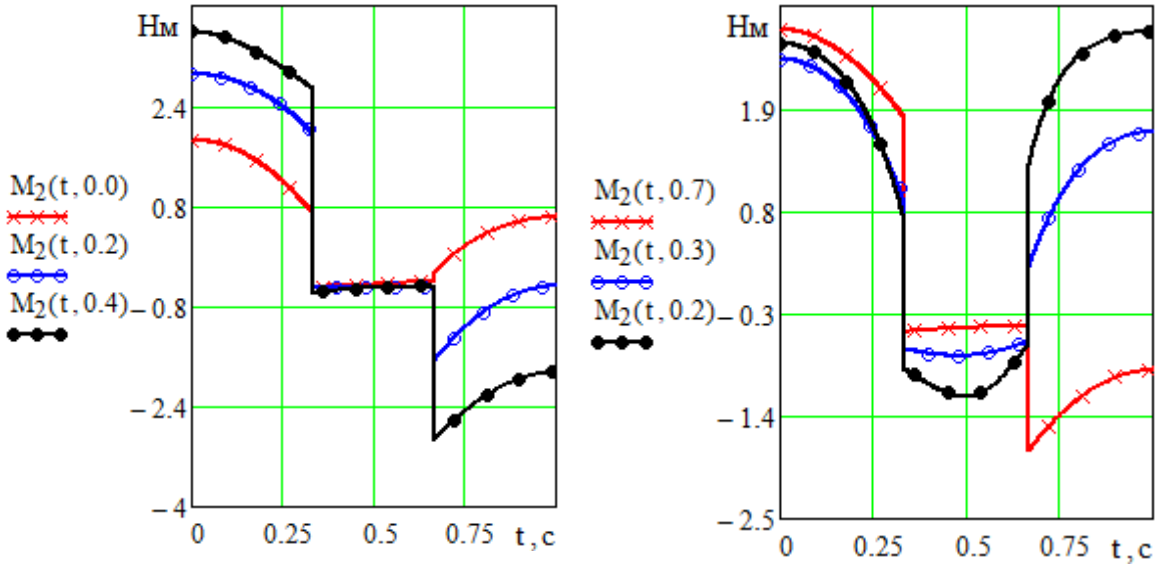


а *б*

Рис. 5. Графики зависимости момента привода первого звена при y = 0,5 и различных значениях x – *а*, а также при x = 0,1 и различных значениях y - *б* от времени (s = 0,4 м, τ = 0,33 с, T = 1 с)

На рисунке 6 представлены зависимости момента $M_2(t, x, y)$ на приводе второго звена от времени при различных значениях x и y.

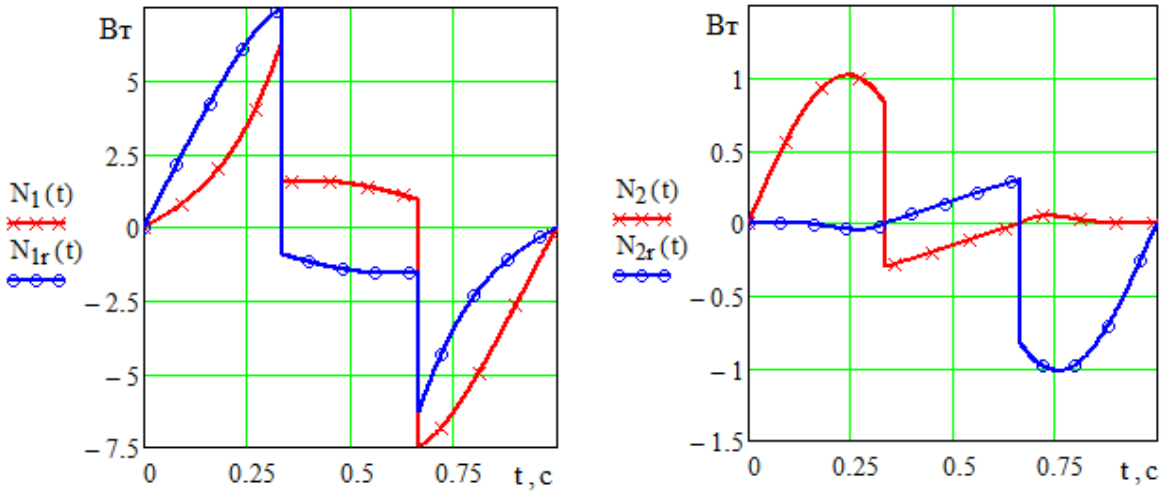
Анализ графиков моментов хорошо иллюстрирует их существенную зависимость от положения манипулятора и это относиться как к характеру графиков, так и величине максимумов. Графики моментов на обратном ходу симметричны графикам прямого хода относительно вертикальной оси.



а *б*

Рис. 6. Графики зависимости момента привода второго звена при y = 0,5 и различных значениях x – *а*, а также при x = 0,1 и различных значениях x - *б* от времени (s = 0,4 м, τ = 0,33 с, T = 1 с)

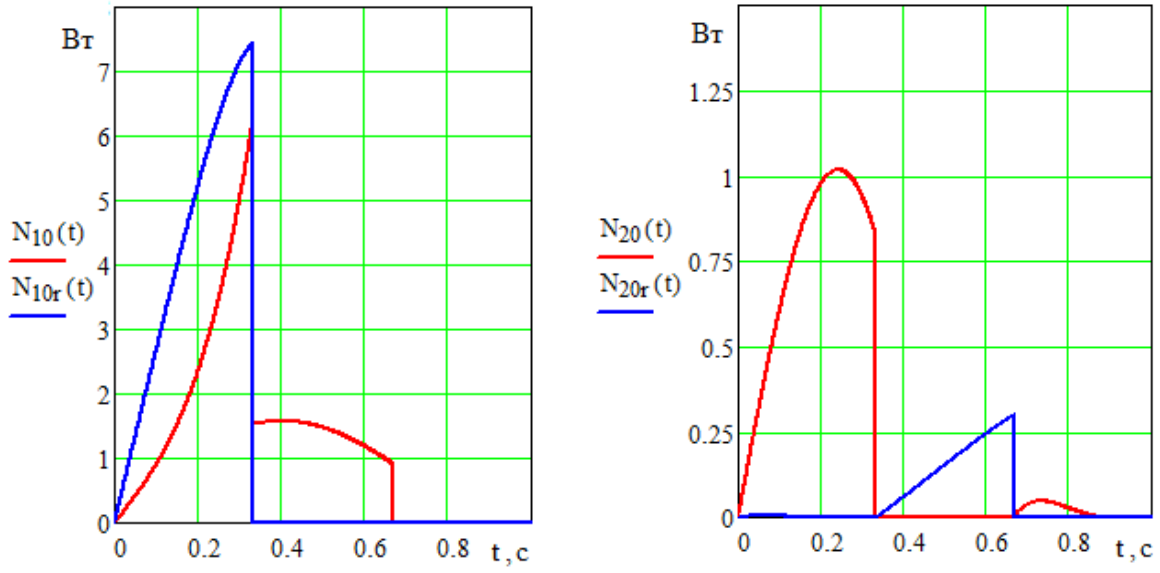
На рисунке 7 представлены зависимости механической мощности на приводах звеньев манипулятора от времени прямого и обратного ходов, на рисунке 8 графики механической (положительной) мощности на приводах звеньев манипулятора для прямого и обратного ходов от времени.



а *б*

Рис. 7. Зависимость механической мощности привода первого звена от времени на прямом и обратном ходах – *а* и привода второго звена от времени на прямом и обратном ходах – *б* (x = 0,1 м, y = 0,5 м, s = 0,4 м, τ = 0,33 с, T = 1 с)

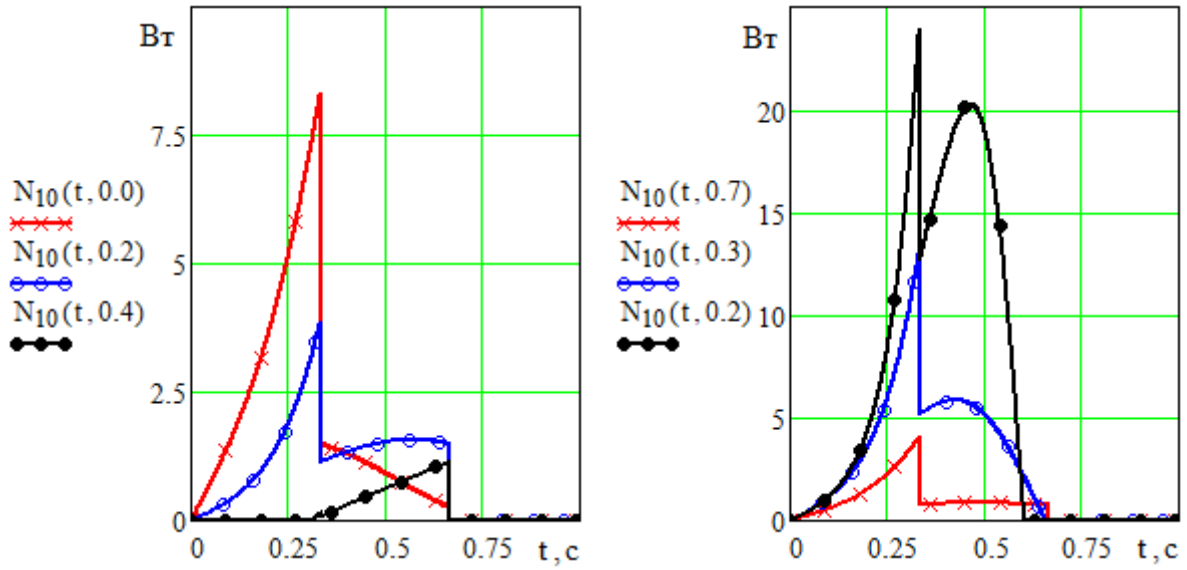
На рисунке 9 изображены графики механической (положительной) мощности на приводе первого звена манипулятора для прямого хода от времени для различных положений манипулятора.



а *б*

Рис. 8. Зависимость механической мощности на приводе первого звена от времен на прямом и обратном ходах – *а* и на приводе второго звена от времени на прямом и обратном ходах – *б*
(x = 0,1 м, y = 0,5 м, s = 0,4 м, τ = 0,33 с, T = 1 с)

Анализ графиков зависимости мощности от времен (рисунки 7 – 9) позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, законы изменения механической мощности, на приводах звеньев, на прямом и обратном ходах различны как по форме, так и по максимальным значениям. Во-вторых, на прямом и обратном ходах максимальные положительные и отрицательные



а *б*

Рис. 9. Графики зависимости потребляемой (положительной) мощности привода первого звена манипулятора прямого хода от времени для различных x при y = 0,5 - *а* и различных y при x = 0,1 – *б* (s = 0,4 м, τ = 0,33 с, T = 1 с)

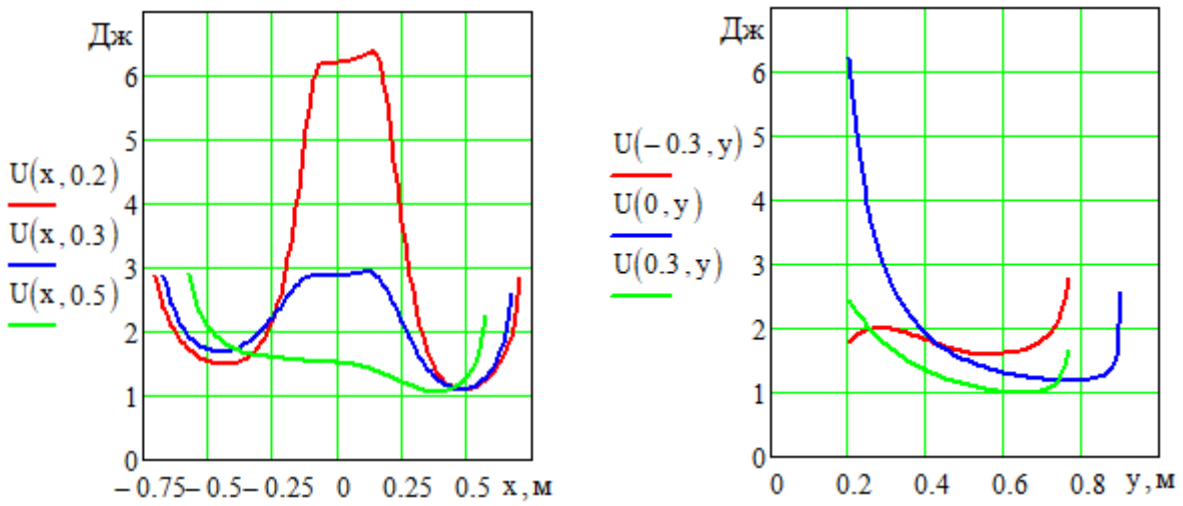
мощности имеют различные значения. В-третьих, максимальные положительные значения механической мощности на приводе первого звена, в зависимости от положения манипулятора относительно реализуемой траектории, могут отличаться в разы.

Механическая энергия, потребляемая при реализации прямого и обратного ходов центра схвата определяется следующими формулами

$$U(x, y, s, \tau, T, m_3) = \int_0^T N_0(t, x, y, s, \tau, T, m_3)\, dt \qquad (26)$$

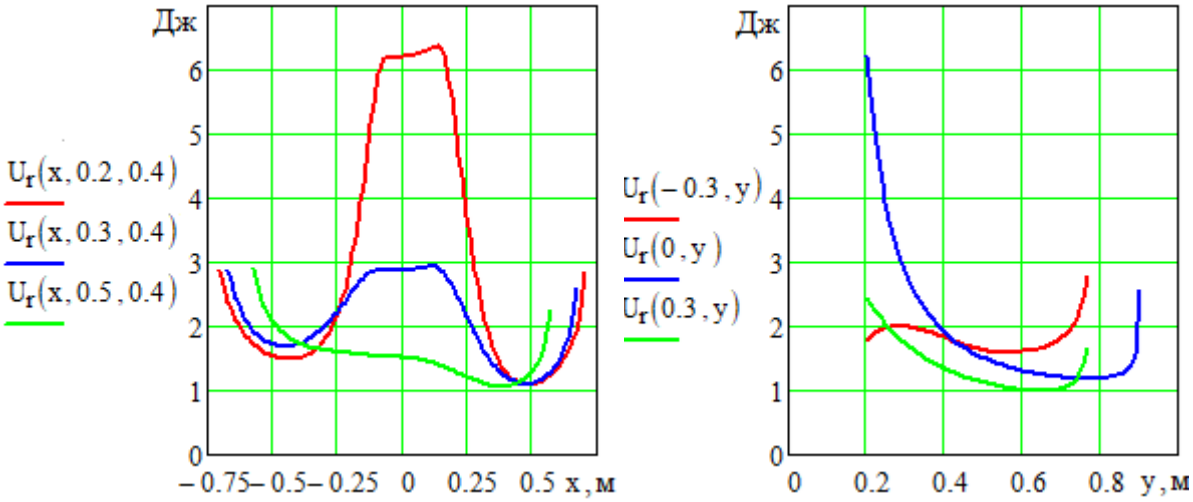
$$U_r(x, y, s, \tau, T, m_3) = \int_0^T N_{0r}(t, x, y, s, \tau, T, m_3)\, dt \qquad (27)$$

На рисунках 10 и 11 представлены графики зависимости потребляемой за цикл энергии от положения манипулятора на прямом и обратном ходах соответственно.



а *б*

Рис. 10. Графики зависимости затрат механической энергии от координаты x положения манипулятора при фиксированной координате y – *а* и от координаты y при фиксированной координате x – *б* на прямом ходу (s = 0,4 м, τ = 0,33 с, T = 1 с)

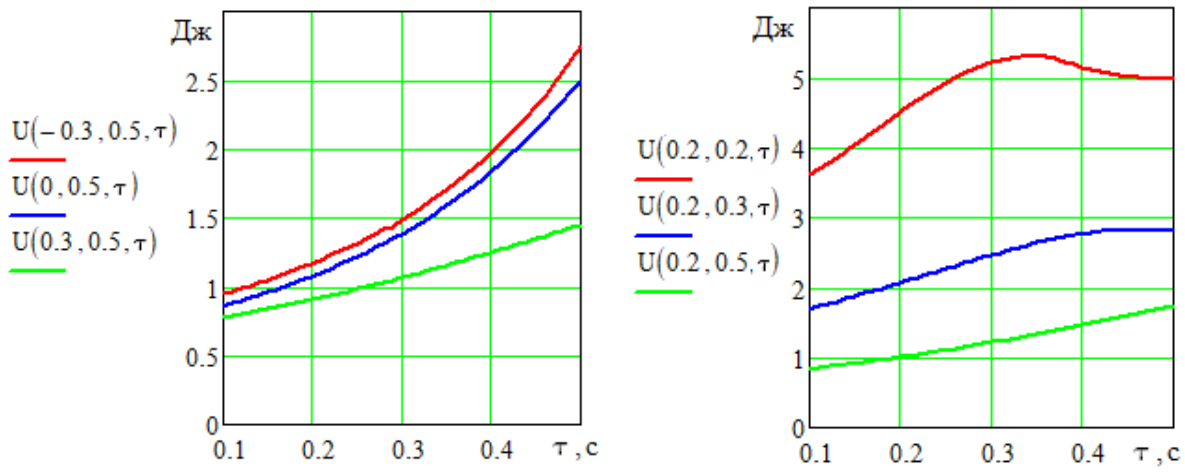


а *б*

Рис. 11. Графики зависимости затрат механической энергии от координаты x положения манипулятора при фиксированной координате y – *а* и от координаты y – при фиксированной координате x *б* на обратном ходу (s = 0,4 м, τ = 0,33 с, T = 1 с)

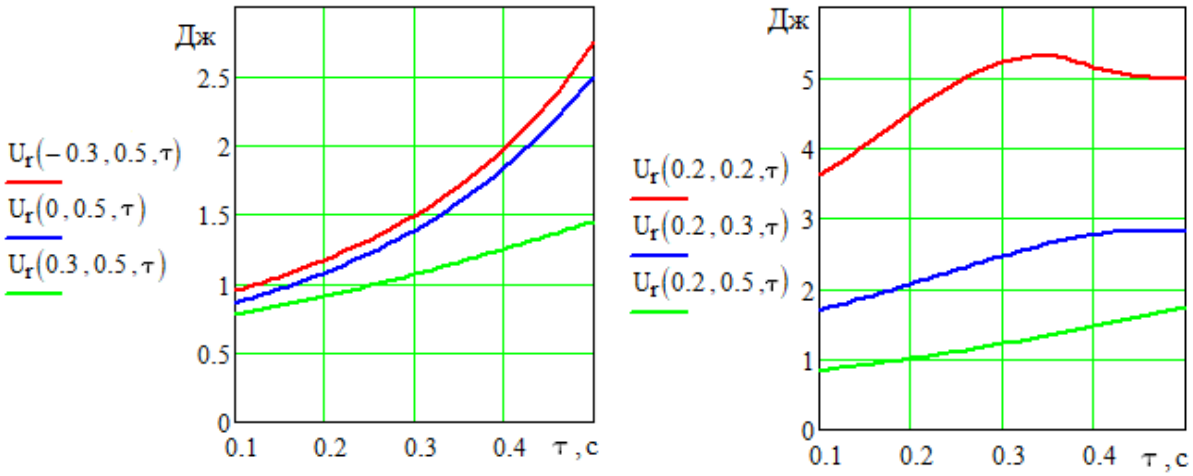
Анализ построенных графиков позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, потребление механической энергии не зависит от направления движения схвата (прямого или обратного хода) во всей области допустимых значений параметров и аргументов. Во-вторых, функция энергопотребления может иметь один или несколько минимумов. В-третьих, при принятых параметрах диапазон изменения энергопотребления достигает 1: 6.

На рисунке 12 и 13 приведены зависимости потребляемой механической энергии от времени разгона (торможения) для прямого и обратного ходов соответственно.



а *б*

Рис. 12. Графики зависимости энергозатрат на прямом ходу схвата от времени разгона (торможения) при различных координатах x манипулятора и фиксированной координате y – *а*, также при различных координатах y и фиксированной координате x – *б* (s = 0,4 м, T = 1 с)



а *б*

Рис. 13. Графики зависимости энергозатрат на обратном ходу схвата от времени разгона (торможения) при различных координатах x размещения манипулятора и фиксированной координате y – *а*, также при различных координатах y и фиксированной координате x – *б* (s = 0,4 м, T = 1 с)

На основании представленных графиков установлено следующее. Во-первых, увеличение времени разгона в зависимости от положения манипулятора может приводить как к увеличению энергозатрат, так их уменьшению. Во-вторых, диапазон изменения энергозатрат при выбранных параметрах достигает 1: 2,5.

Обсуждение

Разработанная аналитическая модель двухзвенного манипулятора позволяет эффективно оптимизировать размещение манипулятора

относительно заданной траектории схвата по критерию минимизации энергопотребления с учетом закона движения и его параметров. Эта модель в дальнейшем может быть дополнена блоками, учитывающими силы тяжести звеньев, схвата и объекта манипулирования, а также учитывающими потери в приводах. С целью снижения трудоемкости поиска оптимального положения манипулятора путем автоматизации процесса оптимизации предполагается создание компьютерной имитационной модели.

Заключение

Анализ представленных выше результатов позволяет утверждать следующее. Во-первых, размещение манипулятора робота относительно вектора перемещения при заданном времени может изменять потребляемую энергию на сотни и даже тысячи процентов. Во-вторых, полезный эффект от оптимального размещения манипулятора относительно вектора перемещения зависит от его конструкции и соотношении размеров звеньев с величиной вектора перемещения. В-третьих, предложенный подход может быть использован для исследования эффективности оптимизации размещения манипулятора по критерию минимального энергопотребления для случаев трех и более точек позиционирования.

Разработанные модели, расчеты и выводы имеют отношение исключительно к энергии, затрачиваемой на перемещение объекта и звеньев робота при воздействии инерционных нагрузок, которые в подавляющем числе случаев для современных быстродействующих роботов являются определяющими. На основании результатов исследования можно утверждать, что «эргономичная» планировка роботизированного производственного участка также актуальна, как и рабочего места обслуживающего персонала и она характеризуется количественными показателями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Gadaleta M., Berselli G., Pellicciari M. Energy-optimal layout design of robotic work cells: Potential assess-ment on an industrial case study. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2017. Vol. 47. Pp. 102-111. DOI: 10.1016/j.rcim.2016.10.002Современное машиностроение: Наука и образование. 2019. С. 109-123.

[2] Eggers K., Ziaukas Z., Kotlarski J., Ortmaier T. On the Relationship of Travel Time and Energy Efficiency of Industrial Robots. 2018 International Conference on Industrial Enterprise and System Engineering (ICoIESE 2018). Atlantis Press. 2019. Pp. 115-121. DOI: 10.2991/icoiese-18.2019.21

[3] Nonoyama K., Liu Z., Fujiwara T., Alam M.M., Nishi T. Energy-efficient robot configuration and motion planning using genetic algorithm and particle swarm optimization. Energies. 2022. Vol. 15. No. 6. P. 2074. DOI: 10.3390/en15062074
[4] Довгополик И.С., Козина А. Простое энергоэффективное планирование пути на основе графов для артикулированных роботов-манипуляторов // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления : сборник научных трудов, Москва, 17–20 июня 2024 года. – Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2024. С. 1690-1694.
[5] Антонов В.О., Гурчинский М.М., Петренко В.И., Тебуева Ф.Б. Метод планирования оптимальной траектории движения трехзвенного манипулятора в объемном пространстве с препятствием // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2018. Т. 45. №. 1. С. 98-112.
[6] Pellicciari M., Berselli G., Leali F., Vergnano A. A method for reducing the energy consumption of pick-and-place industrial robots. Mechatronics. 2013. Vol. 23. No. 3. Pp. 326-334 DOI: 10.1016/j.mechatronics.2013.01.013
[7] Zhou J., Yi H., Cao H., Jiang P., Zhang C., Ge W. Structural decomposition-based energy consumption modeling of robot laser processing systems and energy-efficient analysis. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2022. Vol. 76. P. 102327. DOI: 10.1016/j.rcim.2022.102327
[8] Jiang P., Wang Z., Li X., Wang X.V., Yang B., Zheng J. Energy consumption prediction and optimization of industrial robots based on LSTM. Journal of Manufacturing Systems. 2023. Vol. 70. Pp. 137-148. DOI: 10.1016/j.jmsy.2023.07.009
[9] Brossog M., Kohl J., Merhof J., Spreng S., Franke J. Energy consumption and dynamic behavior analysis of a six-axis industrial robot in an assembly system. Procedia Cirp. 2014. Vol. 23. Pp. 131-136. DOI: 10.1016/j.procir.2014.10.091
[10] Feddema J.T. Kinematically optimal robot placement for minimum time coordinated motion. Proceedings of IEEE international conference on robotics and automation. IEEE. 1996. Vol. 4. Pp. 3395-3400. DOI: 10.1109/ROBOT.1996.509229
[11] Spensieri D., Carlson J.S., Bohlin R., Kressin J., Shi J. Optimal robot placement for tasks execution. Proce-dia Cirp. 2016. Vol. 44. Pp. 395-400 DOI: 10.1016/j.procir.2016.02.105
[12] Valsamos H., Nektarios T., Aspragathos N.A. Optimal placement of path following robot task using genetic algorithms. IFAC Proceedings Volumes. 2006. Vol. 39. No. 15. Pp. 132-137. DOI: 10.3182/20060906-3-IT-2910.00024
[13] Doan N.C.N., Lin W. Optimal robot placement with consideration of redundancy problem for wrist-partitioned 6R articulated robots. Robotics

and Computer-Integrated Manufacturing. 2017. – Vol. 48. Pp. 233-242. DOI: 10.1016/j.rcim.2017.04.007
[14] Zeghloul S., Pamanes-Garcia J.A. Multi-criteria optimal placement of robots in constrained environments. Robotica. 1993. Vol. 11. No. 2. Pp. 105-110. DOI: 10.1017/S0263574700019202
[15] Pamanes-Garcia J.A. A criterion for the optimal placement of robotic manipulators. IFAC Proceedings Vol-umes. 1990. Vol. 23. No. 3. Pp. 149-153. DOI: 10.1016/S1474-6670(17)52549-5
[16] Chedmail P. Synthèse de robots et de sites robotisés Modélisation de robots souples. Diss. Nantes, 1990.
[17] Pamanes G.J.A., Zeghloul S. Optimal placement of robotic manipulators using multiple kinematic criteria. Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE Computer Society. 1991. Pp. 933-938. DOI: 10.1109/ROBOT.1991.131708
[18] Кожевников, М.М., Чумаков, О.А., Илюшин, И.Э., Юркина, А.А. Методика оптимизации положения робота-манипулятора в технологическом процессе лазерной резки // Доклады Белорусского государ-ственного университета информатики и радиоэлектроники. 2021. Т. 19. №. 3. С. 49-57.
[19] Хомченко В.Г., Колтышкин А.В. Оптимизация расположения манипулятора робота относительно реа-лизуемой траектории в ртк на базе обрезного пресса // Автоматизация, мехатроника, информационные технологии. 2020. С. 59-63.
[20] Чумаков О.А. Оптимизация расположения антропоморфного манипулятора // Информационные техно-логии в образовании, науке и производстве [Электронный ресурс] : материалы XI международной научно-технической конференции, Минск, 21-22 ноября 2023 г. / сост. М. Г. Карасёва. – Минск : БНТУ, 2024. С. 106-112.

A.A. Briyanskiy, A.N. Volkov, K.M. Huseynov , D.V. Shabanov

DEPENDENCE OF ENERGY CONSUMPTION OF A TWO-LINK ANGULAR MANIPULATOR ON ITS PLACEMENT RELATIVELY TO THE GRASP TRAJECTORY

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia

Abstract

The paper presents a method for studying the dependence of the manipulator's energy consumption on its position relative to the working trajectory of the gripper. The mathematical model is based on a system of two

Lagrange equations of the second kind, written for an arbitrary position of the manipulator relative to the trajectory. The predominant load is taken to be the forces and moments of inertia acting on the object of manipulation, links and rotors of electric motors. Recovery of kinetic energy and losses in drives were not considered. The gripper movements were set along a rectilinear trajectory with the most common law: uniformly accelerated acceleration, uniform movement and uniformly decelerated braking. Formulas for determining the instantaneous powers of the drives are obtained by multiplying the right and left parts of the Lagrange equations by the functions of the corresponding angular velocities. The energy consumption of the cycle is determined by integrating the power functions on intervals with their positive values. The study of the model showed high efficiency in optimizing the manipulator's location relative to the gripper's movement vector according to the criterion of minimizing the energy consumed per cycle.

Key words: manipulator, displacement vector, gripper, Lagrange equations, energy consumption, optimization.

REFERENCES

[1] Gadaleta M., Berselli G., Pellicciari M. Energy-optimal layout design of robotic work cells: Potential assess-ment on an industrial case study. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2017. Vol. 47. Pp. 102-111. DOI: 10.1016/j.rcim.2016.10.002Современное машиностроение: Наука и образование. 2019. С. 109-123.

[2] Eggers K., Ziaukas Z., Kotlarski J., Ortmaier T. On the Relationship of Travel Time and Energy Efficiency of Industrial Robots. 2018 International Conference on Industrial Enterprise and System Engineering (ICoIESE 2018). Atlantis Press. 2019. Pp. 115-121. DOI: 10.2991/icoiese-18.2019.21

[3] Nonoyama K., Liu Z., Fujiwara T., Alam M.M., Nishi T. Energy-efficient robot configuration and motion planning using genetic algorithm and particle swarm optimization. Energies. 2022. Vol. 15. No. 6. P. 2074. DOI: 10.3390/en15062074

[4] Dovgopolik I.S., Kozina A. Simple energy-efficient graph-based path planning for articulated robotic arms, XIV Vserossijskoe soveshchanie po problemam upravleniya : sbornik nauchnyh trudov, Moskva, 17–20 iyunya 2024 goda. – Moskva: Institut problem upravleniya im. V.A. Trapeznikova RAN. 2024. Pp. 1690-1694 (rus)

[5] Antonov V.O., Gurchinskij M.M., Petrenko V.I., Tebueva F.B. Method for planning the optimal trajectory of a three-link manipulator in a volumetric space with an obstacle, Vestnik Dage-stanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskie nauki. 2018. Vol. 45. No. 1. Pp. 98-112 (rus)

[6] Pellicciari M., Berselli G., Leali F., Vergnano A. A method for reducing the energy consumption of pick-and-place industrial robots. Mechatronics. 2013. Vol. 23. No. 3. Pp. 326-334 DOI: 10.1016/j.mechatronics.2013.01.013
[7] Zhou J., Yi H., Cao H., Jiang P., Zhang C., Ge W. Structural decomposition-based energy consumption modeling of robot laser processing systems and energy-efficient analysis. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2022. Vol. 76. P. 102327. DOI: 10.1016/j.rcim.2022.102327
[8] Jiang P., Wang Z., Li X., Wang X.V., Yang B., Zheng J. Energy consumption prediction and optimization of industrial robots based on LSTM. Journal of Manufacturing Systems. 2023. Vol. 70. Pp. 137-148. DOI: 10.1016/j.jmsy.2023.07.009
[9] Brossog M., Kohl J., Merhof J., Spreng S., Franke J. Energy consumption and dynamic behavior analysis of a six-axis industrial robot in an assembly system. Procedia Cirp. 2014. Vol. 23. Pp. 131-136. DOI: 10.1016/j.procir.2014.10.091
[10] Feddema J.T. Kinematically optimal robot placement for minimum time coordinated motion. Proceedings of IEEE international conference on robotics and automation. IEEE. 1996. Vol. 4. Pp. 3395-3400. DOI: 10.1109/ROBOT.1996.509229
[11] Spensieri D., Carlson J.S., Bohlin R., Kressin J., Shi J. Optimal robot placement for tasks execution. Proce-dia Cirp. 2016. Vol. 44. Pp. 395-400 DOI: 10.1016/j.procir.2016.02.105
[12] Valsamos H., Nektarios T., Aspragathos N.A. Optimal placement of path following robot task using genetic algorithms. IFAC Proceedings Volumes. 2006. Vol. 39. No. 15. Pp. 132-137. DOI: 10.3182/20060906-3-IT-2910.00024
[13] Doan N.C.N., Lin W. Optimal robot placement with consideration of redundancy problem for wrist-partitioned 6R articulated robots. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing. 2017. – Vol. 48. Pp. 233-242. DOI: 10.1016/j.rcim.2017.04.007
[14] Zeghloul S., Pamanes-Garcia J.A. Multi-criteria optimal placement of robots in constrained environments. Robotica. 1993. Vol. 11. No. 2. Pp. 105-110. DOI: 10.1017/S0263574700019202
[15] Pamanes-Garcia J.A. A criterion for the optimal placement of robotic manipulators. IFAC Proceedings Vol-umes. 1990. Vol. 23. No. 3. Pp. 149-153. DOI: 10.1016/S1474-6670(17)52549-5
[16] Chedmail P. Synthèse de robots et de sites robotisés Modélisation de robots souples. Diss. Nantes, 1990.
[17] Pamanes G.J.A., Zeghloul S. Optimal placement of robotic manipulators using multiple kinematic criteria. Proceedings. 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation. IEEE Computer Society. 1991. Pp. 933-938. DOI: 10.1109/ROBOT.1991.131708

[18] Kozhevnikov, M.M., CHumakov, O.A., Ilyushin, I.E., YUrkina, A.A. Methodology for optimizing the placement of a robotic manipulator in the technological process of laser cutting, Doklady Belorusskogo gosu-dar-stvennogo universiteta informatiki i radioelektroniki. 2021. Vol. 19. No. 3. Pp. 49-57 (rus)
[19] Homchenko V.G., Koltyshkin A.V. Optimization of the robot manipulator placement relative to the imple-mented trajectory in the robotic complex based on the trimming press, Avtomatizaciya, mek-hatronika, informacionnye tekhnologii. 2020. Pp. 59-63 (rus)
[20] Chumakov O.A. Optimization of the anthropomorphic manipulator placement, Informacionnye tekhno-logii v obrazovanii, nauke i proizvodstve [Elektronnyj resurs] : materialy XI mezhdunarodnoj nauchno-tekhnicheskoj konferencii, Minsk, 21-22 noyabrya 2023 g. / sost. M. G. Karasyova. – Minsk : BNTU, 2024. C. 106-112 (rus)