

В.Е. Жаров¹, Е.Б. Сedaкова², Д.Е. Ишимов³, А.Н. Наумов³

¹ Центральный научно-исследовательский и опытно-конструкторский институт робототехники и технической кибернетики (ЦНИИ РТК), Санкт-Петербург, Россия

² Институт проблем машиноведения Российской академии наук, Санкт-Петербург, Россия, elenasedakova2006@yandex.ru

³ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия,

ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗНАШИВАНИЯ ПАРЫ ТРЕНИЯ СТАЛЬ-ПОЛИМЕР В ПРОГРАММЕ MATLAB

Аннотация

В работе рассмотрена математическая модель изнашивания пары трения сталь-полимер без смазки с использованием уравнений теплового баланса и износа. Модель основана на уравнениях теплового баланса и кинетики износа, учитывающих диссипацию энергии при трении и теплообмен с окружающей средой. В отличие от традиционных подходов, предложенная модель включает в себя критические точки, соответствующие температурным переходам в полимере, что позволяет прогнозировать их положение на экспериментальных зависимостях с высокой точностью. Модель реализована в САПР «MATLAB» с использованием метода конечных элементов для численного решения уравнений теплопроводности и износа. Результаты моделирования сопоставлены с экспериментальными данными, демонстрируя адекватность модели и возможность её применения для оптимизации параметров трибологических систем сталь-полимер.

Ключевые слова: matlab, трение, износ, легированная сталь, полимер, температура на контакте, коэффициент трения, коэффициент износа.

Введение

Практически во всех машинах и механизмах имеются трибосопряжения, для эффективной работы которых контактирующие поверхности необходимо разделять смазочными веществами. Традиционно в узлах трения широко используются жидкие и консистентные смазки, поскольку их применение приводит к снижению коэффициента трения и повышению износостойкости контактирующих поверхностей деталей. Однако использование таких смазок требует применения надежных уплотнений для предотвращения загрязнения окружающей среды. Кроме того, в настоящее время расширяется номенклатура трибосопряжений, условия эксплуатации которых затрудняют или исключают возможность использования традиционных смазок, например, космические условия или закрытые биополимерные системы. В таких случаях для разделения рабочих поверхностей эффективно применение твердых смазочных материалов. Полимерные материалы и их композиты хорошо зарекомендовали себя в качестве антифрикционных при работе в узлах трения без смазочных материалов за счет их способности к самосмазыванию за счет формирования слоев переноса.

Для описания, анализа и прогнозирования триботехнических характеристик материалов пар трения очень удобно использовать математические модели изнашивания. Они, позволяют предсказывать изменение триботехнических характеристик в зависимости от условий работы пар трения, дают возможность управления параметрами нагружения.

В работах [1-4] приведены результаты исследования влияния наличия математических моделей на исследование в материаловедении, робототехнике и механике.

Целью работы, является определение возможности прогнозирования триботехнических характеристик пар трения сталь-полимер без использования смазки.

Методы и материалы

Для достижения поставленной цели использовалась САПР программа «MATLAB». Экспериментальные исследования проводились на трибометре КС-1 по схеме «кольцо—плоскость», изображенном на Рисунке 1 и подробно описанном в [5].

Контртело из стали 45 (ГОСТ 1050–2013), контактировало с образцами акрилонитрил-бутадиен-стирол (Lustran ABS). Пара трения сталь 45 – ABS представляет собой важную область исследований из-за широкого применения стали 45 и ABS в различных областях. Трибологические характеристики ABS очень сильно зависят от скорости деформации и температуры, а также от параметров FDM-печати [6-7].

Перечень физико-механических свойств стали марки 45 (ГОСТ 1050–2013) представлен в таблице 1 [8]. В таблице 2 приведены теплофизические свойства Lustran ABS [9].

Таблица 1 - Физико-механические свойства стали 45 ГОСТ 1050–2013

Марка стали	$\sigma_{0,2}$, МПа	σ_B , МПа	δ , %	ψ , %	Твердость, НВ, МПа	Теплопроводность, λ , Вт/(м×град К)
Сталь 45	355	600	16	40	197	48

Таблица 2 - Теплофизические свойства Lustran ABS

Марка полимера	Теплопроводность, λ , Вт/(м×град К)	Температура, °С	
		Стеклования, T_g	Плавления, T_m
Lustran ABS	0,18	-80	200

Испытания полимерных образцов на износостойкость проводились при окружной скорости скольжения $v = 0,6$ м/с и различных величинах контактного давления p , так что диапазон совместной нагрузки pv находился в пределах 0,1—0,45 МПа*м/с. В конце испытаний определялась величина массового износа полимерного образца Δm путем его взвешивания до и после эксперимента. В качестве критерия износостойкости полимерного материала принималась величина коэффициента износа K , которая рассчитывалась по известной формуле

$$K = \Delta m / \rho N L_T \quad (1)$$

где ρ – плотность полимерного образца; N – внешняя нагрузка; L_T – путь трения.

Регистрация температурных параметров производилась с помощью портативного тепловизора BSIDE HX, с диапазоном измерения температуры от минус 20 °С до 550 °С и погрешностью ± 2 °С.

Для расчета величины фрикционного нагрева полимера на контакте использовалось соотношение [5]

$$t_{\text{ср}} = \frac{P\varphi}{\lambda L} + \Delta t_p + t_c \quad (2)$$

где L – средний линейный размер грани полимерного объема; λ — коэффициент теплопроводности; φ — коэффициент, определяемый по номограммам, приведённым в [10]; Δt_p — средний температурный напор по результатам измерений; t_c — температура окружающей среды.

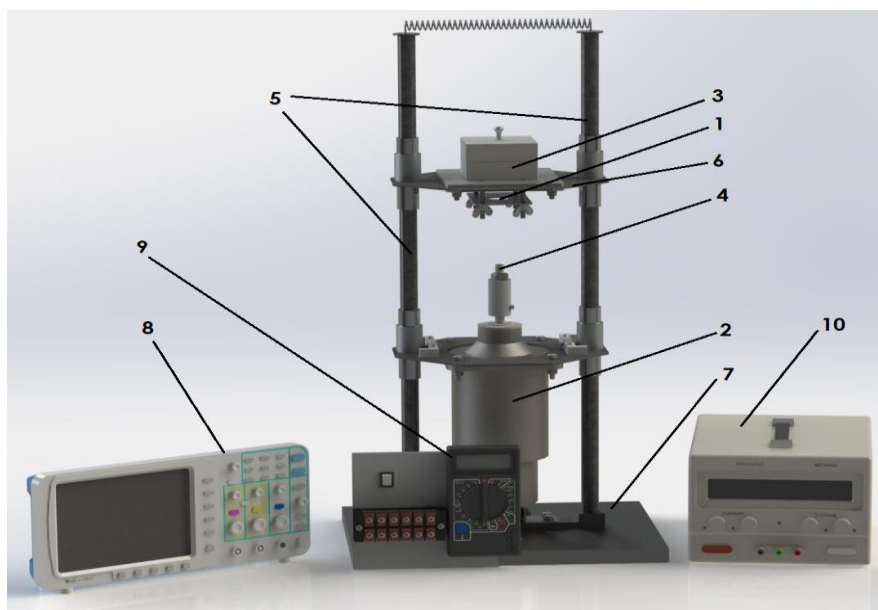


Рисунок 1 - Трибометр КС- 1: 1 – полимер, 2 – электродвигатель, 3 – грузы, 4 – контртело, 5 – направляющие, 6 – подвижная траверса, 7 – основание, 8 - осциллограф, 9 – вольтметр, 10 – источник питания.

САПР в программе «MATLAB» сочетает удобный язык, мощные вычислительные инструменты и визуализацию, что делает его идеальным для моделирования трения — от простых статических моделей до сложных динамических систем. В «MATLAB» широкий набор математических функций, который облегчает работу с матрицами и векторами, обеспечивает визуализацию результатов и возможность использования экспериментальных данных через импорт данных [11-12].

Рассмотрим характеристики, которые мы используем в нашей математической модели пары трения сталь-полимер на примере ABS – Сталь 45 ГОСТ 1050–2013. Эти данные приведены в таблицах 3-5.

Таблица 3 - Геометрические и механические свойства, используемые в САПР «MATLAB»

Параметр	Обозначение	Численное значение
Площадь контакта	$A, \text{м}^2$	$2.85\text{e-}5$
Твердость полимерного материала по Бринеллю	$H, \text{МПа}$	150
Предел текучести	$H_t, \text{МПа}$	100

Таблица 4 - Тепловые свойства, используемые в САПР «MATLAB»

Параметр	Обозначение	Значение
Теплопроводность стали	$\lambda_1, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	48
Теплопроводность полимера	$\lambda_2, \text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$	0.18
Удельная теплоемкость	$c_p, \text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$	1470

Величина K_T , зависящая от структуры материалов, рассчитывалась как [13]

$$K_T = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (3)$$

где λ_1 , λ_2 – коэффициенты теплопроводности металлического контртела и полимерного образца, соответственно.

В таблице 5 приведено значение f для пары сталь-ABS при сухом трении.

Таблица 5 - Параметры испытаний, трения и, используемые в САПР «MATLAB»

Параметр	Обозначение	Значение
Скорость скольжения	v , м/с	0.6
Путь трения	L_T , м	1000
Коэффициент трения	f	0.3

В связи с тем, что учет упругопластического контакта очень критичен для полимеров, так как деформация носит нелинейный характер, то для расчета контактного давления в модели использовалось уравнение [14]:

$$P_{real} = \min \cdot \left(\frac{N}{A \cdot \frac{p^{2/3}}{H}} \right), H_t \quad (4)$$

где – A – номинальная площадь контакта; p – контактное давление;

Для расчета величины фрикционного нагрева полимера на контакте в САПР «MATLAB» использовалось соотношение [15]:

$$T(t + dt) = T(t) + \left(\frac{((1-K_T) \cdot P_{total} \cdot A_{real} / S_{polymer})}{m \cdot c_p(T)} \right) \cdot dt, \quad (5)$$

где $S_{polymer}$ – это площадь полимерного образца; P_{total} – мощность трения; A_{real} – площадь контакта с учетом микронеровностей; m – масса полимерного образца; $c_p(T)$ – зависимость удельной теплоемкости по времени; dt – шаг по времени.

Для расчета износа использовалась модифицированное уравнение Арчарда, в виде соотношения [16]:

$$\frac{dV}{dt} = k_0 \cdot (1 + \gamma Ra) \cdot e^{a(T-T_0)} \cdot p \cdot v, \quad (6)$$

где k_0 – номинальный коэффициент износа; γ – коэффициент влияния шероховатости; Ra – шероховатость стального образца; a – температурный коэффициент; T – температура полимерного образца; T_0 – начальная температура полимерного образца.

Результаты и обсуждение

Моделирование изнашивания пары ABS-сталь в «MATLAB» позволило выявить комплексную зависимость износостойкости полимерного материала при различных величинах p и при $v = 0,6$ м/с. Полученная модель в виде уравнения (5) учитывает три основных механизма изнашивания: абразивно-адгезионный – доминирующий при умеренных нагрузках и температурах; термоусталостный – проявляющийся при циклическом нагреве выше 100 °С и термическое разрушение – возникающее при критических температурных и нагрузочных режимах.

На рисунке 2 представлена поверхность, описывающая зависимость интенсивности изнашивания от pv и температуры. 3D-визуализация наглядно показывает существование "критической зоны" при нагрузке pv более 0,35 МПа м/с и температуре свыше 120°С, при которых происходит резкое увеличение интенсивности изнашивания.

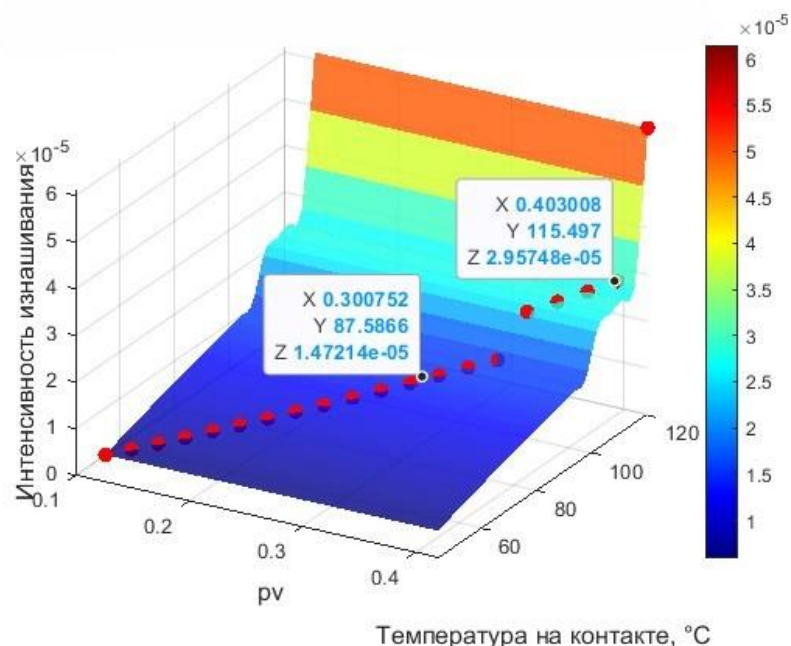


Рисунок 2. 3D-визуализация в координатах " интенсивность изнашивания - p_v – температура"

Исходя из этого можно сделать вывод о том, что безопасный режим работы для пары ABS-сталь при p_v до 0,35 МПа м/с и контактных температурах, не превышающих 100 °С.

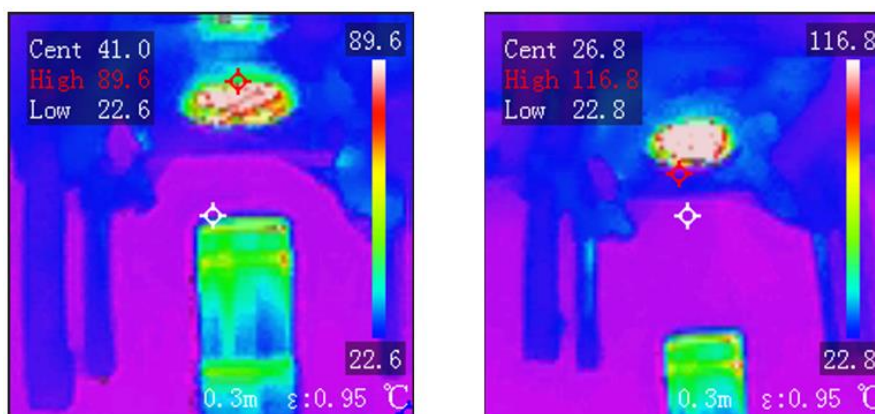


Рисунок 3 - Экспериментальные данные измерения температуры в зоне контакта при $p_v = 0,3$ МПа и $p_v = 0,4$ МПа м/с

Для верификации разработанной модели были проведены экспериментальные исследования изнашивания полимера ABS по стали 45 при $p_v = 0,3$ и $p_v = 0,4$ МПа×м/с, соответственно. На рисунке 3 предоставлены зарегистрированные с помощью тепловизора контактные температуры 89,6 °С и 116,8 °С, при указанных p_v . При $p_v = 0,3$ МПа м/с расхождение между данными, полученными в результате моделирования и экспериментально полученными составило 2,7%. При $p_v = 0,4$ – экспериментально зафиксирован переход в зону деградации полимера при 116,8 °С, что практически совпадает с данными моделирования.

Заключение

Разработанная модель демонстрирует сложную взаимосвязь между механическими нагрузками, термическими процессами и износом полимерных материалов. Учет временных задержек размягчения и деградации позволил

приблизить прогнозируемые оценки к реальным условиям эксплуатации. Полученные результаты позволяют прогнозировать работоспособность узлов трения ABS-сталь в широком диапазоне нагрузок и могут быть использованы для оптимизации конструкций и выбора режимов эксплуатации.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 124041500009-8).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., & Canudas de Wit, C. A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction // *Automatica* 1994.
2. Velenis, E., Tsiotras, P., & Canudas de Wit, C. Dynamic Friction Models for Road/Tire Longitudinal Interaction // *Vehicle System Dynamics*, 43(1), 3–29.
3. Петросян А.Е., Горячева И.Г. Математическое моделирование сил трения в динамике механических систем М // Физматлит, 2010.
4. Popov, V. L., & Gray, J. A. T. Prandtl-Tomlinson Model: History and Applications in Friction, Plasticity, and Nanotechnologies // *ZAMM* 2012, 92(9), 683–7
5. Сedaкова Е.Б., Козырев Ю.П. Тепловая нагруженность полимера в паре трения политетрафторэтилен- сталь // *Трение и износ*. 2017. Т. 38. N. 5. С. 386-390.
6. Vattathurvalappil, S.H.; Hassan, S.F.; Haq, M. Mechanics of ABS Polymer under Low & Intermediate Strain Rates // *Recent Prog. Mater.* 2023, 5, 1–15.
7. Suwinski K, Lubinski J. The impact of the selected parameters of FDM manufacturing technology on tribological performance of abs–steel pair under dry friction // *Tribology*, 2020.
8. ГОСТ 1050–2013. Прокат сортовой, калиброванный, со специальной отделкой поверхности из углеродистой качественной конструкционной стали. Общие технические условия // М.: Стандартиформ, 2014. — 27 с.
9. Крыжановский В.К. и др. Технические свойства полимерных материалов // СПб.: Профессия, 2003.
10. Дульнев Г. Н, Семьяшкин Э. М. Теплообмен в электронных аппаратах // Л.: Энергия, 1968.
11. Chapman, S. J. MATLAB Programming for Engineers 2019.
12. Paluszek, M., & Thomas, S. MATLAB Recipes for Engineers and Scientists 2016.
13. Мышкин Н.К., Петроковец М.И. Трение, износ, смазка. Физические основы и технические приложения трибологии // М.: Физматлит, 2007. 368 с.
14. Александров В.М., Коваленко Е.В. Задачи механики упругопластического контакта // Киев: Наукова думка, 1986.
15. Лыков А.В. Теория теплопроводности. // М.: Высшая школа, 1967.
16. Ратинер Л.И. Трение и износ в экстремальных условиях. // М.: Машиностроение, 1988.

Jarov V.E. ¹, Sedakova E.B. ², Ishimov D.E. ³, Naumov A.N. ³

1 Russian State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics (RTC), Saint-Petersburg, Russia

2 Institute for Problems in Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences, Saint-Petersburg, Russia, elenasedakova2006@yandex.ru

3 Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia

THERMO-MECHANICAL MATHEMATICAL MODEL OF WEAR OF A STEEL-POLYMER FRICTION PAIR IN MATLAB

Abstract

The paper considers a mathematical model of wear of a steel-polymer friction pair without lubrication using heat balance and wear equations. The model is based on heat balance and wear kinetics equations that take into account energy dissipation during friction and heat exchange with the environment. Unlike traditional approaches, the proposed model includes critical points corresponding to temperature transitions in the polymer, which allows predicting their position on experimental dependencies with high accuracy. The model is implemented in MATLAB CAD using the finite element method for numerically solving the heat conductivity and wear equations. The modeling results are compared with experimental data, demonstrating the adequacy of the model and the possibility of its application to optimize the parameters of steel-polymer tribological systems.

Keywords: matlab, friction, wear, alloy steel, polymer, contact temperature, coefficient of friction, coefficient of wear.