

А.Д. Будяков
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия, sbudyakov@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ ЗАЦЕПЛЕНИЯ И СИЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ В ТОЧКАХ МНОГОПАРНОГО КОНТАКТА САТЕЛЛИТА С ЦЕВОЧНЫМ КОЛЕСОМ ПРИ ЗАДАННЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРАХ ПЛАНЕТАРНО-ЦЕВОЧНОГО РЕДУКТОРА

Аннотация

В работе представлена методика расчета и создания математической модели геометрии зацепления сателлита с цевочным колесом планетарно-цевочного редуктора, а также силовых параметров в точках многопарного контакта в программном продукте MathCad. Данная работа систематизирует сведения о различных конфигурациях планетарно-цевочных редукторов и предоставляет готовую математическую модель для аналитического и численного исследования трибологических параметров контакта сателлита с цевочным колесом планетарно-цевочного редуктора.

Ключевые слова: планетарно-цевочный редуктор, мощность сил трения, работа сил трения, цевочное колесо, сателлит.

Введение

Ввиду развития машиностроения и создания более совершенных средств производства и моделирования, усовершенствование механических передач становится одной из важных задач. Для создания более долговечных и износостойких планетарно-цевочных редукторов требуется анализ как с материаловедческой, так и с конструктивной стороны, которая более подробно рассмотрена в данной статье. Ввиду того, что анализ геометрии профилей рабочих органов планетарно-цевочного редуктора является одной из ключевых задач анализа всего механизма, требуется создание математической модели, которая позволит проводить аналитические либо численные вычисления с высокой точности, с большой производительностью варьируя требуемые геометрические параметры редуктора. Создание подобной математической модели так же позволяет проводить более детальные исследования (на базе математической модели). В частности, исследование силовых параметров в точках многопарного контакта, с целью дальнейшей оптимизации профиля по параметрам мощности и работы сил трения.

Методы и материалы

Для достижения поставленной цели применен программный комплект MathCad, на основе которого разработана математическая модель, позволяющая производить расчеты как аналитическим, так и численным методами.

Результаты и обсуждение

Было выведено уравнение рабочего профиля сателлита (эквидистанта укороченной эпициклоиды) и представлено в параметрическом виде (1) [1-6]:

$$\begin{aligned}
x_k(\varphi_i) &= e \cdot \left(\frac{z_2}{\lambda} \cdot \sin(\varphi_i) - \sin(z_2 \cdot \varphi_i) \right) - r_c \cdot |\sin(fi(\varphi_i))| \cdot \text{sign}(\sin(\varphi_i) - \lambda \\
&\quad \cdot \sin(z_2 \cdot \varphi_i)), \\
y_k(\varphi_i) &= e \cdot \left(\frac{z_2}{\lambda} \cdot \cos(\varphi_i) - \cos(z_2 \cdot \varphi_i) \right) - r_c \cdot |\cos(fi(\varphi_i))| \cdot \\
&\quad \cdot \text{sign}(\cos(\varphi_i) - \lambda \cdot \cos(z_2 \cdot \varphi_i)), \\
fi(\varphi_i) &= \text{atan} \left(\frac{\sin(\varphi_i) - \lambda \cdot \sin(z_2 \cdot \varphi_i)}{\cos(\varphi_i) - \lambda \cdot \cos(z_2 \cdot \varphi_i)} \right), \\
\lambda &= \frac{e \cdot z_1}{R},
\end{aligned} \tag{1}$$

где φ_i — массив угла поворота производящей окружности относительно центра направляющей окружности, где i — номер элемента в массиве, $\varphi = 0 \dots \pi$;
 z_2 — число цевок;
 λ — коэффициент укорочения эпициклоиды;
 R — радиус центроиды сателлита;
 r_c — радиус цевок;
 e — эксцентриситет;

Для описания профиля сателлита в декартовых координатах, создается два массива точек, вычисленных при значениях угла поворота φ_i от 0 до π с шагом 0,0001. Данный шаг был подобран экспериментальным методом: он обеспечивает высокую точность вычислений, благодаря чему в некоторых формулах не требуется аппроксимация или сглаживание и, во-вторых, создает массив, который компьютер способен обработать за доли секунды, что ускоряет расчеты [7].

Зная координаты центров цевок и их геометрические размеры, продифференцировав уравнение нормали, получаем коэффициент наклона прямой плеча нормали kn . Через этот коэффициент получаем уравнение плеча нормали из центра цевочного колеса nck (2):

$$nck(x) = -\frac{1}{kn} \cdot x, \tag{2}$$

А так же из центра сателлита nsc (3):

$$nsc(x) = -\frac{1}{kn} \cdot (x - e). \tag{3}$$

Для определения длины плеч необходимо найти точки пересечения nck , nsc и нормали к профилю сателлита. Эта операция осуществляется по следующему алгоритму [8-10, 13]:

1. Аппроксимация массивов точек, которые задают прямые, точку пересечения которых требуется найти;
2. Вычитание одного массива из другого;
3. При помощи функции перебора определяется индекс точки, в которой массив разности поменял знак (проверка на изменение знака не производится, поскольку в реалиях данной задачи, прямые точно имеют точку пересечения);
4. По индексу точки ищется абсолютная координата в массиве нормали к профилю.

Отличительной особенностью планетарно-цевочного редуктора является то, что при разности количества зубьев сателлита и числа цевок, равной единице, все зубья сателлита находятся в контакте с цевками (с учетом допущений, оговоренных в начале работы) [14].

Однако стоит отметить, что при вращении сателлита работает (передает и воспринимает силу) только половина цевок, находящихся по одну сторону от диаметра окружности, проходящего через полюс зацепления. При дальнейших расчетах примем, что нагрузку воспринимает половина цевок.

Для компенсации несимметричности воздействия сил в зацеплении обычно ставят два сателлита с нечетным числом зубьев, находящихся в противофазе. Благодаря этому нагрузка распределяется между двумя шестернями, при том силы действуют симметрично на соответствующие половины сателлитов.

Принимая во внимание схему действия сил в зацеплении цевок и сателлита планетарно-цевочного редуктора (рис.1), была получена формула нормальной силы в точке контакта i -той цевки (4).

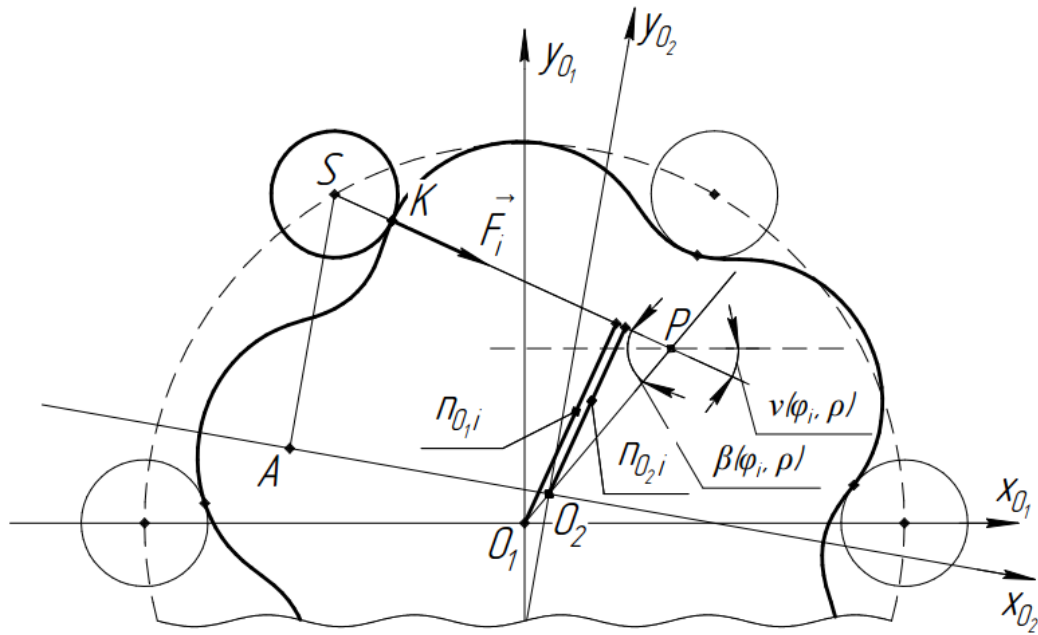


Рисунок 1 – Схема действия сил при повороте цевочного колеса: n_{o2i} – нормаль от центра сателлита, n_{o1i} – нормаль от центра окружности цевок

$$F_i(\varphi_i, \rho) = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot \frac{M_2}{e \cdot z_1} \cdot \frac{\sin(\beta(\varphi_i))}{\sum_j \sin(\beta(\varphi_{ij}, \rho))^2} \quad (4)$$

Момент силы в зацеплении с i -той цевкой (5):

$$M_i(\varphi_i, \rho) = \left(1 + \frac{1}{u}\right) \cdot M_2 \cdot \frac{(\sin(\beta(\varphi_i)))^2}{\sum_j \sin(\beta(\varphi_{ij}, \rho))^2} \quad (5)$$

Заключение

Разработанная и представленная в данной работе математическая модель геометрии зацепления и силовых параметров в точках многопарного контакта сателлита с цевочным колесом при заданных конструктивных параметрах планетарно-цевочного редуктора предоставляет возможность аналитического и численного исследования трибологических параметров контакта сателлита с цевочным колесом с целью дальнейшей оптимизации параметров зацепления по требуемым критериям.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Геометрия планетарно-цевочных передач, Иванов А.С., Ермолаев М.М., Чиркин А.В., Синицына Ю.В. - МГТУ им. Н.Э.Баумана, г. Москва, Россия;
2. The Effect of a Cycloid Reducer Geometry on its Loading Capacity, Michail Evgenievich Fedosovskii, Sergei Andreevich Aleksanin, Vycheclav Viktorovich Nikolaev, Ivan Mihailovich Yegorov, Vadim Igorevich Dunaev and Roman Vladimirovich Puctozarov - World Applied Sciences Journal 24 (7): 895-899, 2013, ISSN 1818-4952, © IDOSI Publications, 2013, DOI: 10.5829/idosi.wasj.2013.24.07.13352
3. Математическое моделирование погрешностей изготовления элементов цевочной передачи планетарного редуктора / И.М. Егоров, С.А. Алексанин, М.Е. Федосовский, Н.П. Кряжев // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики, Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics, 2014, № 6 (94), с.171-176
4. Машиностроение и техносфера XXI века // Сборник трудов XXII международной научно-технической конференции в г. Севастополе 14-19 сентября 2015 г.- Донецк: МСМ, 2015. Т. 1. С.144-150;
5. Фомин, М.В. Планетарно-цевочные передачи [Электронный ресурс] : учеб. пособие / М.В. Фомин .- М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009 .- 64 с. - ISBN 978-5-7038-3309-4 .- Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/287259>
6. Машиностроение и техносфера XXI века // Сборник трудов XXII международной научно-технической конференции в г. Севастополе 14-19 сентября 2015 г.- Донецк: МСМ, 2015. Т. 1. С.151-157
7. Чиркин Александр Вадимович Метод расчета нагрузочной способности планетарно-цевочных передач с пластиковыми сателлитами: дисс. Москва : Московский Государственный Технический Университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет), 2019
8. Sumitomo, Cyclo 6000 speed reducer. Catalog 03.601.50.007, 2010
9. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи-М-Л.: Машиностроение, 1966. – 307 с.
10. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. - М.: Наука, 1968. -584 с.
11. Егоров И.М. Вклад различных участков профилей зубьев сателлита в несущую способность планетарного цевочного редуктора // Современное машиностроение: Наука и образование : материалы 6-й международной научно-практической конференции / Под ред. А.Н. Евграфова и А.А. Поповича.- СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017.
12. Шефер И.Н. Влияние модуля и числа зубьев на работоспособность прямозубой передачи // Сибирский федеральный университет. - [б. г.]. - [б. и.].
13. Ефременков Е.А. Разработка и проектирование передач с промежуточными телами качения нового вида // Известия Томского политехнического университета.- 2005.- Т. 308.- №1.- С. 131-135.
14. Ли Лисин. Силовой анализ планетарной передачи с циклоидным штифтом [J]. Китайский журнал машиностроения, 1986 (1): 77-79.
15. Birman, V. and L.W. Byrd, Modeling and analysis of functionally graded materials and structures. Applied mechanics reviews, 2007. 60(5): p. 195-216.
16. Будяков, А. Д. Анализ трибосопряжения ролик-сателлит в планетарно-цевочном редукторе / А. Д. Будяков // Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием, Санкт-Петербург, 19-24 ноября 2018 года. Том Часть 2. - Санкт-Петербург: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого", 2018. - С. 174-176. - EDN EIZDYR.

A.D. Budyakov
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
Saint Petersburg, Russia, sbudyakov@mail.ru

DETERMINATION OF THE GEARING GEOMETRY AND POWER PARAMETERS AT THE POINTS OF MULTI-PAIR CONTACT OF THE SATELLITE WITH THE PINWHEEL UNDER THE SPECIFIED DESIGN PARAMETERS OF THE PLANETARY PIN GEAR

Abstract

The paper presents a method for calculating and creating a mathematical model of the geometry of the engagement of a satellite with a planetary gear wheel, as well as power parameters at the points of multi-pair contact in the MathCad software product. This work systematizes information about various configurations of planetary gearboxes and provides a ready-made mathematical model for the analytical and numerical study of the tribological parameters of the contact of the satellite with the pinwheel of the planetary gear.

Keywords: planetary gear box, the power of friction forces, the work of friction forces, pinwheel, satellite.