

DOI: 10.5862/JPM.253.4

УДК: 532.5+612.13

*Я.А. Гатаулин, Д.К. Зайцев,
Е.М. Смирнов, А.Д. Юхнев*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ ЭВОЛЮЦИИ ВТОРИЧНОГО ТЕЧЕНИЯ В МОДЕЛЯХ ОБЩЕЙ СОННОЙ АРТЕРИИ

Проведено численное исследование вторичного течения в двух геометрически различных моделях общей сонной артерии: среднестатистической и с максимальной физиологической извитостью. Изучено влияние параметров извитости на временную и пространственную эволюцию закрученного потока. Показано, что наиболее сильная закрутка формируется во время фазы уменьшения расхода, на стыке грудного и шейного отделов. В этой области происходит трансформация вихрей Дина, характерных для течения в криволинейных трубках, в единый вихрь, формирующий закрученное течение. Полученные расчетные оценки интенсивности закрутки соответствуют результатам клинических измерений.

ОБЩАЯ СОННАЯ АРТЕРИЯ, ЗАКРУЧЕННОЕ ТЕЧЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ГИДРОДИНАМИКА, УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ – СТОКСА.

Введение

Сонные артерии – это основные проводники крови от сердца к мозгу. Левая общая сонная артерия начинается от дуги аорты, правая – от брахицефальной артерии. Обе разветвляются на внутреннюю сонную артерию, которая снабжает кровью мозг, и на внешнюю, по которой кровь течет к остальной части головы.

Недавние исследования влияния пространственной кривизны общей сонной артерии на кровоток [1 – 3] позволяют заключить, что течение с осесимметричным распределением скорости в сечениях артерии практически не реализуется. Результаты расчетов, проведенных для пространственно извитой геометрии общей сонной артерии в работе [1], показали, что в ней формируется течение со скошенным профилем осевой скорости, даже при умеренной кривизне шейного отдела. Смещение максимума скорости к одной из стенок обусловлено развитием вторичных (поперечных) течений. Расчеты, проведенные в работе [2] для модели извитой сонной артерии, также свидетельствуют о формировании течения,

характеризуемого выраженной скошенностью профиля осевой скорости. В работе [3] вторичное течение в общей сонной артерии изучалось с помощью ультразвукового доплеровского метода; авторы регистрировали наличие вихрей Дина и скошенного профиля осевой скорости.

В настоящей работе с применением методов вычислительной гидродинамики проведено исследование течения в двух геометрически отличных моделях общей сонной артерии: среднестатистической и с максимальной физиологической извитостью. Изучены временная и пространственная эволюция закрученного кровотока в зависимости от параметров кривизны артерии. Делаются выводы о структуре и свойствах кровотока в извитостях.

Геометрическая модель общей сонной артерии

Геометрия исследованных моделей построена на основе данных, полученных путем 3D магнитно-резонансной ангиографии сосудов на участке от дуги аорты до бифуркации сонной артерии, и являются

Таблица

Параметры геометрии правой общей сонной артерии и исследованных моделей

Параметр	Обозначение	Значение		
		Данные МРТ	Среднестатистическая модель (M1)	Модель с максимальной физиологической извитостью (M2)
Радиус кривизны, мм шейного отдела грудного отдела	R_s	40±20	40	20
	R_c	150±100	150	50
Длина хорды, мм шейного отдела грудного отдела	RT	40±15	40	
	RC	60±15	60	
Угол между хордами, град	α	25±25	25	
Угол между плоскостями, в которых лежат шейный и грудной отделы, град	θ	90±90	90	

Примечание: Данные МРТ получены осреднением по 28 здоровым добровольцам в работе [1].

осреднением по 28 здоровым добровольцам [1]. Согласно методике, предложенной в работе [1], общая сонная артерия условно разделяется на грудной и шейный сегменты; для них оцениваются радиусы кривизны центральной линии каждого из сегментов, близких к дуге окружности. Для указанной оценки привлекался метод наименьших квадратов.

Геометрические параметры рассматриваемых моделей артерии, а также диапазон физиологических данных из работы [1] приведены в таблице. Внутренний радиус сосуда, принятый нами при моделировании, $R = 2,5$ мм.

Выбор второй геометрии (модель 2) обусловлен крайними значениями радиусов кривизны шейного и грудного отделов из физиологического диапазона.

Построение геометрии модели общей сонной артерии с использованием программы DesignModeler, которая является приложением рабочей платформы Ansys Workbench, состояло из нескольких этапов. Сначала во взаимно перпендикулярных плоскостях XU и XZ были построены

дуги с общей точкой пересечения в начале координат: одна соответствовала шейному, другая – грудному отделу общей сонной артерии (рис. 1). Каждая дуга определялась радиусом кривизны и длиной хорды. На дуги затем наносились равноотстоящие друг от друга точки, через которые проводилась гладкая пространственная кривая с помощью инструмента 3D-Spline. Данная кривая служила осью модели общей сонной артерии. Завершающим этапом служило построение цилиндрической поверхности, моделирующей внутреннюю стенку артерии.

Математическая модель

Для моделирования течения в общей сонной артерии решались трехмерные нестационарные уравнения Навье – Стокса. Расчеты выполнялись в программе ANSYS CFX по методу контрольных объемов со вторым порядком точности по пространству и по времени.

На входной границе задавался однородный профиль скорости и изменение среднерасходной скорости во времени цикла

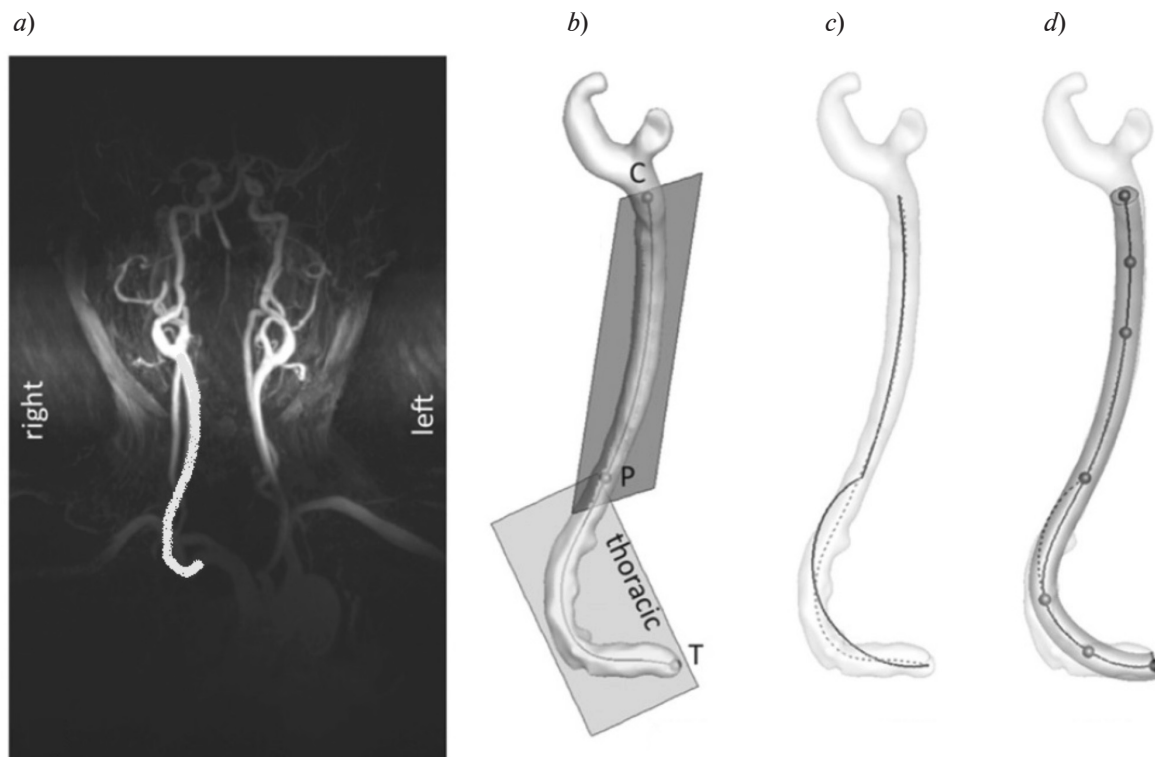


Рис. 1. Этапы построения геометрической модели правой общей сонной артерии: *a* – МРТ-снимок сети кровеносных сосудов (обозначены правая и левая общие сонные артерии); *b* – правая общая артерия, разбитая на отделы (грудной (Т – thoracic) и шейный (С – cervical)); *c* – ось сосуда (пунктир), грудной и шейный сегменты (сплошные линии); *d* – модель общей сонной артерии, полученная путем сглаживания грудной и шейных дуг, с последующим построением цилиндрической поверхности [1]

(далее это будет показано точечной кривой на рис. 5). Кривая средней скорости была получена из кривой расхода, которая отражает результат клинических измерений кровотока здоровых добровольцев методом фазово-контрастной магнитно-резонансной томографии (МРТ) [4]. Период цикла $T = 1$ с. Фаза увеличения скорости составляет 15 % от всего времени цикла. Максимальная за период среднерасходная скорость $V_{b\max} = 0,7$ м/с. Фаза уменьшения среднерасходной скорости характеризуется наличием трех локальных максимумов скорости, связанных с движением пульсовой волны по сосудам. На выходной границе модели сосуда задавался постоянный уровень давления. На стенках ставилось условие прилипания.

Расчеты выполнялись для жидкости по свойствам аналогичной крови: динамиче-

ский коэффициент вязкости $\mu = 0,004$ Па·с, плотность $\rho = 1000$ кг/м³. Для данных параметров максимальное за цикл число Рейнольдса

$$Re = 2\rho V_{b\max} R/\mu \approx 900,$$

число Уомерсли

$$Wo = R\sqrt{2\rho/\mu T} \approx 3.$$

Выбор расчетной сетки

Расчетная сетка для модели общей сонной артерии была построена в программе ANSYS Meshing (приложение рабочей среды ANSYS Workbench), с помощью инструментов Body Sizing и Inflation. Первый из них позволяет устанавливать тип элементов сетки и их максимальный размер, второй инструмент – сгущение сетки к стенке модели. Расчетная сетка состояла из призма-

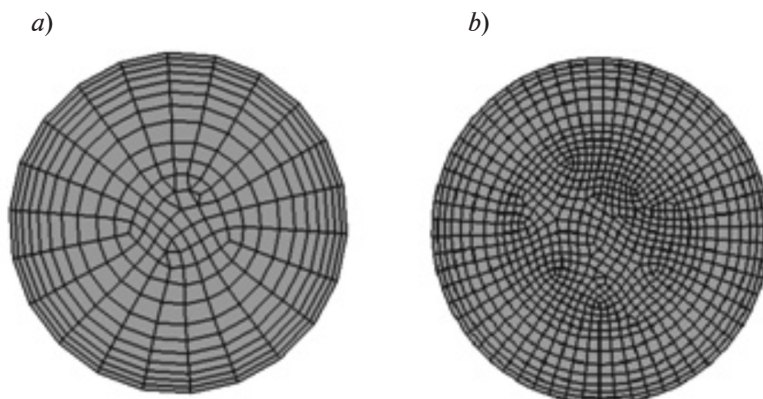


Рис. 2. Виды наиболее грубой (а) и наиболее мелкой (b) расчетных сеток в поперечном сечении модели артерии

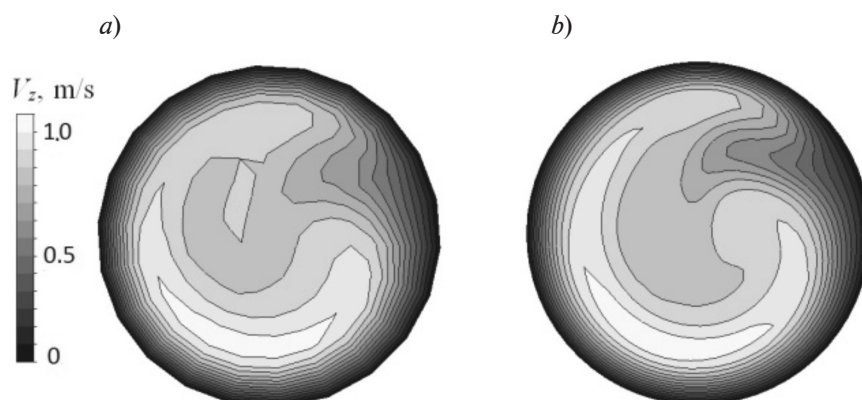


Рис. 3. Поля осевой скорости посередине шейного отдела (поперечное сечение), рассчитанные на наиболее грубой (а) и наиболее мелкой (b) сетках

тических элементов, максимальный размер которых был выбран, исходя из исследования на сеточную сходимость.

На рис. 2 представлены две из четырех расчетных сеток в поперечном сечении модели артерии. Эти сетки – самую грубую (общее число элементов – 43 тыс.) и самую подробную (450 тыс.) – мы использовали при исследовании на сеточную сходимость.

На рис. 3 приведено поле осевой скорости в поперечном сечении посередине шейного отдела, рассчитанное на данных сетках в стационарной задаче для модели 2 артерии, при среднерасходной скорости потока $V_b = 0,7$ м/с (данное значение от-

вечает максимальной скорости за цикл при решении нестационарной задачи).

Результаты исследования на сеточную сходимость позволили в целом заключить, что поле скорости для самой грубой сетки существенно отличается от полей, полученных для трех других сеток (86 тыс., 172 тыс. и 450 тыс. элементов). При этом результаты для двух последних сеток весьма близки: различие не превосходит 5 %. В итоге для проведения нестационарных расчетов была выбрана сетка с числом элементов в 450 тыс.

Было также проведено исследование на чувствительность получаемых результатов к шагу по времени. Сравнивались решения,

полученные с шагами 0,005, 0,010 и 0,020 с. В результате было установлено, что решение мало изменяется с уменьшением шага по времени в указанном диапазоне; поэтому основные вычисления проводились только с шагом 0,01 с.

Результаты расчетов

Расчеты показали, что в грудном отделе общей сонной артерии формируются парные вихри Дина, в которых жидкость вращается в противоположных направлениях. На рис. 4 вихри Дина визуализированы с помощью изоповерхностей Q -критерия; они имеют вид двух близких по форме структур, вытянутых вдоль внешней стенки модели сосуда. Вихри Дина, переходя в шейный отдел общей сонной артерии,

трансформируются в единый вихрь, формирующий закрученное течение. Наиболее сильная закрутка генерируется в месте сочленения грудного и шейного отделов. Вниз по течению закрутка затухает, и примерно на середине шейного отдела возникает второй вихрь, который постепенно увеличивается в размерах по длине сосуда.

Для характеристики интенсивности закрученного течения использованы два параметра: интегральный параметр закрутки S ,

$$S = \frac{\int V_{\phi} V_z r^2 dr}{R \int V_z^2 r dr}$$

— безразмерный момент количества движения в окружном направлении, а также ши-

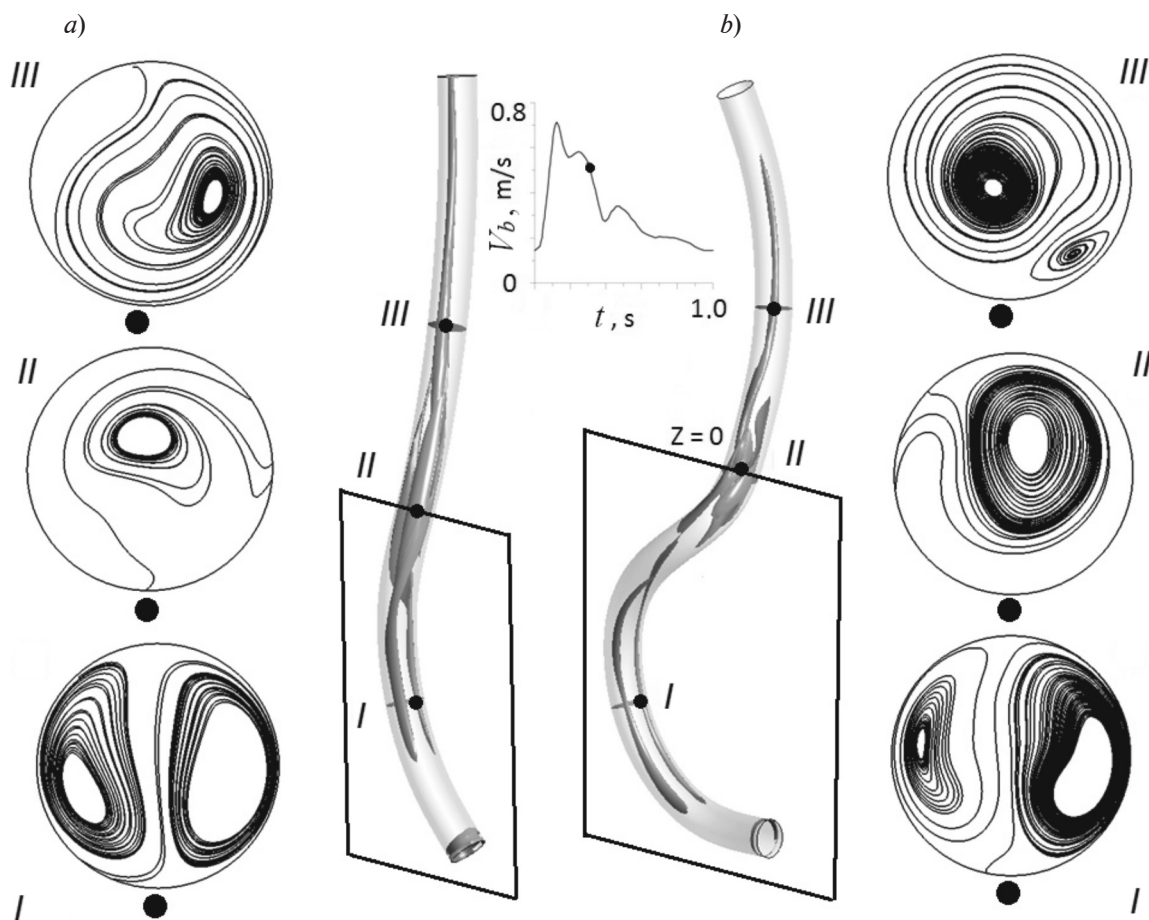


Рис. 4. Изоповерхности Q -критерия в фазу уменьшения расхода ($t = 0,3$ с) и линии тока в трех поперечных сечениях (I, II, III) для модели 1 (a) и модели 2 (b); на вставке приведена динамика среднерасходной скорости за цикл, момент $t = 0,3$ с отмечен точкой

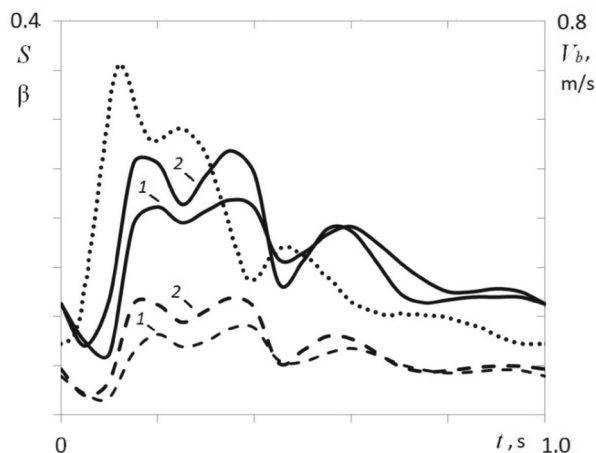


Рис. 5. Изменение во времени цикла двух параметров закрутки: S (пунктирные линии) и β (сплошные), в сечении посередине шейного отдела для моделей 1 и 2, по сравнению с динамикой среднерасходной скорости (точечная линия)

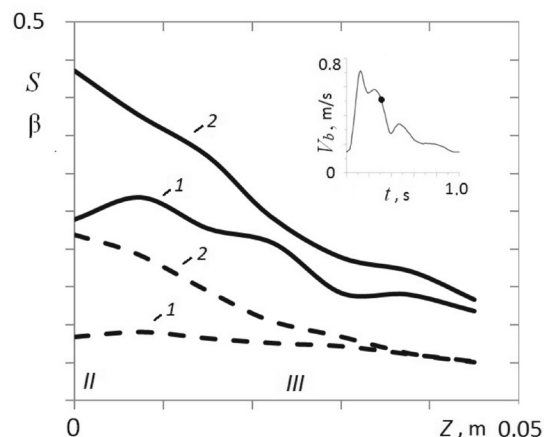


Рис. 6. Изменение параметров закрутки по длине шейного отдела: S (штриховые линии) и β (сплошные) в момент времени $t = 0,3$ с для моделей 1 и 2 общей сонной артерии; II, III – точки поперечных сечений на оси z ; вставка идентична приведенной на рис. 4

роко используемый на практике параметр закрутки β ,

$$\beta = \frac{V_{\varphi \max}}{V_{z \max}}$$

– отношение максимальной окружной скорости к максимальной осевой.

В приведенных формулах r – радиальная координата; R – радиус сосуда; V_{φ} , V_z – окружная и осевая скорости.

На рис. 5 для обеих исследованных моделей показано изменение во времени цикла двух введенных параметров закрутки. Видно, что наиболее интенсивная закрутка возникает во время систолы (примерно от 0,17 до 0,40 с). Для среднестатистической модели артерии в этот промежуток времени параметры $S \approx 0,08$, $\beta \approx 0,2$, а для модели с максимальной физиологической извитостью интенсивность закрутки примерно на 30 – 50 % больше. Примечательно, что на большей части цикла отношение β/S для обеих моделей приблизительно постоянно и составляет 2,0 – 2,5.

На рис. 6 показано изменение параметров закрутки по длине шейного отдела модели артерии. Оно имеет характер плавного уменьшения, практически линейного на отдельных участках. Несмотря

на весьма сильное различие интенсивностей закрутки в начале шейного отдела, полученных для двух рассматриваемых моделей (для модели 1 $S \approx 0,1$, $\beta \approx 0,2$; для модели 2 $S \approx 0,2$, $\beta \approx 0,45$), к концу шейного отдела интенсивность закрученного течения по обеим моделям выравнивается и характеризуется значениями $S \approx 0,05$, $\beta \approx 0,1$. Данные значения рекомендуется использовать для постановки численной задачи о расчете кровотока в бифуркации сонной артерии в качестве входных условий.

Заключение

Закрученное течение в извитой сонной артерии формируется под действием пространственной кривизны артерии и пульсирующего характера течения. Наиболее сильная закрутка формируется во время фазы уменьшения расхода на стыке грудного и шейного отделов, где происходит трансформация вихрей Дина, характерных для течения в криволинейных трубках, в единый вихрь, формирующий закрученное течение. По мере затухания закрутки, вниз по течению вновь возникает второй вихрь. Средний за систолу уровень интенсивности закрутки (он характеризуется отношением

максимальной окружной к максимальной осевой скорости) составляет значение 0,20 для модели среднестатистической общей сонной артерии и 0,25 – для модели с максимальной физиологической извитостью,

что соответствует клиническим результатам [5].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-01-07923).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] **Manbachi A., Hoi Y., Wasserman B.A., Lakatta E.G., Steinman D.A.** On the shape of the common carotid artery with implications for blood velocity profiles // *Physiol. Meas.* 2011. Vol. 32. No. 12. Pp. 1885–1897.

[2] **Гатаулин Я.А., Юхнев А.Д., Попов М.А., Курапеев Д.И.** Численное моделирование кровотока в общей сонной артерии с S-образной извитостью // *Биотехносфера.* 2013. Т. 5. № 1. С. 27–33.

[3] **Ford M.D., Xie Y.J., Wasserman B.A., Steinman D.A.** Is flow in the common carotid artery fully developed? // *Physiol. Meas.* 2008. Vol. 29.

No. 11. Pp. 1335–1349.

[4] **Hoi Y., Wasserman B.A., Xie Y.J., Najjar S.S., Ferruci L., Lakatta E.G., Gerstenblith G., Steinman D.A.** Characterization of volumetric flow rate waveforms at the carotid bifurcations of older adults // *Physiol. Meas.* 2010. Vol. 31. No. 3. Pp. 291–302.

[5] **Куликов В.П., Кирсанов Р.И., Засорин С.В.** Доплерографическая регистрация феномена винтового движения крови в общих сонных артериях у людей // *Ультразвуковая и функциональная диагностика.* 2006. Т. 2. № 1. С. 96–100.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГАТАУЛИН Яков Александрович – математик, заместитель директора Института прикладной механики и математики по НИРС Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
yakov_gataulin@mail.ru

ЗАЙЦЕВ Дмитрий Кириллович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Гидродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
zaitsev-aero@yandex.ru

СМИРНОВ Евгений Михайлович – доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой «Гидродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
smirnov_em@spbstu.ru

ЮХНЕВ Андрей Данилович – научный сотрудник кафедры «Гидродинамика, горение и теплообмен» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
a.yukhnev@mail.ru

Gataulin Ya.A., Zaitsev D.K., Smirnov E.M., Yukhnev A.D. NUMERICAL STUDY OF SPATIAL-TEMPORAL EVOLUTION OF THE SECONDARY FLOW IN THE MODELS OF A COMMON CAROTID ARTERY.

Numerical study of the secondary flow in the two geometrically different models of a common carotid artery has been carried out. One of the models (Model 1) is characterized by a statistically averaged curvature, and the second one (Model 2) is attributed to the maximal curvature of the artery. It was shown that



the most intensive swirl occurred at the phase of flow rate decreasing, the maximum values of the swirl parameters were observed at the interface of the cervical and thoracic segments of the artery. This interface is the place where the Dean vortices are transformed into a single vortex forming a swirling flow. The swirl intensity averaged over the systole and characterized by the ratio of the maximal values of the axial and circumferential velocities was evaluated as 0.20 for Model 1 and 0.25 for Model 2. Generally, it was in accordance with the data of clinical measurements.

COMMON CAROTID ARTERY, SWIRLING FLOW, COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS, NAVIER – STOKES EQUATIONS.

REFERENCES

- [1] **A. Manbachi, Y. Hoi, B.A. Wasserman, E.G. Lakatta, D.A. Steinman**, On the shape of the common carotid artery with implications for blood velocity profiles, *Physiol. Meas.* 32 (12) (2011) 1885–1897.
- [2] **Ya.A. Gataulin, A.D. Yukhnev, M.A. Popov, D.I. Kurapeyev**, Chislennoye modelirovaniye krovotoka v obshchey sonnoy arterii s *S*-obraznoy izvitostyu [Numerical simulation of the bloodstream in the common carotid artery with *S*-shaped tortuosity], *Biotekhnosfera.* 5 (1) (2013) 27–33.
- [3] **M.D. Ford, Y.J. Xie, B.A. Wasserman, D.A. Steinman**, Is flow in the common carotid artery fully developed?, *Physiol. Meas.* 29(11) (2008) 1335–1349.
- [4] **Y. Hoi, B.A. Wasserman, Y.J. Xie, et. al.**, Characterization of volumetric flow rate waveforms at the carotid bifurcations of older adults, *Physiol. Meas.* 31 (3) (2010) 291–302.
- [5] **V.P. Kulikov, R.I. Kirsanov, S.V. Zasorin**, Dopplerograficheskaya registratsiya fenomena vintovogo dvizheniya krovi v obshchikh sonnykh arteriyakh u lyudey [Dopplerografic recording the phenomenon of the screw blood motion in the human common carotid arteries], *Ultrazvukovaya i funktsionalnaya diagnostika.* 2 (1) (2006) 96–100.

THE AUTHORS

GATAULIN Yakov A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
yakov_gataulin@mail.ru

ZAITSEV Dmitriy K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
zaitsev-aero@yandex.ru

SMIRNOV Evgeniy M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
smirnov_em@spbstu.ru

YUKHNEV Andrey D.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
a.yukhnev@mail.ru