

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



# НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

---

---

Информатика. Телекоммуникации.  
Управление

---

---

**2(241) 2016**

Издательство Политехнического университета  
Санкт-Петербург  
2016

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
ИНФОРМАТИКА. ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ. УПРАВЛЕНИЕ

**РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА**

**Председатель**

*Юсупов Р.М.*, чл.-кор. РАН;

**Редакционный совет:**

*Абрамов С.М.*, чл.-кор. РАН;

*Арсеньев Д.Г.*, д-р техн. наук, профессор;

*Воеводин В.В.*, чл.-кор. РАН;

*Заборовский В.С.*, д-р техн. наук, профессор;

*Козлов В.Н.*, д-р техн. наук, профессор;

*Фотиади А.Э.*, д-р физ.-мат. наук, профессор;

*Черноруцкий И.Г.*, д-р техн. наук, профессор.

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА**

**Главный редактор**

*Коротков А.С.*, д-р техн. наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

**Редакционная коллегия:**

*Бабкин А.В.*, д-р экон. наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

*Ицыксон В.М.*, канд. техн. наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

*Prof. Dr. Philippe Ferrari*, Head of the RF and Millimeter-Wave Lab IMEP-LAHC Microelectronics, Electromagnetism and Photonic Institute, Grenoble Alpes University, France;

*Клавдиев В.Е.*, канд. техн. наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

*Prof. Dr. Wolfgang Krautschneider*, Head of Nanoelectronics Institute, Hamburg University of Technology, Germany;

*Кучерявый Е.А.*, канд. техн. наук, профессор, Tampere University of Technology, Finland.

*Dr. Fa-Long Luo*, Chief Scientist, Element CXI, San Jose, USA;

*Макаров С.Б.*, д-р техн. наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

*Prof. Dr. Emil Novakov*, IMEP-LAHC Microelectronics, Electromagnetism and Photonic Institute, Grenoble, France;

*Трифонов П.В.*, канд. техн. наук, доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

*Устинов С.М.*, д-р техн. наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

*Цикин И.А.*, д-р техн. наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия;

*Шкодыврев В.П.*, д-р техн. наук, профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Россия.

*Журнал с 1995 года издается под научно-методическим руководством Российской академии наук. С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ» ISSN 1994-2354.*

Журнал с 2002 года входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук.

Сведения о публикациях представлены в Реферативном журнале ВИНТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich`s Periodical Directory», в базах данных Российский индекс научного цитирования (РИНЦ), Google Scholar, EBSCO, Math-Net.Ru, ProQuest, Index Copernicus

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.  
Тел. редакции (812) 552-62-16.

Подписной индекс **47517** в объединенном каталоге «Пресса России».

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2016

THE MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE RUSSIAN FEDERATION



**ST. PETERSBURG STATE  
POLYTECHNICAL UNIVERSITY  
JOURNAL**

---

---

Computer Science.  
Telecommunications and Control Systems

---

---

**2(241) 2016**

Polytechnical University Publishing House  
Saint Petersburg  
2016

ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL  
COMPUTER SCIENCE. TELECOMMUNICATIONS AND CONTROL SYSTEMS

**EDITORIAL COUNCIL**

**Head of the editorial council**

Prof. Dr. *Rafael M. Yusupov* (corresponding member of the Russian Academy of Sciences)

**Members:**

Prof. Dr. *Sergey M. Abramov* (corresponding member of the Russian Academy of Sciences),

Prof. Dr. *Dmitry G. Arseniev*,

Prof. Dr. *Vladimir V. Voevodin* (corresponding member of the Russian Academy of Sciences),

Prof. Dr. *Vladimir S. Zaborovsky*,

Prof. Dr. *Vladimir N. Kozlov*,

Prof. Dr. *Alexandr E. Fotiadi*,

Prof. Dr. *Igor G. Chernorutsky*.

**EDITORIAL BOARD**

**Editor-in-chief**

Prof. Dr. *Alexander S. Korotkov*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

**Members:**

Prof. Dr. *Alexandr V. Babkin*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

Assoc. Prof. Dr. *Vladimir M. Itsykson*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

Prof. Dr. *Philippe Ferrari*, Head of the RF and Millimeter-Wave Lab IMEP-LAHC Microelectronics, Electromagnetism and Photonic Institute, Grenoble Alpes University, France;

Assoc. Prof. Dr. *Vladimir E. Klavdiev*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

Prof. Dr. *Yevgeni Koucheryavy*, Tampere University of Technology, Finland.

Prof. Dr. *Wolfgang Krautschneider*, Head of Nanoelectronics Institute, Hamburg University of Technology, Germany;

Dr. *Fa-Long Luo*, Chief Scientist, Element CXI, San Jose, USA;

Prof. Dr. *Sergey B. Makarov*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

Prof. Dr. *Emil Novakov*, IMEP-LAHC Microelectronics, Electromagnetism and Photonic Institute, Grenoble, France;

Prof. Dr. *Viacheslav P. Shkodyrev*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

Assoc. Prof. Dr. *Peter V. Trifonov*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

Prof. Dr. *Igor A. Tsikin*, Professor, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia;

Prof. Dr. *Sergey M. Ustinov*, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Russia.

*The journal is published under scientific and methodical guidance of the Russian Academy of Sciences since 1995. The journal is published since 2008 as part of the periodical edition «Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPbGPU» (ISSN 1994-2354).*

The journal is included in the List of Leading Peer-Reviewed Scientific Journals and other editions to publish major findings of PhD theses for the research degrees of Doctor of Sciences and Candidate of Sciences.

The journal is indexed by Ulrich's Periodicals Directory, Google Scholar, EBSCO, ProQuest, Index Copernicus, VINITI RAS Abstract Journal (Referativnyi Zhurnal), VINITI RAS Scientific and Technical Literature Collection, Russian Science Citation Index (RSCI) database © Scientific Electronic Library and Math-Net.ru databases.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR). Certificate ПИ № ФС77-51457 issued Oct. 19, 2012.

No part of this publication may be reproduced without clear reference to the source.

The views of the authors can contradict the views of the Editorial Board.

The address: 195251 Polytekhnicheskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

## Содержание

### **Информационные технологии**

**Янчус В.Э.** *Компьютерная обработка видеоматериала в кинематографической промышленности .....* 7

### **Телекоммуникационные системы и компьютерные сети**

**Востров А.В., Попов С.Г., Шарагин М.П., Чуватов М.В.** *Алгоритмы управления данными об уровне сигнала беспроводных сетей телематической карты транспортного средства .....* 15

### **Устройства и системы передачи, приема и обработки сигналов**

**Рашич А.В., Кислицын А.Б.** *Помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ.....* 29

### **Аппаратное обеспечение вычислительных, телекоммуникационных и управляющих систем**

**Сударь Н.Т., Егорычев Н.Л., Закревский В.А., Пахотин В.А.** *О надежности компонентов электронных приборов при электрическом пробое структур металл-полимер-металл .....* 39

### **Моделирование вычислительных, телекоммуникационных, управляющих и социально-экономических систем**

**Попов С.Г., Моторин Д.Е.** *Исследование алгоритмов индивидуальной и групповой стратегий движения автономных мобильных роботов на динамической карте.....* 45

### **Интеллектуальные системы и технологии**

**Ильин А.С.** *Основы динамической корректировки коэффициентов чувствительности группы однотипных датчиков для равномерного и треугольного законов распределения .....* 59

## Contents

### Information Technologies

<b>Yanchus V.E.</b> <i>Digital Video Processing in the Cinema Industry</i> .....	7
--	---

### Telecommunications Systems and Computer Networks

<b>Vostrov A.V., Popov S.G., Sharagin M.P., Chuvatov M.V.</b> <i>Control Algorithms Data about the Wireless Network Signal Level of the Telematic Maps of Vehicle</i> .....	15
---	----

### Circuits and Systems for Receiving, Transmitting and Signal Processing

<b>Rashich A.V., Kislitsyn A.B.</b> <i>Ber Performance of SEFDM-Signals in AWGN Channel</i> .....	29
---	----

### Hardware of Computer, Telecommunications and Control Systems

<b>Sudar N.T., Egorichev N.L., Zakrevskii V.A., Pakhotin V.A.</b> <i>About the Reliability of Components of Electronic Devices by Electrical Breakdown of the Structures of Metal-Polymer-Metal</i> .....	39
---	----

### Simulations of Computer, Telecommunications, Control and Social Systems

<b>Popov S.G., Motorin D.E.</b> <i>Research of the Algorithms of Individual and Group Movement Strategies of Autonomous Mobile Robots on a Dynamic Map</i> .....	45
--	----

### Intellectual Systems and Technologies

<b>Ilyin A.S.</b> <i>The Basics of Dynamically Correcting the Sensitivity Coefficients of a Group of Single-Type Sensors for Uniform and Triangular Distribution Laws</i> .....	59
---	----

DOI: 10.5862/JCSTCS.241.1

УДК 004.925.5

*В.Э. Янчус*

## **КОМПЬЮТЕРНАЯ ОБРАБОТКА ВИДЕОМАТЕРИАЛА В КИНЕМАТОГРАФИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ**

*V.E. Yanchus*

### **DIGITAL VIDEO PROCESSING IN CINEMA INDUSTRY**

Представлен краткий аналитический обзор главных исторических достижений и новых возможностей работы с цветом в киноиндустрии. Исследованы современные тенденции компьютерной постобработки видеоматериала при переходе с традиционного линейного на нелинейный монтаж. Особое внимание уделено важности теоретических и практических аспектов колористики для решения задач цифровой цветокоррекции видеоматериала. Приведены конкретные примеры эффективного применения инновационных компьютерных технологий цифровой цветокоррекции, основанные на реальном практическом опыте наиболее успешных проектов на каналах телевидения России и в ведущих американских киностудиях.

**КИНЕМАТОГРАФ; НЕЛИНЕЙНЫЙ ВИДЕОМОНТАЖ; ЦИФРОВАЯ ЦВЕТКОРРЕКЦИЯ; ГРЕЙДИНГ.**

This article is a brief analytical overview of the main historical milestones and new capabilities of working with color in the cinema industry. Modern tendencies in video post-processing are studied in the transition from traditional linear mounting to the non-linear one. Special attention is paid to the importance of theoretical and practical aspects of coloring to solve the problems of digital video color correction. Real-world examples of effectively implemented innovative computer technologies of digital video color correction are provided based on the actual practical experience of the most successful projects of Russian television channels and at the leading American film studios.

**CINEMA; NON-LINEAR VIDEO MOUNTING; DIGITAL COLOR CORRECTION; GRADING.**

В соответствии с новой номенклатурой специальностей научных работников, утвержденной Министерством образования и науки РФ в 2013 году [1], специальность 05.01.01 «Инженерная геометрия и компьютерная графика» перенесена в научное направление 09.06.01 «Информатика и вычислительная техника». Это справедливое решение обусловлено тем, что вся обработка гигантских объемов графического и видеоматериала во всех отраслях промышленности в настоящее время выполняется с помощью компьютерной техники [2]. Ки-

носьемочный технологический процесс как киноиндустрия не является исключением и нуждается в современном высокопроизводительном оборудовании и эффективных информационных технологиях обработки видеоматериала [3, 4].

#### **Исторические достижения цветного кинематографа**

Цвет пришел в кинематограф вскоре после звука. Цветное кино начали снимать еще в 1930-х гг., а к концу 1940-х цветной фильм стал считаться стандартом. Однако

следует заметить, что новый стандарт добавил кинематографистам определенных трудностей не меньше, чем пришедший чуть ранее в кино звук. Всем известна история освоения звукового кино великим Чарли Чаплиным, а про цвет практически никто не вспоминает, хотя с цветом в кино проблем было значительно больше. Понятно, что цвет в кино пришел благодаря техническим возможностям, т. е. в какой-то момент развития технологии производства стало возможным записывать на пленку цвет совершенным, технологически отработанным и экономически выгодным способом. С этого момента киностудии начали производить в подавляющем большинстве цветные фильмы. Но возникает вопрос: а что дает цвет кинематографу, кроме сомнительной «правдивости». Как заставлять цвет работать, т. е. придавать фильму некую новую художественную силу, которой нет в черно-белом кино.

За последние десять лет Первый канал Российского телевидения реализовал несколько проектов по раскрашиванию (именно раскрашиванию) ряда популярных черно-белых отечественных фильмов. В этом перечне находятся как старые советские картины, например «Веселые ребята» (1934 г.) и «Волга-Волга» (1938 г.) Григория Александрова, «Весна на Заречной улице» (1956 г.) Марлена Хуциева и Феликса Миронера, так и картины более позднего периода. Но если в старых фильмах помимо восстановления цвета в кадре выполнялась их техническая реконструкция (удалялись шумы и дефекты старой пленки), то работа с цветом в фильме «Семнадцать мгновений весны» (1973 г.) Татьяны Лиозновой, кроме шуток в телепроекте Первого канала Российского телевидения «Большая разница» [5], популярности известному сериалу не прибавила.

Андрей Тарковский, говоря о цвете в кино в беседе с киноведом Леонидом Козловым [6], указал на то, что в жизни человек как бы не замечает цветов. Его сознание фиксирует цвет только в отдельных случаях, когда, к примеру, смотрит на светофор. И в кино нужно следовать тому же принципу, «ликвидировать цвет», всячески

успокаивать цвет, искать умеренные, неброские и в то же время уравновешенные гаммы, вытягивать серые тона, чтобы ощущение цвета не оказалось более сильным и острым, чем в нашей обычной жизни.

В то же время Тарковский не исключал того, что существует и другой подход к работе с цветом: заставить цвет «сделать изображение более ощутимым, осязаемым. Я подхожу к цвету как к элементу фактуры» [6]. Именно этот подход лег в основу работы над фильмом «Солярис». Тарковский ставил задачу передать «сиюминутность» состояния изображаемого объекта. Цвет подчеркивает психологическое состояние фактуры, ее воздействие на человека в конкретный, уникальный момент. В «Солярисе», как отметил режиссер, для Станислава Лема было главным показать встречу человека с неизвестным, непознанным. Этот момент встречи уникален, и цвет здесь нужен для того, чтобы максимально достоверно зафиксировать его. Цвет подчиняется фактуре, делая ее жизненной, достоверной. И, пожалуй, в «Солярисе» этот подход выдержан и оправдан. Цвет там работает очень тонко и сложно.

#### **Тенденции развития технологий обработки видеоматериала**

Чтобы понять все сложности работы над фильмом, рассмотрим технические возможности кинематографа. Для этого проанализируем основные тенденции развития технологического процесса постобработки видеоматериала.

Изначально для работы над киноматериалом применялась технология линейного видеомонтажа, а носителем изображения служила кинопленка (рис. 1).

При таком подходе выделяются три основных технологических этапа работы над фильмом:

1. Съемка сюжета, чаще всего несколькими камерами и дублями.
2. Просмотр отснятого видеоматериала и монтаж наиболее удачных фрагментов.
3. Публикация киноматериала и изготовление прокатных копий.

Для съемки использовались пленочные кинокамеры, а основой производства

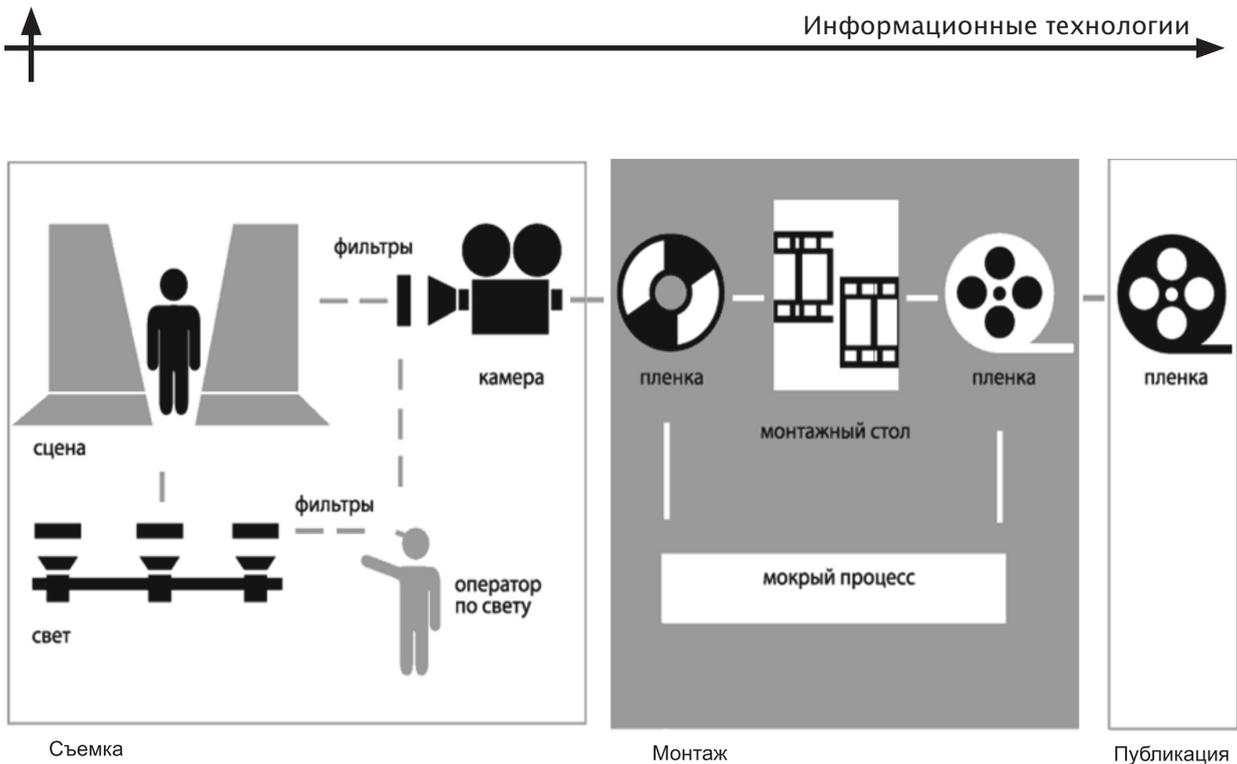


Рис. 1. Технологический процесс линейного видеомонтажа

прокатной копии служил фотохимический процесс. Монтаж представлял собой трудоемкую процедуру физической резки и склейки видеопленки на монтажном столе. Для коррекции цвета в кадре имелись только две технические возможности:

- регулирование освещенности и подбор цветофильтров оператором по свету на съемочной площадке;

- так называемый «мокрый» процесс проявки киноплёнки.

На съемочной площадке операторами используются корректирующая подсветка сцены и дополнительные цветофильтры, устанавливаемые на осветительную аппаратуру и объектив кинокамеры. Вторая возможность изменить цвет предполагает проявление видеопленки путем внесения коррекции в фотохимический процесс по соответствующим проявочным таблицам. Все эти технологические приемы достаточно сложные, к тому же имеющие невысокую точность достижения желаемого результата. Но самый главный недостаток «мокрого» процесса — его необратимость, невозможность увидеть и контролировать результат вплоть до конечной стадии производства фильма.

Именно по этой причине Тарковский, не имея полной уверенности в конечном

результате, сказал: «В кино фактура имеет первостепенное значение. Одновременно работать и с цветом, и с фактурой будет, вероятно, нелегко. Но если окажется, что я не могу согласовать точное цветовое решение кадра с точным фактурным решением, — я отдаю предпочтение фактуре» [6].

Дальнейшее развитие компьютерной графики и цифровых технологий обработки видеоматериала послужило толчком к замене классического линейного монтажа на нелинейный с использованием программно-аппаратных комплексов (рис. 2).

С переходом на новую технологию нелинейного видеомонтажа собственно съемочный процесс остался практически неизменным. Это связано с тем, что сенсоры цифровых видеокамер до настоящего времени еще не могут конкурировать с пленочными по такому параметру, как глубина цвета. Поэтому многие кинорежиссеры предпочитают использовать именно пленочные камеры.

Но в дальнейшей обработке материала процесс монтажа претерпел существенные изменения. Первым делом отснятый материал поступает на оцифровку, где видеоизображение с пленки переносят на цифровой носитель с глубиной цвета 16, 24, 32 бит и более в зависимости от технических тре-

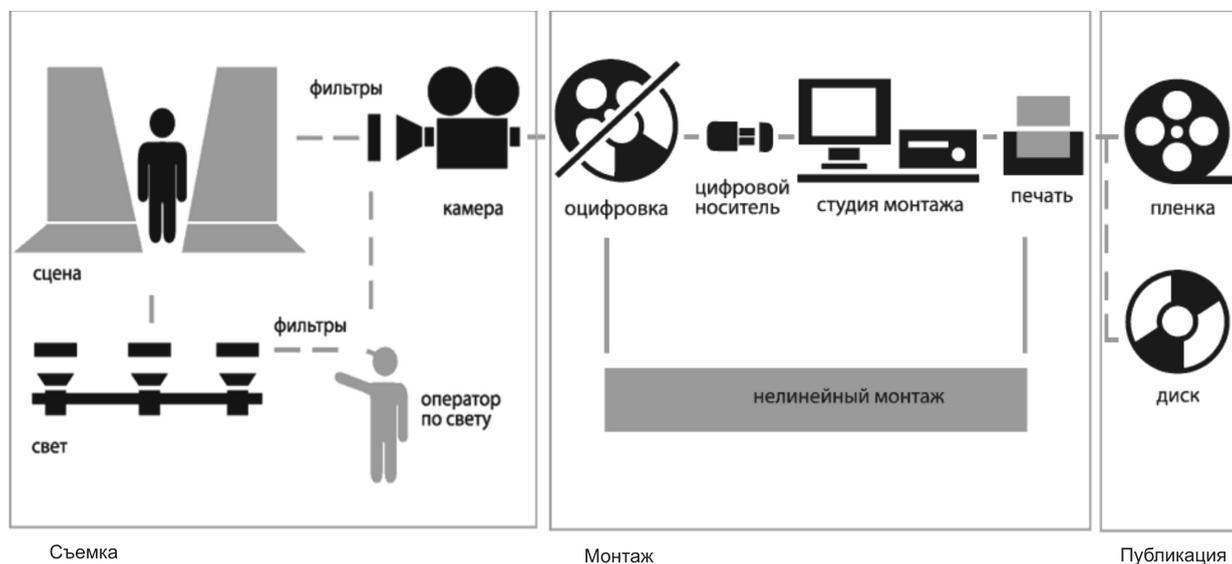


Рис. 2. Технологический процесс нелинейного монтажа видеоматериала

бований к готовому видеоматериалу. После чего весь монтаж фильма выполняется на высокопроизводительном компьютере студии нелинейного монтажа. Завершающий этап работы над фильмом — печать носителя. Как видно на схеме рис. 2, носитель может быть разный: видеопленка для проката в кинотеатрах, цифровой диск для реализации в розничной сети и другие носители для резервного копирования.

#### Новые возможности цифровой цветокоррекции

При нелинейном монтаже отснятого видеоматериала имеется значительно больше возможностей для цветовой коррекции на каждом из четырех технологических этапов (см. рис. 2):

1. Съемочная площадка (классический).
2. Оцифровка видеоматериала.
3. Цифровой монтаж.
4. Печать носителя.

Наиболее перспективным с точки зрения работы с цветом в кадре является цифровой монтаж. В начале XXI века в кинопроизводстве появился специальный термин — постобработка (post-processing). Вся работа по цветокоррекции кадров стала выполняться именно на этапе постобработки, что существенно упростило киносъемочный процесс. После разработки профессиональ-

ных программ цифровой цветокоррекции видеоизображения режиссеры получили мощнейший инструмент постобработки кадров, что послужило дальнейшему развитию кинематографа в целом.

Первым режиссером, который уделил огромное внимание работе с цветом в кино, был Питер Джексон в трилогии «Властелин колец» (1998–2004 гг.) (рис. 3).

Использованные Питером Джексонном подходы к работе с цветом легли в основу специального приема цветокоррекции — грейдинга [7]. Грейдинг — это процесс художественной цветокоррекции, связанный с внесением изменений в изображение, которые приводят к искажению оригинала, но придают привлекательность продукту, изменяют настроение в кадре. Для решения творческих задач в работе над фильмом, одной из которых была художественная цветокоррекция кадра, Питер Джексон основал специализированную студию для создания визуальных эффектов VetaDigital, техническому и компьютерному оснащению которой мог бы позавидовать практически любой исследовательский институт.

Тем не менее наличие современных программно-инструментальных комплексов с мощнейшими средствами цветокоррекции не гарантирует полное решение задач цветопередачи в российском и мировом



Рис. 3. Кадр из фильма Питера Джексона «Властелин колец»

кинematографе. Проблема цветопередачи в кино состоит в том, что цветовая палитра используется довольно скудно [8]. По словам Тарковского: «Вообще, цвет — это одна из самых серьезных проблем для современного кино. Проблема, по-моему, не решенная. Решений есть много, они более или менее удачны — но, как правило, в чисто живописном плане» [6].

Одной из главных проблем компьютерной постобработки видеоматериала в кинематографической промышленности по-прежнему остается цифровая цветокоррекция и реалистическая цветопередача. Решение проблемы колористики в кино

необходимо искать не только в технической, но и в творческой области. Специалисты различных творческих профессий в своей деятельности используют теорию цвета, особенности его применения, психологической совместимости цветовых решений в различных областях науки и искусства, таких как цветовая гармонизация интерьеров [9], информационные технологии в цветоведении [10], колористические схемы для инфографики [11] и др. В кинематографии также существуют собственные правила и приемы работы с цветом, которые необходимо учитывать в профессии цветокорректора для успешной реализации кинопроектов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Об утверждении перечней специальностей и направлений подготовки высшего образования. Приказ Министерства образования и науки РФ № 1061 от 12.09.2013. М.: Российская газета. 2013. Федеральный выпуск № 6223. [Электронный ресурс] / URL: <http://www.rg.ru/2013/11/01/obr-napravlenia-dok.html>

2. Mescheryakov S.V., Rudenko A.O., Shchemelinin D.A. ASE Internat. Conf. on Big Data Science and Computing // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2015. № 1(212). С. 110–119. [Электронный ресурс] / URL: [http://en.ntv.spbstu.ru/telecom/article/T1.212.2015\\_10/](http://en.ntv.spbstu.ru/telecom/article/T1.212.2015_10/)

3. **Иванов В.М., Мещеряков С.В.** Методы оптимального проектирования баз данных производственного оборудования. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012. 128 с.

4. **Mescheryakov S.V., Shchemelinin D.A., Yanchus V.E.** Effective Technique to Reduce Big Data Computations in 3D Modeling of Dynamic Objects // *Humanities and Science University Journal*. 2016. Vol. 17 [Электронный ресурс] / URL: <http://en.uni-journal.ru/technics/archive/>

5. Большая разница. Цветной Штирлиц. Телепроект Первого канала Российского телевидения. 2011 [Электронный ресурс] / URL: <http://www.youtube.com/watch?v=c8dX-A4h2DU>

6. **Тарковский А.А.** Беседа о цвете // *Киноведческие записки*. 1988. №1.

7. **Иванов В.М., Янчус В.Э.** Проблемы подготовки специалистов по цифровой цветокор-

рекции видео // *Вестник Санкт-Петербургского гос. ун-та технологии и дизайна*. 2014. № 3. С. 33–36.

8. **Клопотовская Е.А.** Некоторые аспекты семантики цвета в кино и культурная традиция // *Вестник Всероссийского гос. ин-та кинематографии*. 2010. № 5. С. 54–63.

9. **Eldrige K., Sawahata L.** *Complete Color Harmony Workbook*. Gloucester: Rockport, 2007. 224 p.

10. **Иванов В.М., Лаптев В.В.** Цветоведение и колористика. Информационные технологии в цветоведении и колористике: Учеб. пособие. СПб: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. 43 с.

11. **Лаптев В.В.** Колористические схемы инфографики // *Вестник Санкт-Петербургского гос. ун-та технологии и дизайна*. Искусствоведение. Филологические науки. 2013. № 4. С. 32–39.

#### REFERENCES

1. Ob utverzhdenii perechney spetsialnostey i napravleniy podgotovki vysshego obrazovaniya [On approval of the lists of specialties and areas of training higher education]. *Prikaz Ministerstva obrazovaniya i nauki Rossiyskoy Federatsii [Ministry of Education and Science of the Russian Federation]* No. 1061 ot 12.09.2013. Moscow: Rossiyskaya Gazeta, 2013, Federalnyy vypusk No. 6223. Available: <http://www.rg.ru/2013/11/01/obr-napravlenia-dok.html> (rus)

2. **Mescheryakov S.V., Rudenko A.O., Shchemelinin D.A.** ASE International Conferences on Big Data Science and Computing. *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta. Informatika. Telekommunikatsii. Upravleniye [St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems]*, 2015, No. 1 (212), Pp. 110–119. Available: [http://en.ntv.spbstu.ru/telecom/article/T1.212.2015\\_10/](http://en.ntv.spbstu.ru/telecom/article/T1.212.2015_10/)

3. **Ivanov V.M., Meshcheryakov S.V.** *Metody optimalnogo proyektirovaniya baz dannykh proizvodstvennogo oborudovaniya [Methods of optimal database design production equipment]*. St. Petersburg: Izd-vo Politekhnicheskogo universiteta Publ., 2012, 128 p. (rus)

4. **Mescheryakov S.V., Shchemelinin D.A., Yanchus V.E.** Effective Technique to Reduce Big Data Computations in 3D Modeling of Dynamic Objects, *Humanities and Science University Journal*, 2016, Vol. 17. Available: <http://en.uni-journal.ru/technics/archive/>

5. *Bolshaya raznitsa. Tsvetnoy Shtirlits. Teleproyekt 1 kanala Rossiyskogo televideniya [TV project of the*

*1st Channel of Russian Television. Big difference. Color Stirlitz]*, 2011. Available: <http://www.youtube.com/watch?v=c8dX-A4h2DU> (rus)

6. **Tarkovskiy A.A.** Beseda o tsvete [Talk about color]. *Kinovedcheskiye zapiski*, 1988, No. 1. (rus)

7. **Ivanov V.M., Yanchus V.E.** Problemy podgotovki spetsialistov po tsifrovoy tsvetokorreksii video [Problems of training in digital color correction video]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo universiteta tekhnologii i dizayna [Vestnik of St. Petersburg State University of Technology and Design]*, 2014, No. 3, Pp. 33–36. (rus)

8. **Klopotovskaya Ye.A.** Nekotoryye aspekty semantiki tsveta v kino i kulturnaya traditsiya [Some aspects of the semantics of color in film and cultural tradition]. *Vestnik Vserossiyskogo gosudarstvennogo instituta kinematografii [Bulletin of Film Art]*, 2010, No. 5, Pp. 54–63. (rus)

9. **Eldrige K., Sawahata L.** *Complete Color Harmony Workbook*. Gloucester: Rockport, 2007, 224 p.

10. **Ivanov V.M., Laptev V.V.** *Tsvetovedeniye i koloristika. Informatsionnyye tekhnologii v tsvetovedenii i koloristike [Chromatics and coloring. Information technology in chromatics and colors]*. St. Petersburg: Izd-vo Politekhnicheskogo universiteta Publ., 2013, 43 p. (rus)

11. **Laptev V.V.** Koloristicheskiye skhemy infografiki [Coloristic scheme of infographics]. *Vestnik Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo universiteta tekhnologii i dizayna. Iskusstvovedeniye. Filologicheskiye nauki [Vestnik of St. Petersburg State University of Technology and Design. Art critique. Philological sciences]*, 2013, No. 4, Pp. 32–39. (rus)



**ЯНЧУС Виктор Эдмундасович** – старший преподаватель кафедры инженерной графики и дизайна Института металлургии, машиностроения и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: victorimop@mail.ru

**YANCHUS Victor E.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: victorimop@mail.ru



# FEDERATED CONFERENCE ON COMPUTER SCIENCE AND INFORMATION SYSTEMS

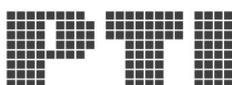
Gdańsk, Poland, 11-14 September, 2016

## Call for Event:

The FedCSIS multi-conference consists of a significant number of antecedent Events, but the Call for Events is open in all areas of computer science and information systems and new proposals for associated Events (conference, symposia, workshops, special sessions, project dissemination events, etc.) are cordially invited until **October 30, 2015**.

The proposals should be prepared according to requirements specified in the Call for Events on the conference website [www.fedcsis.org](http://www.fedcsis.org) and emailed in a single pdf file to **[secretariat@fedcsis.org](mailto:secretariat@fedcsis.org)**

The Events will be selected on the basis of their scientific/technical focus, relevance to practitioners in their topics, clarity of the proposal in addressing the requested information, innovativeness of the Event topics, and the capacity in the FedCSIS conference program.



e-mail: [secretariat@fedcsis.org](mailto:secretariat@fedcsis.org)  
[www.fedcsis.org](http://www.fedcsis.org)



# Телекоммуникационные системы и компьютерные сети

DOI: 10.5862/JCSTCS.241.2

УДК 004.22, 658.5, 65.011.56

*А.В. Востров, С.Г. Попов, М.П. Шарагин, М.В. Чуватов*

## **АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДАННЫМИ ОБ УРОВНЕ СИГНАЛА БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ ТЕЛЕМАТИЧЕСКОЙ КАРТЫ ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА**

*A.V. Vostrov, S.G. Popov, M.P. Sharagin, M.V. Chuvatov*

## **CONTROL ALGORITHMS DATA ABOUT THE WIRELESS NETWORK SIGNAL LEVEL OF THE TELEMATIC MAPS OF VEHICLE**

Описаны и исследованы алгоритмы функционирования телематической карты транспортного средства в процессе сбора и использования данных об уровне сигнала стационарных беспроводных сетей. Приведены алгоритмы получения аппроксимации и извлечения данных об уровне сигнала беспроводной локальной сети в локальном географическом регионе, условия проведения и результаты экспериментов по исследованию времени функционирования прикладного программного обеспечения и системы управления базами данных в составе программно-аппаратного комплекса телематической карты.

ТРАНСПОРТНОЕ СРЕДСТВО; ТЕЛЕМАТИЧЕСКАЯ КАРТА; РЕГУЛЯРНАЯ СЕТКА; БЕСПРОВОДНЫЕ СЕТИ; LTE; WI-FI; МУЛЬТИПРОТОКОЛЬНЫЙ УЗЕЛ; АКТУАЛИЗАЦИЯ; ВЫБОРКА; ГЕОГРАФИЧЕСКИЙ SQL ЗАПРОС.

The article describes and studies algorithms of functioning of the vehicle telematics map in the process of collecting and using data about the level of the wireless signal. The article offers algorithms of placement and extract of information about the signal level of wireless local networks in a local geographic area; conditions and results of experiments on the study of functioning of database management of telematics cards.

VEHICLE; TELEMATICS MAP; REGULAR MESH; WIRELESS NETWORK; LTE; WI-FI; MULTIPROTOCOL UNIT; ACTUALIZATION; SELECTION; TERRESTRIAL SQLQUERY.

При движении транспортного средства возникает проблема непрерывности доступа к информационным ресурсам, находящимся вне автомобиля [2, 8, 9]. Проблема связана с локальностью данных о доступных беспроводных сетях глобальных и локальных технологий в текущей точке траектории транспортного средства. Решением проблемы является расширение области видимости доступных беспроводных сетей для водителей, пассажиров и транспортного средства путем предоставления данных

обо всех сетях на всей траектории движения [5]. В этом случае реализация технологии управления данными о сетях обеспечивает планирование использования телематических ресурсов водителем и пассажирами в процессе движения.

Непрерывность получения актуальных данных о беспроводных сетях обеспечивает телематическая карта [7] – группа слоёв геоинформационной системы, содержащая данные о типе, названии и уровне сигнала беспроводных сетей географического реги-

она. В частности, на ней отображаются сети беспроводных технологий: WiFi, LTE, 3G, 4G, DSRC [1, 6]. Для корректного функционирования карты каждое транспортное средство непрерывно собирает данные о беспроводных сетях и записывает их в локальную базу данных, где они актуализируются и извлекаются для планирования передачи данных по маршруту движения [4]. Несмотря на ограниченную область доступности стационарной сети **Wi-Fi**, анализ близких по тематике работ выявил, что на скоростях движения автомобилей до 100 км/ч доступный временной интервал для подключения и обмена данными по протоколу 802.11G составляет в среднем 7,2 с [10]. В другом эксперименте при движении транспортного средства со скоростью 25 миль в час время соединения с приёмопередатчиком дорожной инфраструктуры составило менее секунды, а скорость передачи данных изменялась от 50 до 190 Кбит/с [11]. Представленные результаты позволяют сделать вывод о применимости технологии доступа к стационарным сетям **Wi-Fi** из движущегося транспортного средства.

Локальные данные о беспроводных сетях накапливаются на борту транспортного средства и периодически синхронизируются с облачным сервисом телематической карты [3], что позволяет ограничить размер локальной карты регионом текущего маршрута транспортного средства и областью интересов водителя и пассажиров, сократив тем самым объем вычислений непосредственно на борту транспортного средства.

В статье рассматривается вариант реализации одного слоя телематической карты, хранящего данные об уровнях сигнала локальных беспроводных сетей **Wi-Fi** в узлах регулярной географической сетки постоянного шага. Запись данных в СУБД из прикладного программного обеспечения выполняется в один или три потока. Выбор шага сетки определяется средним радиусом доступности **Wi-Fi** сети, точностью получения координат **GPS** и максимальной скоростью движения транспортного средства. Различный шаг сетки предполагает различный объем хранимых данных об уровнях

сигнала беспроводных сетей в базе данных мультипротокольного устройства, а разное число потоков формирует разную нагрузку на систему управления базой данных, что предполагает различное время выполнения запросов на добавление и выборку. Исследование зависимости времени исполнения запросов к базе данных для различных шагов сетки при разном числе потоков позволяет сделать вывод о применимости технологии регулярных сеток в реализации прототипов промышленных образцов мультипротокольных устройств.

Цель исследования — получение и анализ временных зависимостей выполнения запросов на актуализацию и извлечение данных о телематических ресурсах географического региона от выбранного шага регулярной сетки и числа потоков записи и чтения данных в реляционной базе данных.

#### **Алгоритмы управления данными об уровне сигнала беспроводных сетей географического региона**

Управление данными об уровне сигнала беспроводной локальной сети осуществляется в замкнутом цикле управления, состоящем из сбора, предварительной регистрации, обобщения и выбора данных о состоянии локальной сети. Каждый этап цикла реализован в форме алгоритма, программный код которого функционирует на мультипротокольном узле и облачном сервисе. Алгоритмы функционируют параллельно, что обеспечивает непрерывность процессов сбора и предоставления данных. Источником данных для работы алгоритмов являются аппаратные средства: приемопередатчики **Wi-Fi** и **LTE** и приемник **GPS/ГЛОНАСС**. Потребителями обобщенных данных являются подсистема планирования передачи данных и навигационные приложения пользователей.

Процесс управления данными об уровне сигнала в беспроводных сетях транспортного средства состоит из двух потоков запросов: сбора и актуализации данных об уровне сигнала локальной сети по траектории движения транспортного средства и получения данных об уровне сигнала в произ-

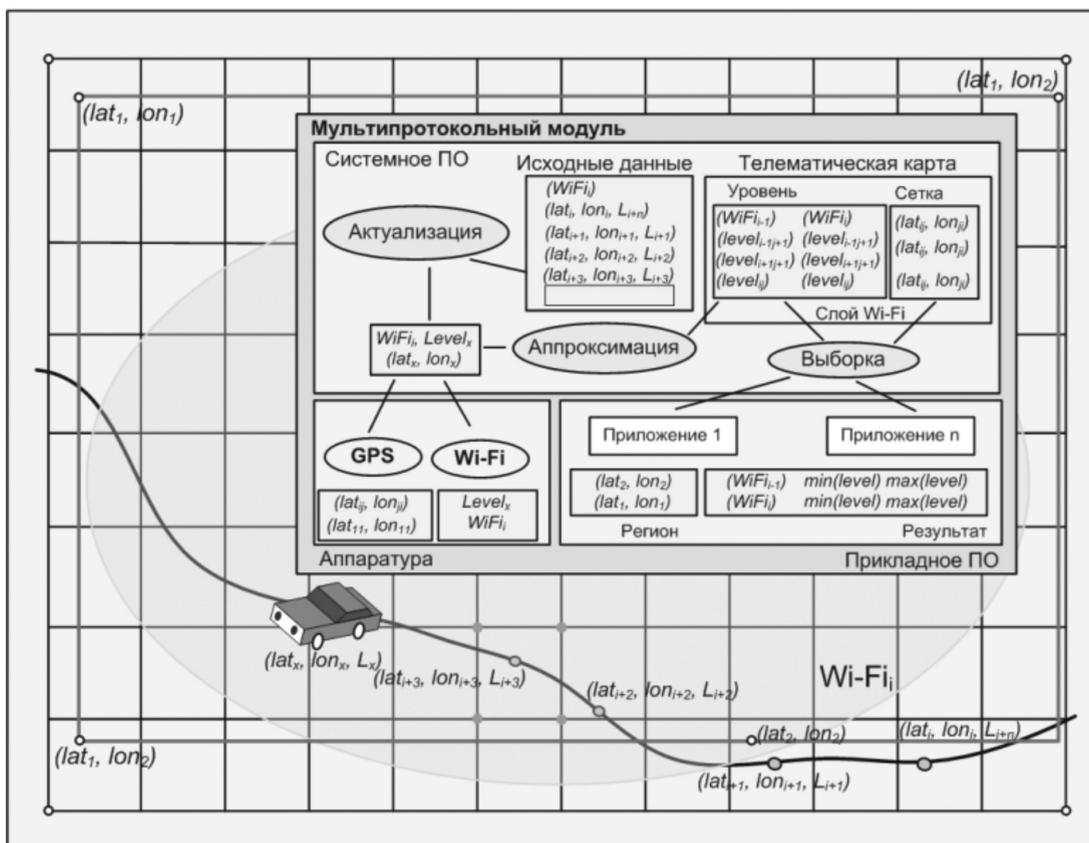


Рис. 1. Схема потоков управления данными о беспроводных сетях транспортного средства

вольной географической области. Первый поток запросов функционирует непрерывно и автономно, второй выполняется по запросам пользовательских приложений. Схема потоков передачи и приема данных приведена на рис. 1.

Для представления уровня сигнала беспроводных сетей географического региона на телематической карте задана регулярная прямоугольная сетка с фиксированным шагом. Каждый узел сетки хранит значение уровня сигнала беспроводной сети. Значение сигнала беспроводной сети в узлах актуализируется новыми значениями, полученными с борта транспортного средства.

Каждое транспортное средство, оснащенное мультипротокольным модулем, на траектории своего движения с периодичностью передает данные об окружающих ее беспроводных сетях, и в любой точке может запросить данные о телематической обстановке.

Алгоритмы оперируют окружением, в которое входят данные о прямоугольном географическом регионе области транспортного средства, текущие координаты транспортного средства и географические координаты региона, для которого необходимо получить данные о состоянии беспроводной сети.

Процесс записи данных обеспечивает актуализированное представление об уровне сигнала сети и состоит в получении данных от GPS и Wi-Fi, актуализации данных, аппроксимации значений и записи в базу данных. Алгоритмы аппроксимации данных об уровне сигнала беспроводной локальной сети в узлах географической сетки обладают различной точностью и вычислительной сложностью, их можно классифицировать по способу учета разницы между фактическим значением уровня сигнала и значением в ближайших узлах, причем могут быть учтены как пространственные, так и

временные поправки к аппроксимируемым значениям. Временная аппроксимация обеспечивается с учетом предыдущего состояния («с памятью» или «без памяти»), а пространственная – «с учетом расстояния» или «без учета расстояния».

Цикл чтения является сервисом определения доступности сети и состоит в выборе области интересов, запросе на выборку данных о сети и обобщении результатов выборки. Каждый процесс реализован в форме распределенного алгоритма, функционирующего как на стороне

транспортного средства, так и на стороне сервера [7].

**Алгоритм 1. Алгоритм аппроксимации данных об уровне сигнала беспроводной сети в узлах географической сетки без памяти.** По известным координатам транспортного средства выполняется определение четырехсвязной области на регулярной сетке, внутри которой находится точка. После нахождения области выполняется актуализация значений узлов четырехсвязной области и обновление данных в базе данных. Псевдокод алгоритма приведен в листинге 1.

**Begin**

**1 While** есть сигнал от GPS и Wi-Fi **do**

**2 ПОЛУЧИТЬ** от GPS ( $lat_x, lon_x$ ); от Wi-Fi  $level_x$ ;

**3 ЗАПРОС** к БД  $select (lat_1, lat_2, lat_3, lat_4; lon_1, lon_2, lon_3, lon_4)$

**4 for**( $i = 0; i < 4; i++$ )

**5 ЗАПРОС** к БД  $update (level_i = level_x)$

**End**

*Листинг 1. Алгоритм аппроксимации уровня сигнала без памяти и учета расстояния.*

Цикл в строке 1 определяет непрерывность выполнения испытаний. Строка 2 – получение широты и долготы, и значения уровня сигнала в точке нахождения транспортного средства. Поиск из базы данных координат ближайших узлов в четырехсвязной области выполняется в строке 3. Строки 4 и 5 выполняют перезапись в базе данных значений уровня сигнала узлов найденной ячейки регулярной сетки на значение уровня сигнала, считанного с приемника Wi-Fi транспортного средства.

**Алгоритм 2. Алгоритм аппроксимации данных об уровне сигнала беспроводной сети в узлах географической сетки без памяти по расстоянию.** Алгоритм обеспечивает корректировку значения уровня сигнала в зависимости от местоположения транспортного средства. На первом шаге алгоритм локализует четырехсвязную область по известным координатам транспортного средства в соответствии с алгоритмом 1. На втором шаге осуществляется выбор положения максимального значения уровня сигнала исследуемой беспроводной локальной сети с последующим запоминанием его географических координат. На третьем

шаге вычисляются расстояния от зафиксированного положения, в котором было обнаружено максимальное значение уровня сигнала беспроводной сети до узлов ячейки, включающей положение транспортного средства. На последнем этапе алгоритма выполняется аппроксимация значений уровня сигнала узлов четырехсвязной области и обновление аппроксимированных значений в базе данных. Блок-схема алгоритма приведена на рис. 2.

В рассматриваемом алгоритме используется аппроксимация уровня сигнала пропорционально квадрату расстояния до роутера. Особенности аппроксимации состоят в следующем:

- Глобальная модель аппроксимации уровня сигнала, учитывающая, что работоспособность беспроводной локальной сети Wi-Fi обеспечивается в диапазоне от  $-37$  до  $-90$  дБ, что нашло отражение в формуле:

$$z_i = -37 - \left( 53 * \frac{\text{distance}_i}{100} \right), \quad (1)$$

где  $i = \overline{1 \dots 4}$ .

Формула (1) связывает два важных компонента: интервал работоспособности сети

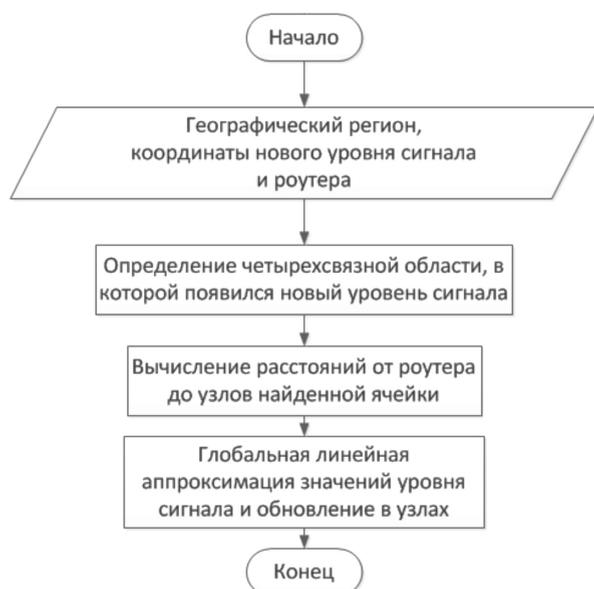


Рис. 2. Блок-схема алгоритма аппроксимации с учетом расстояния до узлов сетки

Wi-Fi и расстояние от определенного узла ячейки до зафиксированного положения роутера.

- Учет изменения значений уровня сигнала узлов внутри найденной четырехсвязной области в зависимости от расстояния

до транспортного средства производится по формуле:

$$\text{delta\_}z_i = |z_x - z_i|, \quad (2)$$

где  $i = \overline{1 \dots 4}$ ;  $z_x$  — результат формулы (1) применительно к расположению транспортного средства.

- Для вычисления конечных значений уровня сигнала во всех узлах четырехсвязной области использована формула:

$$\text{level\_new}_i = \text{level}_x \pm \text{delta\_}z_i, \quad (3)$$

где  $i = \overline{1 \dots 4}$ ;  $\text{level}_x$  — значение уровня сигнала, полученное с борта транспортного средства;  $\text{delta\_}z_i$  — результат вычисления по формуле (2).

Знак сложения или вычитания в формуле (3) определяется исходя из вычисленных расстояний от роутера до всех узлов ячейки: для узлов, отстоящих от роутера на расстояние большее, чем транспортное средство, применяется вычитание, а для узлов, расположенных ближе к роутеру, — сложение, что обусловлено моделью распространения сигнала в беспроводной сети. Графическая интерпретация алгоритма аппроксимации приведена на рис. 3, а псевдокод алгоритма — в листинге 2.

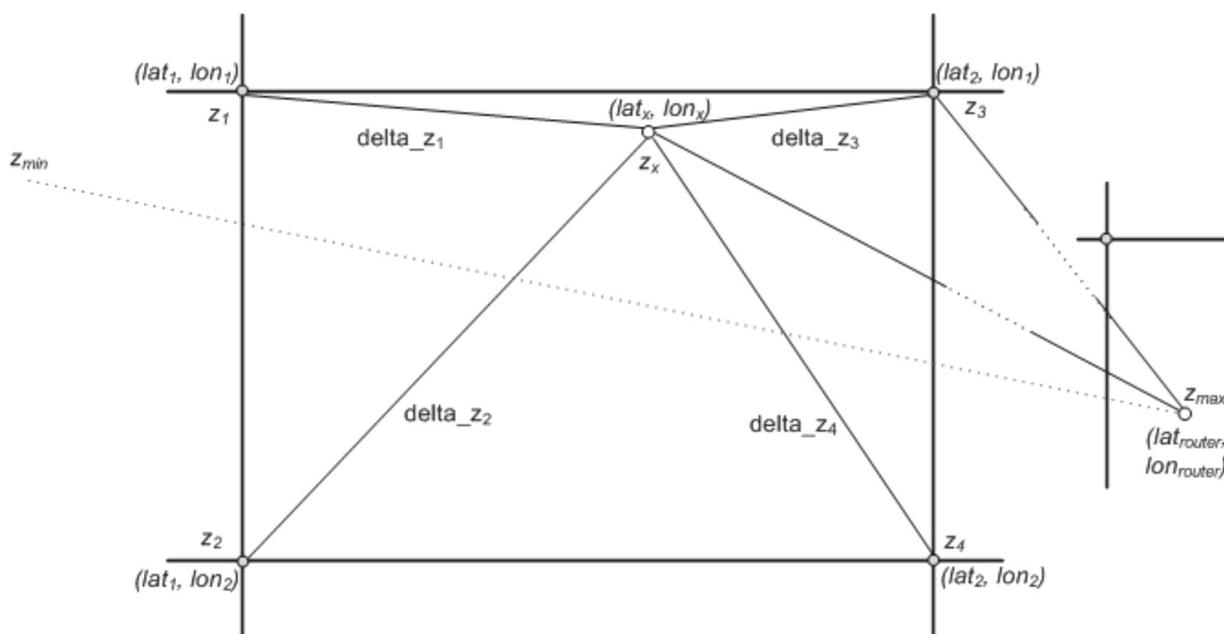


Рис. 3. Графическая интерпретация алгоритма аппроксимации без памяти по расстоянию

**Begin**

```

1  While есть сигнал от GPS и Wi-Fi do
2  ПОЛУЧИТЬ от GPS  $(lat_x, lon_x)$ ; от Wi-Fi  $level_x$ ;
3  ОПРЕДЕЛЕНИЕ  $(lat_{router}, lon_{router})$ ;
4  ЗАПРОС к БД  $select (lat_1, lat_2, lat_3, lat_4; lon_1, lon_2, lon_3, lon_4)$ ;
5   $lat_m$  — длина  $1^\circ$  широты в метрах;  $lon_m$  — длина  $1^\circ$  долготы в метрах;
6   $(lat_{routerM}, lon_{routerM}) = (lat_{router}, lon_{router}) * (lat_m, lon_m)$ ;
7   $(lat_{xM}, lon_{xM}) = (lat_x, lon_x) * (lat_m, lon_m)$ ;
8   $distance\_x = \left| \sqrt{(lat_{routerM} - lat_{xM})^2 + (lon_{routerM} - lon_{xM})^2} \right|$ ;
9   $z_x = -37 - \left( 53 * \frac{distance\_x}{100} \right)$ ;
10 for  $(i = 0; i < 4; i++)$ {
11  $(lat_{iM}, lon_{iM}) = (lat_i, lon_i) * (lat_m, lon_m)$ ;
12  $distance\_array[i] = \left| \sqrt{(lat_{routerM} - lat_{iM})^2 + (lon_{routerM} - lon_{iM})^2} \right|$ ;
13  $z_i = -37 - \left( 53 * \frac{distance\_array[i]}{100} \right)$ ;
14  $delta\_z_i = |z_x - z_i|$ ; }
15 ПОИСК УЗЛОВ с МИНИМАЛЬНЫМ РАССТОЯНИЕМ ( $min\_distance$ )
16 for  $(i = 0; i < 4; i++)$ {
17 ЕСЛИ  $(i == min\_distance)$ 
18 ТО  $new\_level[i] = level_x + delta\_z_i$ ;
19 ИНАЧЕ  $new\_level[i] = level_x - delta\_z_i$ ;
20 ЗАПРОС к БД  $update (level_i = new\_level[i]);$  }
End

```

Листинг 2. Алгоритм аппроксимации уровня сигнала без памяти с учетом расстояния.

В строке 3 осуществляется выбор географического положения максимального значения уровня сигнала беспроводной локальной сети – в этой точке предполагается расположение роутера. В строке 8 вычисляется расстояние от роутера до транспортного средства. Строка 12 – вычисление расстояния от роутера до текущего узла найденной ячейки регулярной сетки. Строки 13–19 – вычисление аппроксимированного уровня сигнала. Строка 20 – обновление в базе данных текущего значения уровня сигнала узла ячейки, аппроксимированным значением.

**Алгоритм 3. Алгоритм аппроксимации данных об уровне сигнала беспроводной сети в узлах географической сетки с памятью по расстоянию.** Основное отличие алгоритма от двух предыдущих – учет предыдущего значения уровня сигнала в каждом узле четырехсвязной области. Блок-схема алго-

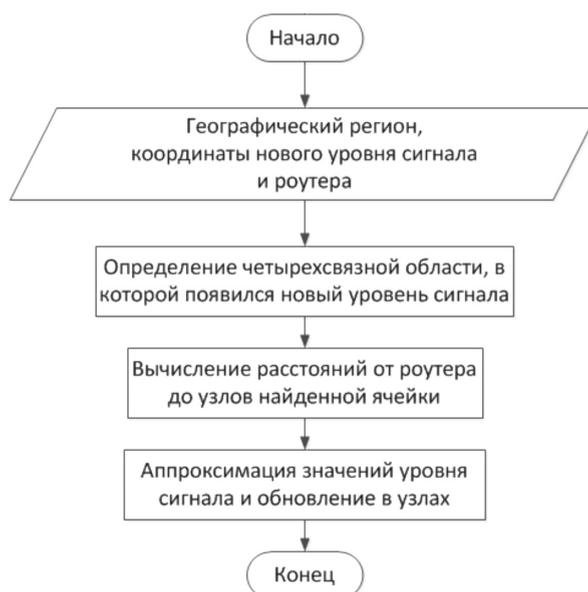


Рис. 4. Блок-схема алгоритма аппроксимации с памятью по расстоянию

ритма приведена на рис. 4.

В рассматриваемом алгоритме аппроксимации с памятью по расстоянию для вычисления значений в каждом узле найденной ячейки регулярной сетки использовалась следующая формула:

$$\text{level}_{\text{new}_i} = \left( \text{level}_i + \left( \text{distance}_i^2 * \frac{\text{level}_x}{\text{distance}_x^2} \right) \right) / 2, \quad (4)$$

где  $i = \overline{1..4}$ ;  $\text{level}_i$  – предыдущее значение уровня сигнала в узле;  $\text{distance}_i$  – расстоя-

ние от роутера до  $i$ -го узла ячейки;  $\text{level}_x$  – значение уровня сигнала, полученное с борта автомобиля;  $\text{distance}_x$  – расстояние от роутера до места обнаружения транспортного средства.

Из формулы (4) видно, что в алгоритме используется аппроксимация уровня сигнала пропорционально квадрату расстояния от точки, обладающей максимальным значением уровня сигнала выбранной беспроводной локальной сети. Графическая интерпретация алгоритма приведена на рис. 5, а псевдокод алгоритма – в листинге 3.

### Begin

```

1  While есть сигнал от GPS и Wi-Fi do
2  ПОЛУЧИТЬ от GPS ( $lat_x, lon_x$ ); от Wi-Fi  $level_x$ ;
3  ОПРЕДЕЛЕНИЕ ( $lat_{router}, lon_{router}$ );
4  ЗАПРОС к БД  $select (lat_1, lat_2, lat_3, lat_4; lon_1, lon_2, lon_3, lon_4)$ ;
5   $lat_m$  – длина 1° широты в метрах;  $lon_m$  – длина 1° долготы в метрах;
6  ( $lat_{routerM}, lon_{routerM}$ ) = ( $lat_{router}, lon_{router}$ ) * ( $lat_m, lon_m$ );
7  ( $lat_{xM}, lon_{xM}$ ) = ( $lat_x, lon_x$ ) * ( $lat_m, lon_m$ );
8   $distance\_x = \left| \sqrt{(lat_{routerM} - lat_{xM})^2 + (lon_{routerM} - lon_{xM})^2} \right|$ ;
9  for ( $i = 0; i < 4; i++$ ) {
10 ( $lat_{iM}, lon_{iM}$ ) = ( $lat_i, lon_i$ ) * ( $lat_m, lon_m$ );
11  $distance\_array[i] = \left| \sqrt{(lat_{routerM} - lat_{iM})^2 + (lon_{routerM} - lon_{iM})^2} \right|$ ;
12 ЗАПРОС к БД  $select(level_{new_{i-1}})$ ;
13  $new\_level[i] = \left( level_i + \left( distance\_array[i]^2 * \frac{level_x}{distance\_x^2} \right) \right) / 2$ ;
14 ЗАПРОС к БД  $update (level_i = new\_level[i]);$  }
15 End
```

Листинг 3. Алгоритм аппроксимации уровня сигнала с памятью и учетом расстояния.

**Алгоритм выбора уровня сигнала о беспроводной сети географического региона.** Предназначен для планирования использования телематических ресурсов водителем и пассажирами в процессе движения транспортного средства. Блок-схема алгоритма приведена на рис. 6. Входными данными алгоритма являются широта и долгота углов диагонали прямоугольной географической области, в которой требуется получить значение уровня сигнала.

**Алгоритм 4. Выбор данных о беспроводной сети в узлах географической сетки.** Псевдокод алгоритма приведен в листинге 4. Даны географическая сетка в прямоугольном регионе с географическими координатами ( $lat_1, lon_1; lat_2, lon_2$ ) с шагом  $k$  и координаты прямоугольной области для запроса.

Результат: максимальное и минимальное значения уровня сигнала в области запроса.

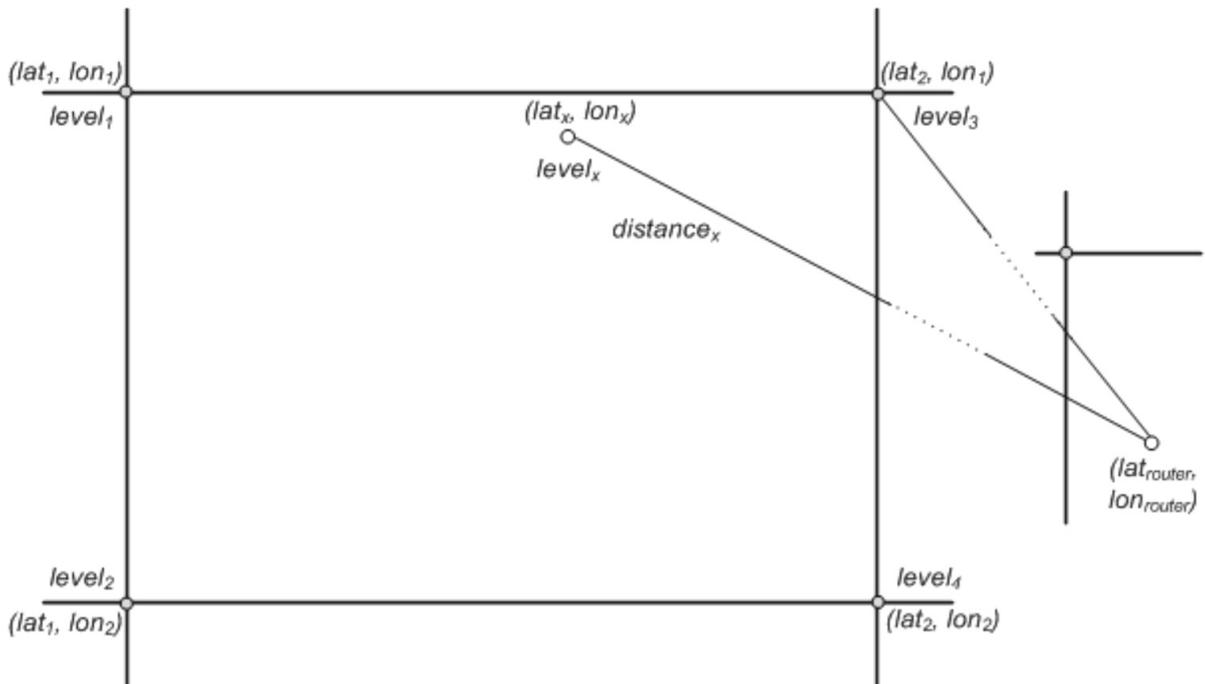


Рис. 5. Графическая интерпретация алгоритма аппроксимации с памятью по расстоянию

**Begin**

- 1 **While** есть запрос от прикладной программы **do**
- 2 ПОЛУЧИТЬ от прикладной программы  $(lat_1, lon_1; lat_2, lon_2)$ ;
- 3 ЗАПРОС к БД
- 4  $(\max(level), \min(level)) = select((lat_1, lon_1); (lat_2, lon_2))$ ;
- 5 **End**

Листинг 4. Алгоритм выбора данных о беспроводной сети в узлах географической сетки.



Рис. 6. Блок-схема алгоритма выбора уровня сигнала

Алгоритм обеспечивает выбор данных о максимальном и минимальном уровнях сигнала в прямоугольной области по запросу пользователя.

**Условия проведения экспериментов**

Для схемы базы данных из [4] реализованы алгоритмы генерации регулярных сеток с заданным шагом, актуализации и выборки данных о беспроводной сети в четырехсвязной области. Прототипом устройства для сбора данных послужил мультипротокольный узел из состава стенда облачного сервиса [3].

Разработанные и реализованные алгоритмы управления сетками с фиксированным шагом (аппроксимации и выборки данных о беспроводной сети в четырех-

Таблица 1

Параметры и константы экспериментов

Параметр, константа	Значение
Число испытаний, шт.	$10^5$
Частота выполнения запросов, Гц	1
Шаг сетки, м	5, 10, 15, 20, 25, 30
Число программных потоков, шт.	1, 2, 3
Операционная система	Ubuntu 12.04 LTS (i386)
СУБД	MySQL 5.5.40
Язык программирования	PHP 5.3.10
Компьютер	Intel Core i5, 2,4 ГГц, 8 Гб RAM

связной области) выполнены на компьютере с процессором 2,4 ГГц Intel Core i5 и объемом оперативной памяти 8 Гб. Исполнение кода осуществлено на виртуальной машине с операционной системой Ubuntu 12.04 LTS (i386). Реализация алгоритмов выполнена на языке общего назначения PHP версии 5.3.10. Для хранения данных регулярной сетки использована система управления реляционными базами данных MySQL версии 5.5.40.

Каждый алгоритм реализован в скрипте, содержит исполняемый код и средства регистрации времени исполнения. В качестве тестовой использована географическая область размером  $800 \times 600$ , что в целом соответствует интересам водителя и пассажиров.

Скрипты аппроксимации получали с частотой от 1 до 2 Гц значения координат от датчиков GPS, значения уровня сигнала  $level_x$  сети Wi-Fi, и регистрировали время выполнения процедуры аппроксимации.

Скрипт выборки значений генерировал равномерно распределенные значе-

ния координат прямоугольной области  $(lat_1, lon_1; lat_2, lon_2)$  и регистрировал значения времени выполнения выборки данных о максимальном и минимальном уровнях сигнала сети. Значения времени выполнения записывались в файл для их дальнейшей обработки. Скрипты добавления выполнялись в один, два и три потока одновременно со скриптом запроса данных. Параметры экспериментов приведены в табл. 1.

### Результаты экспериментов

Получение и анализ временных зависимостей исполнения трех вариантов алгоритмов аппроксимации значений уровня сигнала беспроводной локальной сети позволили оценить точность представления уровня сигнала, объем хранимых данных и временные затраты на исполнение исследуемых алгоритмов.

Исходные данные для проведения экспериментов приведены в табл. 2, а результаты обработки данных в один поток операционной системы представлены в табл. 3.

Таблица 2

Исходные данные для проведения экспериментов

Наименование параметра	Шаг сетки, м	
	5	30
Число записей в таблице БД, шт.	2652	81
Объем файла таблицы, байт	8800	
Интервал учета времени выполнения запросов, с	от 0 до 0,8	

Таблица 3

Параметры выполнения алгоритмов актуализации и выборки для сеток заданного шага

Алгоритмы		Наименование параметра		Шаг сетки, м	
				5	30
Актуализации	Без памяти	Время выполнения, мс	Минимальное	0,545222	0,166994
			Максимальное	1,101496	0,701593
		Число точек	Всего	663	
			В диапазоне цикла сбора данных	647	663
	Без памяти по расстоянию	Время выполнения, с	Минимальное	0,053	0,905
			Максимальное	1,586	1,285
		Число точек	Всего	10 <sup>5</sup>	
			В диапазоне цикла сбора данных	99688	99703
	С памятью по расстоянию	Время выполнения, с	Минимальное	-	0,133801
			Максимальное	-	1,101936
		Число точек	Всего	663	
			В диапазоне цикла сбора данных	-	641
Выборки	Время выполнения, с	Минимальное	1,114	0,016	
		Максимальное	2,072	1,560	
	Число точек	Всего	10 <sup>5</sup>		
		В диапазоне цикла сбора данных	99688	99703	

Из табл. 3 видно, что максимальное время выполнения всех алгоритмов актуализации соразмерно со временем исполнения

цикла сбора данных, который составляет секунду. Число anomalно долгих запросов на актуализацию и выборку данных со вре-

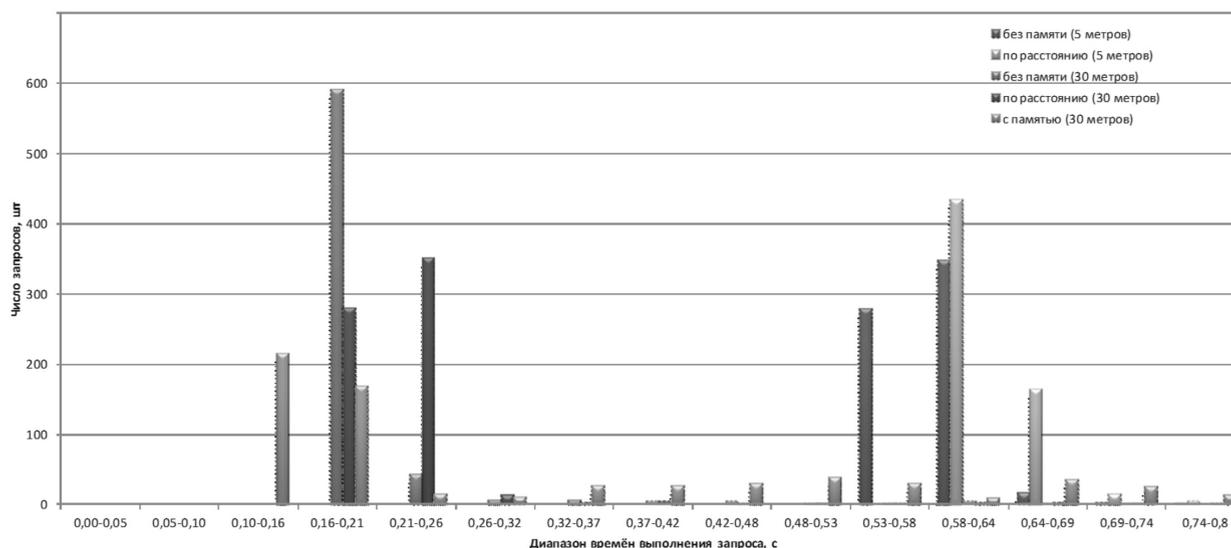


Рис. 7. Распределение времени выполнения алгоритмов аппроксимации данных на сетках разного шага

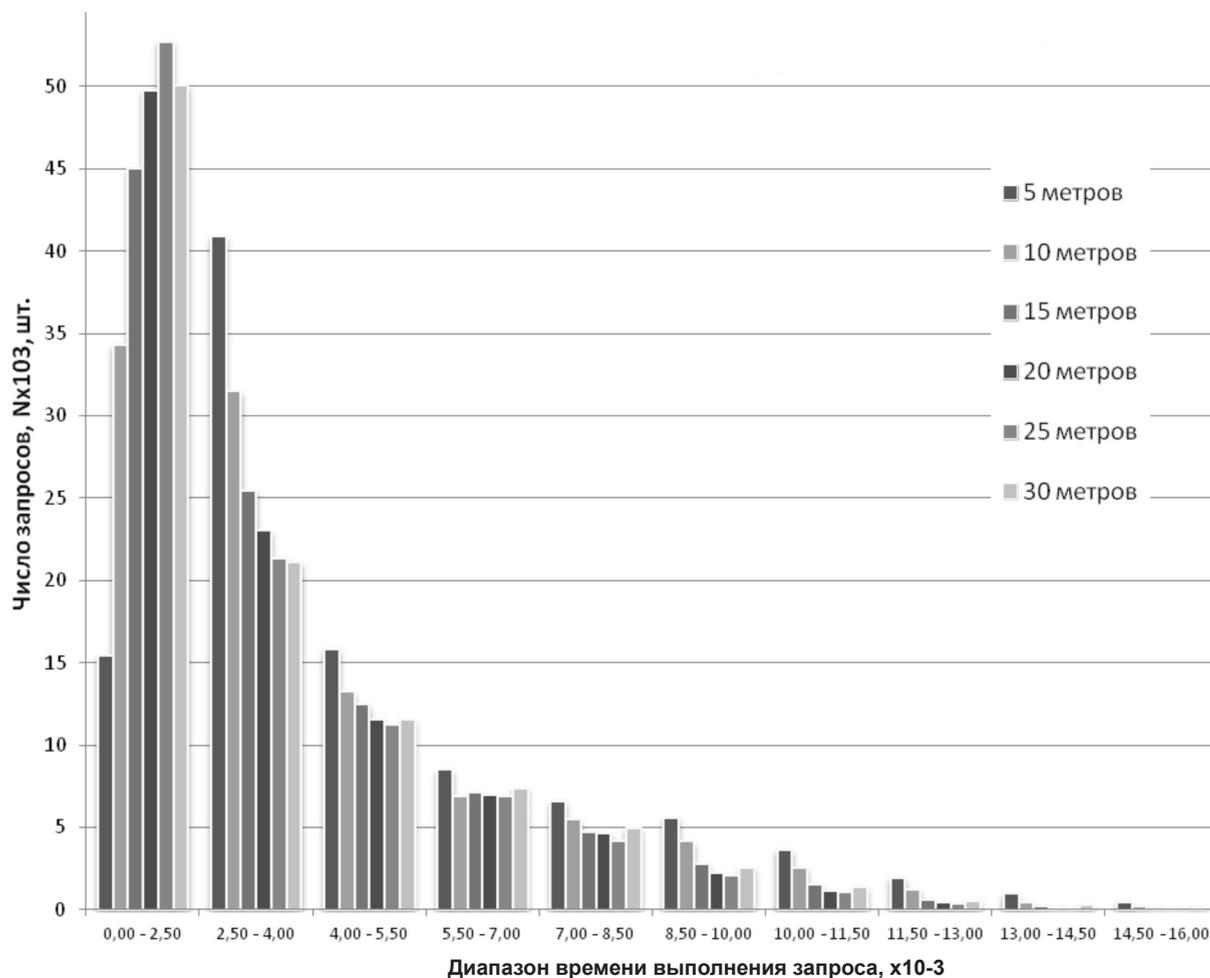


Рис. 8. Распределение времени выполнения операции актуализации данных на сетках разного шага

менем исполнения более 0,8 с составляет не более 3 %, что экспериментально показало практическую применимость разработанных алгоритмов для функционирования программного обеспечения телематической карты.

Данные о распределении времени выполнения алгоритмов аппроксимации данных на сетках шага 5 и 30 м в один поток операционной системы приведены на рис. 7.

Из диаграммы видно, что время выполнения алгоритмов на сетке одного шага находится в диапазоне от 0,10 до 0,15 с, что показывает малые временные затраты на дополнительные вычисления, учитывающие аппроксимацию расстояния и времени. Это позволяет менять алгоритмы аппроксимации без изменения технологии

сбора данных.

Распределение времени исполнения алгоритма аппроксимации без памяти по расстоянию на всем диапазоне шагов сетки приведено на рис. 8.

Из графика видно, что максимальное число операций при всех шагах сетки, кроме сетки с шагом в 5 и 10 м, приходится на диапазон времен 0,00–2,50 мс. Максимум числа значений в диапазоне 2,50–4,00 мс для сетки с шагом в 5 м связан с увеличением времени поиска нужного диапазона по причине большего числа точек в таблице базы данных, что позволяет использовать алгоритм на любом шаге без изменения общей структуры программного обеспечения.

На рис. 9 представлена зависимость времени выполнения алгоритма актуали-

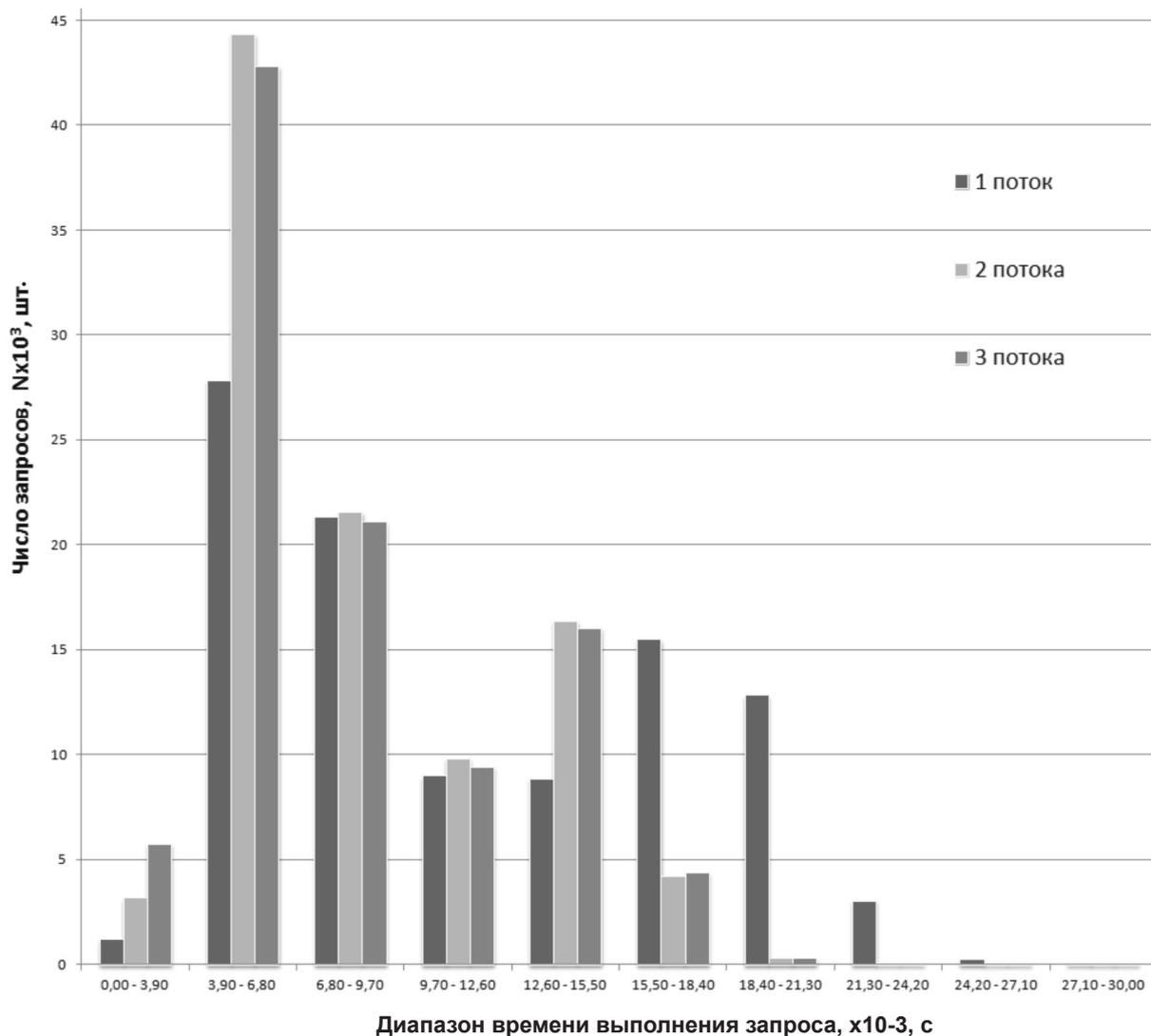


Рис. 9. Распределение времени выполнения алгоритма актуализации от числа потоков операционной системы

зации без памяти по расстоянию от числа потоков операционной системы на сетке с шагом 5 м.

Распределение времени выполнения запросов на актуализацию данных показывает рост среднего времени выполнения запросов при увеличении числа потоков от одного до трех, что связано с монопольными блокировками таблиц базы данных для выполнения операции добавления из одного потока, и ожидании операции добавления из других потоков. Время выполнения операции выборки данных не зависит от числа потоков, т. к. операции чтения не

блокируют таблицы базы данных, сохраняя их доступными для других потоков чтения данных.

Распределение времени показывает, что актуализация данных в программном обеспечении мультипротокольного узла должна осуществляться строго в один поток, а операции выборки могут выполняться асинхронно по мере появления запросов внешних приложений прикладного уровня.

В статье описаны алгоритмы и результаты выполнения экспериментов над макетом мультипротокольного узла в части

реализации технологии управления слоем данных телематической карты для локальных беспроводных сетей Wi-Fi с применением реляционной СУБД и программного обеспечения высокого уровня.

Разработанные и реализованные алгоритмы генерации регулярной прямоугольной сетки, выбора уровня сигнала о беспроводной сети географического региона и аппроксимации данных об уровне сигнала обеспечивают замкнутый цикл управления данными.

Проведенные исследования времени исполнения алгоритмов подтвердили применимость технологии обновления данных телематической карты для одного потока данных обновления и не более трех потоков извлечения данных с частотой выполнения 1 Гц каждый.

В результате исследования выявлено, что алгоритм аппроксимации с памятью

по расстоянию затрачивает на выполнение больше времени, чем алгоритмы аппроксимации без памяти и без памяти по расстоянию, но обладает наилучшей точностью аппроксимации, абсолютная ошибка при этом не превышает половину децибела.

Реализованные алгоритмы сбора, актуализации и извлечения данных продемонстрировали работоспособность макета в целом. Дальнейшим направлением исследования может стать анализ качества функционирования алгоритмов аппроксимации значений уровня сигнала в узлах сетки, формирование алгоритмов синхронизации, исследование синхронных и асинхронных механизмов репликации данных телематической карты с облачным сервисом на локальных картах большего размера.

Исследование выполнено при поддержке гранта компании «Форд Моторс».

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dupuis Y., Merriaux P., Subirats P., Boutteau R., Savatier X., Vasseur P. Gps-based preliminary map estimation for autonomous vehicle mission preparation // In Intelligent Robots and Systems. 2014 IEEE/RSJ Internat. Conf. on. Pp. 4241–4246.
2. Gerla M., Lee E.-K., Pau G., Lee U. Internet of vehicles: from intelligent grid to autonomous cars and vehicular clouds // In Internet of Things (WF-IoT). 2014 IEEE World Forum on. Pp. 241–246.
3. Glazunov V., Kurochkin L., Kurochkin M., Popov S. Instrumental environment of multi-protocol cloud-oriented vehicular mesh network // ICINCO SciTePress. 2013. Vol. (1). Pp. 568–574.
4. Glazunov V., Kurochkin L., Popov S., Chuvatov M. Prototype of the telematics map cloud service // In Open Innovations Association. 17th Conf. on. 2015. Pp. 50–55.
5. Jaworski P., Edwards T., Moore J., Burnham K. Cloud computing concept for intelligent transportation systems // In Intelligent Transportation Systems, 14th Internat. IEEE Conference on. 2011. Pp. 391–396.
6. Miller J., Kim S., Ali M., Menard T. Determining time to traverse road sections based

on mapping discrete gps vehicle data to continuous flows // In Intelligent Vehicles Symp. IEEE. 2010. Pp. 615–620.

7. Popov S., Kurochkin M., Kurochkin L., Glazunov V. The implementing of the internet of things concepts for the continuous provision of informational services for vehicle drivers and passengers // In Telematics and Future Generation Networks. 1st Internat. Conf. on. 2015. Pp. 1–5.

8. Zaborovskiy V., Lukashin A., Popov S., Vostrov A. Adage mobile services for its infrastructure // In ITS Telecommunications. 13th Internat. Conf. on. 2013. Pp. 127–132.

9. Zheng K., Zheng Q., Chatzimisios P., Xiang W., Zhou Y. Heterogeneous vehicular networking: A survey on architecture, challenges, and solutions. Communications Surveys Tutorials. IEEE. 2015. Vol. 17(4). Pp. 2377–2396.

10. Zhao L., Hong X., Gu B. Handshake time and transmission rate of 802.11g measurement in vehicular networks // In Local Computer Networks. IEEE 35th Conf. on. 2010. Pp. 730–736.

11. Khadraoui D., Sukuvaara T. Wireless traffic service communication platform for cars // In Global Informat. Infrastructure Symp. 2009. Pp. 1–7.

#### REFERENCES

1. Dupuis Y., Merriaux P., Subirats P., Boutteau R., Savatier X., Vasseur P. Gps-based preliminary map estimation for autonomous vehicle mission preparation. In *Intelligent Robots and Systems,*

2014 IEEE/RSJ International Conference on, Pp. 4241–4246.

2. Gerla M., Lee E.-K., Pau G., Lee U. Internet of vehicles: From intelligent grid to autonomous

cars and vehicular clouds. *In Internet of Things, 2014 IEEE World Forum on*, Pp. 241–246.

3. **Glazunov V., Kurochkin L., Kurochkin M., Popov S.** Instrumental environment of multi-protocol cloud-oriented vehicular mesh network. *ICINCO SciTePress*, 2013, Vol. (1), Pp. 568–574.

4. **Glazunov V., Kurochkin L., Popov S., Chuvatov M.** Prototype of the telematics map cloud service. *In Open Innovations Association, 17th Conference on*, 2015, Pp. 50–55.

5. **Jaworski P., Edwards T., Moore J., Burnham K.** Cloud computing concept for intelligent transportation systems. *In Intelligent Transportation Systems, 14th International IEEE Conference on*, 2011, Pp. 391–396.

6. **Miller J., Kim S., Ali M., Menard T.** Determining time to traverse road sections based on mapping discrete gps vehicle data to continuous flows. *In Intelligent Vehicles Symposium, IEEE*, 2010, Pp. 615–620.

7. **Popov S., Kurochkin M., Kurochkin L., Glazunov V.** The implementing of the internet

of things concepts for the continuous provision of informational services for vehicle drivers and passengers, *In Telematics and Future Generation Networks, 1st International Conference on*, 2015, Pp. 1–5.

8. **Zaborovskiy V., Lukashin A., Popov S., Vostrov A.** Adage mobile services for its infrastructure. *In ITS Telecommunications, 13th International Conference on*, 2013, Pp. 127–132.

9. **Zheng K., Zheng Q., Chatzimisios P., Xiang W., Zhou Y.** Heterogeneous vehicular networking: A survey on architecture, challenges, and solutions. *Communications Surveys Tutorials, IEEE*, 2013, Vol. 17(4), Pp. 2377–2396.

10. **Zhao L., Hong X., Gu B.** Handshake time and transmission rate of 802.11g measurement in vehicular networks. *In Local Computer Networks, IEEE 35th Conference*, 2010, Pp 730–736.

11. **Khadraoui D., Sukuvaara T.** Wireless traffic service communication platform for cars. *In Global Information Infrastructure Symposium*, 2009, Pp. 1–7.

---

**ВОСТРОВ Алексей Владимирович** – ассистент кафедры телематики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: [vostrov\\_av@spbstu.ru](mailto:vostrov_av@spbstu.ru)

**VOSTROV Alexey V.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: [vostrov\\_av@spbstu.ru](mailto:vostrov_av@spbstu.ru)

**ПОПОВ Сергей Геннадьевич** – доцент кафедры телематики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, кандидат технических наук.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: [popovserge@spbstu.ru](mailto:popovserge@spbstu.ru)

**POPOV Sergey G.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: [popovserge@spbstu.ru](mailto:popovserge@spbstu.ru)

**ШАРАГИН Максим Павлович** – студент кафедры телематики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: [msharagin@gmail.com](mailto:msharagin@gmail.com)

**SHARAGIN Maksim P.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: [msharagin@gmail.com](mailto:msharagin@gmail.com)

**ЧУВАТОВ Михаил Владимирович** – ведущий программист кафедры телематики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: [misha@iktp.spbstu.ru](mailto:misha@iktp.spbstu.ru)

**CHUVATOV Mikhail V.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: [misha@iktp.spbstu.ru](mailto:misha@iktp.spbstu.ru)

**ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИЕМА SEFDM-СИГНАЛОВ  
В КАНАЛЕ С АБГШ**

*A.V. Rashich, A.B. Kislitsyn*

**BER PERFORMANCE OF SEFDM-SIGNALS IN AWGN CHANNEL**

---

Спектрально эффективные сигналы с частотным уплотнением (Spectrally Efficient Frequency Division Multiplexing – SEFDM) рассмотрены в качестве альтернативы сигналам с OFDM в сетях связи 5G. Современная научная литература не содержит анализа помехоустойчивости SEFDM-сигналов при использовании оптимальных алгоритмов приема, необходимого для оценки энергетической эффективности существующих субоптимальных алгоритмов приема SEFDM-сигналов. В данной статье представлены разработанные оптимальные алгоритмы когерентного приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ. В результате их реализации и проведенного имитационного моделирования выполнена оценка помехоустойчивости SEFDM-сигналов в канале с АБГШ и проведен анализ основных влияющих на нее факторов.

**СПЕКТРАЛЬНО-ЭФФЕКТИВНЫЕ МНОГОЧАСТОТНЫЕ СИГНАЛЫ; SEFDM; СИГНАЛЫ С ОРТОГОНАЛЬНЫМ ЧАСТОТНЫМ УПЛОТНЕНИЕМ; OFDM.**

SEFDM-signals (Spectrally Efficient Frequency Division Multiplexing) are considered as the main alternative to OFDM-signals in 5G networks. To our knowledge, at the present time there are no papers in which the analysis of BER performance of SEFDM-signals in AWGN channel is performed for optimal reception schemes. Such analysis is needed to carefully evaluate the suboptimal reception algorithms. In this paper the optimal reception schemes for SEFDM-signals are proposed. They are implemented in simulation model in Matlab. BER performance of SEFDM in AWGN channel for BPSK, QPSK and QAM-16 for various frequency spacing is simulated, the main factors affecting it are analyzed.

**SPECTRALLY EFFICIENT FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; SEFDM; ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; OFDM; BANDWIDTH EFFICIENT FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; BEFDM; NON-ORTHOGONAL FREQUENCY DIVISION MULTIPLEXING; NFD.**

---

В последние десятилетия огромную значимость приобретает проблема истощения частотного ресурса, используемого для беспроводных телекоммуникационных систем. Поиск решения этой проблемы для систем четвертого поколения (4G) привел к распространению сигнальных конструкций с ортогональным частотным уплотнением (Orthogonal Frequency Division Multiplexing

– OFDM). В качестве наиболее перспективной альтернативы OFDM для систем 5G рассматривается метод неортогонального частотного уплотнения, получивший название Spectrally Efficient Frequency Division Multiplexing (SEFDM).

В современной научной литературе [1–5] представлено значительное количество алгоритмов субоптимального приема

SEFDM-сигналов в канале с АБГШ. Часто представленные алгоритмы демодуляции SEFDM-сигналов носят искусственный характер: отсутствует описание причин выбора алгоритма, не проводится его синтез, а берется известная процедура и применяется к SEFDM-сигналам. Однако для определения энергетического проигрыша, связанного с их использованием, необходим более тщательный анализ энергетической эффективности SEFDM-сигналов без применения помехоустойчивого кодирования. Такой анализ в современной научной литературе отсутствует.

В статьях [1, 3, 5] приведены отдельные кривые потенциальной помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов без помехоустойчивого кодирования при использовании алгоритма когерентного приема, оптимального в смысле критерия минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ. В то же время для цифровых сигналов было бы логичнее рассматривать оптимальные алгоритмы, минимизирующие среднюю вероятность ошибки на бит. В [1, 3, 5] оценка потенциальной помехоустойчивости выполняется только при одном-двух значениях количества поднесущих частот и только при двух значениях их частотного разнесения, что является недостаточным для анализа эффективности предлагаемых субоптимальных алгоритмов приема. В [2] и [4] сравнение помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов при использовании предлагаемых субоптимальных алгоритмов выполнено с потенциальной помехоустойчивостью одночастотных сигналов, что является некорректным. При этом во всех рассмотренных источниках эффективность оптимальных и предлагаемых субоптимальных алгоритмов приема рассмотрена для методов манипуляции поднесущих частот BPSK или QPSK. Авторы ссылаются на высокую вычислительную сложность оптимальных алгоритмов приема SEFDM-сигналов, не позволяющую оценить их помехоустойчивость для видов манипуляции с большей позиционностью.

В данной статье представлены синтезированные алгоритмы когерентного приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ, опти-

мальные по критерию минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ и минимума средней вероятности ошибки на бит. В результате их реализации и проведенного имитационного моделирования выполнена оценка помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов без помехоустойчивого кодирования в канале с АБГШ и проведен анализ основных влияющих на нее факторов.

### Аналитическое представление SEFDM-сигналов

Низкочастотный аналоговый SEFDM-символ  $s_{A,\varepsilon}^{(n)}(t)$  может быть аналитически записан следующим образом:

$$s_{A,\varepsilon}^{(n)}(t) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} C_N^{(n)}(k) \exp(j2\pi k \Delta f t),$$

где  $n$  – номер SEFDM-символа;  $N$  – количество поднесущих частот;  $C_N^{(n)}(k)$  – манипуляционный символ  $k$ -й поднесущей  $n$ -го FDM-символа;  $\Delta f$  – разнесение соседних поднесущих частот.

В данной работе будут рассматриваться SEFDM-сигналы с прямоугольной формой огибающей сигналов поднесущих частот. Одной из важнейших характеристик сигналов с SEFDM является коэффициент частотного уплотнения поднесущих частот:  $\alpha = \Delta f T$ , где  $T$  – длительность SEFDM-символа. Для сигналов с OFDM  $\alpha = 1$ , в то время как для рассматриваемого класса SEFDM  $\alpha < 1$ .

Низкочастотный дискретный SEFDM-символ при выборе значения частоты дискретизации  $F_s = N\Delta f$  записывается следующим образом:

$$s_{D,\varepsilon}^{(n)}(i) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} C_N^{(n)}(k) \exp\left(j2\pi \frac{k(i + 0,5 + \varepsilon L)}{N}\right),$$

где  $|\varepsilon| \leq 0,5$  – произвольная константа, задающая смещение сигнала во временной области.

Пусть все возможные значения SEFDM-символов  $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t)$  принадлежат каналному алфавиту  $\mathcal{A}_s$ , имеющему объем  $M_s$ :  $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t) \in \mathcal{A}_s$ ,  $r = 0 \dots M_s - 1$ . Пусть также все возможные значения манипуляционных символов  $C_N^{(n)}(k)$  принадлежат каналному алфавиту  $\mathcal{A}_c$  с объемом

$M_C$ . Тогда объем канального алфавита SEFDM-символов равен:  $M_s = (M_C)^N$ . Взаимно-однозначная зависимость между значением  $r$  и последовательность индексов  $\{r_{-N/2}, r_{-N/2+1}, \dots, r_{N/2-1}\}$ , определяющих манипуляционные символы соответствующего SEFDM-символа, далее выражается с помощью знака равенства:

$$r = \{r_{-N/2}, r_{-N/2+1}, \dots, r_{N/2-1}\}, \\ r_k = 0 \dots M_C - 1.$$

### Алгоритмы оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ

На вход приемного устройства поступает сигнал в виде:

$$y(t) = \mu \cdot s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t) + n(t), \quad t \in [\varepsilon T; T + \varepsilon T],$$

где  $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t)$  –  $r$ -й вариант SEFDM-символа;  $\mu$  – вещественный коэффициент, характеризующий затухание сигнала в процессе распространения;  $n(t)$  – аддитивная помеха, принимающая случайные комплексные значения в каждый момент времени. Далее будет рассматриваться частный случай, при котором помеха  $n(t)$  представляет собой реализацию аддитивного белого гауссова шума, а приемному устройству точно известна форма всех возможных передаваемых сигналов  $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t)$ .

Пусть задачей приемного устройства является независимое принятие решений относительно значения каждого SEFDM-символа на его входе в составе сигнала  $y(t)$ . При такой постановке задачи разумным является использование оптимальной байесовой стратегии, минимизирующей средний риск принятия решения относительно SEFDM-символов. Считая равными априорные вероятности появления каждого SEFDM-символа на выходе передатчика, полагая цены правильных решений равными нулю, а цены ошибочных решений одинаковыми, осуществляется переход к частному случаю оптимальной байесовой стратегии – к стратегии, оптимальной в смысле критерия максимума отношения правдоподобия ([6]). Принятие решений в соответствии с данной стратегией обеспечивает минимизацию средней вероятности ошибок на SEFDM-символ. Алгоритм

когерентного приема SEFDM-сигналов, оптимальный в смысле критерия максимума отношения правдоподобия (минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ), будет иметь следующий вид: приемное устройство принимает решение о поступлении на вход SEFDM-символа  $s_{A,\varepsilon}^{(r)}$ , если

$$\int_{\varepsilon T}^{T+\varepsilon T} |y(t) - \mu s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t)|^2 dt < \\ < \int_{\varepsilon T}^{T+\varepsilon T} |y(t) - \mu s_{A,\varepsilon}^{(r')} (t)|^2 dt, \quad \forall r, \\ r' = 0 \dots M_s - 1, \quad r \neq r',$$

то есть евклидово расстояние между функциями  $y(t)$  и  $s_{A,\varepsilon}^{(r)}(t)$  является наименьшим среди всех  $M_s$  вариантов FDM-символов. При использовании в приемном устройстве цифровых методов обработки этот алгоритм может быть переписан в следующей форме:

$$\sum_{i=0}^{N\alpha-1} |y(i) - \mu s_{D,\varepsilon}^{(r)}(i)|^2 < \sum_{i=0}^{N\alpha-1} |y(i) - \mu s_{D,\varepsilon}^{(r')} (i)|^2, \\ \forall r, r' = 0 \dots M_s - 1, \quad r \neq r'.$$

В цифровых телекоммуникационных системах в качестве критерия достоверности принятого сигнала выступает средняя вероятность ошибки на бит при заданном значении энергии на бит. Таким образом, для выполнения оценки потенциальной энергетической эффективности SEFDM-сигналов в канале с АБГШ для цифровых систем необходимо провести анализ потенциальной помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов при использовании алгоритма, оптимального в смысле критерия минимума апостериорной вероятности ошибки на канальный бит. При этом задачей приемного устройства является независимая последовательная обработка SEFDM-символов и принятие решений относительно значений каждого канального бита.

Пусть  $b_k^{(j)}$  – значение  $j$ -го бита манипуляционного символа  $C_N^{(n)}(k)$ . Тогда алгоритм когерентного приема дискретных SEFDM-сигналов, оптимальный в смысле критерия минимума средней апостериорной вероят-

ности ошибки на бит, имеет вид:

$$\hat{b}_k^{(j)} = \arg \max_{b=0,1} \left\{ \sum_{r=0}^{M_s-1} \delta(b_k^{(j)} = b, r) p(r) \exp \times \left( -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=0}^{N_{a-1}} |y(i) - \mu_{s_{D,e}^{(r)}}(i)|^2 \right) \right\},$$

где  $\hat{b}_k^{(j)}$  – оценка значения бита;  $b_k^{(j)}$ , полученная в результате использования рассматриваемого алгоритма приема;  $p(r)$  – априорная вероятность поступления на вход приемного устройства SEFDM-символа  $s_{A,e}^{(r)}(t)$ ;  $2\sigma^2$  – мощность комплексного АБГШ;  $\delta(b_k^{(j)} = b, r)$  – селектирующая функция, которая может иметь следующий вид:

$$\delta(b_k^{(j)} = b, r) = \frac{1}{M_C} \sum_{q=0}^{M_C-1} \exp \left\{ i \frac{2\pi q}{M_C} (b - b_k^{(j)}(r)) \right\},$$

где  $i$  – комплексная единица.

Можно показать, что алгоритм оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов, оптимальный по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на бит, соответствует алгоритму приема, оптимальному по критерию минимума среднего риска ошибки на бит при условии использования оптимальной Байесовой стратегии и простых цен принятия

решения:

$$\Pi_k^{(j)}(b, B) = \begin{cases} 1, & b \neq B \\ 0, & b = B \end{cases},$$

где  $\Pi_k^{(j)}(b, B)$  – цена принятия решения в пользу  $b$ , если истинное значение  $b_k^{(j)}$  равно  $B$ .

То есть при использовании алгоритма приема SEFDM-сигналов, оптимального по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на бит, средний риск принятия решений относительно значения каждого бита также достигает своего минимума.

### Результаты имитационного моделирования

В целях оценки помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ при использовании разработанных оптимальных алгоритмов приема в среде программирования MATLAB была разработана имитационная модель, включающая фрагменты исходных кодов на  $m$ -языке и языке C++, что позволило значительно снизить время моделирования. Части имитационной модели, написанные на языке C++, были скомпилированы в виде динамически загружаемых библиотек с последующим подключением к среде MATLAB.

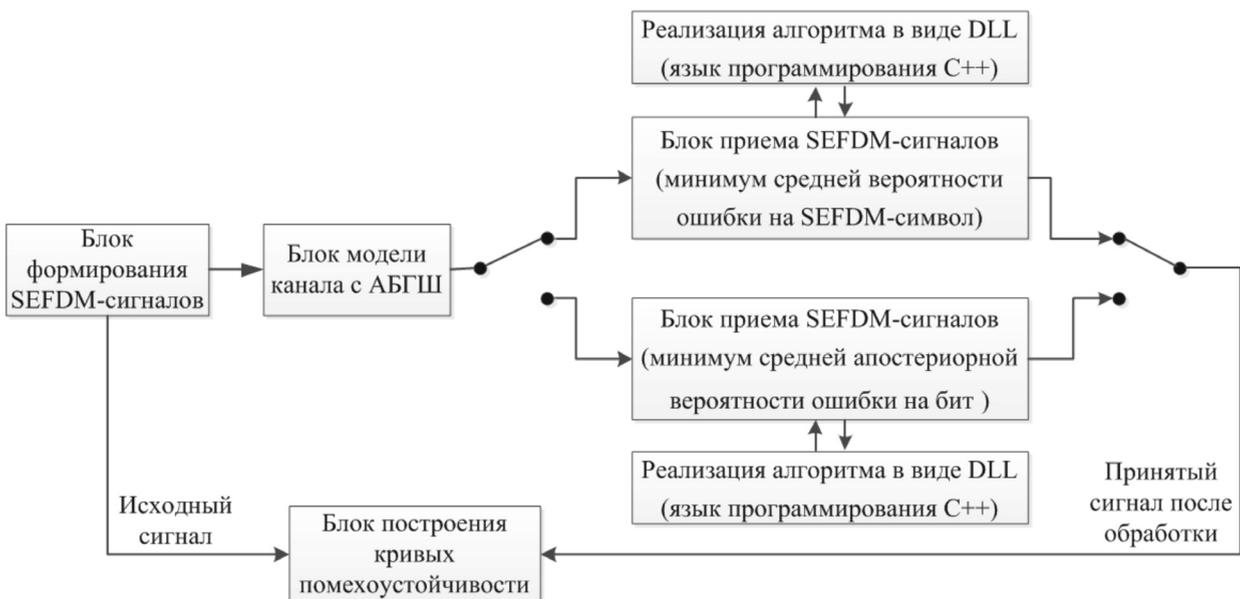


Рис. 1. Структурная схема разработанной имитационной модели

Реализации разработанных оптимальных алгоритмов приема были адаптированы для выполнения в многопоточном режиме. Структурная схема разработанной имитационной модели представлена на рис. 1. Имитационное моделирование проводилось для SEFDM-сигналов с видами манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16 без помехоустойчивого кодирования в канале с АБГШ.

Для видов манипуляции BPSK и QPSK рассматривались SEFDM-сигналы с  $N_u = 10$ , используемыми поднесущими, для QAM-16 –  $N_u = 5$ . Уменьшение  $N_u$  при переходе от BPSK и QPSK к QAM-16 связано со значительным увеличением вычислительной сложности разработанных оптимальных алгоритмов приема при увеличении объема канального алфавита. Результаты имитационного моделирования показали, что оба полученных алгоритма оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов – алгоритм, оптимальный по критерию минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ, и алгоритм, оптимальный по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на каналный бит, – обеспечивают одинаковую помехоустойчи-

вость приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ.

Полученные характеристики помехоустойчивости при относительном доверительном интервале  $\delta_{\text{отн}} = 0,1$  и доверительной вероятности  $P_d = 0,97$  представлены на рис. 2.

В целях минимизации влияния эффекта алайзинга все представленные на рисунке характеристики помехоустойчивости получены при значительной величине защитных интервалов по частоте, что становится очевидным при сравнении величин  $N$  и  $N_u$ , соответствующих каждой кривой. Также на графиках представлены характеристики помехоустойчивости приема одночастотных сигналов с видами манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16.

Как видно из рисунка, помехоустойчивость SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK при  $\alpha \geq 1/2$  совпадает с помехоустойчивостью одночастотных сигналов с BPSK. Значение  $\alpha = 1$  соответствует выполнению условия ортогональности в усиленном смысле для сигналов, передаваемых на поднесущих частотах, обеспечивая их потенциальную помехоустойчивость в составе группового излучения OFDM. Уменьшение

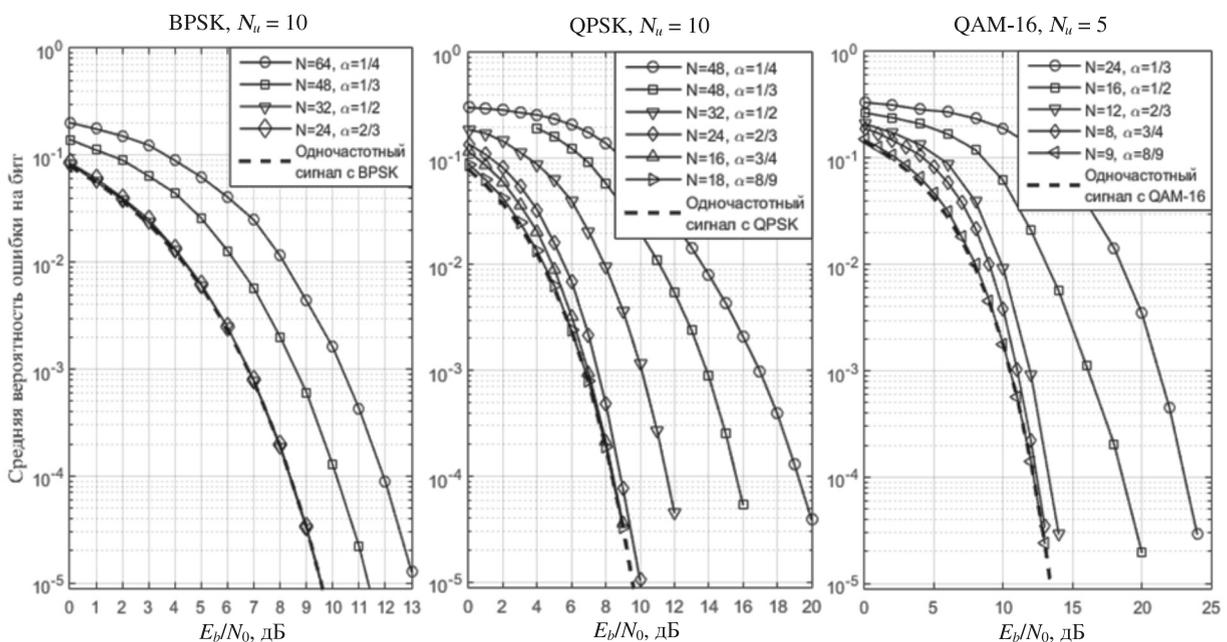


Рис. 2. Характеристики помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов для видов манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16 в канале с АБГШ;  $\delta_{\text{отн}} = 0,1$ ,  $P_d = 0,97$ . Канал с АБГШ

$\alpha$  до 0,5 приводит, в общем случае, к нарушению этого свойства, однако для вещественных сигналов, например, сигналов с видом манипуляции BPSK, все еще выполняется условие ортогональности.

Для SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK энергетический проигрыш, наблюдаемый в результате сокращения нормированного частотного разнесения с  $\alpha = 1/2$  до  $\alpha = 1/3$ , не превышает 2 дБ при средней вероятности ошибки на бит  $P_6 \leq 10^{-3}$ . SEFDM-сигналы с видом манипуляции QPSK обладают большей чувствительностью к сокращению частотного разнесения между поднесущими, чем сигналы с BPSK. Переход от  $\alpha = 1$  к  $\alpha = 1/2$  приводит к энергетическому проигрышу 3 дБ при средней вероятности ошибки на бит  $P_6 = 10^{-3}$ . Дальнейшее сокращение частотного разнесения с  $\alpha = 1/2$  до  $\alpha = 1/3$  обеспечивает дополнительные потери 4 дБ ( $P_6 = 10^{-3}$ ). Наибольший энергетический проигрыш при сокращении параметра  $\alpha$  демонстрируют SEFDM-сигналы с видом манипуляции QAM-16. Переход от  $\alpha = 1$  к  $\alpha = 1/2$  приводит к энергетическому проигрышу 5,5 дБ при средней вероятности ошибки на бит  $P_6 = 10^{-3}$ .

Таким образом, при фиксированном значении  $\alpha$  увеличение объема канального алфавита SEFDM-сигналов приводит к увеличению энергетического проигрыша

по сравнению с помехоустойчивостью сигналов при  $\alpha = 1$ .

В качестве иллюстрации сделанных выводов на рис. 3 представлены графики зависимости минимального значения энергии на бит, требуемого для достижения вероятности ошибки на бит  $P_6 = 10^{-3}$ , от  $\alpha$  для SEFDM-сигналов с видами манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16. Как видно из рисунка, при значениях  $\alpha \geq 0,8$  энергетический проигрыш, демонстрируемый SEFDM-сигналами по сравнению с OFDM-сигналами, практически отсутствует. Впервые данный эффект был описан J.E. Mazo. Наличие границы  $\alpha \sim 0,8$  означает возможность практически без потерь увеличить скорость передачи информации в OFDM-системах на 20 %.

Потенциальная помехоустойчивость SEFDM-сигналов определяется не только видом манипуляции сигналов поднесущих частот и частотным разнесением между ними, но и их количеством  $N_u$ , а также величиной защитных интервалов по частоте. Зависимость потенциальной помехоустойчивости от значения  $N_u$  (рис. 4) объясняется влиянием количества интерферирующих излучений на вероятностные характеристики приема каждого из них. Тем не менее, по мере увеличения количества используемых поднесущих, снижение энергетической эффективности начинает

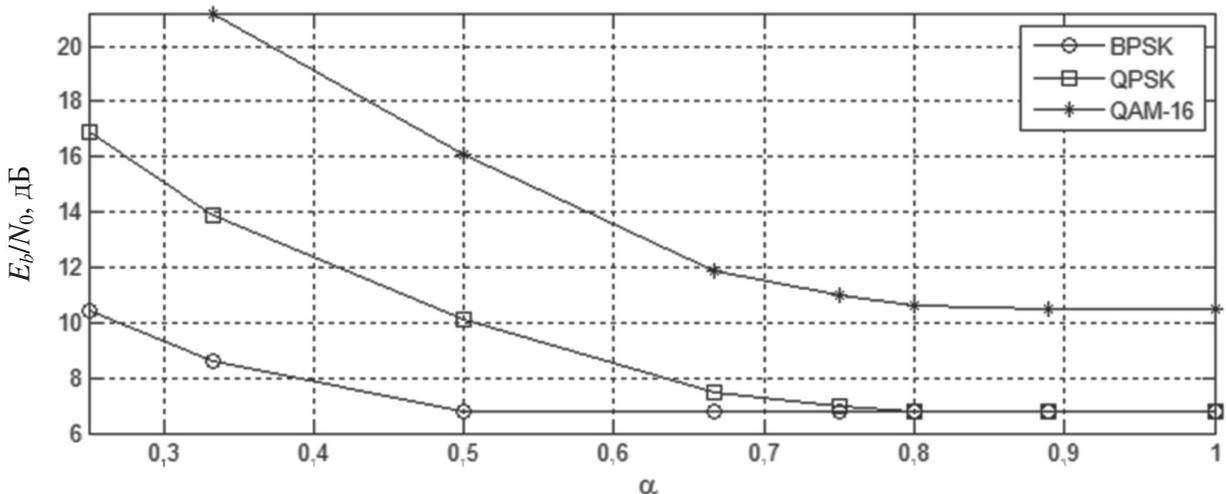


Рис. 3. Графики зависимости минимального значения энергии на бит, требуемого для достижения средней вероятности ошибки на бит  $P_6 = 10^{-3}$ , от  $\alpha$ . Канал с АБГШ

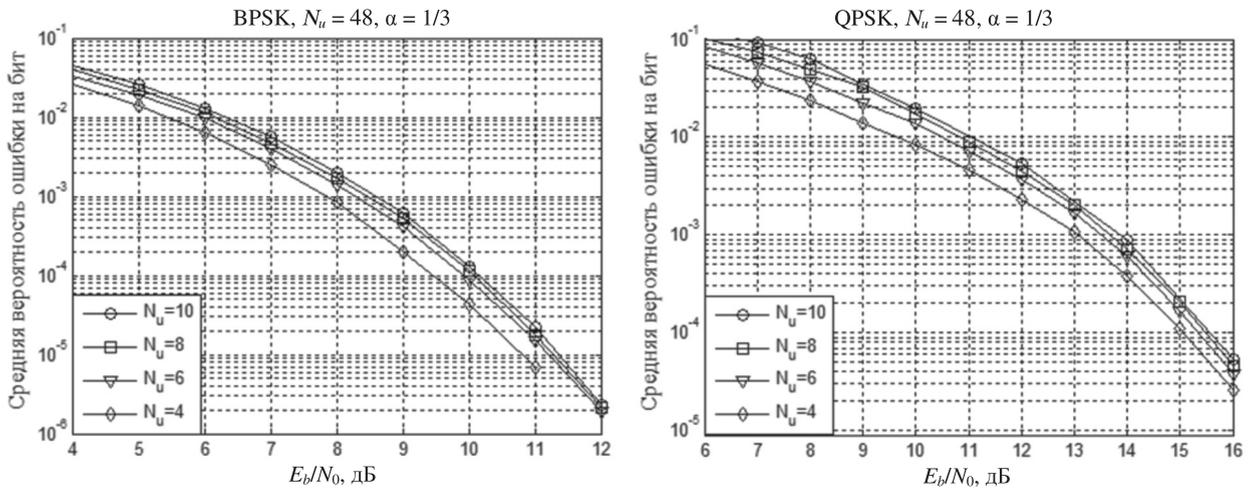


Рис. 4. Характеристики помехоустойчивости SEFDM-сигналов для видов манипуляции BPSK и QPSK при различном количестве используемых поднесущих. Канал с АБГШ

замедляться. Как видно из рис. 4, увеличение количества используемых поднесущих с  $N_u = 4$  до  $N_u = 6$  приводит к одинаковым энергетическим потерям при использовании методов манипуляции BPSK и QPSK – примерно 0,5 дБ ( $P_6 = 10^{-3}$ ). Дальнейшее увеличение значения с  $N_u = 6$  до  $N_u = 10$  обеспечивает энергетический проигрыш не более 0,3 дБ для рассматриваемых на рисунке случаев. Таким образом, результаты проведенных исследований дают основания полагать, что использование SEFDM-сигналов с большим количеством используемых поднесущих ( $N_u \sim 64...2048$ ) не приведет к величинам энергетических потерь, препятствующих внедрению SEFDM-технологии в используемые на практике системы связи.

Влияние величины защитных интервалов на помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов обусловлено эффектом алайзинга, характерного для всех дискретных сигналов с частотным уплотнением. Увеличение ширины защитных интервалов по частоте для SEFDM-сигналов позволяет снизить искажения вследствие алайзинга и повысить достоверность приема. Главным недостатком такого подхода является снижение спектральной эффективности SEFDM-сигналов.

На рис. 5 представлены характери-

ки потенциальной помехоустойчивости SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK и QPSK,  $\alpha = 1/3$ ,  $N_u = 10$  при различной ширине защитных интервалов. Как видно из графиков на рисунке, увеличение защитного интервала с  $\Delta F_3 \approx 0,10 F_s$  до  $\Delta F_3 \approx 0,47 F_s$  для вида манипуляции BPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,6 дБ ( $P_6 = 10^{-3}$ ). Увеличение защитного интервала с  $\Delta F_3 \approx 0,29 F_s$  до  $\Delta F_3 \approx 0,40 F_s$  для вида манипуляции QPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,0 дБ ( $P_6 = 10^{-3}$ ). Однако при величине  $\Delta F_3 \approx 0,10 F_s$  прием SEFDM-сигналов с QPSK приводит к появлению несократимой вероятности ошибки на уровне  $P_6 = 10^{-2}$  даже в случае использования оптимальных алгоритмов приема.

Таким образом, эффект алайзинга существенно влияет на помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов при использовании алгоритма, оптимального в смысле критерия минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ и алгоритма, оптимального в смысле критерия минимума апостериорной вероятности ошибки на бит. Вследствие усиления данного эффекта при уменьшении  $\alpha$ , формирование и обработка дискретных SEFDM-сигналов при  $\alpha < 1$  должна осуществляться на более высоких частотах дискретизации по сравнению с методами обработки OFDM-сигналов.

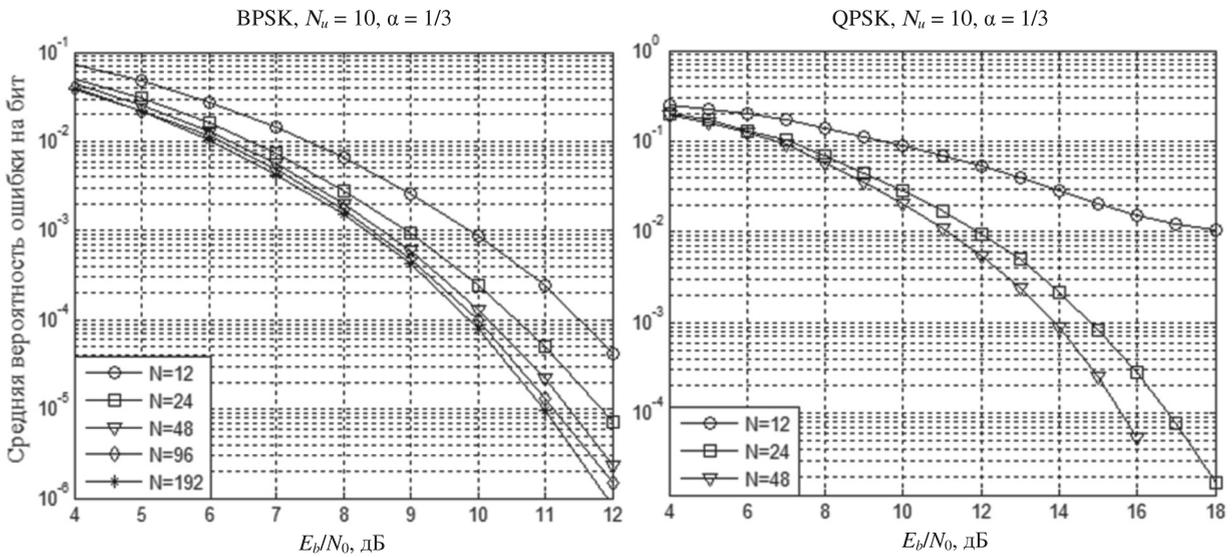


Рис. 5. Характеристики помехоустойчивости SEFDM-сигналов для видов манипуляции BPSK и QPSK при различной ширине защитного интервала. Канал с АБГШ

Получено два алгоритма оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ: алгоритм, оптимальный по критерию минимума средней вероятности ошибки на SEFDM-символ, и алгоритм, оптимальный по критерию минимума апостериорной вероятности ошибки на каналный бит.

В результате проведенного имитационного моделирования построены и проанализированы характеристики помехоустойчивости приема SEFDM-сигналов с видами манипуляции BPSK, QPSK и QAM-16 в канале с АБГШ при использовании данных алгоритмов и значениях  $\alpha$  от 8/9 до 1/4.

Результаты имитационного моделирования показали, что оба полученных алгоритма оптимального когерентного приема SEFDM-сигналов обеспечивают одинаковую помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ.

Анализ полученных характеристик показал, что в канале с АБГШ помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов с видом манипуляции BPSK и  $\alpha \geq 1/2$  совпадает с потенциальной помехоустойчивостью одночастотных BPSK-сигналов. Увеличение позиционности метода манипуляции сигналов поднесущих частот приводит к возрастанию энергетического проигрыша,

связанного с уменьшением  $\alpha$  до заданной величины, меньшей 0,8. Для метода QPSK уменьшение  $\alpha$  с 1 до 1/3 в канале с АБГШ приводит к энергетическим потерям 7,0 дБ, для QAM-16 – 10,5 дБ. Результаты моделирования показали, что при значениях  $\alpha \geq 0,8$  энергетический проигрыш, демонстрируемый SEFDM-сигналами по сравнению с OFDM-сигналами, практически отсутствует. Данный вывод совпадает с результатами, представленными J.E. Mazo в работе [8]. Наличие границы  $\alpha \sim 0,8$  означает возможность практически без энергетических потерь увеличить скорость передачи информации в системах связи, использующих SEFDM-сигналы, по сравнению с системами, использующими OFDM-сигналы на 20 % в канале с АБГШ.

Показано, что для SEFDM-сигналов при прочих равных параметрах увеличение количества поднесущих частот приводит к снижению помехоустойчивости приема в канале с АБГШ. Однако скорость возрастания величины проигрыша с увеличением количества поднесущих снижается.

На помехоустойчивость приема SEFDM-сигналов в канале с АБГШ существенное влияние оказывает эффект алайзинга. Увеличение ширины защитных ин-

тервалов по частоте для SEFDM-сигналов позволяет снизить искажения вследствие эффекта алайзинга и улучшить вероятностные характеристики приема. В канале с АБГШ увеличение защитного интервала с  $\Delta F_3 \approx 0,10 F_s$  до  $\Delta F_3 \approx 0,47 F_s$  для вида ма-

нипуляции BPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,6 дБ ( $P_6 = 10^{-3}$ ). Увеличение защитного интервала с  $\Delta F_3 \approx 0,29 F_s$  до  $\Delta F_3 \approx 0,40 F_s$  для вида манипуляции QPSK обеспечивает энергетический выигрыш 1,0 дБ ( $P_6 = 10^{-3}$ ).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yang X., Ai W., Shuai T., Li D. A fast decoding algorithm for non-orthogonal frequency division multiplexing signals // Internat. Conf. on Communications and Networking in China. 2007. Pp. 595–598.
2. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. Analysis of Sub-optimum detection techniques for a bandwidth efficient multi-carrier communication system // Cranfield Multi-Strand Conf. Cranfield University. 2009. Pp. 505–510.
3. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A New Quasi-Optimal Detection Algorithm for a Non Orthogonal Spectrally Efficient FDM // Internat. Symp. on Communication and Information Technologies. 2009.

Pp. 460–465.

4. Ahmed S., Darwazeh I. Inverse discrete Fourier transform-discrete Fourier transform techniques for generating and receiving spectrally efficient frequency division multiplexing signals // American Journal of Engineering and Applied Sciences. 2011. Vol. 4. Pp. 598–606.

5. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A combined MMSE-ML detection for a spectrally efficient non orthogonal FDM signal // 5th Internat. Conf. on Broadband Communications, Networks and Systems. 2008. Pp. 421–425.

6. Цикин И.А. Оптимальная обработка сигналов в радиотехнических системах: Учеб. пособие. Л.: ЛПИ, 1986. 76 с.

#### REFERENCES

1. Yang X., Ai W., Shuai T., Li D. A fast decoding algorithm for non-orthogonal frequency division multiplexing signals. *International Conference on Communications and Networking in China*, 2007, Pp. 595–598.
2. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. Analysis of Sub-optimum detection techniques for a bandwidth efficient multi-carrier communication system. *Cranfield Multi-Strand Conference*, Cranfield University, 2009, Pp. 505–510.
3. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A New Quasi-Optimal Detection Algorithm for a Non Orthogonal Spectrally Efficient FDM. *International Symposium on Communication and Information Technologies*, 2009, Pp. 460–465.

4. Ahmed S., Darwazeh I. Inverse discrete Fourier transform-discrete Fourier transform techniques for generating and receiving spectrally efficient frequency division multiplexing signals. *American Journal of Engineering and Applied Sciences*, 2011, Vol. 4, Pp. 598–606.

5. Kanaras I., Chorti A., Rodrigues M., Darwazeh I. A combined MMSE-ML detection for a spectrally efficient non orthogonal FDM signal. *5th International Conference on Broadband Communications, Networks and Systems*, 2008, Pp. 421–425.

6. Tsikin I.A. *Optimalnaya obrabotka signalov v radiotekhnicheskikh sistemakh* [Optimal processing of signals in radio systems]. Leningrad: LPI Publ., 1986, 76 p. (rus)

РАШИЧ Андрей Валерьевич – доцент кафедры радиотехнических и телекоммуникационных систем Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, кандидат технических наук.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: andrey.rashich@gmail.com

RASHICH Andrey V. Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: andrey.rashich@gmail.com

**КИСЛИЦЫН Александр Борисович** – ассистент кафедры радиоэлектронных средств защиты информации Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: AlexanderKislitsyn@nppntt.ru

**KISLITSYN Alexander B.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: AlexanderKislitsyn@nppntt.ru



# Аппаратное обеспечение вычислительных, телекоммуникационных и управляющих систем

DOI: 10.5862/JCSTCS.241.4

УДК 621.315.6

*Н.Т. Сударь, Н.Л. Егорычев, В.А. Закревский, В.А. Пахотин*

## **О НАДЕЖНОСТИ КОМПОНЕНТОВ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ ПРИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПРОБОЕ СТРУКТУР МЕТАЛЛ-ПОЛИМЕР-МЕТАЛЛ**

*N.T. Sudar, N.L. Egorichev, V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin*

## **ABOUT THE RELIABILITY OF COMPONENTS OF ELECTRONIC DEVICES BY ELECTRICAL BREAKDOWN OF THE STRUCTURES OF METAL-POLYMER-METAL**

---

Изучен электрический пробой структур типа металл-полимер-металл, различающихся природой и толщиной полимерных пленок. Исследованы структуры с пленками полиметилметакрилата, полистирола и поликарбоната. Установлено, что длительность токовых импульсов при пробое полимерной пленки не превышает 500 нс. Природа полимерного диэлектрика не влияет на форму и параметры регистрируемых при пробое импульсов тока. Определяющее значение имеет толщина пленки. В пленках толщиной более 0,5 мкм при пробое возникают кратковременные электрические перенапряжения в несколько раз превосходящие величину напряжения пробоя.

**ПОЛИМЕРЫ; ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ПРОБОЙ; ПЛЕНКИ; КОНДЕНСАТОРЫ.**

Electrical breakdown structures of metal-polymer-metal differing nature and thickness of the polymer films was studied in this paper. Structures with films of polymethylmethacrylate, polycarbonate and polystyrene have been investigated. It has been found that the duration of current pulses detected in the breakdown of the polymer film does not exceed 500 ns. Nature polymeric dielectric does not affect the shape and parameters recorded in the breakdown of the current pulses. Importance has a film thickness. In the breakdown of the polymer films thicker than 0.5 microns having electrical overvoltage of short duration. Their value is several times greater than the magnitude of the breakdown voltage.

**POLYMERS; ELECTRICAL BREAKDOWN; FILMS; CAPACITORS.**

---

Структуры металл-полимер-металл (МПМ) находят применение в различных устройствах электронной техники, в частности, на их основе создаются пленочные полимерные конденсаторы, область применения которых в настоящее время чрезвычайно широка. Такие конденсаторы используются в устройствах бесперебойного питания, где они выполняют функции защиты питаемого устройства от любых сбоев в линии питания, в импульсных источни-

ках питания, преобразующих входное напряжение в постоянное напряжение нужной величины на выходе. Структуры МПМ являются неотъемлемой составляющей силовых металлопленочных конденсаторов, характеризующихся высокой энергоемкостью и предельно низкой собственной индуктивностью. При разряде такие конденсаторы способны генерировать короткие импульсы тока величиной более  $10^5$  А [1]. Время саморазряда конденсаторов с полимерным

диэлектриком велико и определяется только их конструктивными особенностями. Они длительное время способны сохранять заряженное состояние, поддерживая требуемое напряжение на устройстве.

Стремление к миниатюризации и увеличению энергоемкости приводит к необходимости использовать в качестве диэлектрических слоев тонкие полимерные пленки и эксплуатировать конденсаторы при высокой напряженности электрического поля 250–300 кВ/мм [1]. Поскольку электрическая долговечность (время до пробоя) полимерных диэлектриков экспоненциально снижается с ростом напряженности электрического поля [2], то вероятность пробоя полимерных пленок в сильных электрических полях резко возрастает, поэтому вопросы сохранения работоспособности электронных устройств при электрическом пробое МПМ структур приобретают первоочередное значение.

Электрический пробой развивается в локальной области полимерного диэлектрика, размеры которой в тонких полимерных пленках не превышают  $\sim 10$  мкм [3]. Особенностью пробивного тока является его очень быстрое (за время  $10^{-8}$ – $10^{-6}$  с) [4, 5] увеличение на несколько порядков величины. Причем, по оценкам, плотность тока в канале пробоя может достигнуть значительной  $\sim 10^6$  А/см<sup>2</sup> [3]. При протекании токов столь высокой плотности полимерный диэлектрик в канале пробоя подвергается термодеструкции, а стенки канала могут карбонизироваться, что приводит к короткому замыканию электродов.

Способность самовосстанавливаться после пробоя – одно из наиболее важных свойств пленочных конденсаторов. Реализовать ее удастся, когда в качестве электродов используются тонкие металлические пленки, нанесенные на поверхность полимерного диэлектрика в процессе вакуумного напыления металла. В таких МПМ структурах при пробое полимерной пленки тонкий слой металлизации вокруг канала пробоя испаряется, изолируя при этом место пробоя. В низковольтных конденсаторах для самовосстановления применяется разбивка поверхности металлизации на

небольшие сегменты, соединенные между собой тонкими перемычками. При пробое ток течет всего по нескольким перемычкам, соединяющим поврежденный сегмент с окружающими его целыми сегментами, что приводит к их разрушению и изоляции области пробоя. В результате самовосстановления конденсатор продолжает работать с незначительной потерей емкости [6, 7]. Очевидно, что реализация функции самовосстановления пленочных конденсаторов после пробоя позволяет значительно повысить надежность электронного устройства в целом, поскольку в процессе эксплуатации конденсатор может неоднократно пробиваться и восстанавливать свои функции.

Уменьшение емкости конденсатора после пробоя нельзя, по-видимому, считать единственным фактором, влияющим на работоспособность компонент радиоэлектронной аппаратуры. Выявление таких факторов следует рассматривать как первоочередную задачу. Однако решение ее осложнено тем, что особенности электрического разрушения МПМ структур на стадии электрического пробоя до сих пор изучены недостаточно хорошо.

В настоящей работе исследовалось развитие электрического пробоя в тонкопленочных полимерных диэлектриках. Объектами исследования служили МПМ структуры с пленками полиметилметакрилата (ПММА), поликарбоната (ПК) и полистирола (ПС). Полимерные пленки наносились на подложку из алюминиевой фольги методом центрифугирования из раствора указанных полимеров в дихлорэтане. При варьировании скорости вращения центрифуги и концентрации полимеров в растворе были получены пленки различной толщины: «тонкие» – толщиной 0,2–0,4 мкм и «толстые» – толщиной 0,8–1,5 мкм. Алюминиевая подложка использовалась в качестве одного из электродов (анода). Вторым электродом (катодом) служил вольфрамовый шарик диаметром около 2 мм. Использование шарообразного электрода позволяло точно локализовать место пробоя пленки.

Блок-схема экспериментальной установки, использованной для регистрации

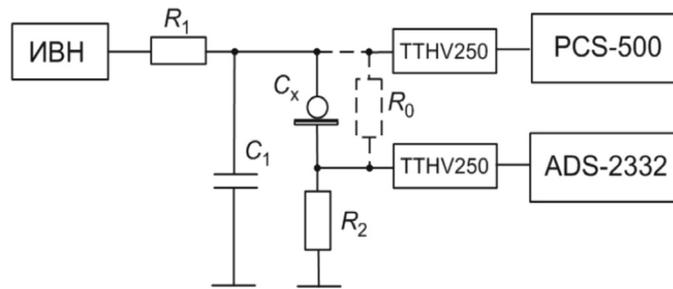


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки

пробоя полимерных пленок, представлена на рис. 1. От источника высокого напряжения (ИВН) медленно возрастающее напряжение подавалось на исследуемую МПМ структуру через ограничивающий резистор с большим сопротивлением  $R_1$ . Емкость  $C_x$  определялась «паразитной» емкостью монтажа и емкостью собственно МПМ структуры. Последовательно с исследуемой МПМ структурой был включен измерительный резистор с сопротивлением  $R_2$ . Параллельно цепочке  $R_2 C_x$  подключался дополнительный конденсатор емкостью  $C_1$ . Введение в измерительную схему этого конденсатора приводило к тому, что напряжение на резисторе  $R_2$ , возникающее при пробое полимерной пленки, определялось током разряда конденсатора  $C_1$ , протекающего через канал пробоя и сопротивление  $R_2$ .

Следует отметить, что сопротивление канала пробоя  $R_0$  (оно изображено на рисунке пунктирной линией) за очень короткий промежуток времени (соответствующий времени развития пробоя) уменьшалась на несколько порядков величины, вследствие чего на резисторе  $R_2$  формировался сложный импульсный сигнал. Он подавался на делитель напряжения ТТНВ250 (с граничной частотой 300 МГц) и затем поступал на вход цифрового осциллографа ADS-2332 (интервал дискретизации 1 нс). Напряжение на образце в момент пробоя измерялось с помощью цифрового регистратора PCS-500 и запоминалось.

В работе [8] показано, что используя характеристики зарегистрированного при пробое сигнала, можно расчетным путем определить величину и длительность тока пробоя.

В ходе электрических испытаний на пробой МПМ структур с различными полимерными диэлектрическими пленками было установлено, что их природа не оказывает заметного влияния ни на форму регистрируемых импульсов, ни на их параметры, однако толщина полимерной пленки имеет определяющее значение.

На рис. 2 представлены осциллограммы регистрируемых при пробое МПМ структур с «тонкими» (а) и «толстыми» (б) пленками ПММА. Они являются типичными для всех исследованных полимерных диэлектрических пленок.

Видно, что при пробое «тонких» пленок на измерительном резисторе  $R_2$  наблюдается резкий скачек напряжения до величины, примерно соответствующей величине пробивного напряжения  $U_{br}$  полимерной пленки, равному  $\sim 250$  В. Затем напряжение начинает уменьшаться по экспоненциальному закону с постоянной времени  $\sim 100$  нс. Длительность регистрируемого импульса составляет  $\sim 400$  нс. На спадающей ветви рассматриваемой осциллограммы наблюдаются затухающие со временем осцилляции, начальная амплитуда которых равна нескольким десяткам вольт.

При пробое «толстых» пленок осциллограммы имеют иной вид. Регистрируемый сигнал представляет собой осциллирующие затухающие колебания, удвоенная амплитуда которых в начальный момент времени равна  $\sim 3500$  В, т. е. в несколько раз превосходит величину  $U_{br} \approx 770$  В. Длительность регистрируемого импульса составляет  $\sim 400$  нс. Основная гармоника колебаний соответствует частоте  $\sim 140$  МГц.

Для сопоставления результатов экспе-

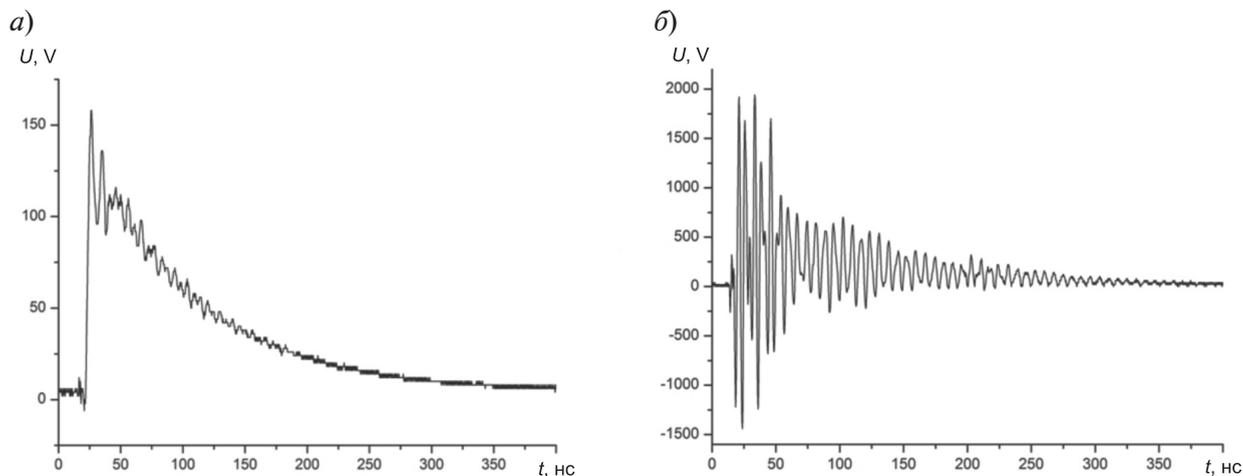


Рис. 2. Осциллограммы, регистрируемые при электрическом пробое «тонких» (а) и «толстых» (б) пленок ПММА

риментов, выполненных на МПМ структурах с полимерными диэлектриками, различающимися толщиной пленок и природой материала, удобно использовать коэффициент электрических перенапряжений  $k$ , определив его следующим образом:

$$k = \frac{U_{\max}}{U_{br}}$$

где  $U_{\max}$  соответствует величине удвоенной амплитуды сигнала, регистрируемого на измерительном сопротивлении  $R_2$  в момент пробоя полимерной пленки. На рис. 3 представлены значения этого коэффициента для полимерных пленок различной толщины.

Представленные на этом рисунке результаты подтверждают вывод о возникно-

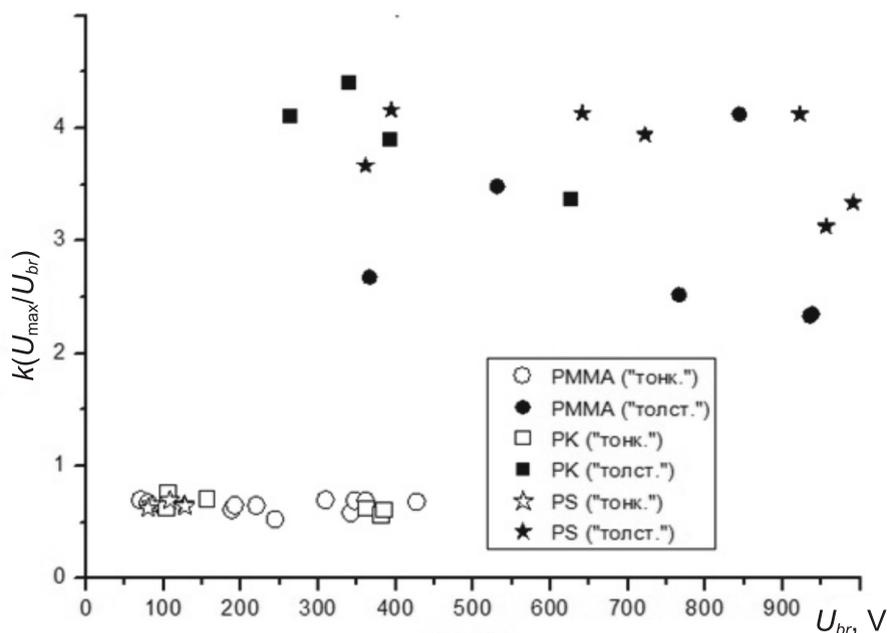


Рис. 3. Значения коэффициента электрических перенапряжений для полимерных пленок различной толщины и природы полимера

вении значительных электрических перенапряжений при пробое полимерных пленок толщиной более 0,5 мкм. В большинстве случаев при пробое таких пленок значение  $k$  составляло 2–5.

Авторами [8] выполнен анализ эквивалентной схемы, соответствующей измерительной схеме, используемой в данной работе. Он показал, что наблюдаемое различие в характере пробоя пленок неодинаковой толщины может быть обусловлено только различием в величинах сопротивления канала пробоя  $R_0$  этих пленок. Выяснение его физической причины является предметом дальнейших исследований.

Таким образом, изложенное выше позволяет сделать весьма важный для практики вывод о том, что каждый электрический пробой пленочных полимерных конденсаторов, толщина полимерных пленок в которых превышает 0,5 мкм, может приводить к возникновению кратковременных (длительностью ~100 нс) электрических перенапряжений на других элементах электронной схемы. Их величина в несколько раз превышает рабочее напряжение данного устройства. Подобные перенапряжения способны инициировать выход из строя других компонент электронной схемы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ермилов И.В. Современные импульсные высоковольтные конденсаторы с пленочным диэлектриком // Электронные компоненты. 2005. № 4. С. 37–44.
2. Закревский В.А., Сударь Н.Т. Влияние объемного заряда на закономерности электрического разрушения полимеров // Журнал технической физики. 1996. Т. 66. Вып. 4. С. 105–113.
3. Веттегрень В.И., Закревский В.А., Смирнов А.Н., Сударь Н.Т. Образование проводящего канала в полимерной диэлектрической пленке под влиянием электрического поля // Физика твердого тела. 2010. Т. 52. № 8. С. 1650–1655
4. Hikita M., Kanno I., Sawa G., Ieda M. Consideration on Filamentary Thermal Breakdown by Measuring Pre-Breakdown Current in Solid

Dielectrics // Jpn. J. Appl. Phys. 1985. Vol. 24. No. 8. Pp. 984–987.

5. Dissado L.A., Fothergill J.C. Electrical Degradation and Breakdown in Polymers. London: Peter Peregrinus, 1992.

6. Шишкин С.А. Обеспечение функции самовосстановления силовых металлопленочных конденсаторов // Силовая электроника. 2005. № 4. С. 8–10.

7. Самойлова М. Пленочные конденсаторы AVX/TPC // Компоненты и технологии. 2007. № 5. С. 30–34.

8. Пахотин В.А., Закревский В.А., Сударь Н.Т. Об измерении тока электрического пробоя диэлектриков // Журнал технической физики. 2015. Т. 85. Вып. 8. С. 40–45.

#### REFERENCES

1. Yermilov I.V. Sovremennyye impulsnyye vysokovoltnyye kondensatory s plenochnym dielektrikom [Modern pulsed high-voltage capacitors with a dielectric film]. *Elektronnyye komponenty* [Electronic Components], 2005, No. 4, Pp. 37–44. (rus)
2. Zakrevskiy V.A., Sudar N.T. Vliyaniye obyemnogo zaryada na zakonomernosti elektricheskogo razrusheniya polimerov [Effect of space charge on the patterns of electrical destruction of polymers]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki* [Technical Physics], 1996, Vol. 66, No. 4, Pp. 105–113. (rus)
3. Vettegren V.I., Zakrevskiy V.A., Smirnov A.N., Sudar N.T. Obrazovaniye provodyashchego kanala v polimernoy dielektricheskoy plenke pod vliyaniem elektricheskogo polya [Electric-field-induced formation of a conducting channel in a dielectric polymer film]. *Fizika tverdogo tela*

[Physics of the Solid State], 2010, Vol. 52, No. 8, Pp. 1650–1655. (rus)

4. Hikita M., Kanno I., Sawa G., Ieda M. Consideration on Filamentary Thermal Breakdown by Measuring Pre-Breakdown Current in Solid Dielectrics. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 1985, Vol. 24, No 8, Pp. 984–987.

5. Dissado L.A., Fothergill J.C. *Electrical Degradation and Breakdown in Polymers*. London: Peter Peregrinus, 1992.

6. Shishkin S.A. Obespecheniye funktsii samovosstanovleniya silovyykh metalloplenochnykh kondensatorov [Providing self-healing function of power metal-film capacitors]. *Silovaya elektronika* [Power electronics], 2005, No. 4, Pp. 8–10. (rus)

7. Samoylova M. Plenochnyye kondensatory AVX/TPC [Film capacitors AVX/TPC]. *Komponenty i tekhnologii* [Components & Technologies], 2007,

No. 5, Pp. 30–34. (rus)

8. **Pakhotin V.A., Zakrevskiy V.A., Sudar N.T.** Ob izmerenii toka elektricheskogo proboya dielektrikov

[Measurement of breakdown current in dielectric materials]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki [Technical Physics]*, 2015, Vol. 85, No. 8, Pp. 40–45. (rus)

---

**СУДАРЬ Николай Тобисович** – профессор кафедры интегральной электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, доктор физико-математических наук.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: sudar53@mail.ru

**SUDAR Nikolay T.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: sudar53@mail.ru

**ЕГОРЫЧЕВ Николай Леонидович** – студент кафедры интегральной электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: nscoor@gmail.com

**EGORICHEV Nikolay L.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: nscoor@gmail.com

**ЗАКРЕВСКИЙ Владимир Александрович** – главный научный сотрудник Физико-технического института имени А.Ф. Иоффе РАН, доктор физико-математических наук.

194021, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 26.

E-mail: V.Zakrevsky@mail.ioffe.ru

**ZAKREVSKII Vladimir A.** *Ioffe Physical Technical Institute of the Russian Academy of Sciences.*

194021, Polytekhnikeskaya Str. 26, St. Petersburg, Russia.

E-mail: V.Zakrevsky@mail.ioffe.ru

**ПАХОТИН Владимир Александрович** – старший научный сотрудник Физико-технического института имени А.Ф. Иоффе РАН, доктор технических наук.

194021, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 26.

E-mail: v.pakhotin@mail.ioffe.ru

**PAKHOTIN Vladimir A.** *Ioffe Physical Technical Institute of the Russian Academy of Sciences.*

194021, Polytekhnikeskaya Str. 26, St. Petersburg, Russia.

E-mail: v.pakhotin@mail.ioffe.ru



# Моделирование вычислительных, телекоммуникационных, управляющих и социально-экономических систем

DOI: 10.5862/JCSTCS.241.5

УДК 519.876.5, 004.896:621.865

*С.Г. Попов, Д.Е. Моторин*

## **ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ИНДИВИДУАЛЬНОЙ И ГРУППОВОЙ СТРАТЕГИЙ ДВИЖЕНИЯ АВТОНОМНЫХ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ НА ДИНАМИЧЕСКОЙ КАРТЕ**

*S.G. Popov, D.E. Motorin*

### **RESEARCH OF THE ALGORITHMS OF INDIVIDUAL AND GROUP MOVEMENT STRATEGIES OF AUTONOMOUS MOBILE ROBOTS ON A DYNAMIC MAP**

Рассмотрено решение задачи движения двух роботов к цели с использованием алгоритмов индивидуальной и групповой стратегий достижения цели на динамической географической карте с изменяемыми параметрами радиуса беспроводной связи и области видимости каждого робота. Предложены распределенные алгоритмы выбора пути, с помощью которых роботы, обладающие ограниченной информацией, совместно решают задачу движения к цели пути. Программная реализация и исследование качества функционирования алгоритмов выполнено в среде MatLab. Показано, что в условиях высокой плотности заполнения карты препятствиями и высокой динамики эффективной оказывается групповая стратегия достижения цели. Результаты исследования могут использоваться для моделирования индивидуального и группового движения роботов в условиях ограниченной радио- и визуальной видимости в динамической среде.

**ГРУППА РОБОТОВ; ИНДИВИДУАЛЬНАЯ СТРАТЕГИЯ УПРАВЛЕНИЯ; ГРУППОВАЯ СТРАТЕГИЯ УПРАВЛЕНИЯ; ДИНАМИЧЕСКАЯ КАРТА; АЛГОРИТМ ДВИЖЕНИЯ; МОДЕЛИРОВАНИЕ.**

The paper considers the solution to the problem of two robots moving towards the target using the algorithm of individual and group strategy motion on a dynamic terrestrial map with variable parameters of the wireless connection radius and the visibility radius. The authors offer a distribution algorithm of path selection which helps robots using limited information to solve the problem of moving towards the target together. MatLab was used for programming and analyzing the algorithms. The results of the simulation show that the group strategy is more effective with a high density of the obstacles on the map and a high dynamic. The results can be used for simulating the individual and group strategies of movement in the conditions of limited radio and visual radius in a dynamically changing environment.

**GROUP OF ROBOTS; INDIVIDUAL CONTROL STRATEGY; GROUP CONTROL STRATEGY; DYNAMIC MAP; MOTION ALGORITHM.**

Решение задачи координированного перемещения автономных роботов в целевую точку предполагает выбор из двух подхо-

дов: индивидуального и группового управления [10]. При индивидуальном управлении группа роботов воспринимается как

совокупность отдельных объектов, каждый из которых движется по собственным траекториям. При групповом способе роботы решают задачу движения сообща и выстраивают общую траекторию движения.

Примерами группового движения роботов является автоматизированное движение при наличии человека оператора, задающего целевую точку в реальном масштабе времени, оптимальное движение до которой рассчитывает группа [1], алгоритмы, ориентированные на поддержание строгой иерархии подчинения роботов [2] или поддержание строя при движении в группе [3–6]. Эти алгоритмы ориентированы на заранее сформированную группу, уделяют внимание поддержанию формы строя и рассматривают задачу смены лидера, обеспечивая функционирование группы на тактическом уровне. Реализации [7, 8], в которых роботы двигаются в статической среде, карта которой не изменяется, ограничиваются однократным построением маршрутов.

При движении в динамической среде важной задачей является использование общей карты местности [9], предполагающей решение задачи предварительной оценки достижимости цели средствами серверной стороны. Авторами рассмотрена ситуация, в которой географическая карта меняется с течением времени, и предложены индивидуальная и групповая стратегии управления движением роботов. В этом случае цель управления состоит в нахождении и реализации такой индивидуальной или согласованной последовательности действий каждого робота, при которых будет достигнута конечная цель пути всеми роботами группы за минимальное время. Предложенные алгоритмы будут использованы для предварительного планирования движения роботов на динамической карте, а система моделирования позволит оценить применимость стратегии индивидуального или группового управления в зависимости от конкретных свойств роботов и интенсивности изменения внешней среды.

#### Постановка задачи

Цель работы – анализ эффективности

применения групповой и индивидуальной стратегии движения роботов к целевой точке маршрута в условиях динамической карты, ограниченной области видимости сенсоров и радиуса связи каждого робота.

Рассмотрим дискретную карту, по которой движутся из начальных точек  $k$  гомогенных роботов. Размер карты  $(m \times n)$ , размер каждой ячейки карты соответствует габаритным размерам робота. Любая ячейка карты может принимать значения 0 – запрещенная зона, 1 – разрешенная для прохода зона. С частотой  $\omega$  для каждого периода времени ячейка карты  $E_{i,j}$  может менять значение  $0 \rightarrow 1$  или  $1 \rightarrow 0$ .

У каждого робота зафиксирована начальная точка его расположения и конечная точка маршрута  $Z(z_1, \dots, z_k)$ . Будем считать, что роботы движутся в одну точку  $z$ .

Группа роботов  $R = \{R_1, R_2, \dots, R_k\}$  движется по дискретной карте. Каждый робот  $R_i$  обладает приемопередающим устройством с радиусом связи  $r_{Ci}$ . Причем для рассматриваемой задачи  $r_{C1} = r_{C2} = \dots = r_{Ck} = r_C = \text{const}$ . Также каждый робот обладает радиусом видимости местности  $r_{Bi}$ . Для рассматриваемой задачи  $r_{B1} = r_{B2} = \dots = r_{Bk} = r_B = \text{const}$ . Будем рассматривать роботов всегда исправных и движущихся с одинаковой скоростью  $v$ .

В начальный момент времени  $t = 0$  движения робот  $R_i$  получает точную карту территории  $E^{m \times n}(t_0)$ . С течением времени карта меняется, робот может актуализировать карту, при этом в имеющейся у робота карте  $R_i(E_i^{m \times n}(t_h))$  область  $E_i^{Ri, rBi}$  заменяется на актуальную с радиусом  $r_{Bi}$  и центром в точке его расположения. Пара роботов, находящаяся на расстоянии не более  $r_{Ci}$ , образует канал связи друг с другом, и  $i$ -й робот получает актуальную информацию о местности от  $j$ -го, то есть они обмениваются актуальными областями  $E_j^{Rj, rBj}$ . Актуализация областей видимости карты производится с частотой изменения карты  $\omega$  каждого робота.

Целью движения группы роботов является достижение конечной точки траектории  $z$  за минимальное время  $R\{p_1, p_2, \dots, z\} \rightarrow \min$ , что может быть достигнуто реализацией двух стратегий: индиви-

дуального и группового движения. В этих стратегиях состояние «робот-среда» описывается [10] как

$$S(t) = \langle R_1(t), R_2(t), E(t) \rangle,$$

но во встроенной системе управления робота состояние «робот-среда» будет описываться как

$$S(t) = \langle R_1(t), R_2(t), E^*(t) \rangle,$$

что вызвано ограниченным диапазоном актуализации карты роботом. Карта  $E^*(t)$  будет обновляться только в областях  $E_j^{R_i, r_{Bi}}$ . При индивидуальной стратегии управления или при отсутствии связи при групповом управлении у каждого робота будет своя карта  $E^*(t)$ .

За коллизию при движении роботов принимается: пересечение траектории движения со стеной, занятость целевой точки маршрута или одновременное пересечение траекторий с другим роботом. Коллизии встречи с препятствиями разрешаются на этапе построения кратчайшего маршрута с обходом препятствий. Коллизия занятости конечной точки маршрута одним роботом предполагает перемещение второго робота в ближайшую свободную точку рядом с целевой.

*Стратегия индивидуального управления.* Траектория движения каждого робота суть последовательность перемещений  $R_i\{p_{i1}, p_{i2}, \dots, z_i\}$ . При индивидуальной стратегии управления разрешение коллизий во время движения происходит по информации о видимых изменениях в области  $E_i^{R_i, r_{Bi}}$ . При попадании в радиус видимости робота  $r_{Bi}$  другого робота последний воспринимается как препятствие.

*Стратегия группового управления.* Траектория движения робота будет представлять собой последовательность перемещений  $R_i\{p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ig}, p_{o(g+1)}, \dots, z_i\}$ , где  $\{p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ig}, \dots\}$  — последовательность перемещений робота до точки сбора для движения в группе,  $\{\dots, p_{o(g+1)}, \dots, z_i\}$  — последовательность движения группы роботов,  $g$  — момент встречи роботов,  $z_i$  — ближайшая к  $z$  точка, занятая роботом.

При групповой стратегии управления разрешение коллизий во время движения

происходит по информации, полученной по каналам связи при  $r_{Ci}$  и видимости при  $r_{Bi}$ . При наличии связи роботы согласуют траектории движения, а в области, где  $r_{Bi} > r_{Ci}$ , применяется способ разрешения коллизий индивидуальной стратегии.

### Методика индивидуального и группового управления роботами

Для решения задачи предложена модель индивидуального и группового управления двумя роботами в динамической среде.

*Индивидуальная стратегия управления.* При индивидуальной стратегии управления рассматриваются два автономных робота без средств связи, с координатами  $R_1(t) = [x_1, y_1]$  и  $R_2(t) = [x_2, y_2]$ , движущихся в среде  $E(t)$ , изменяющейся с частотой  $\omega$ . Оба робота имеют набор операций движения:

$$A_i \subset \{x_i(t) + 1, y_i(t) + 1, x_i(t) - 1, y_i(t) - 1, x_i(t), y_i(t)\}, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Автономный робот обладает картой  $E_i^*(t)$ , представляющей собой карту местности, обновляемую с частотой  $\omega$  в области  $E_i^{R_i, r_{Bi}}$ .

Роботы должны прибыть в точку с координатами  $z_{11}(x_{11}, y_{11})$ . Каждый робот построит свою траекторию движения  $\{p_{11}, p_{12}, \dots, z_{2h1}\}$  и  $\{p_{21}, p_{22}, \dots, z_{2h2}\}$ , причем прибытие в конечную точку может быть в разное время  $h_1 \rightarrow \min$  и  $h_2 \rightarrow \min$ . При этом получение информации о расположении второго робота будет происходить только в том случае, когда он попадает в область видимости робота  $E_i^{R_i, r_{Bi}}$ .

*Групповая стратегия управления.* При групповой стратегии управления рассматриваются два автономных робота с возможностью кооперативной работы:

$$R_i(t) = [x_i(t), y_i(t), cr_i(t), gr_i(t), gl_i(t)]^T, \quad (2) \\ i = 1, 2,$$

где  $x_i(t), y_i(t)$  — координаты  $i$ -го робота в момент времени  $t$ ;  $cr_i(t)$  — маркер канала связи;  $gr_i(t)$  — маркер группы ( $i$ -й робот находится в группе);  $gl_i(t)$  — маркер ведущего группы, что означает, что  $i$ -й робот является лидером группы.

Каждый робот имеет множество до-

пустимых действий (1) и карту местности  $E_i^*(t)$ , обновляемую с частотой  $\omega$  в области собственной видимости  $E_i^{Ri,rBi}$  и при наличии канала связи в области второго робота  $E_j^{Rj,rBj}$ .

При использовании такой стратегии первая цель роботов – организация группы:

$$gr_1(t) \wedge gr_2(t)=1, \quad (3)$$

т. е. каждый робот выставил маркер присоединения к группе

$$(gl_1(t) \leftrightarrow gl_2(t))=1. \quad (4)$$

Это значит, что один из роботов принял лидерство, а второй будет за ним следовать. Для этого каждый робот, имея начальную информацию, полученную в момент времени  $t = 0$ , строит траекторию для образования группы  $(p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{ig})$ .

При движении навстречу друг к другу сокращается расстояние между роботами, и при условии

$$\sqrt{(x_1(t) - x_2(t))^2 + (y_1(t) - y_2(t))^2} < r_c, \quad (5)$$

возможен обмен фрагментами карты и местоположениями, т. е. помимо собственного обзора робот получает актуальную область  $E_j^{Rj,rBj}$ .

При выполнении условия (5) каждый робот определяет расстояние до точки  $z$ . На основании полученных данных разрешаются равенства (3) и (4), после чего из текущего положения определяется траектория движения до конечной точки  $\{p_{ig}, \dots, z\}$  и точка встречи  $g'$  с учетом новой информации о карте и втором члене группы  $\{p_{\text{текущее}}, \dots, p_{ig}\}$ . В случае невозможности достижения точки встречи  $g'$  каждый робот начинает движение согласно индивидуальной стратегии управления.

При групповой стратегии управления время достижения точки  $z$  будет одинаковым у каждого члена группы.

#### Алгоритмы стратегий управления

Алгоритм индивидуальной стратегии управления реализуется последовательно блоками актуализации области карты, расчета траектории движения и разрешения коллизий. Блок-схема алгоритма пред-

ставлена на рис. 1 б. При индивидуальной стратегии у роботов отсутствует связь друг с другом и они не могут заранее договориться о последовательности совместных действий. В этом случае коллизия столкновения может быть разрешена в области видимости:

$$\sqrt{(x_1(t) - x_2(t))^2 + (y_1(t) - y_2(t))^2} < r_b, \quad (8)$$

т. е. видимый робот воспринимается как препятствие, которое необходимо обходить.

Алгоритм групповой стратегии реализуется в три этапа: движения роботов для образования группы, образования группы и совместного движения к цели. Блок-схема алгоритма групповой стратегии управления представлена на рис. 1 а. Для поиска оптимальных путей  $\{p_{i1}, \dots, z\}$  на каждом шаге алгоритмов используется волновой алгоритм Ли с четырехсвязной областью достижимости.

Этап построения траектории движения для образования группы начинается в момент времени  $t = 0$ , когда каждый робот получает точную карту  $E_i^*(0) = E(0)$  с расположением препятствий и положением второго робота. Если роботы видят друг друга или между ними установлена радиосвязь, они обязательно встретятся, потому что они непрерывно обмениваются текущими координатами друг друга, и этап установления группы всегда завершается успешно. В случае если расстояние между роботами больше радиуса связи, и они не видят друг друга, оба робота строят свои траектории движения навстречу друг к другу исходя из возможных действий  $A_i$ . Так как на начальном этапе роботы пользуются идентичной информацией, то и проложенные ими пути будут совпадать. Середина планируемого пути принимается за точку встречи. Точка встречи остается неизменной в связи с тем, что после первого шага положение одного робота не известно другому, т. к. его траектория искажается возникающими и исчезающими препятствиями. Каждый робот движется к точке встречи, огибая возникающие препятствия. Если путь до точки встречи не может быть построен, или не достигнут за число шагов больше чем  $2n$ ,

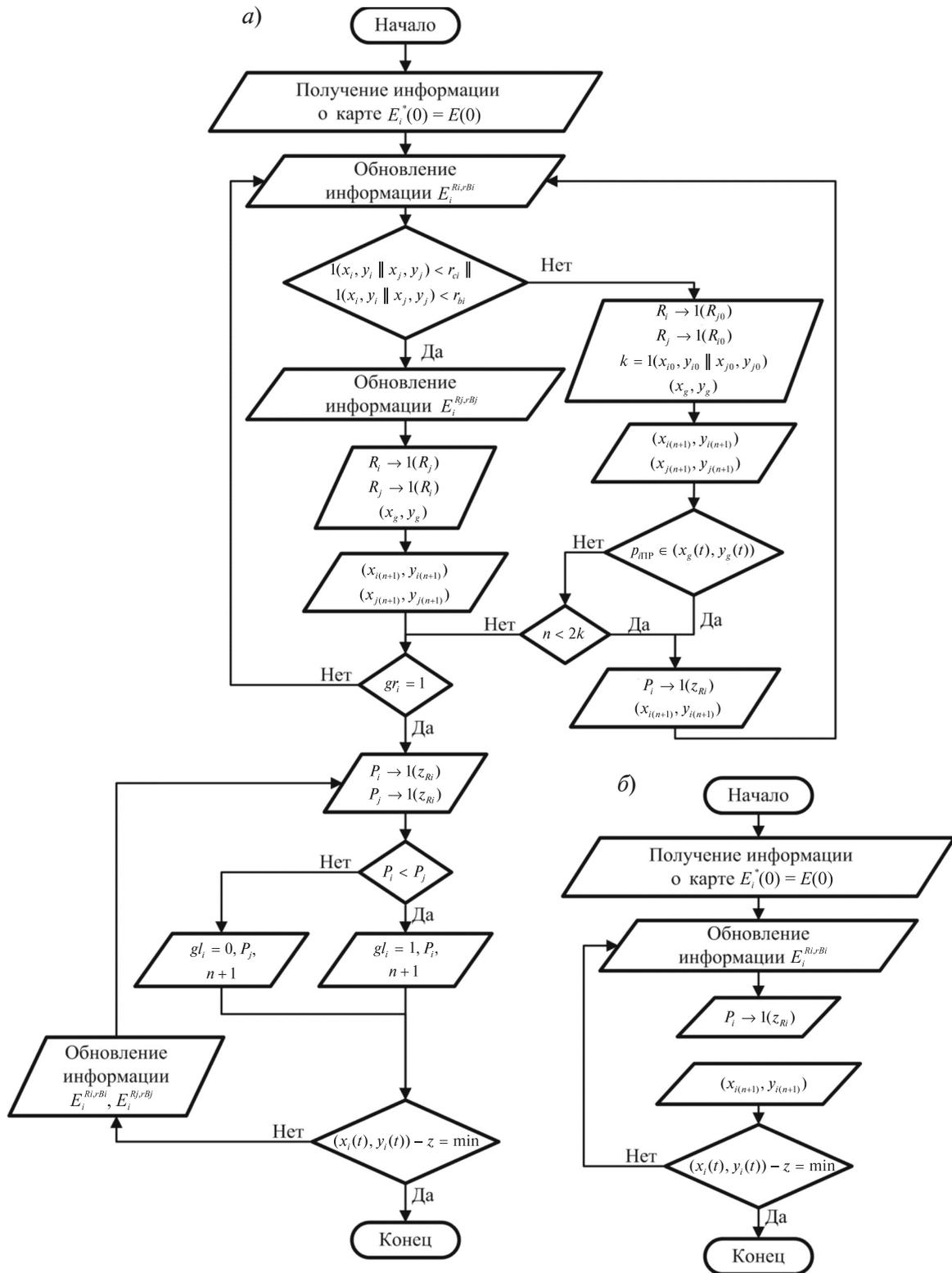


Рис. 1. Блок-схема алгоритмов:

*а* – алгоритм групповой стратегии управления; *б* – алгоритм индивидуальной стратегии управления ( $p_{пп}$  – пройденный на данный момент путь,  $P_i$  – вектор координат рассчитанной траектории)

где  $n$  – кратчайшее расстояние между начальной точкой и точкой встречи, то этап движения к точке встречи прерывается, и реализуется индивидуальная стратегия достижения цели. Если в процессе движения будет установлена радиосвязь или роботы увидят друг друга, они продолжают выполнять этап создания группы в условиях наличия связи. Если связь так и не налажена, каждый робот по достижении планируемой точки встречи приостанавливает этап построения группы и начинает реализацию индивидуальной стратегии движения к цели, сохраняя возможность образования группы при появлении связи. Повторное образование группы считается целесообразным, если время движения для объединения в группу меньше, чем наибольшее время индивидуальной стратегии.

Группа считается созданной в момент, когда роботы заняли соседние клетки, образовали плотную группу и далее будут двигаться с минимальной дистанцией. Увеличение дистанции между роботами может привести к появлению препятствия между ними, вызвать распад группы, потребовать возврата на этап образования группы, что приведет к удлинению траектории и увеличению времени достижения цели. Выбор ведущего осуществляется путем сравнения расстояния от роботов до цели. Ведущим становится робот, у которого расстояние до цели меньше. В ходе движения этап выбора ведущего и ведомого может повторяться в зависимости от изменения положения препятствий на карте. После образования группы реализуется этап совместного движения к цели.

Этап группового движения к заданной точке состоит в непрерывном построении пути ведущим и ведомым роботами. Из двух траекторий выбирается кратчайшая, по которой и осуществляется движение. Если путь невозможно построить, то группа останавливается и ждет появления пути. Цель считается достигнутой, если ведущий робот достиг целевой точки, а ведомый находится в окрестности, ограниченной от целевой четырехсвязной областью. Предложенные стратегии сочетают групповую и индивидуальную стратегии движения, что

обеспечивает реализацию кооперативных действий в условиях изменяющейся карты местности.

### **Реализация среды моделирования и алгоритмов управления движением роботов**

Для исследования эффективности функционирования алгоритмов разработана и реализована программная среда, состоящая из четырех модулей: управления глобальной картой, взаимодействия и управления с алгоритмами роботов и алгоритма движения робота.

Модуль управления и отображения глобальной карты предназначен для моделирования свойств внешней среды и позволяет определять: размер карты, процент заполнения карты препятствиями, частоту изменения препятствий и длительность моделирования. В функции модуля входит: создание, отображение и пошаговое изменение карты.

Модуль взаимодействия с алгоритмами роботов определяет положение роботов на глобальной карте на каждом шаге: расстояние между роботами, наличие визуальной видимости и радиосвязи, вычисление динамической области видимости, передача данных в алгоритмы управления роботами, отображение новых положений на глобальной карте.

Модуль управления алгоритмами движения роботов обеспечивает передачу в алгоритм начальных точек движения роботов, целевой точки маршрута, радиусов видимости и радиосвязи, полной карты в начале моделирования и динамической области видимости с положением второго робота на каждом шаге. Модуль получает от алгоритма координаты следующей точки и признак достижения цели.

Модуль алгоритма движения реализует алгоритм, представленный на рис. 1. При получении управления алгоритм выполняет один шаг: вычисляет новые координаты робота, а затем возвращает управление модулю управления алгоритмами для обновления состояния среды.

Структурная схема модулей программной среды приведена на рис. 2.

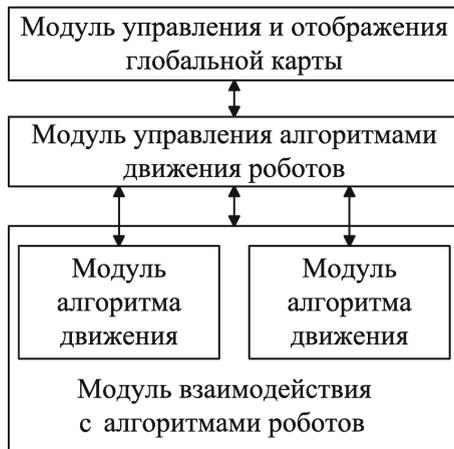


Рис. 2. Структурная схема среды моделирования управления движением роботов

Цикл моделирования состоит в последовательном вызове модулей с реализацией пошагового режима алгоритма движения. Выполнение цикла моделирования прекращается в момент, когда роботы достигнут цели, или модельное время превысит 200 единиц — в этом случае задача считается невыполненной.

Программная реализация среды моделирования и алгоритмов выполнена в среде

MatLab версии 2013b. Для хранения глобальной и локальных карт использована матрица, каждый модуль реализован набором функций. Передача данных осуществлена вызовом с параметрами и возвратом значений. Визуализация моделирования осуществлена с помощью динамического интерфейса, реализованного последовательным выводом данных функцией `subplot()`. По окончании каждого цикла моделирования процент заполнения карты, число шагов, число роботов, достигших цели, признак объединения в группу, процент заполнения и интенсивность изменения карты сохранялись в выходном файле. Пример интерфейса среды моделирования приведен на рис. 3.

### Условия проведения и результаты экспериментов

Исследование алгоритмов индивидуальной и групповой стратегий движения роботов осуществлялось запуском среды моделирования с последовательным перебором значений радиуса связи, области видимости роботов и процентом заполнения карты препятствиями. Для каждой комбинации

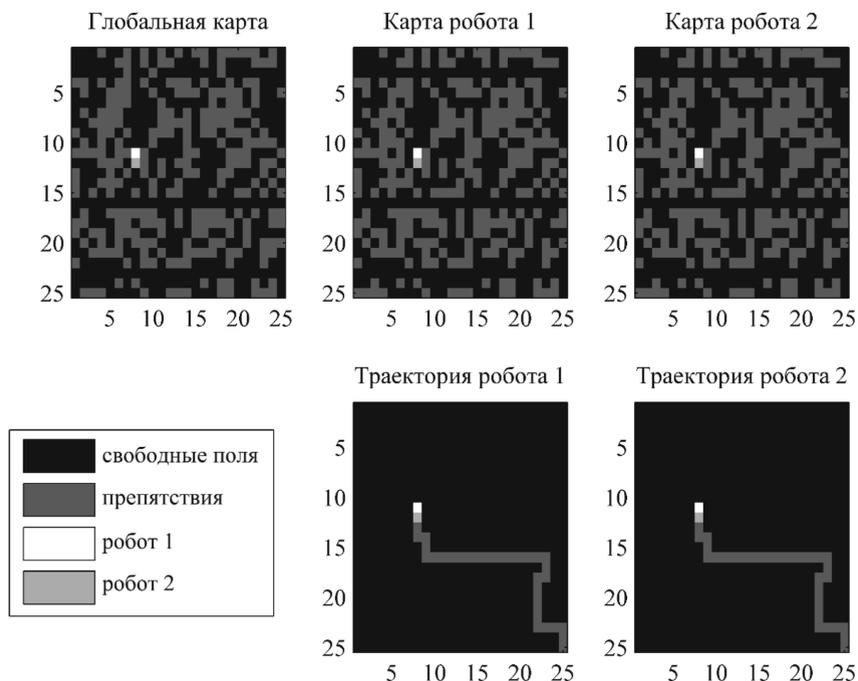


Рис. 3. Пример интерфейса программы в процессе эксперимента

Параметры тестирования среды моделирования и алгоритмов

Параметр или константа	Значение
Размер карты, ед. <sup>2</sup>	25
Радиус связи, ед.	3, 5, 10, 25
Радиус видимости, ед.	1, 5
Заполнение карты препятствиями, %	0–60 с шагом 5
Число роботов, шт.	2
Максимальное число шагов моделирования, шт.	200
Стратегия движения	Индивидуальная, групповая

значений параметров цикл моделирования выполнялся сто раз. Значения параметров приведены в таблице.

Для оценки алгоритма использована карта размером 25×25 клеток, начальными точками траектории роботов выбраны правый верхний и левый нижний углы карты. Цель роботов – точка в правом нижнем углу. В ходе моделирования для групповой стратегии управления произведено 9600 повторений при различном процентном заполнении карты препятствиями, радиусом связи и радиусом обзора роботов. Для индивидуальной стратегии управления произведено 2400 повторений при различном процентном заполнении карты препятствиями и радиусом обзора роботов.

Зависимость времени выполнения задания  $t_b$  при индивидуальной стратегии движения от процента заполнения карты  $\beta$  при

различных значениях радиуса обзора  $r_{Bi} = 1; 5$  представлена на рис. 4. Из рисунка видно, что при увеличении радиуса обзора робота  $r_{Bi}$  время достижения цели уменьшается за счет более раннего построения траектории в обход другого робота и препятствий, благодаря увеличению области карты с достоверной информацией о среде.

Рис. 5 демонстрирует характер зависимости времени достижения цели от радиусов связи и видимости при  $r_{Ci} = 3; 5; 10; 25$  и  $r_{Bi} = 1$ . Так увеличение радиуса связи ведет к уменьшению времени достижения цели. Такой эффект связан с тем, что роботы на этапе формирования группы при движении друг к другу получают увеличенный фрагмент актуальной карты тем раньше, чем больше радиус связи. Особенно этот эффект сказывается в случае  $r_{Ci} = 25$ , когда вся карта доступна каждому роботу на про-

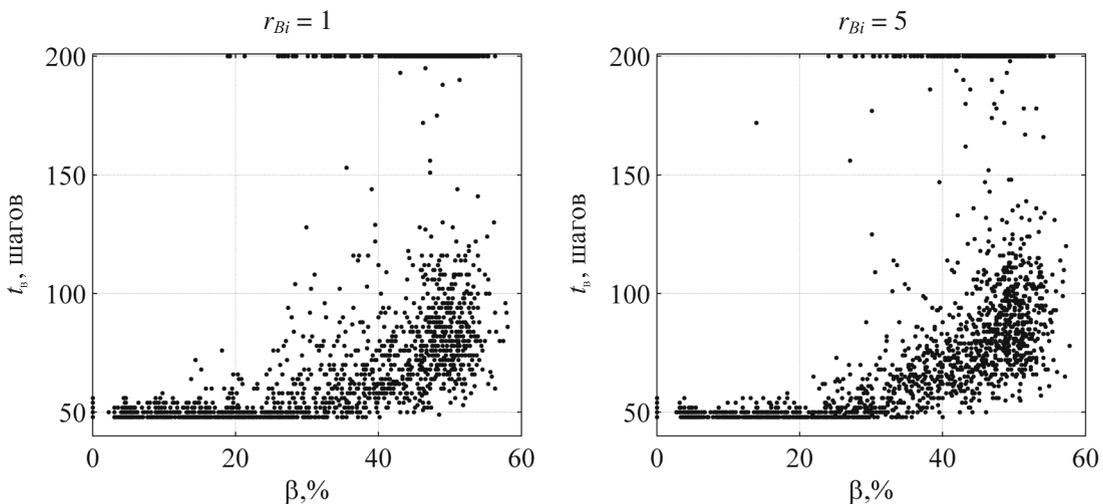


Рис. 4. Результаты моделирования времени выполнения задания для индивидуальной стратегии управления ( $r_{Bi} = 1; 5$ )

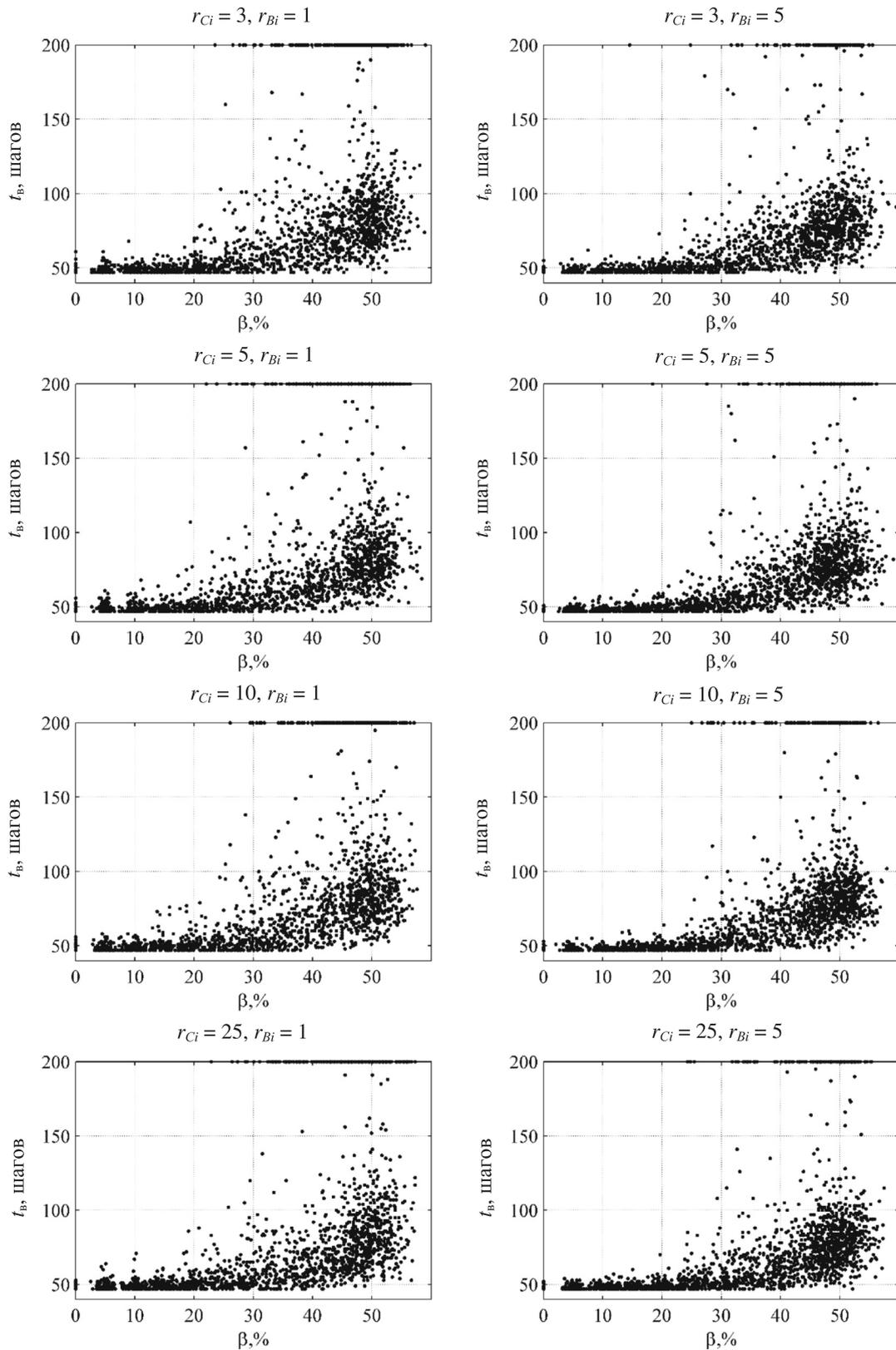


Рис. 5. Результаты моделирования групповой стратегии управления ( $r_{Ci} = 3;5;10;25$  и  $r_{Bi} = 1;5$ )

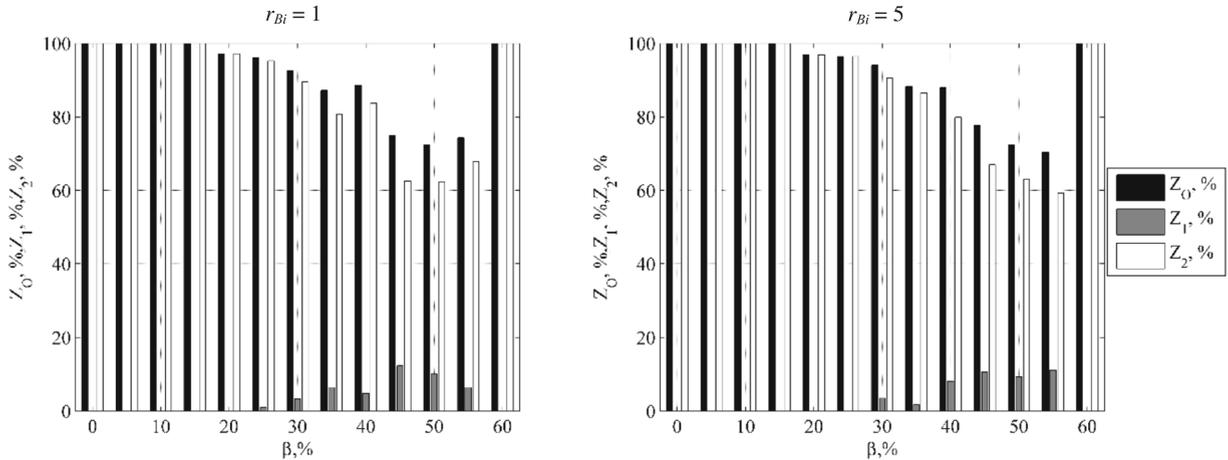


Рис. 6. Гистограммы распределения вероятности достижения цели при индивидуальной стратегии управления:  
 $Z_0$  – хотя бы одним роботом;  $Z_1$  – одним из роботов;  $Z_2$  – двумя роботами при  $r_{Bi} = 1; 5$

тяжении всего времени движения.

Сравнивая эффективность групповой и индивидуальной стратегии, можно сделать вывод, что процент заполнения карты препятствиями определяет эффективность применения стратегии: при заполнении карты препятствиями до 20 % достижение цели при групповом управлении требует больше времени. Это связано с затратами времени на образование группы, когда роботы движутся навстречу друг к другу. При заполнении карты препятствиями более чем на 20 % ситуация становится обратной: в этом случае сумма времён образования группы и движения к цели групповой стратегии становится меньше, чем максимальное время достижения цели любым из роботов при реализации индивидуальной стратегии.

Вероятности достижения целевой точки при различном заполнении карты препятствиями в индивидуальной и групповой стратегиях представлены на рис. 6 и 7 соответственно. Для построения гистограмм обобщены результаты с шагом в 5 % при условии заполнения карты препятствиями  $\beta$  от нуля до 60 %.

Из гистограммы на рис. 6 видно, что начиная с 20 % заполнения карты препятствиями, вероятность достижения цели как двумя, так и одним роботом снижается на 5 % за шаг, что связано с нахождением в

среднем более длинного кратчайшего пути на каждом шаге робота. Увеличение радиуса видимости не приводит к увеличению вероятности достижения цели, т. к. другой робот воспринимается при построении пути как еще одно препятствие.

Анализ гистограмм на рис. 7 при  $r_{Ci}$  равном 10 выявляет повышение вероятности достижения цели в среднем на 5,08 % при изменении  $r_{Bi}$  от единицы до пяти, а при фиксированном  $r_{Bi}$  равном единице увеличение радиуса связи с трех до 25 приводит к увеличению средней вероятности достижения цели только на 1,59 %, что связано с малым размером области обмена актуальной картой каждого робота.

В работе исследованы два алгоритма индивидуального и группового движения группы роботов к целевой точке. Особенности алгоритмов являются непрерывные проверка возможности образования группы и поддержание кратчайших путей достижения целевой точки каждым роботом.

Нами предложена среда моделирования с использованием алгоритмов движения роботов, обеспечивающая функционирование алгоритмов в условиях изменения числа препятствий, интенсивности изменения обстановки, коммуникационных и сенсорных возможностей роботов в группе. Результаты моделирования показывают, что на более

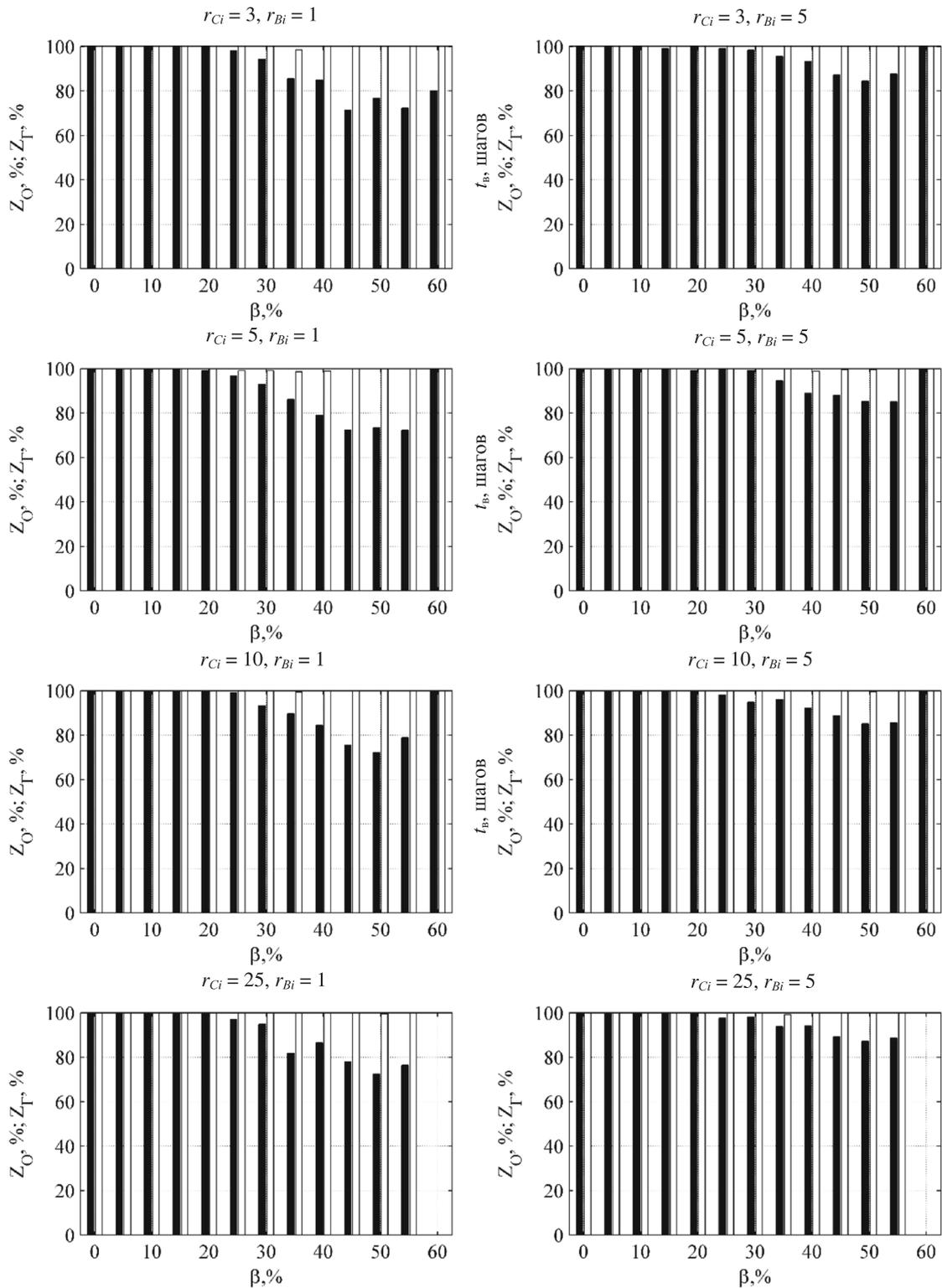


Рис. 7. Гистограммы распределения вероятности достижения цели при групповой стратегии управления:

$Z_O$  – достижение цели;  $Z_T$  – объединения в группу при  $r_{Ci} = 3; 5; 10; 25$  и  $r_{Bi} = 1; 5$

■  $Z_O, \%$ ; □  $Z_T, \%$

плотно заполненных и интенсивно изменяющихся картах предложенная групповая стратегия эффективнее индивидуальной, а рост радиуса связи без увеличения радиуса области видимости не ведет к сокращению времени достижения цели.

Продолжением работы может стать обеспечение индивидуальных значений параметров сенсоров и коммуникационных средств, индивидуализация карт местности для каждого из роботов, моделирование

отказов транспортной коммуникационной или сенсорной подсистем, формирование нескольких критериев качества достижения цели, к которым относятся минимизация затраченной при движении энергии или выбор пути, вероятность достижения цели по которому максимальна.

Исследование выполнено при поддержке URP исследовательского подразделения «Форд Моторс». Статья опубликована при поддержке РФФИ, грант № 16-29-04319.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Noritaka Sato, Kazuyuki Kon, Hiroaki Fukushima, et al.** Map-based navigation interface for multiple rescue robots // Proc. of the 2008 IEEE Internat. Workshop on Safety, Security and Rescue Robotics. Sendai, Japan, 2008.

2. **Madhevan B. Sreekmar M.** A Systematic implementation of role assignment in multi robots using leader follower approach: analytical and experimental evaluation // Proc. of the 13th Internat. Conf. on Control, Automation, Robotics and Vision. Marina Bay Sands, Singapore. 2014.

3. **Dingjiang Zhou, Mac Schwager.** Virtual rigid bodies for coordinated angle maneuvering of teams of micro aerial vehicles // Proc. of the 2015 IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation.

4. **Shuang Liu, Dong Sun, Changan Zhu.** Coordinated motion planning for multiple mobile robots along designed paths with formation requirement // IEEE/ASME Transactions on Mechatronics. 2011. Vol. 16. No. 6.

5. **Denny J., Giese A., Mahadevan A., et al.** Multi-robot caravanning // 2013 IEEE/RSJ Internat. Conf. on Intelligent Robots and Systems.

Tokyo, Japan, 2013.

6. **Cucu L., Rubenstein M., Nagpa R.** Towards self-assembled structures with mobile climbing robots // Proc. of the 2015 IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation. Washington State Convention Center, Seattle, Washington. 2015.

7. **Kuo-Ho Su, Tan-Phat Phan.** Robot path planning and smoothing based on fuzzy inference // Proc. of the 2014 IEEE Internat. Conf. on System and Engineering. Shanghai, China. 2014.

8. **Sajjad Manzoor, Youngjin Choi.** Neural oscillator-based multi-robot coordination algorithm to catch-observe-protect a target // Proc. of the 2015 IEEE, Internat. Conf. on Mechatronics and Automation. Beijing, China

9. **Zaborovsky V., Muliukha V., Popov S., Lukashin A.** Heterogeneous Virtual Intelligent Transport Systems and Services in Cloud Environments // Proc. of the 13th Internat. Conf. on Networks. Nice, France. 2014. Pp. 236–241.

10. **Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г.** Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. 280 с.

#### REFERENCES

1. **Noritaka Sato, Kazuyuki Kon, Hiroaki Fukushima, et al.** Map-based navigation interface for multiple rescue robots, *Proceeding of the 2008 IEEE, International Workshop on Safety, Security and Rescue Robotics*, Sendai, Japan, October 2008.

2. **Madhevan B., Sreekmar M.** A Systematic implementation of role assignment in multi robots using leader follower approach: analytical and experimental evaluation, *Proceeding of the 2014 13th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision*, Marina Bay Sands, Singapore, Dec. 10-12, 2014.

3. **Dingjiang Zhou, Mac Schwager,** Virtual rigid bodies for coordinated angle maneuvering of teams of micro aerial vehicles, *Proceeding of the*

*2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation.*

4. **Shuang Liu, Dong Sun, Changan Zhu** Coordinated motion planning for multiple mobile robots along designed paths with formation requirement, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2011, Vol. 16, No. 6.

5. **Denny J., Giese A., Mahadevan A., et al.** Multi-robot caravanning, *Proceeding of the 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Tokyo, Japan, Nov. 3-7, 2013.

6. **Cucu L., Rubenstein M., Nagpa R.** Towards self-assembled structures with mobile climbing robots, *Proceeding of the 2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Washington State Convention Center, Seattle, Washington,

May 26-30, 2015.

7. **Kuo-Ho Su, Tan-Phat Phan** Robot path planning and smoothing based on fuzzy inference, *Proceeding of the 2014 IEEE International Conference on System and Engineering*, Shanghai, China, July 11-13, 2014.

8. **Sajjad Manzoor, Youngjin Choi** Neural oscillation-based multi-robot coordination algorithm to catch-observe-protect a target, *Proceeding of the 2015 IEEE, International Conference on Mechatronics and Automation*, Beijing, China, Aug. 2-5.

9. **Zaborovsky V., Muliukha V., Popov S., Lukashin A.** Heterogeneous Virtual Intelligent Transport Systems and Services in Cloud Environments, *Proceedings of the 13th International Conference on Networks*, Nice, France, Feb. 23-27, 2014, Pp. 236–241.

10. **Kalyayev I.A., Gayduk A.R., Kapustyan S.G.** *Modeli i algoritmy kollektivnogo upravleniya v gruppakh robotov [Models and algorithms of collective control in groups of robots]*. Moscow: FIZMATLIT Publ., 2009, 280 p. (rus)

---

**ПОПОВ Сергей Геннадьевич** – доцент кафедры телематики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, кандидат технических наук.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: popovserge@spbstu.ru

**POPOV Sergey G.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: popovserge@spbstu.ru

**МОТОРИН Дмитрий Евгеньевич** – аспирант кафедры телематики Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Россия, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

E-mail: d.e.motorin@gmail.com

**MOTORIN Dmitrii E.** *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

195251, Politekhnikeskaya Str. 29, St. Petersburg, Russia.

E-mail: d.e.motorin@gmail.com

ЮБИЛЕЙНАЯ XV САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
**«РЕГИОНАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА (РИ-2016)»**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ, 26-28 ОКТЯБРЯ 2016**

26-28 октября 2016 года состоится XV Санкт-Петербургская международная конференция «Региональная информатика (РИ-2016)».

**Учредители конференции «РИ-2016»** Правительство и Законодательное собрание Санкт-Петербурга, Правительство Ленинградской области, Министерство образования и науки, Министерство связи и массовых коммуникаций.

**Организатор конференции** Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН.

**Соорганизатор конференции** Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого.

**Основные даты конференции «РИ-2016»**

1. Начало регистрации на сайте «РИ-2016» (<http://spoisu.ru/conf/ri2016>) и в Оргкомитете (e-mail: [spoisu@mail.ru](mailto:spoisu@mail.ru)) – 15.02.2016.
2. Прием заявок на участие, докладов и статей для опубликования в трудах конференции до 21.10.2016.
3. Открытие конференции 26.10.2016, работа секций 26.10–28.10.2016, закрытие конференции и отъезд участников 28.10.2016.

Рабочий язык конференции – русский.

Основные темы секций конференции, статей и докладов для публикации в трудах «РИ-2016» включают около 30 наименований, в том числе следующие:

1. Телекоммуникационные системы, технологии и оборудование.
2. Информационная безопасность и информационные технологии.
3. Техническая медицина, телемедицина, оборудование, приборы и технологии.
4. Системы и технические средства безопасности и физической защиты.

Организационный взнос за участие в конференции 3000 руб.

Информация на сайте конференции <http://spoisu.ru/conf/ri2016>

Контактное лицо от СПИИРАН – старший научный сотрудник В.В. Касаткин, тел. +7 (911) 9919094.

DOI: 10.5862/JCSTCS.241.6

УДК 519.2

*А.С. Ильин*

**ОСНОВЫ ДИНАМИЧЕСКОЙ КОРРЕКТИРОВКИ КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ГРУППЫ ОДНОТИПНЫХ ДАТЧИКОВ ДЛЯ РАВНОМЕРНОГО И ТРЕУГОЛЬНОГО ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ**

*A.S. Ilyin*

**THE BASICS OF DYNAMICALLY CORRECTING THE SENSITIVITY COEFFICIENTS OF A GROUP OF SINGLE-TYPE SENSORS FOR UNIFORM AND TRIANGULAR DISTRIBUTION LAWS**

Предполагается, что на этапе эксплуатации существует возможность производить измерение изотропного фона. Выполняя сортировку измеренных значений в группе однотипных датчиков, в случае одинаковости их чувствительности получаем для каждого датчика равномерную картину распределения по позициям сортированного списка. В случае дрейфа чувствительности одного датчика возникает дисбаланс: измеренные значения от этого датчика оказываются в одной половине чаще, чем в другой.

Представлены формулы и результаты вычислений, устанавливающие зависимость дисбаланса от величины дрейфа одного датчика в качестве основы для динамической корректировки коэффициентов чувствительности однотипных датчиков. Используются равномерный и треугольный законы распределения, а также предложена возможность применения приближенных зависимостей для других типов распределения.

**ДАТЧИКИ; ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ; ДРЕЙФ; КОРРЕКТИРОВКА; ТОЧНОСТЬ; ЖИВУЧЕСТЬ; САМОВОССТАНОВЛЕНИЕ.**

It is assumed that there is an opportunity of measuring the isotropic background at an operational stage. Sorting the measured values in a group of sensors of the same type, in case of similarity of their sensitivity we obtain for each sensor a uniform picture of distribution over the positions of the sorted list. In case of a sensitivity drift of one sensor there is an imbalance: the measured values from this sensor appear in one half more often than in another.

The paper presents formulas and results of the calculations establishing the dependence of the imbalance on the size of the drift of one sensor as a basis for dynamically correcting the sensitivity coefficients of the same sensors. Uniform and triangular distribution laws are used, and also the possibility of using approximate dependences for other types of distribution is offered.

**SENSORS; SENSITIVITY; DRIFT; ADJUSTMENT; ACCURACY; SURVIVABILITY; SELF-RESTORATION.**

Важнейшей частью современных роботехнических и человеко-машинных систем являются датчики (сенсоры) различных

типов. При этом высокие требования к живучести и точности измерений в сочетании с невозможностью или затруднительностью

участия человека в выполнении ремонтно-восстановительных работ в экстремальных условиях эксплуатации приводят к необходимости интеллектуализации датчиков. В [1] указано, что, в отличие от адаптивного датчика, обладающего свойствами автоматической настройки своих параметров в зависимости от текущих условий, интеллектуальный датчик дополнительно должен осуществлять: автоматическую коррекцию погрешности, появившейся в результате воздействия влияющих величин и/или старения компонентов; самовосстановление при возникновении единичного дефекта в датчике; самообучение.

Как известно, живая природа предоставляет нам примеры множественности рецепторов в составе глаза и уха. Сенсоры технических систем во многом похожи на органы зрения и слуха. Это сходство может проявляться по-разному, но в рамках темы данной статьи уместно обратить внимание на следующие примеры применения набора однотипных датчиков:

- акустическая система, содержащая ряд микрофонов вокруг башни в составе боевого робота «Скорпион» [2], обеспечивает возможность моментально и весьма точно определять направление на источник звука (выстрела), чтобы соответственно направлять ствол пушки;

- измеритель мощности дозы (ИМД) [3–5], содержащий ряд сенсоров (счетчиков Гейгера) вокруг цилиндра из вольфрамового сплава, также предоставляет пользователю угол направления на источник радиационного излучения.

Характерной особенностью систем такого вида является необходимость одинаковой чувствительности датчиков. Между тем параметры различных производимых счетчиков регистрации излучения представлены в [6]. При этом в графе «Чувствительность» указано, например: 60–75 имп/мкР для счетчика «Гамма-7»; 285–385 имп/мкР для счетчика «Гамма-8»; 31–39 имп/мкР для счетчика «Гамма-10». Как видно, каждая модель допускает изначальный разброс около 25 %. В связи с этим выполняется настройка параметров программного обеспечения (коэффициентов чувствительно-

сти) в устройствах радиационного контроля прежде всего на этапе изготовления, а также периодически и на этапе эксплуатации при регламентных работах, с использованием эталонного источника.

Но если мы говорим об актуальности интеллектуализации сенсорных систем, то поставим задачу динамической корректировки коэффициентов чувствительности, т. е. непосредственно в ходе рабочего функционирования на этапе эксплуатации, без эталонного источника.

Такая возможность существует и является благоприятной в той мере, в какой допускается считать, что фон, накопленный за длительное время в промежутках между ситуациями наличия источников, обладает свойством изотропности.

Актуальность совершенствования средств радиационного контроля указана, например, в [7]. При этом предполагается использование мобильных наземных, воздушных и подводных робототехнических средств. Конечно, они могут быть и стационарными, установленными в удаленных, опасных и труднодоступных местах. Во всех вариантах более предпочтительными являются интеллектуальные измерительные средства, обладающие свойством самовосстановления.

### Постановка задачи и базовые формулы

Считаем, что нам задана зависимость математического ожидания измеренного значения от параметров настройки датчика. Соответственно имеем возможность манипулировать смещениями. В частности, в составе программного обеспечения ИМД для каждого датчика предусмотрен коэффициент чувствительности, номинальное значение которого равно единице.

Дрейфу подвержены все датчики, но в интервале между сеансами пересчета коэффициентов чувствительности чрезмерно увеличившийся дрейф наиболее вероятен только у одного датчика. Поэтому в рамках данной статьи в используемой математической модели предполагается, что дрейфу подвержен только один датчик.

Цель статьи – получение формул, на основе которых будет обеспечена возмож-

ность вычислить величину дрейфа датчика, чтобы затем произвести пересчет его параметров настройки (коэффициента чувствительности).

Для этого в программном обеспечении изделия должно быть предусмотрено формирование исходных данных следующим образом.

Проверяя отсутствие источника излучения (отсутствие завышенной неравномерности результатов измерений, поступающих от датчиков), выполняем накопление фона в течение очередного интервала времени (такта). На каждом такте выполняем сортировку значений, полученных от всех датчиков. Формируем массив счетчиков  $B_{i,j}$  – количество случаев попадания  $i$ -го датчика в  $j$ -ю позицию сортированного списка значений. Отсчет индексов производим от нуля.

Пусть  $M$  – количество тактов;  $N$  – количество счетчиков. Очевидно, что для каждого значения  $i$  соблюдается равенство

$$M = \sum_{j=0}^{N-1} B_{i,j}.$$

Для каждого датчика вычисляем нормированные суммы на половине счетчиков:

$$Q_i = \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{\frac{N-1}{2}} B_{i,j} \quad \text{при четном количестве } N;$$

$$Q_i = \frac{1}{M} \left( \frac{1}{2} B_{i, \frac{N-1}{2}} + \sum_{j=0}^{\frac{N-1}{2}-1} B_{i,j} \right) \quad \text{при нечетном количестве } N.$$

Каждую такую сумму  $Q_i$  будем называть дисбалансом. При отсутствии дрейфа (в исходном состоянии) она равна  $1/2$ , а при увеличении дрейфа до полной ширины статистического разброса дисбаланс становится равным единице.

Понятно, что дрейфующий датчик приобретает наибольший дисбаланс, а остальные датчики приобретают меньший (равномерно распределенный между ними) дисбаланс противоположной направленности.

Пусть задана функция  $p(a, x)$  – плотность вероятности распределения измеряемой величины  $x$  в области значений, ширина которой характеризуется параметром  $a$ .

При этом без ограничения общности для удобства вычислений можно считать, что среднее значение равно нулю.

Обозначим  $L$  величину дрейфа в сторону занижения. Это значит, что плотность вероятности приобретает вид  $p(a, x + L)$ .

Поставленная цель статьи формализуется как выявление зависимости  $Q(L)$ , соответствующей одному дрейфующему датчику.

Обозначим и интегральную функцию вероятности распределения:

$$P(a, X) = \int_{-\infty}^X p(a, x) dx. \quad (1)$$

Запишем вероятность попадания дрейфующего датчика в  $j$ -ю позицию:

$$q(a, L, N, j) = \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{-\infty}^{\infty} P(a, X)^j \times \\ \times (1 - P(a, X))^{N-1-j} p(a, X + L) dX. \quad (2)$$

Здесь в подынтегральном выражении первый множитель соответствует  $j$  датчикам, у которых измеренное значение оказалось меньше, чем  $X$ ; второй множитель соответствует  $N-1-j$  датчикам, у которых измеренное значение оказалось больше, чем  $X$ ; а третий множитель определяет вероятность того, что дрейфующий датчик дает значение в интервале от  $X$  до  $X + dX$ . Комбинаторный коэффициент учитывает варианты перестановок всех датчиков, кроме дрейфующего.

Кстати, уместно заметить, что формула (2) определяет вероятность того, что значение от дрейфующего датчика оказалось  $j$ -й порядковой статистикой. В отличие от формул, имеющих, например, в [8] или [9], записанных для одинаковых датчиков, для варианта с дрейфующим датчиком каждый момент  $j$ -й порядковой статистики может быть записан в виде суммы трех величин. При этом (2) является одной из этих трех величин для момента порядка нуля.

Но в данной статье задача ставится иначе: вычисление интеграла (2) и суммирование по половине позиций.

При четном  $N$ :

$$Q(a, L, N) = \sum_{j=0}^{N/2-1} q(a, L, N, j). \quad (3)$$

При нечетном  $N$  имеется срединное место, которое надо делить пополам между двумя половинами набора счетчиков:

$$Q(a, L, N) = \frac{1}{2} q\left(a, L, N, \frac{N-1}{2}\right) + \sum_{j=0}^{(N-1)/2-1} q(a, L, N, j). \quad (4)$$

Обозначим срединный индекс: при четном  $N$

$$n = \frac{N}{2} - 1; \quad (5)$$

при нечетном  $N$

$$n = \frac{N-1}{2}. \quad (6)$$

Обозначим срединный множитель: при четном  $N$

$$\delta(j) = 1; \quad (7)$$

при нечетном  $N$

$$\delta(j) = 1, \text{ при } j \neq n; \quad (8)$$

$$\delta(n) = 1/2.$$

В этих обозначениях формулы (3) и (4) выглядят как единая формула:

$$Q(a, L, N) = \sum_{j=0}^n \delta(j) q(a, L, N, j). \quad (9)$$

### Вариант равномерного распределения

Обозначим  $(-a, a)$  – интервал случайного разброса значений, получаемых от каждого датчика.

Плотность вероятности распределения имеет вид:

$$p(a, x) = 1/(2a) \text{ при } -a \leq x \leq a;$$

$$p(a, x) = 0 \text{ при } x < -a \text{ и при } x > a.$$

Дисперсия:

$$2 \frac{1}{2a} \int_0^a x^2 dx = \left[ \frac{x^3}{3a} \right]_0^a = \frac{a^2}{3}. \quad (10)$$

Интегралы пропорциональны интервалам интегрирования:

$$P(a, X) = \int_{-a}^x dx / (2a) = (a + X) / (2a); \quad (11)$$

$$1 - P(a, X) = \int_x^a dx / (2a) = (a - X) / (2a). \quad (12)$$

Если дрейфующий датчик дает значение меньше, чем  $-a$ , то оно заведомо попадает в нулевую позицию. Вероятность такого события  $L/(2a)$ .

Оставшаяся часть интервала возможных значений дрейфующего датчика от  $-a$  до  $a - L$  подлежит быть интервалом интегрирования для формулы (2), которая после подстановки (11) и (12) приобретает следующий вид:

$$q(a, L, N, j) = \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!(2a)^N} \times \int_{-a}^{a-L} (a+X)^j (a-X)^{N-1-j} dX; \quad (13)$$

при  $j = 0$  имеем:

$$q(a, L, N, 0) = \frac{1}{N} \left[ 1 - \left( \frac{L}{2a} \right)^N \right]; \quad (14)$$

при  $j > 0$ , интегрируя (13) «по частям», получаем:

$$q(a, L, N, j) = \frac{(N-1)!}{(2a)^N} \times \left( \int_{-a}^{a-L} \frac{(a+X)^{j-1} (a-X)^{N-j}}{(j-1)!(N-j)!} dX - \frac{(2a-L)^j L^{N-j}}{j!(N-j)!} \right). \quad (15)$$

В полученном выражении (15) просматривается выражение (13) с предшествующим значением индекса  $j$ , поэтому оно приобретает рекурсивный вид:

$$q(a, L, N, j) = q(a, L, N, j-1) - \frac{(N-1)! (2a-L)^j L^{N-j}}{(2a)^N j!(N-j)!}. \quad (16)$$

Цикл вычисления суммы (3) или (4) удобно выполнять в порядке убывания индекса  $j$ . На каждом шаге получаем возможность благодаря формуле (16) избавиться от одного знака интеграла и в качестве следствия приведения подобных членов добавить множитель  $(N/2 - j)$  к очередному слагаемому  $q(a, L, N, j)$ . На завершающем шаге работает формула (14), свободная от знака интеграла и от рекурсивной связи.

В итоге получаем следующую формулу:

$$Q(a, L, N) = \frac{L}{2a} - \frac{(N-1)!}{(2a)^N} \times \\ \times \sum_{j=1}^n \frac{(N/2-j)(2a-L)^j L^{N-j}}{j!(N-j)!} + \\ + \frac{1}{2} \left( 1 - \left( \frac{L}{2a} \right)^N \right). \quad (17)$$

При нечетном  $N$  дробь  $N/2$  в формуле (17) так и должна быть числом с половиной, которая происходит от коэффициента  $1/2$  в формуле (4).

Обозначив  $s = L/(2a)$ , перепишем формулу (17) в более удобном виде:

$$Q(s, N) = s + \frac{1}{2}(1-s^N) - \\ - \sum_{j=1}^n \frac{(N/2-j)(N-1)!(1-s)^j s^{N-j}}{j!(N-j)!}. \quad (18)$$

Как и следовало ожидать, при любом  $N$  соблюдаются равенства:

$$Q(0, N) = \frac{1}{2}; \quad Q(1, N) = 1. \quad (19)$$

Существует возможность дальнейшего преобразования формулы (18) следующим образом. Первый шаг начинается с преобразования множителя  $N/2 - j$ :

$$Q(s, N) = \frac{1}{2} + s - \frac{1}{2} s^N - \\ - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(N-j-j)(N-1)!(1-s)^j s^{N-j}}{j!(N-j)!}.$$

Это позволяет нам разбить сумму на две суммы:

$$Q(s, N) = \frac{1}{2} + s - \frac{1}{2} s^N - \\ - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-j}}{j!(N-j-1)!} + \\ + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-j}}{(j-1)!(N-j)!}.$$

К первой сумме добавляем слагаемое, соответствующее значению индекса  $j = 0$ , а во второй сумме выделяем множитель  $1-s$  и переобозначаем индекс  $j$  путем смещения на единицу:

$$Q(s, N) = \frac{1}{2} + s - \frac{1}{2} \sum_{j=0}^n \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-j}}{j!(N-j-1)!} +$$

$$+ \frac{1-s}{2} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-1-j}}{j!(N-1-j)!}.$$

Первая сумма в отличие от второй имеет  $n$ -й элемент, который надо записать отдельно.

Вторую сумму в этом выражении можно разбить на две суммы, одна из которых совпадает с первой суммой без  $n$ -го элемента:

$$\frac{1}{2} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-1-j}}{j!(N-1-j)!} - \\ - \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-j}}{j!(N-1-j)!}.$$

Поэтому в следующем шаге преобразований получаем:

$$Q(s, N) = \frac{1}{2} + s - \frac{(N-1)!(1-s)^n s^{N-n}}{2n!(N-n-1)!} - \\ - \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-j}}{j!(N-j-1)!} + \\ + \frac{1}{2} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-1-j}}{j!(N-1-j)!}.$$

В этой формуле суммы отличаются друг от друга только множителями  $s$  и  $1/2$ , поэтому ее можно преобразовать к следующему окончательному виду с одной суммой:

$$Q(s, N) = \frac{1}{2} + s - \frac{(N-1)!(1-s)^n s^{N-n}}{2n!(N-n-1)!} + \\ + \left( \frac{1}{2} - s \right) W(s, N). \quad (20)$$

Здесь обозначено:

$$W(s, N) = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-1-j}}{j!(N-j-1)!}. \quad (21)$$

Полученная формула (20) интересна тем, что при  $s = 1/2$  избавляет нас от необходимости вычислять сумму  $W(s, N)$ . Иначе говоря, когда дрейф датчика достигает половины ширины области случайного разброса измеряемой величины, имеем весьма лаконичную формулу дисбаланса счетчиков попаданий результатов измерений от дрейфующего датчика в позиции сортированного списка результатов измерений от всех датчиков.

При четном  $N$ , учитывая (5), из (20) получаем:

$$Q\left(\frac{1}{2}, N\right) = 1 - \frac{(N-1)!}{2^{N+1} \left(\frac{N}{2}-1\right)! \left(\frac{N}{2}\right)!}. \quad (22)$$

При нечетном  $N$ , учитывая (6), из (20) получаем:

$$Q\left(\frac{1}{2}, N\right) = 1 - \frac{(N-1)!}{2^{N+1} \left(\frac{N-1}{2}\right)! \left(\frac{N-1}{2}\right)!}. \quad (23)$$

$$Q_s(s, N) = 1 - \frac{(N-1)!((N-n)(1-s)^n s^{N-1-n} - n(1-s)^{n-1} s^{N-n})}{2n!(N-n-1)!} + \left(\frac{1}{2} - s\right) W_s(s, N) - W(s, N). \quad (24)$$

Каждое слагаемое (кроме слагаемого с индексом 0) суммы  $W_s(s, N)$  по правилу дифференцирования произведения распадается на два слагаемых, поэтому теперь имеем дело с двумя суммами:

$$W_s(s, N) = \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^j s^{N-2-j}}{j!(N-2-j)!} - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{(N-1)!(1-s)^{j-1} s^{N-1-j}}{(j-1)!(N-j-1)!}. \quad (25)$$

В полученной формуле (25) для второй суммы делаем замену индекса путем сдвига на единицу и обнаруживаем, что она отличается от первой суммы только слагаемым с индексом  $n-1$ . Поэтому получаем:

$$W_s(s, N) = \frac{(N-1)!(1-s)^{n-1} s^{N-1-n}}{(n-1)!(N-1-n)!}. \quad (26)$$

В частности, по формуле (24) с учетом формул (21) и (26) для любого  $N$  получаем:

$$Q_i(0, N) = 1; \quad Q_i(1, N) = 0. \quad (27)$$

Рассмотрим также случай  $s = 1/2$ :

$$Q_i\left(\frac{1}{2}, N\right) = 1 - \frac{(N-1)!(N-n-n)}{2^N n!(N-n-1)!} - \frac{1}{2^{N-1}} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!}{j!(N-j-1)!}.$$

С учетом свойства симметричности биномиального ряда, получаемого разложением выражения  $(1+1)^{N-1}$  [10, с. 70–72], нетрудно записать эту сумму через половину от величины  $2^{N-1}$  и убедиться, что для любого  $N$  соблюдается равенство:

Нетрудно убедиться, что (22) и (23) дают одинаковый результат для четного и для большего следующего нечетного  $N$ . Будем называть это эффектом нейтральности серединного элемента. Получается так, что в формуле (4) слагаемое с коэффициентом  $1/2$  необходимо, но не добавляет нам информативности.

Чтобы лучше представить характер функции  $Q(s, N)$ , рассмотрим также ее производную:

$$Q_i\left(\frac{1}{2}, N\right) = \frac{1}{2}. \quad (28)$$

Таким образом, полученные формулы (общие (18), (20), (24) и частные (19), (22), (23), (27), (28)) предоставляют полную картину зависимости дисбаланса сортированных счетчиков от величины дрейфа чувствительности одного измерителя для случая равномерного распределения измеряемой случайной величины.

### Треугольное распределение

Функция плотности вероятности имеет вид:

$$p(a, x) = (a+x) / (a^2) \text{ при } -a \leq x \leq 0;$$

$$p(a, x) = (a-x) / (a^2) \text{ при } 0 \leq x \leq a;$$

$$p(a, x) = 0 \text{ при } x < -a \text{ и при } x > a.$$

Интегральная функция вероятности:

$$P(a, x) = 0 \text{ при } x < -a;$$

$$P(a, x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{a} + \frac{x^2}{2a^2} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x}{a}\right)^2$$

при  $-a \leq x \leq 0$ ;

$$P(a, x) = \frac{1}{2} + \frac{x}{a} - \frac{x^2}{2a^2} = 1 - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{a}\right)^2$$

при  $0 \leq x \leq a$ ;

$$P(a, x) = 1 \text{ при } x > a.$$

Дисперсия треугольного распределения:

$$2 \int_0^a \frac{a-x}{a^2} x^2 dx = 2 \left[ \frac{x^3}{3a} - \frac{x^4}{4a^2} \right]_0^a = \frac{a^2}{6}. \quad (29)$$

Угловатость функции плотности распределения порождает необходимость, применяя формулу (2), рассматривать по отдельности интервалы наложения восходящих и

нисходящих участков функции дрейфующего датчика и функции остальных датчиков.

**Вариант  $0 \leq L \leq a$**

$$Q(a, L, N) = \frac{1}{2} \left( \frac{L}{a} \right)^2 + \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{-a}^{-L} \left( \frac{1}{2} \right)^j \left( 1 + \frac{x}{a} \right)^{2j} \times \left( 1 - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x}{a} \right)^2 \right)^{N-1-j} \frac{a+L+x}{a^2} dx + \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{-L}^0 \left( \frac{1}{2} \right)^j \left( 1 + \frac{x}{a} \right)^{2j} \times \left( 1 - \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{x}{a} \right)^2 \right)^{N-1-j} \frac{a-L-x}{a^2} dx + \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_0^{a-L} \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1-j} \left( 1 - \frac{x}{a} \right)^{2(N-1-j)} \times \left( 1 - \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{x}{a} \right)^2 \right)^j \frac{a-L-x}{a^2} dx.$$

Первое слагаемое соответствует случаям, когда измерения от дрейфующего датчика оказались в интервале от  $-a-L$  до  $-a$ , при этом они заведомо попадают в крайнюю позицию сортированного списка. Каждая из трех сумм интегралов соответствует случаям, когда измерение от дрейфующего датчика попадает в интервал, указанный в качестве границ интегрирования.

Обозначим  $t = x/a$ ;  $z = L/a$ . При  $0 \leq z \leq 1$  перепишем полученную формулу:

$$Q(z, N) = \frac{1}{2} z^2 + \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{-1}^{-z} \left( \frac{1}{2} \right)^j (1+t)^{2j} \times \left( 1 - \frac{1}{2} (1+t)^2 \right)^{N-1-j} (1+z+t) dt + \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{-z}^0 \left( \frac{1}{2} \right)^j (1+t)^{2j} \times \left( 1 - \frac{1}{2} (1+t)^2 \right)^{N-1-j} (1-z-t) dt +$$

$$+ \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_0^{1-z} \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1-j} (1-t)^{2(N-1-j)} \times \left( 1 - \frac{1}{2} (1-t)^2 \right)^j (1-z-t) dt.$$

Сделаем замену переменной  $t$  путем сдвига на единицу, вынесем степень от  $1/2$ :

$$Q(z, N) = \frac{1}{2} z^2 + \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_0^{1-z} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} (z+t) dt + \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_{1-z}^1 t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} (2-z-t) dt + \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_z^1 t^{2(N-1-j)} (2-t^2)^j (t-z) dt.$$

Как видно, в данном выражении присутствуют четыре типа интегралов:

$$U(t_1, t_2) = \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_{t_1}^{t_2} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} dt; \quad (30)$$

$$V(t_1, t_2) = \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_{t_1}^{t_2} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} t dt; \quad (31)$$

$$G(t_1, t_2) = \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_{t_1}^{t_2} t^{2(N-1-j)} (2-t^2)^j dt; \quad (32)$$

$$H(t_1, t_2) = \left( \frac{1}{2} \right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_{t_1}^{t_2} t^{2(N-1-j)} (2-t^2)^j t dt. \quad (33)$$

Каждый из рядов (30) и (32) содержит верхнюю или нижнюю половину полного биномиального ряда  $(t^2 + (2 - t^2))^{N-1}$ . Поэтому для любого  $N$ :

$$U(t_1, t_2) + G(t_1, t_2) = t_2 - t_1. \quad (34)$$

Аналогично заметим, что каждый из рядов (31) и (33) содержит верхнюю или нижнюю половину полного такого же биномиального ряда с дополнительным множителем:  $t(t^2 + (2 - t^2))^{N-1}$ . Поэтому для любого  $N$ :

$$V(t_1, t_2) + H(t_1, t_2) = \frac{1}{2}(t_2^2 - t_1^2). \quad (35)$$

Тождества (34) и (35) полезны, например, для проверки правильности программирования.

С обозначениями (30)–(33) вычисляемый дисбаланс приобретает вид:

$$Q(z, N) = \frac{1}{2}z^2 + zU(0, 1 - z) + V(0, 1 - z) + (2 - z)U(1 - z, 1) - V(1 - z, 1) - zG(z, 1) + H(z, 1).$$

В частности:

$$Q(0, N) = V(0, 1) + H(0, 1) = \frac{1}{2}; \quad (36)$$

$$Q(1, N) = \frac{1}{2} + U(0, 1) - V(0, 1).$$

Применяя известные правила вычисления производных по верхнему или нижнему пределам интегрирования, запишем также производную:

$$Q_z(z, N) = z + U(0, 1 - z) - U(1 - z, 1) + 2(1 - z)U^*(1 - z) - 2V^*(1 - z) - G(z, 1) + zG^*(z) - H^*(z).$$

Здесь обозначены подынтегральные функции:

$$U^*(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \times \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j};$$

$$V^*(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \times \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} t^{2j+1} (2-t^2)^{N-1-j};$$

$$G^*(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \times \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} t^{2(N-1-j)} (2-t^2)^j;$$

$$H^*(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \times \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} t^{2(N-1-j)+1} (2-t^2)^j.$$

Нетрудно убедиться, что для любого  $N$ :

$$U^*(0) = 1; \quad U^*(1) = \frac{1}{2};$$

$$V^*(0) = 0; \quad V^*(1) = \frac{1}{2};$$

$$G^*(0) = 0; \quad G^*(1) = \frac{1}{2};$$

$$H^*(0) = 0; \quad H^*(1) = \frac{1}{2}.$$

Поэтому, в частности, получаем:

$$Q_z(0, N) = U(0, 1) - G(0, 1); \quad (37)$$

$$Q_z(1, N) = 1 - U(0, 1).$$

#### Вариант $a \leq L \leq 2a$

$$Q(a, L, N) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{2a-L}{a}\right)^2 + \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{-a}^{a-L} \left(\frac{1}{2}\right)^j \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{2j} \times \left(1 - \frac{1}{2} \left(1 + \frac{x}{a}\right)^2\right)^{N-1-j} \frac{a-L-x}{a^2} dx.$$

В этой формуле аналогично первое слагаемое соответствует случаям, когда измерения от дрейфующего датчика оказались в интервале от  $-a - L$  до  $-a$ ; сумма интегралов соответствует только одному возможному варианту пересечений интервалов значений измеряемой величины, когда восходящий участок исходной функции плотности распределения пересекается с нисходящим участком смещенной функции плотности распределения.

Обозначим  $t = x/a$ ;  $z = L/a$ . При  $1 \leq z \leq 2$  перепишем полученную формулу:

$$Q(z, N) = 1 - \frac{1}{2}(2-z)^2 + \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{-1}^{1-z} \left(\frac{1}{2}\right)^j (1+t)^{2j} \times \left(1 - \frac{1}{2}(1+t)^2\right)^{N-1-j} (1-z-t) dt.$$

Распишем сумму как две отдельные суммы:

$$Q(z, N) = 1 - \frac{1}{2}(2-z)^2 + (2-z) \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_{-1}^{1-z} (1+t)^{2j} (2-(1+t)^2)^{N-1-j} dt + \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_{-1}^{1-z} (1+t)^{2j} (2-(1+t)^2)^{N-1-j} (1+t) dt.$$

Сделаем замену переменной интегрирования путем смещения на единицу:

$$Q(z, N) = 1 - \frac{1}{2}(2-z)^2 + (2-z) \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_0^{2-z} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} dt + \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \int_0^{2-z} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} t dt.$$

Формула приобретает аналогичный унифицированный вид:

$$Q(z, N) = 1 - \frac{1}{2}(2-z)^2 + (2-z)U(0, 2-z) - V(0, 2-z).$$

В частности:

$$Q(1, N) = \frac{1}{2} + U(0, 1) - V(0, 1);$$

$$Q(2, N) = 1.$$

Запишем также производную:

$$Q_z(z, N) = (2-z) - U(0, 2-z) - (2-z)U^*(2-z) + V^*(2-z).$$

В частности:

$$Q_z(1, N) = 1 - U(0, 1) - U^*(1) + V^*(1) = 1 - U(0, 1);$$

$$Q_z(2, N) = V^*(0) = 0.$$

Сравнивая (37) и (38), обнаруживаем, что при  $z = 1$  производная  $Q_z(z, N)$  обладает свойством непрерывности, несмотря на угловатость функции плотности распределения.

**Вычисление интегралов четырех типов.** Таким образом, задача сводится к вычислению интегралов. Точнее говоря, имеем дело с суммами интегралов. При этом обнаруживаем возможность успешно выполнять интегрирование именно благодаря суммированию.

*Вычисление U.* В [11, с. 72] указаны несколько вариантов преобразования интеграла типа (30). В каждом варианте предлагается повышение, понижение или сохранение степени каждого из множителей подынтегрального выражения. Здесь мы выберем наиболее очевидный вариант «по частям», обеспечивающий повышение степени одного множителя и понижение степени другого множителя, тем самым достигая подобия с соседним членом суммируемого ряда, имеющим меньшее значение индекса  $j$ .

При  $j > 0$  получается следующая формула преобразования:

$$\frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} dt = -\frac{\delta(j)(N-1)!}{2j!(N-1-(j-1))!} \times [t^{2j-1} (2-t^2)^{N-1-(j-1)}]_{t_1}^{t_2} + \frac{\delta(j)(2j-1)(N-1)!}{2j!(N-1-(j-1))!} \times \int_{t_1}^{t_2} t^{2(j-1)} (2-t^2)^{N-1-(j-1)} dt.$$

Тем самым в порядке убывания индекса  $j$  удается избавиться от всех знаков интеграла, кроме начального, которому соот-

ветствует  $j = 0$ .

Требуемая сумма интегралов приобретает вид суммы, вполне удобной для программирования:

$$U(t_1, t_2) = \frac{1}{2^{N-1}} \left( R(0) \int_{t_1}^{t_2} (2-t^2)^{N-1} dt - \sum_{j=1}^n \frac{R(j)(N-1)!}{2j!(N-j)!} [t^{2j-1}(2-t^2)^{N-j}]_{t_1}^{t_2} \right). \quad (39)$$

Здесь обозначен множитель, вычисляемый рекурсивно:

$$R(n) = \delta(n);$$

$$R(j-1) = \delta(j-1) + R(j) \left( 1 - \frac{1}{2j} \right).$$

Для слагаемого, которому в выражениях (30) и (39) соответствует  $j = 0$ , нетрудно построить отдельный процесс преобразования интеграла в сумму:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} (2-t^2)^{N-1} dt = \\ & = \sum_{j=0}^{N-1} (-1)^j 2^{N-1-j} \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} t^{2j} dt = \\ & = \sum_{j=0}^{N-1} (-1)^j 2^{N-1-j} \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!(2j+1)} [t^{2j+1}]_{t_1}^{t_2}. \end{aligned}$$

Есть и другой вариант преобразования этого интеграла в сумму:

$$\begin{aligned} & \int_{t_1}^{t_2} (2-t^2)^{N-1} dt = \\ & = \int_{t_1}^{t_2} (\sqrt{2}-t)^{N-1} (\sqrt{2}+t)^{N-1} dt = \\ & = \frac{1}{N} [(\sqrt{2}-t)^{N-1} (\sqrt{2}+t)^N]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{N-1}{N} \int_{t_1}^{t_2} (\sqrt{2}-t)^{N-2} (\sqrt{2}+t)^N dt = \\ & = \frac{1}{N} [(\sqrt{2}-t)^{N-1} (\sqrt{2}+t)^N]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{N-1}{N(N+1)} [(\sqrt{2}-t)^{N-2} (\sqrt{2}+t)^{N+1}]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{(N-1)(N-2)}{N(N+1)} \int_{t_1}^{t_2} (\sqrt{2}-t)^{N-3} (\sqrt{2}+t)^{N+1} dt = \end{aligned}$$

Продолжая аналогично, заметим, что

числитель и знаменатель, будучи произведениями убывающих и возрастающих чисел, представимы в виде отношений факториалов. Такими последовательными шагами получается сумма и остается элементарный интеграл, который можно рассматривать как слагаемое с индексом  $N-1$ :

$$\begin{aligned} & = \sum_{j=0}^{N-2} \frac{(N-1)!(N-1)!}{(N+j)!(N-1-j)!} \times \\ & \times [(\sqrt{2}-t)^{N-1-j} (\sqrt{2}+t)^{N+j}]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{(N-1)!(N-1)!}{(2N-2)!} \int_{t_1}^{t_2} (\sqrt{2}+t)^{2N-2} dt. \end{aligned}$$

В итоге получаем:

$$\int_{t_1}^{t_2} (2-t^2)^{N-1} dt = \sum_{j=0}^{N-1} \frac{(N-1)!(N-1)!}{(N+j)!(N-1-j)!} \times [(\sqrt{2}-t)^{N-1-j} (\sqrt{2}+t)^{N+j}]_{t_1}^{t_2}.$$

*Вычисление V.* В составе суммы (31) при  $j > 0$  возьмем интеграл «по частям»:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} t^{2j} (2-t^2)^{N-1-j} t dt = \\ & = - \frac{\delta(j)(N-1)!}{2j!(N-1-(j-1))!} \times \\ & \times [t^{2j} (2-t^2)^{N-1-(j-1)}]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{\delta(j)(N-1)!}{2j!(N-1-(j-1))!} \times \\ & \times \int_{t_1}^{t_2} 2jt^{2j-1} (2-t^2)^{N-1-(j-1)} dt = \\ & = - \frac{\delta(j)(N-1)!}{2j!(N-j)!} [t^{2j} (2-t^2)^{N-j}]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{\delta(j)(N-1)!}{(j-1)!(N-1-(j-1))!} \times \\ & \times \int_{t_1}^{t_2} t^{2(j-1)} (2-t^2)^{N-1-(j-1)} t dt. \end{aligned}$$

Как видно, здесь получается интеграл такого же вида, как и интеграл с индексом  $j-1$  среди членов суммируемого ряда (31). Применяя эту формулу последовательно в порядке убывания индекса  $j$  и объединяя подобные члены ряда, избавляемся от всех знаков интеграла. При этом интеграл с индексом  $j=0$  без рекурсивной зависимости превращается в аналогичный член получа-

ющегося суммируемого ряда:

$$V(t_1, t_2) = -\left(\frac{1}{2}\right)^N \times \\ \times \sum_{j=0}^n \frac{\left(\frac{N}{2} - j\right)(N-1)!}{j!(N-j)!} [t^{2j}(2-t^2)^{N-j}]_{t_1}^{t_2}.$$

Появившийся здесь множитель  $N/2 - j$  является следствием объединения подобных членов ряда с учетом обозначений (5)–(8).

Существует возможность дальнейшего преобразования:

$$V(t_1, t_2) = -\left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \times \\ \times \sum_{j=0}^n \frac{(N-2j)(N-1)!}{j!(N-j)!} [t^{2j}(2-t^2)^{N-j}]_{t_1}^{t_2} = ,$$

рассматривая множитель  $N - 2j$ , как два слагаемых  $N - j$  и  $j$ :

$$= \frac{1}{2^{N+1}} \sum_{j=1}^n \frac{(N-1)!}{(j-1)!(N-j)!} [t^{2j}(2-t^2)^{N-j}]_{t_1}^{t_2} - \\ - \frac{1}{2^{N+1}} \sum_{j=0}^n \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} [t^{2j}(2-t^2)^{N-j}]_{t_1}^{t_2} = ,$$

переобозначая индекс  $j$  путем смещения на единицу:

$$= \frac{1}{2^{N+1}} \sum_{j=0}^n \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} [t^{2+2j}(2-t^2)^{N-1-j}]_{t_1}^{t_2} - \\ - \frac{1}{2^{N+1}} \sum_{j=0}^n \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} [t^{2j}(2-t^2)^{N-j}]_{t_1}^{t_2} = ,$$

объединяя попарно слагаемые двух сумм, выписывая отдельно слагаемое с индексом  $n$ , которое осталось без пары:

$$= \frac{1}{2^N} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \\ \times [(t^2-1)t^{2j}(2-t^2)^{N-1-j}]_{t_1}^{t_2} - \\ - \frac{1}{2^{N+1}} \frac{(N-1)!}{n!(N-1-n)!} [t^{2n}(2-t^2)^{N-1-n}]_{t_1}^{t_2}.$$

В этом виде формула полезна тем, что при  $t = 1$  избавляет нас от необходимости вычислять сумму. Поэтому, в частности, получаем:

$$V(0, 1) = \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \frac{(N-1)!}{n!(N-1-n)!}. \quad (40)$$

Вычисление  $G$ .

$$G(t_1, t_2) = \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1} \times \\ \times \sum_{j=0}^n \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} t^{2(N-1-j)}(2-t^2)^j dt.$$

В составе суммы (32) при  $j > 0$  возьмем интеграл «по частям»:

$$\frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} t^{2(N-1-j)}(2-t^2)^j dt = \\ = \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \left[ \frac{t^{2(N-1-j)+1}(2-t^2)^j}{2(N-1-j)+1} \right]_{t_1}^{t_2} + \\ + \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} \frac{2j}{2(N-1-j)+1} \times \\ \times t^{2(N-1-(j-1))}(2-t^2)^{j-1} dt = \\ = \frac{\delta(j)(N-1)!}{2j!(N-1-j)!} \left[ \frac{t^{2(N-1-j)+1}(2-t^2)^j}{(N-1-(j-1))-\frac{1}{2}} \right]_{t_1}^{t_2} + \\ + \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} \frac{j}{(N-1-(j-1))-\frac{1}{2}} \times \\ \times t^{2(N-1-(j-1))}(2-t^2)^{j-1} dt = \\ = \frac{\delta(j)(N-1)!}{2j!(N-1-(1-j))!} \times \\ \times \left[ \frac{t^{2(N-1-j)+1}(2-t^2)^j}{1-\frac{1}{2(N-1-(j-1))}} \right]_{t_1}^{t_2} + \\ + \frac{\delta(j)(N-1)!}{(j-1)!(N-1-(j-1))!} \times \\ \times \int_{t_1}^{t_2} \frac{t^{2(N-1-(j-1))}(2-t^2)^{j-1}}{1-\frac{1}{2(N-1-(j-1))}} dt.$$

Как видно, получается интеграл, подобный интегралу с меньшим значением индекса  $j$ . Поэтому удобно применять эту формулу последовательно в порядке убывания индекса  $j$ . Получается сумма, в которой остается только один простой интеграл, которому соответствует  $j = 0$ . Этот интеграл подпадает под общую формулу каждого

члена суммируемого ряда, имеющего следующий итоговый вид:

$$G(t_1, t_2) = \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{j=0}^n \frac{R(j)(N-1)!}{j!(N-j)!} \times [t^{2(N-j)-1}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2}.$$

Здесь обозначен множитель, вычисляемый рекурсивно:

$$R(n) = \frac{\delta(n)}{1 - \frac{1}{2(N-n)}};$$

$$R(j) = \frac{\delta(j) + R(j+1)}{1 - \frac{1}{2(N-j)}}.$$

*Вычисление H.* В составе суммы (33) при  $j > 0$  возьмем интеграл «по частям»:

$$\begin{aligned} & \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} t^{2(N-1-j)}(2-t^2)^j t dt = \\ & = \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \left[ \frac{t^{2(N-1-j)+2}(2-t^2)^j}{2(N-1-j)+2} \right]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{\delta(j)(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \int_{t_1}^{t_2} \frac{2j}{2(N-1-j)+2} \times \\ & \times t^{2(N-1-j)+2}(2-t^2)^{j-1} t dt = \\ & = \frac{\delta(j)(N-1)!}{2j!(N-j)!} [t^{2(N-j)}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \frac{\delta(j)(N-1)!}{(j-1)!(N-1-(j-1))!} \times \\ & \times \int_{t_1}^{t_2} t^{2(N-1-(j-1))}(2-t^2)^{j-1} t dt. \end{aligned}$$

Получился интеграл такого же вида, как и интеграл с индексом  $j - 1$  среди членов суммируемого ряда (33). Применяя эту формулу последовательно, в порядке убывания индекса  $j$ , и объединяя подобные члены ряда, избавляемся от всех знаков интеграла. При этом интеграл с индексом  $j = 0$  без рекурсивной зависимости превращается в аналогичный член получающегося суммируемого ряда:

$$H(t_1, t_2) = \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{j=0}^n \left(\frac{N}{2} - j\right) \frac{(N-1)!}{j!(N-j)!} \times [t^{2(N-j)}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2}.$$

Появившийся здесь множитель  $N/2 - j$  является следствием объединения подобных членов ряда с учетом обозначений (5)–(8).

Существует возможность дальнейших преобразований. Этот множитель нам нужен как два слагаемых, позволяющих рассматривать две суммы:

$$\begin{aligned} H(t_1, t_2) & = \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \sum_{j=0}^n (N-j-j) \frac{(N-1)!}{j!(N-j)!} \times \\ & \times [t^{2(N-j)}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2} = \\ & = \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \sum_{j=0}^n \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} [t^{2(N-j)}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2} - \\ & - \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \sum_{j=1}^n \frac{(N-1)!}{(j-1)!(N-j)!} [t^{2(N-j)}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2} = \end{aligned}$$

Во второй сумме выполняем замену индекса  $j$  путем смещения на единицу:

$$\begin{aligned} & = \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \sum_{j=0}^n \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} [t^{2(N-j)}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2} - \\ & - \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \\ & \times [t^{2(N-1-j)}(2-t^2)^{j+1}]_{t_1}^{t_2} = \end{aligned}$$

Попарно объединяем все члены двух сумм, кроме  $n$ -го члена, оставшегося без пары:

$$\begin{aligned} & = \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \frac{(N-1)!}{n!(N-1-n)!} [t^{2(N-n)}(2-t^2)^n]_{t_1}^{t_2} + \\ & + \left(\frac{1}{2}\right)^N \sum_{j=0}^{n-1} \frac{(N-1)!}{j!(N-1-j)!} \times \\ & \times [(t^2-1)t^{2(N-1-j)}(2-t^2)^j]_{t_1}^{t_2}. \end{aligned}$$

В этом виде формула полезна тем, что при  $t = 1$  избавляет нас от необходимости вычислять сумму. Поэтому, в частности, получаем:

$$H(0, 1) = \left(\frac{1}{2}\right)^{N+1} \frac{(N-1)!}{n!(N-1-n)!}. \quad (41)$$

В качестве проверки правильности формул заметим, что (40) и (41) в сумме соответствуют тождествам (35) и (36).

### Графики зависимости $Q(z, N)$

В результате вычислений по получен-

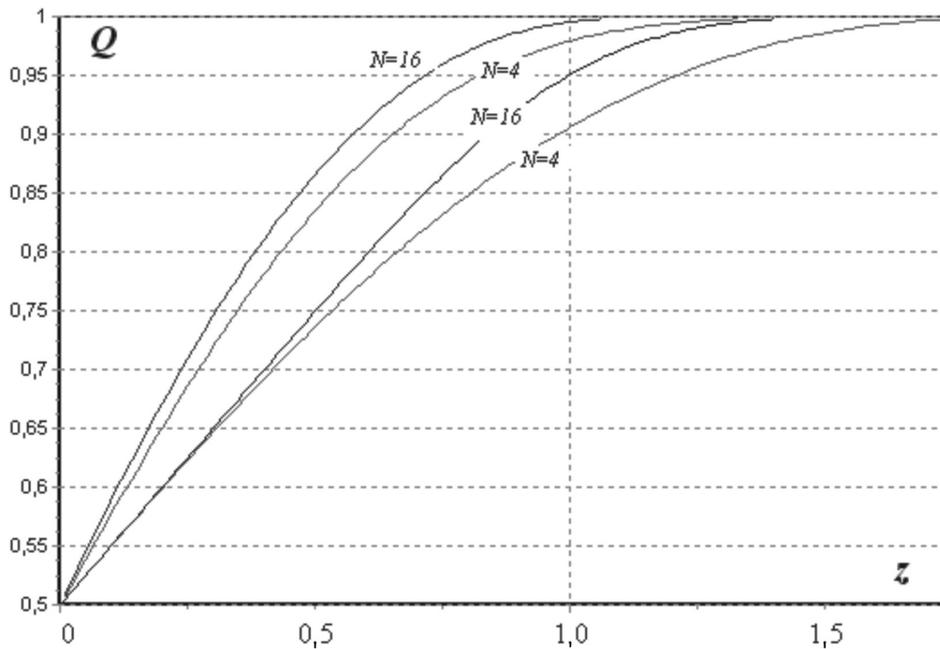


Рис. 1. Графики дисбаланса для равномерного и треугольного законов распределений

ным формулам построены графики, представленные на рис. 1.

Все графики дисбаланса для равномерного (прямоугольного) распределения имеют одинаковый тангенс наклона в точке (0,05). Графики дисбаланса для треуголь-

ного распределения сразу же разветвляются из начальной точки и идут более круто.

Чтобы наглядно изобразить эти два семейства кривых и вместе с тем не загромождать рисунок, от каждого семейства выбраны по две линии для  $N = 4$  и  $N = 16$ .

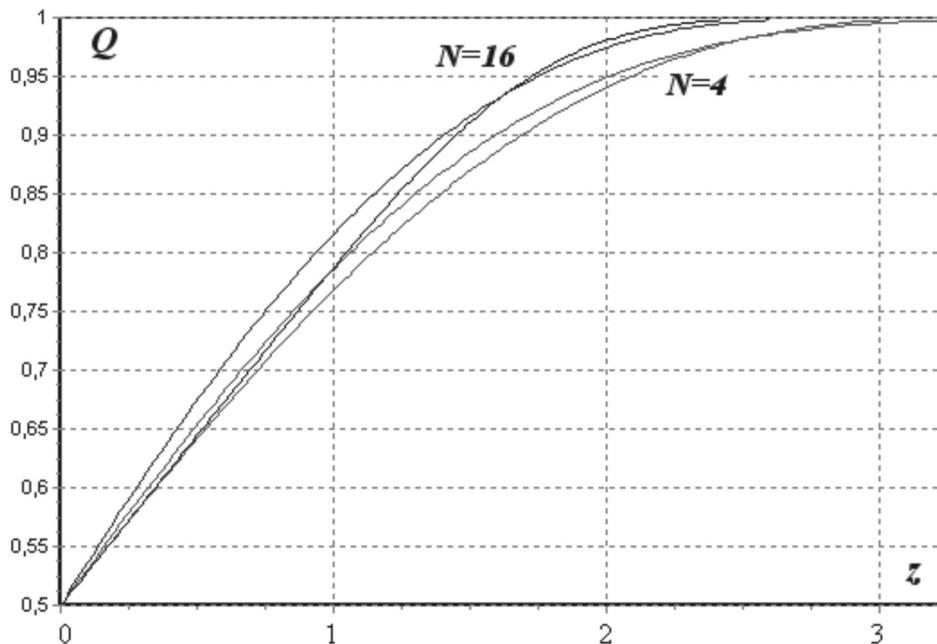


Рис. 2. Нормированные графики дисбаланса для равномерного и треугольного законов распределений

Эффект нейтральности серединного элемента проявляется всегда, а не только для (22) и (23).

Рассмотренные два типа распределения являются идеализированными моделями. Но они полезны тем, что могут рассматриваться в качестве границ для многих реальных форм распределения. Очевидно, что и полученные графики дисбаланса приобретают роль границ.

На рис. 2 эти же линии представлены нормированными по горизонтали по среднеквадратическому отклонению  $\sigma$  (с учетом выражений (10) и (29)) по формуле  $z = L / \sigma$ . Иначе говоря, для треугольного распределения в сравнении с равномерным распределением горизонтальный масштаб

расширен с коэффициентом  $\sqrt{2}$ . Как видно, при этом достигается близкое сходство линий дисбаланса для двух типов распределения. Поэтому уместно предположить, что и для многих других типов распределения, если аналогично масштабировать по среднеквадратическому отклонению, получающиеся приближенные графики будут приемлемыми. Однако эта тема остается для следующих статей.

Представленные формулы и результаты вычислений предоставляют зависимость дисбаланса от величины дрейфа одного измерителя в качестве основы для динамической корректировки коэффициентов чувствительности однотипных датчиков.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тайманов Р.Е., Сапожникова К.В. Метрологический самоконтроль датчиков // Сб. трудов II Росс. конф. Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения (теория, методы, алгоритмы, исследования и разработки). М.: ИПУ РАН, 2010. Датчики в системах управления, контроля и измерения [Электронный ресурс] / URL: <http://cmm.ipu.ru/node/15>; <http://cmm.ipu.ru/proc>
2. Dahir Insaat. Combat Robot (in Russian) [Электронный ресурс] / URL: <http://fullreels.com/en/video/UZbqsYYapW4/Dahir-Insaat-Combat-Robot-in-Russian> (Дата обращения: 11.07.2016).
3. Власенко А.Н., Демченков В.П., Лапин О.Е., Лопота В.А., Никуленков К.П., Шелепов Е.А., Юдин В.И. Устройство для измерения потоков фотонного излучения // Патент РФ на изобретение № 2299450. Приоритет 20.05.2007.
4. Измеритель мощности дозы и дифференциальных потоков гамма-излучения ИМД-24 [Электронный ресурс] / URL: <http://www.rtc.ru/index.php/sredstva-radiatsionnogo-kontrolya/imd-24> (Дата обращения: 04.04.2016).
5. Аркадьев В.Б., Голубева О.А., Ильин А.С., Лапин О.Е. Особенности программного обеспе-

чения измерителя мощности дозы и дифференциальных потоков гамма-излучения: Презентация. 28.02.2011 [Электронный ресурс] / URL: <http://www.atomic-energy.ru/presentations/19074> (Дата обращения: 12.01.2016).

6. НПФ «Консенсус». Каталог счетчиков регистрации излучений [Электронный ресурс] / URL: <http://consensus-group.ru/katalog> (Дата обращения: 04.04.2016).

7. Бойко А.Ю., Васильев А.В. Мобильный многоцелевой робототехнический комплекс // Труды междунар. науч.-техн. конф. Экстремальная робототехника. СПб.: ЦНИИ РТК, 2014. С. 46–49.

8. Дэйвид Г. Порядковые статистики. М.: Наука. Гл. ред. Физматлит, 1979. 336 с.

9. Гильбо Е.П., Челпанов И.Б. Обработка сигналов на основе упорядоченного выбора (мажоритарное и близкие к нему преобразования). М.: Советское радио, 1976. 344 с.

10. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. 400 с.

11. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. 5-е изд. М.: Наука, 1971.

#### REFERENCES

1. Tajmanov R.E., Sapozhnikova K.V. Metrologicheskij samokontrol' datchikov [Metrological self-checking of sensors]. *Tekhnicheskie i programmnye sredstva sistem upravlenija, kontrolja i izmerenija (teorija, metody, algoritmy, issledovanija i razrabotki)* [Proceedings of the 2nd Russian Conference with the International Participation,

*Technical and Software of Control Systems, Control and Measurement (the theory, methods, algorithms, researches and development)*. Moscow, IPU RAN, Oct. 18–20, 2010. *Datchiki v sistemah upravlenija, kontrolja i izmerenija* [Sensors in control and measurement systems]. Available: <http://cmm.ipu.ru/node/15>; <http://cmm.ipu.ru/proc/index.html>



(Accessed: 12.02.2016). (rus)

2. **Dahir Insaat Combat Robot.** Available: <http://fullreels.com/en/video/UZbqsYYapW4/Dahir-Insaat-Combat-Robot-in-Russian> (Accessed: 11.07.2016). (rus)

3. **Vlasenko A.N., Demchenkov V.P., Lapin O.E., Lopota V.A., Nikulenkov K.P., Shelepov E.A., Judin V.I.** *Ustrojstvo dlja izmerenija potokov fotonnogo izlucheniya. Patent RF no. 2299450 [Patent for the Device for Measurement of Streams of Photon Radiation]*. Prioritet 20.05.2007. (rus)

4. **Izmeritel moschnosti dozyi i differentsialnyih potokov gamma-izlucheniya IMD-24 [Measuring instrument of power of a dose and differential streams of gamma radiation IMD-24]**. Available: <http://www.rtc.ru/index.php/sredstva-radiatsionnogo-kontrolya/imd-24> (Accessed: 04.04.2016). (rus)

5. **Arkad'ev V.B., Golubeva O.A., Ilyin A.S., Lapin O.E.** *Osobennosti programmogo obespecheniya izmeritelya moschnosti dozyi i differentsialnyih potokov gamma-izlucheniya [Features of the software of the measuring instrument of power of a dose and differential streams of gamma radiation, presentation]*. Feb. 28, 2011. Available: <http://www.atomic-energy.ru/presentations/19074> (Accessed: 12.02.2016). (rus)

6. **NPF «Konsensus».** *Katalog schetchikov registratsii izluchenyi [Catalog of counters of registration of radiations]*. Available: <http://consensus-group.ru/katalog> (Accessed: 06.04.2016). (rus)

7. **Boyko A.Yu., Vasiliev A.V.** Multi-purpose mobile robotic complex. *Proceedings of the International Scientific and Technological Conference Extreme robotics*, State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics, Oct. 1-2, 2014, St. Petersburg, Russia, Pp. 46–49. (rus)

8. **David H., Nagaraja H.** *Order statistics*, 3d ed., Wiley, 2003.

9. **Gil'bo E.P., Chelpanov I.B.** *Obrabotka signalov na osnove uporjadochennogo vybora (mazhoritarnoe i blizkie k nemu preobrazovanija) [Processing of signals on the basis of the ordered choice (majority and other transformations)]*. Moscow: Sovetskoe radio Publ., 1976, 344 p. (rus)

10. **Vilenkin N.Ja., Vilenkin A.N., Vilenkin P.A.** *Kombinatorika [Combinatorics]*. Moscow: FIMA and Moscow Center of Continuous Mathematical Education Publ., 2006, 400 p. (rus)

11. **Gradshtejn I.S., Ryzhik I.M.** *Tablicy integralov, summ, rjadov i proizvedenij [Tables of integrals, sums and serieses]*. Moscow: Nauka Publ., 1971. (rus)

---

**ИЛЬИН Анатолий Степанович** – старший научный сотрудник Центрального научно-исследовательского и опытно-конструкторского института робототехники и технической кибернетики, кандидат технических наук.

194064, Россия, Санкт-Петербург, Тихорецкий пр., д. 21.

E-mail: TOLY@RTC.RU

**ILYIN Anatoliy S.** *State Scientific Center for Robotics and Technical Cybernetics (RTC)*.

194064, Tikhoretsky Ave. 21, St. Petersburg, Russia.

E-mail: TOLY@RTC.RU

НАУЧНОЕ ИЗДАНИЕ  
«НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ  
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.  
ИНФОРМАТИКА. ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ. УПРАВЛЕНИЕ»  
«ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL.  
COMPUTER SCIENCE. TELECOMMUNICATIONS AND CONTROL SYSTEMS»

№ 2(241) 2016

Учредитель – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).  
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

Редакция журнала

д-р техн. наук, профессор *А.С. Коротков* – главный редактор  
*Е.А. Калинина* – литературный редактор, корректор  
*Г.А. Пышкина* – ответственный секретарь, выпускающий редактор

Телефон редакции (812)552-62-16, 297-18-21

E-mail: [infocom@spbstu.ru](mailto:infocom@spbstu.ru)

Компьютерная верстка *А.Н. Смирнов*

Перевод на английский язык *А.С. Колгатина*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

---

Подписано в печать 30.06.2016. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,83. Уч.-изд. л. 8,83. Тираж 1000. Заказ

---

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
Издательство Политехнического университета  
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России  
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

## УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ

в журнале «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление»

### 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Журнал «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Телекоммуникации. Управление» является периодическим печатным научным рецензируемым изданием. Зарегистрировано Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19 октября 2012 г. С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ» (ISSN 1994-2354).

Издание с 2002 года входит в Перечень ведущих научных рецензируемых журналов и изданий (перечень ВАК) и принимает для печати материалы научных исследований, а также статьи для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук и кандидата наук по следующим основным научным направлениям: **ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ, ЭЛЕКТРОНИКА, ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, УПРАВЛЕНИЕ В СОЦИАЛЬНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**. Научные направления журнала учитываются ВАК Минобрнауки РФ при защите докторских и кандидатских диссертаций в соответствии с Номенклатурой специальностей научных работников.

Сведения о публикациях представлены в РИНЦ, в Реферативном журнале ВИНИТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich's Periodical Directory».

Периодичность выхода журнала – 4 номера в год.

### 2. ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДОСТАВЛЯЕМЫМ МАТЕРИАЛАМ

#### 2.1. Оформление материалов

1. Рекомендуемый объем статей для авторов с ученой степенью доктора наук, званием профессора, соискателей ученой степени доктора наук (докторантов) 12–20 страниц формата А-4 с учетом графических вложений. Количество графических вложений (диаграмм, графиков, рисунков, таблиц, фотографий и т. п.) не должно превышать 4.

2. Рекомендуемый объем статей для преподавателей, авторов без ученой степени, соискателей ученой степени кандидата наук – 8–15 страниц формата А-4; аспирантов – 8 страниц формата А-4 с учетом графических вложений. Количество графических вложений (диаграмм, графиков, рисунков, таблиц, фотографий и т. п.) не должно превышать 3.

3. Авторы должны придерживаться следующей обобщенной структуры статьи: вводная часть (0,5–1 стр., актуальность, существующие проблемы); основная часть (постановка и описание задачи, изложение и суть основных результатов); заключительная часть (0,5–1 стр., предложения, выводы), список литературы (оформление по ГОСТ 7.05.-2008).

4. Число авторов статьи не должно превышать трех человек.

5. Набор текста осуществляется в редакторе **MS Word**, формул – в редакторе **MathType**. Таблицы набираются в том же формате, что и основной текст.

6. Шрифт – **TNR**, размер шрифта основного текста – 14, интервал – 1,5; таблицы большого размера могут быть набраны 12 кеглем. Параметры страницы: поля слева – 3 см, сверху, снизу – 2,5 см, справа – 2 см, текст размещается без переносов. Абзацный отступ – 1 см.

## 2.2. Предоставление материалов

Вместе с материалами статьи должны быть обязательно предоставлены:

- номер УДК в соответствии с классификатором (в заголовке статьи);
- аннотация на русском и английском языках;
- ключевые слова (5–7) на русском и английском языках;
- сведения об авторах на русском и английском языках: ФИО, место работы, должность, ученое звание, ученая степень, контактные телефоны, e-mail;
- аспиранты представляют документ отдела аспирантуры, заверенный печатью;
- акт экспертизы о возможности опубликования материалов в открытой печати.

С авторами статей заключается издательский лицензионный договор.

Предоставление всех материалов осуществляется в электронном виде через личный кабинет **ЭЛЕКТРОННОЙ РЕДАКЦИИ** по адресу <http://journals.spbstu.ru>

## 2.3. Рассмотрение материалов

Предоставленные материалы (п. 2.2) первоначально рассматриваются редакционной коллегией и передаются для рецензирования. После одобрения материалов, согласования различных вопросов с автором (при необходимости) редакционная коллегия сообщает автору решение об опубликовании статьи. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

При отклонении материалов из-за нарушения сроков подачи, требований по оформлению или как не отвечающих тематике журнала материалы не публикуются и не возвращаются.

Редакционная коллегия не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

Публикация материалов аспирантов очной бюджетной формы обучения осуществляется бесплатно в соответствии с очередностью.

При поступлении в редакцию значительного количества статей их прием в очередной номер может закончиться **ДОСРОЧНО**.

**Более подробную информацию можно получить:**

**на сайте журнала <http://ntv.spbstu.ru>**

**по телефону редакции +7(812) 552-62-16 с 10<sup>00</sup> до 18<sup>00</sup> Галина Александровна**

**или по e-mail: [infocom@spbstu.ru](mailto:infocom@spbstu.ru)**