



DOI: 10.18721/JEST.230111

УДК 621.313

*М.А. Шакиров***ТЕОРИЯ ТРАНСФОРМАТОРОВ.****Часть 3**

Как и первые две части, работа посвящена развитию теории трансформаторов и выявлению их новых свойств путем использования понятия о векторном магнитном потенциале. Доказано существование характеристической поверхности внутри первичной обмотки идеализированного броневых трансформатора, на которой векторный потенциал не зависит от нагрузки. Вопреки официальной теории оказалось, что в трансформаторе при изменении нагрузки поддерживается постоянным не «общий поток намагничивания в магнитопроводе», а магнитный поток, охватываемый характеристической поверхностью первичной обмотки. Условием передачи активной мощности является наличие разности фаз между потоками, которые охвачены характеристическими поверхностями первичной и вторичной обмоток. Получен новый вид 4Т-образной схемы замещения, где отображены магнитные потоки и топология трансформатора. Доказано, что линии разделения потоков в окне в случае КЗ проходят только внутри короткозамкнутой обмотки, при этом отдельные части магнитопровода находятся в перевозбужденном состоянии по отношению к их состоянию при ХХ. Эти результаты не совместимы с догмами официальной теории и ставят вопрос о внедрении взамен нее новой теории трансформатора и обновлении стандартов по стойкости трансформаторов при КЗ, необходимых для оптимизации конструкции трансформаторов на стадии проектирования, что, в конечном счете, должно остановить наблюдаемый в настоящее время рост их аварийности. Представлено физическое обоснование необходимости увеличения нормированного ударного коэффициента тока КЗ с 1,8 до 1,9.

ТРАНСФОРМАТОР; ПЕРВИЧНАЯ И ВТОРИЧНАЯ ОБМОТКИ; МАГНИТНЫЙ ПОТОК; ВЕКТОРНАЯ ДИАГРАММА; СХЕМА ЗАМЕЩЕНИЯ; ВЕКТОРНЫЙ ПОТЕНЦИАЛ; УДАРНЫЙ ТОК.

Ссылка при цитировании:

М.А. Шакиров. Теория трансформаторов. Часть 3 // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2017. Т. 23. № 1. С. 107–123. DOI: 10.18721/JEST.230111

*М.А. Shakirov***THEORY OF TRANSFORMERS.****Part 3**

As with the first two parts, the work is dedicated to the development of the theory of transformers and identifying its new features using the concept of magnetic vector potential. It is proved for the idealized shell type transformer that a characteristic surface exists inside the primary winding in which the vector potential does not depend on the load. In opposition to the official theory, it turned out that not the «overall flow of the magnetization in the magnetic», but the magnetic flux covered by the characteristic surface of primary winding is supported constant in the transformer. The condition of active power transmission is the presence of a phase difference between the fluxes covered by the characteristic surfaces of the primary and secondary windings. A new type of the 4T-shaped equivalent circuit is obtained, with magnetic fluxes and transformer topology displayed on it. In case of short-circuit, the flux separation line in windows passes only within shorted winding. At the same time the individual parts of the magnetic circuit are overexcited in relation to their state when idling. These results are not compatible with the dogmas of the official theory and raise the issue of creating a new transformer theory with the development of more grounded standards on their durability to short-circuit needed to improve the construction of transformers at the design stage and, ultimately, to stop the observed increase in their failures. A physical justification of the necessity to increase the normalized impact short-circuit current ratio from 1.8 to 1.9 has been presented.

TRANSFORMER; PRIMARY AND SECONDARY WINDINGS; MAGNETIC FLUX; VECTOR DIAGRAM; EQUIVALENT NETWORK; VECTOR POTENTIAL; CURRENT IMPACT.

Citation:

M.A. Shakirov, Theory of transformers. Part 3, St. Petersburg polytechnic university journal of engineering sciences and technology, 23 (1) (2017) 107–123, DOI: 10.18721/ JEST.230111

Итогом двух частей новой теории двухобмоточного трансформатора, изложенных в [1, 2], явилось создание его *универсальной физико-математической модели*, получившей в [3, 4] название 4Т-образной схемы замещения. Физичность проявляется в отображении на ней, наряду с электрическими величинами, также *реальных* магнитных потоков в отдельных участках стали магнитопровода, в толще обмоток и в промежутке между ними. *Реальность* означает, что все эти потоки (в отличие от виртуальных, так называемых потоков рассеяния в официальной теории [5–12]) являются физически существующими, т. е. могущими быть измеренными, например с помощью измерительных катушек [13, 14]. Термин *универсальная модель* употреблен в смысле пригодности ее для оценки перевозбуждения магнитной системы трансформатора в любых аномальных установившихся и динамических режимах его работы, в том числе при возникновении насыщения и возможного перенасыщения отдельных частей магнитопровода, благодаря однозначному соответствию каждого элемента модели определенному участку магнитной системы трансформатора. *Универсальность* указывает также на то, что созданная 4Т-образная схема замещения может служить основой для построения схемных моделей более сложных многообмоточных трансформаторов и автотрансформаторов, в том числе с учетом насыщения, что получило подтверждение в [3, 4].

Цель настоящей работы — дальнейшее развитие новой теории трансформатора с использованием понятия о векторном магнитном потенциале как универсальном средстве досконального разбора процессов *внутри* трансформатора и оценки их влияния на его внешние характеристики, включая поведение трансформатора при перегрузках и в режимах КЗ [15, 16]. Последнее чрезвычайно актуально как в связи с наблюдающимся ростом их аварийности при КЗ, «*вплоть до 1,8 % при понижении среднего возраста повреждающихся трансформаторов*», так и многолетней недооценкой проектировщика-

ми, изготовителями (заводы), эксплуатантами (потребители) трансформаторной продукции «*проблемы стойкости трансформаторов при КЗ (the short-circuit withstand)*» [13, 17–19], тем более, что для ликвидации этой болезненной ситуации в энергетике требуются многие годы и большие средства. Анализ материалов сессий СИГРЭ и МЭК (вплоть до 2016 года) показывает, что в настоящее время решение задачи повышения «*the short-circuit withstand*» видят только в производственных мероприятиях по усилению конструкций обмоток (прессовка при сушке, тренировка, применение упрочненных медных и алюминиевых сплавов, новых изоляционных материалов и т. д.) или применении различных типов аморфных сталей на основе статистических данных и «*сравнения прототипов*». Развитие теории трансформаторов с использованием векторного потенциала, не отклоняя эмпирические стратегии, создает благоприятные возможности решать проблемы их стойкости при КЗ и перегрузках с учетом реальных физических процессов *внутри* трансформатора и выходом на обновление существующих стандартов при их проектирования. Будучи первым этапом в этом направлении, данная работа ограничена исследованиями идеализированного двухобмоточного броневое трансформатора, допускающего точное математическое описание всех взаимосвязей между электромагнитными величинами, благодаря чему достигается полная достоверность полученных результатов, рассматриваемых как фундаментальные. Потери и насыщение в реальном трансформаторе могут быть учтены внесением соответствующих ветвей с нелинейными индуктивностями и дополнительными активными сопротивлениями аналогично тому, как это выполнено в [1–4].

**Векторный потенциал
в физике и электротехнике**

Несмотря на важность, которую векторный потенциал играет в теории электромагнитного поля, до сих пор его роль в описании *целост-*

ного поведения трансформатора не рассматривалась. Более того, специально оговаривается якобы бессмысленность такого рассмотрения, как это представлено, в частности, в [10, с. 508] в связи с обсуждением конфигурации магнитного поля в окне, полученной Ротом [5] с помощью векторного потенциала: «*Anyway, we should not be concerned about the absolute values of the magnetic vector potential*». Решение [5] рассматривается в официальной теории только с позиции оценки коэффициента Роговского и никак не в отношении описания поведения трансформатора в целом [7]. Все представлено так, как будто бы векторный потенциал попросту *не востребован* в теории трансформаторов.

В действительности векторный потенциал (как величина, предопределяющая потоки и энергию магнитного поля) является не востребованным, а **несовместимым** с догмами официальной теории трансформатора, изначально наполненной понятиями о несуществующих потоках рассеяния и об общем магнитном потоке, будто бы создаваемым МДС намагничивания $w_1 \dot{I}_0 = w_1 \dot{I}_1 - w_2 \dot{I}_2$. Парадокс состоит в следующем: при $w_1 \dot{I}_0 = 0$, что имеет место в трансформаторе с наилучшими данными, т. е. с наилучшей сталью ($\mu_{\text{сталь}} = \infty$) и, следовательно, идеальной магнитной связью между обмотками, он согласно официальной теории работать не сможет, что явно или косвенно подтверждают все учебники [6, 8–10].

Неприятием случая $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ (то есть при допущении, что $\mu_{\text{сталь}}$ может быть только строго конечным) официальная теория заводит сама себя в тупик. В отличие от нее, новая теория [1, 2] изначально построена на исследовании свойств трансформатора с предельно лучшими параметрами, для которого условия $\mu_{\text{сталь}} = \infty$ и $w_1 \dot{I}_0 = 0$ являются **нормой** для исследования любых режимов. Образно говоря, новая теория начинается там, где заканчивается, терпит крах официальная теория. Поэтому новая теория открыта для мониторинга официальной теории векторным потенциалом, поскольку рассматривает не виртуальные, надуманные, а реальные магнитные потоки [15].

Необходимо объяснить, что нового дает векторный потенциал A в анализе работы силовых трансформаторов. Причем ответ должен быть

дан в терминах *классической* электромеханики. Акцент на *классическое* воззрение сделан не случайно, поскольку анализ аналогичной задачи физиками выполнен с привлечением идей квантовой механики [16], что выглядит отпугивающим и для решения технических проблем абсолютно неприемлемым.

Вместо трансформатора Р.Фейнман в [16, с. 15–27] разбирает парадокс с «длинным соленоидом, по которому течет постоянный ток: ... снаружи него поля B нет, тогда как ... есть A ». Утверждается, что эта ситуация разрешается на основе «уравнения Шредингера» (1926) и выполненного «через тридцать лет ... кристально ясного опыта Бома и Аронова (1956), ... которым многие были просто потрясены». На волне этих восторгов Р. Фейнман почти сознательно отстраняет инженеров-электриков от всякой попытки решить поставленную проблему практически, «поскольку в классической механике A , по-видимому, не имеет важного значения из-за того, что его можно менять добавлением градиента» и «люди повторяли, что векторный потенциал не обладает прямым физическим смыслом» [16, с. 24]. А между тем центральный вопрос Р. Фейнмана — «*что реальнее, В или А?*» — имеет прямое отношение к теории трансформатора, так как парадокс, описанный им для соленоида, еще в большей степени проявляется при рассмотрении идеализированного броневоего трансформатора: для поля в стали $H = 0$, а векторный потенциал существует и в стали и снаружи в окне трансформатора в любом режиме. В режиме ХХ и вовсе имеет место полная аналогия с соленоидом: в окне трансформатора *поля B нет, тогда как A есть*. Как видно, то, что физиками рассматривается как экзотика, *необычность*, для инженеров-электриков представляется типовой задачей.

В сложившейся ситуации, помимо преодоления предрассудков официальной теории трансформатора, несовместимой с теорией векторного потенциала, необходимо в обход квантово-механических толкований Р. Фейнмана найти альтернативные физические представления для векторного потенциала на естественном для инженеров-электриков языке. Таким образом, материал статьи приобретает, помимо практического, также дидактическое (поучительное) и мировоззренческое значение.

Главенство векторного потенциала в трансформаторе

При ознакомлении с функцией распределения векторного потенциала в трансформаторе весьма важно располагать ее аналитическим выражением, что возможно, если трансформатор имеет каноническую броневую структуру, показанную на рис.1. Диаметры стержня и цилиндрических поверхностей кругового бокового яра обозначены как $D_{ст}$, $D_{бок1}$ и $D_{бок2}$. Сечения стержня и бокового яра одинаковы, поэтому

$$D_{бок2} = \sqrt{D_{ст}^2 - D_{бок1}^2}, \quad (1)$$

где $D_{бок1} = D_b + b + 2\delta_2$. Ось z совпадает с осью стержня. Магнитное и электрическое поля осесимметричны, и естественно их рассматривать в цилиндрических координатах z, r, α (с ортами $\mathbf{k}, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\alpha$) при следующих допущениях, характерных для идеализированного трансформатора:

- высоты обмоток равны $h_{об} = h_{окн} = h$, где $h_{окн}$ — высота окна;
- активные сопротивления обмоток равны нулю;
- потери в стали отсутствуют;
- магнитная проницаемость стали бесконечна ($\mu_{сталь} = \infty$);
- магнитная индукция в стали распределяется равномерно по ее сечению.

Из этих условий вытекает, что магнитные потоки в промежутках шириной δ_1 и δ_2 равны нулю. Линии индукции $\mathbf{B}(r)$ магнитных потоков

$\dot{\Phi}_{ст}, \dot{\Phi}_{бок}$ в стали и потоков $\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_\delta, \dot{\Phi}_b$ в окне параллельны оси z , а линии электрического поля $\mathbf{E}(r)$ циркулируют вокруг оси z . При этом векторный потенциал $\mathbf{A} = A_\alpha(r)\mathbf{e}_\alpha$ можно принять главенствующим, поскольку он оказывается первообразной функцией в том смысле, что производные от $A(r) = A_\alpha(r)$ определяют оба поля в трансформаторе — магнитное $\mathbf{B}(r)$ и электрическое $\mathbf{E}(r)$:

$$\mathbf{B} \equiv B_z(r)\mathbf{e}_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA)}{\partial r} \mathbf{e}_z; \quad \mathbf{E} = E_\alpha(r)\mathbf{e}_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial t} \mathbf{e}_\alpha. \quad (2)$$

Кроме того, векторный потенциал напрямую определяет функцию потока $\Phi(r)$, пересекающего площадь круга радиуса r в плоскости $z = \text{const}$:

$$\Phi(r) = \int_0^{2\pi} A_\alpha(r)r d\alpha = A_\alpha(r)r \int_0^{2\pi} d\alpha = 2\pi r A(r). \quad (3, a)$$

Поскольку на оси стержня функция потока $\Phi(r)|_{r=0} \equiv \Phi(0) = 0$, то и циркулирующий вокруг оси z векторный потенциал следует на оси z принять равным нулю, то есть

$$A(r)|_{r=0} \equiv (0) = 0. \quad (4)$$

С учетом этого условия, зная распределение $A(r) = A_\alpha(r)$, можно легко с помощью (3, a) определить любой из потоков $\dot{\Phi}_{ст}, \dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_\delta, \dot{\Phi}_b, \dot{\Phi}_{бок}$, связанных между собой следующими соотношениями (см. рис.1):

$$\dot{\Phi}_я^{a\delta} = \dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a; \quad (5)$$

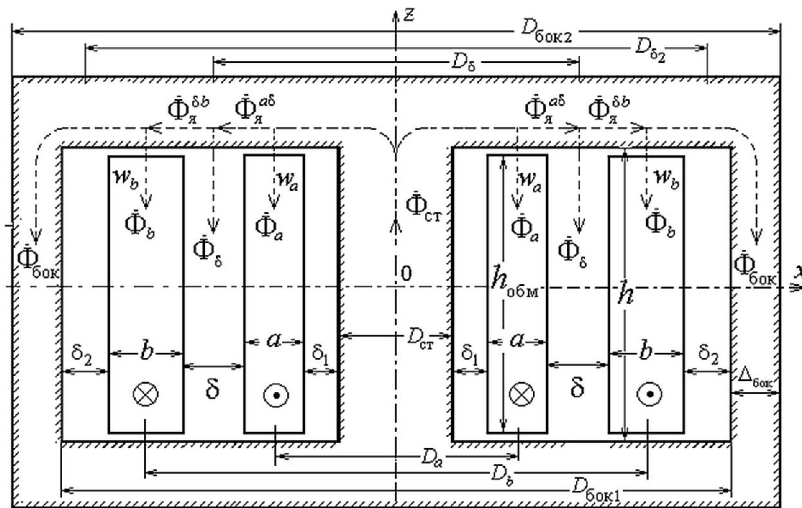


Рис.1. Магнитные потоки в бронево идеализированном ($\mu_{сталь} = \infty$) трансформаторе

$$\dot{\Phi}_я^{\delta b} = \dot{\Phi}_я^{a\delta} - \dot{\Phi}_\delta = \dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a - \dot{\Phi}_\delta; \quad (6)$$

$$\dot{\Phi}_{бок} = \dot{\Phi}_я^{\delta b} - \dot{\Phi}_b = \dot{\Phi}_{ст} - \dot{\Phi}_a - \dot{\Phi}_\delta - \dot{\Phi}_b. \quad (7)$$

Правые части этих выражений показывают, что все *потоки в стали* можно имитировать частными значениями *функции потока* $\dot{\Phi}(r)$ в окне:

$$\dot{\Phi}_{ст} = \dot{\Phi}(r_{ст}); \quad (8)$$

$$\dot{\Phi}_я^{a\delta} = \dot{\Phi}(r_2^a); \quad (9)$$

$$\dot{\Phi}_я^{\delta b} = \dot{\Phi}(r_1^b); \quad (10)$$

$$\dot{\Phi}_{бок} = \dot{\Phi}(r_{бок}), \quad (11)$$

где радиусы определяются соотношениями

$$r_{ст} = D_{ст} / 2; \quad r_1^a = r_{ст} + \delta_1; \quad r_2^a = r_1^a + a;$$

$$r_1^b = r_2^a + \delta; \quad r_2^b = r_1^b + b; \quad r_{бок} = r_2^b + \delta_2.$$

Из (3, а) получаем обратное соотношение, используемое далее для определения распределения векторного потенциала внутри трансформатора

$$A = A_\alpha(r) = \frac{\Phi(r)}{2\pi r}, \quad (3, б)$$

или в комплексной форме

$$\dot{A}(r) = \frac{\dot{\Phi}(r)}{2\pi r}. \quad (12)$$

Поскольку положительное направление функции потока на эскизе (рис.1) принимается совпадающим с направлением оси z, то вектор $A(r) = A_\alpha(r)$, циркулируя вокруг этой оси, в правой части эскиза должен быть направлен от нас перпендикулярно плоскости рисунка.

На основе (8)–(12) можно записать следующие частные значения векторного потенциала на граничных поверхностях стержня, обмоток и бокового ярма внутри трансформатора:

$$\dot{A}(r_{ст}) = \frac{\dot{\Phi}(r_{ст})}{2\pi r_{ст}} = \frac{\dot{\Phi}_{ст}}{2\pi r_{ст}}; \quad (13)$$

$$\dot{A}(r_2^a) = \frac{\dot{\Phi}(r_2^a)}{2\pi r_2^a} = \frac{\dot{\Phi}_я^{a\delta}}{2\pi r_2^a}; \quad (14)$$

$$\dot{A}(r_1^b) = \frac{\dot{\Phi}(r_1^b)}{2\pi r_1^b} = \frac{\dot{\Phi}_я^{\delta b}}{2\pi r_1^b}; \quad (15)$$

$$\dot{A}(r_{бок}) = \frac{\dot{\Phi}(r_{бок})}{2\pi r_{бок}} = \frac{\dot{\Phi}_{бок}}{2\pi r_{бок}}. \quad (16)$$

Из (2) следует, что, в конечном итоге, и вектор Пойнтинга

$$\mathbf{\Pi}(r) = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \Pi(r)\mathbf{e}_r, \quad (17)$$

где $\Pi(r) = E_\alpha(r)H_z(r)$, также *управляется* векторным потенциалом.

Токи в обмотках идеализированного трансформатора

Сопротивление КЗ идеализированно трансформатора есть чисто индуктивная величина

$$z_{кз} = \omega L_{кз}, \quad (18)$$

где $L_{кз}$ — известная из учебников индуктивность КЗ со стороны первичной обмотки. Если первичной является *a*-обмотка (см. рис. 1), то $L_{кз}$ можно представить в виде суммы следующих трех слагаемых [2, с. 24]:

$$L_{кз} = L_a + L_\delta + L'_b, \quad (19)$$

причем

$$L_a = \frac{\mu_0 \pi (D_a + a/2)a}{3h} w_a^2 \approx \frac{\mu_0 s_a}{3h} w_a^2; \quad (20)$$

$$L_\delta = \frac{\mu_0 \pi D_\delta \delta}{h} w_a^2 = \frac{\mu_0 s_\delta}{h} w_a^2; \quad (21)$$

$$L'_b = \frac{\mu_0 \pi (D_b - b/2)b}{3h} w_a^2 \approx \frac{\mu_0 s_b}{3h} w_a^2, \quad (22)$$

где s_a, s_δ, s_b — площади поперечных сечений соответствующих зон в окне,

$$s_a = \pi a (r_2^a + r_1^a), \quad s_\delta = \pi D_\delta \delta, \quad s_b = \pi b (r_2^b + r_1^b). \quad (23)$$

При подключении вторичной *b*-обмотки к нагрузке $Z_{нагр}$ в первичной *a*-обмотке возникнет ток

$$i_a = \frac{\dot{U}_a}{j\omega L_{кз} + Z'_{нагр}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega L_{кз} + \left(\frac{w_a}{w_b}\right)^2 Z_{нагр}}. \quad (24)$$

В (19), (22) и (24) штрихами, как принято, помечены величины, приведенные к первичной

обмотке. В приведенном идеализированном трансформаторе $\dot{I}'_b = \dot{I}_a$.

Универсальная схемная модель двухобмоточного трансформатора

Эта схема под названием 4Т-образная схема замещения применялась в [3, 4] для вывода физико-математических схем замещения автотрансформаторов и многообмоточных трансформаторов. В отличие от [3, 4], на схеме рис. 2, а выделены узлы, отмеченными крестиками, для демонстрации ее нового качества — быть еще и условной топологической моделью идеализированного трансформатора, поскольку этими узлами явно отображаются основные геометрические параметры трансформатора — радиусы $r_{ст}, r_1^a, r_2^a, r_1^b, r_2^b, r_{бок1}$ цилиндрических поверхностей, соответствующих стержню, границам обмоток и бокового яра (см. рис. 1). С их помощью по схеме (рис. 2, а) читаем: поток в окне между цилиндрическими поверхностями радиусов r_1^a и r_2^a , т. е. в толще а-обмотки, равен $\dot{\Phi}_a$. Аналогично по схеме идентифицируются поток $\dot{\Phi}_\delta$ между цилиндрическими поверхностями радиусов r_2^a и r_1^b и поток $\dot{\Phi}_b$ между поверхно-

стями радиусов r_1^b и r_2^b . Из схемы также следует, что в окне между поверхностями радиусов $r_{ст}$ и r_1^a , т. е. в зазоре δ_1 , а также между поверхностями радиусов r_2^b и $r_{бок1}$, т. е. в зазоре δ_2 , потоков нет, поскольку схема (рис. 2, а) соответствует идеализированному трансформатору. Наконец, схема показывает, что между поверхностями $r_{ст}$ и $r_{бок1}$ протекает суммарный поток окна $\dot{\Phi}_{окно}$.

В стали по отмеченным на схеме (рис. 2, а) радиусам идентифицируются не потоки, а значения функции потока $\dot{\Phi}(r)$ относительно оси симметрии трансформатора. Это поясняется на рис. 2, б, в котором добавлен общий узел, отображающий радиус $r = 0$ и все потоки (рис. 2, а) заменены частными значениями функции потока в соответствии с (8)–(11). Непосредственно по схеме (рис. 2, б) читаем: на цилиндрической поверхности радиуса $r_{ст}$ функция потока $\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_{r_{ст}}$; на поверхности радиуса r_2^a функция потока $\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_{r_2^a}$ (т. е. поток, ограниченный поверхностью радиуса r_2^a , равен $\dot{\Phi}_{r_2^a}$) и т. д. В конце концов констатируем: на поверхности радиусом $r_{бок1}$ функция потока $\dot{\Phi}(r) = \dot{\Phi}_{r_{бок1}}$

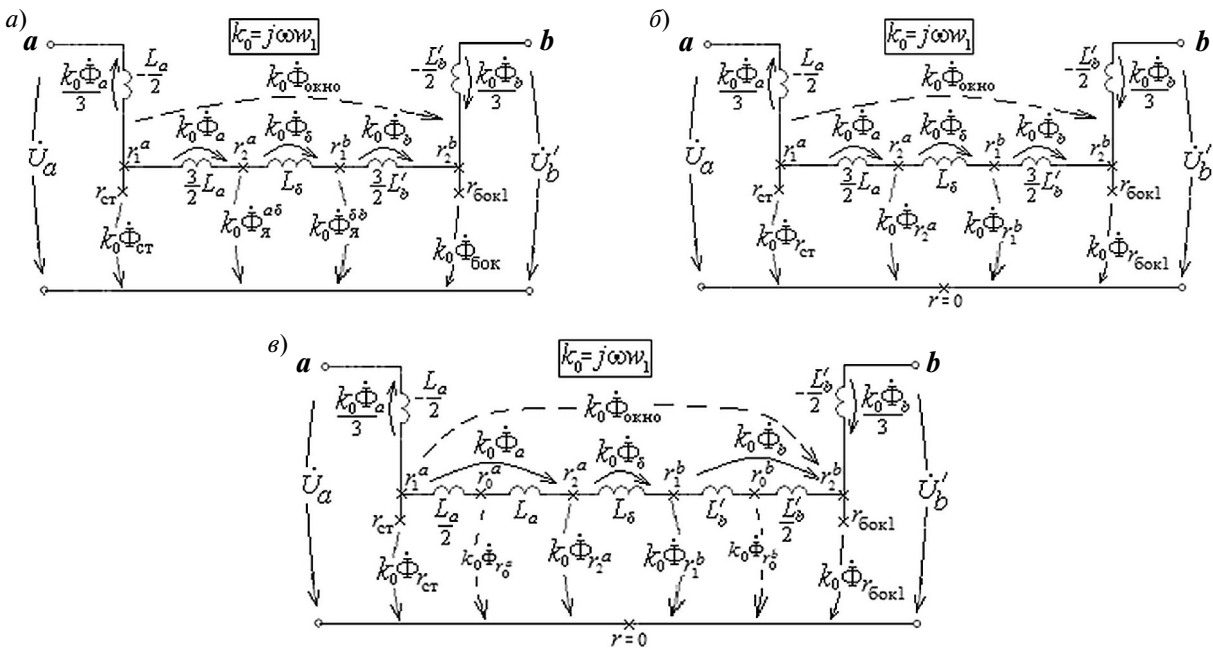


Рис. 2. Условно-топологическая 4Т-образная схема замещения идеализированного трансформатора с отображением на ней:

а — основных потоков (рис.1); б — функции потока на границах магнитопровода и обмоток; в — дополнительных значений функции потока на особых поверхностях внутри обмоток

(т. е. поток, ограниченный поверхностью радиуса $r_{\text{бок1}}$, равен $\dot{\Phi}_{r_{\text{бок1}}}$).

Из сказанного следует, что на схеме (рис. 2, б) можно отобразить радиус любой цилиндрической поверхности внутри a -обмотки соответствующим расщеплением индуктивности $3L_a/2$. Расщеплением индуктивности L_δ можно отобразить соответствующий радиус цилиндрической поверхности между обмотками. Аналогично для отображения радиуса цилиндрической поверхности внутри b -обмотки необходимо расщепить индуктивность $3L'_b/2$. Таким образом, на схеме замещения можно отобразить сколько угодно радиусов соответствующих цилиндрических поверхностей и получить *распределенную* схемную модель трансформатора.

***A*-инвариантные цилиндрические поверхности внутри обмоток трансформатора**

На рис. 2, в изображена схема, отличающаяся от схемы рис. 2, б расщеплением каждой из величин $3L_a/2$ и $3L_b/2$ на два слагаемых:

$$\frac{3L_a}{2} = \frac{L_a}{2} + L_a; \quad \frac{3L_b}{2} = L_b + \frac{L_b}{2}. \quad (25)$$

Узлы между этими частями соответствуют особым (*характеристическим*) цилиндрическим поверхностям внутри обмоток с радиусами, обозначенными как r_0^a и r_0^b . Эти поверхности играют важную роль в понимании работы трансформатора. Действительно, непосредственно из схемы рис. 2, в заключаем, что напряжения от r_0^a -узла и r_0^b -узла в направлении общего узла ($r = 0$) оказываются всегда равными напряжениям на зажимах трансформатора:

$$k_0 \dot{\Phi}_{r_0^a} = \dot{U}_a; \quad k_0 \dot{\Phi}_{r_0^b} = \dot{U}_b.$$

Отсюда вытекает: если напряжения на входах заданы, то *заданными* окажутся и потоки

$$\dot{\Phi}_{r_0^a} = \frac{\dot{U}_a}{k_0}, \quad (26)$$

$$\dot{\Phi}_{r_0^b} = \frac{\dot{U}_b}{k_0}, \quad (27)$$

окруженные характеристическими поверхностями соответственно радиуса r_0^a или r_0^b . Согласно (12) *заданными* окажутся также и значения векторного потенциала внутри обмоток:

$$\dot{A}_{r_0^a} = \frac{\dot{\Phi}_{r_0^a}}{2\pi r_0^a} = \frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a}; \quad (28)$$

$$\dot{A}_{r_0^b} = \frac{\dot{\Phi}_{r_0^b}}{2\pi r_0^b} = \frac{\dot{U}_b}{2\pi k_0 r_0^b}. \quad (29)$$

Для осмысления этих весьма загадочных свойств трансформатора рассмотрим три поясняющих примера.

Пример 1. Пусть первичной является a -обмотка, находящаяся под напряжением \dot{U}_a . Тогда из (28) непосредственно вытекает, что независимо от нагрузки b -обмотки на цилиндрической поверхности радиуса r_0^a векторный потенциал детерминирован и равен его значению при ХХ. Иначе говоря, при заданном \dot{U}_a векторный потенциал на цилиндрической поверхности радиуса r_0^a инвариантен относительно нагрузки вторичной b -обмотки и равен

$$\dot{A}_{r_0^a} = \dot{A}_{r_0^a}^{\text{xx}} = \frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a}, \quad (30)$$

или, кратко, *при заданном напряжении \dot{U}_a на a -обмотке r_0^a -поверхность внутри нее проявляет себя как *A*-инвариантная поверхность относительно нагрузки b -обмотки.*

Пример 2. Пусть, как и в первом примере, первичной является a -обмотка, но напряжение для удобства потребителей поддерживается постоянным на выходе трансформатора, т. е. заданным является действующее значение напряжения $U_b = \text{const} \neq 0$. Тогда, как следует из (29), независимо от нагрузки, подключенной к b -обмотке, векторный потенциал на поверхности радиуса r_0^b внутри b -обмотки окажется постоянным по модулю:

$$A_{r_0^b} = \frac{U_b}{2\pi k_0 r_0^b}, \quad (31)$$

или, кратко, *при поддержании постоянным напряжения U_b на вторичной b -обмотке r_0^b -поверхность внутри нее проявляет себя как *A*-инвариантная поверхность относительно нагрузки.*

Замечание 1. Используя известное соотношение для передачи активной мощности в сетях,

для трансформатора с учетом (28)–(31) можем написать

$$P = \frac{U_a U'_b}{X_{kz}} \sin \theta_\psi = \lambda_\psi \Phi_{r_0^a} \Phi_{r_0^b} \sin \theta_\psi = 4\pi^2 \lambda_\psi (r_0^a r_0^b) A_{r_0^a} A_{r_0^b} \sin \theta_\psi,$$

где $\lambda_\psi = \omega w_a^2 / L_{kz}$. Величина θ_ψ есть угол между \dot{U}_a и \dot{U}_b , совпадающий с углом между потоками $\dot{\Phi}_{r_0^a}$ и $\dot{\Phi}_{r_0^b}$, которые ограничены характеристическими поверхностями. Из схем замещения (рис. 2) следует: поскольку угол θ между потоками $\dot{\Phi}_{ст}$ и $\dot{\Phi}_{бок}$ превышает угол θ_ψ , то *условием передачи активной мощности в трансформаторе является наличие угла θ между потоками в стержне и боковом ярме магнитопровода.*

Из схем (рис. 2) следует, что в режиме КЗ $\theta_\psi \rightarrow \pi / 2$, а $\theta \rightarrow \pi$, что согласуется с утверждением в [1, 2] о возникновении антипотока в боковом ярме при КЗ.

Пример 3. Рассмотрим предыдущий пример при $U_b = 0$, что также соответствует первому примеру при нулевой нагрузке, или, попросту, *режиму КЗ b-обмотки* при заданном напряжении \dot{U}_a на первичной a-обмотке. Согласно (30) r_0^a -поверхность сохранит свое A-инвариантное свойство, тогда как согласно (31) r_0^b -поверхность станет *нуль-поверхностью в режиме КЗ b-обмотки*, т. е. приобретет значение векторного потенциала, равное нулю в этом режиме. Суммарный поток внутри нуль-поверхности равен нулю. Существование такой поверхности является признаком возникновения *антипотока* в боковом ярме, т. е. потока, направленного навстречу потоку в стержне и замыкающемуся через часть b-обмотки, которая ограничена радиусами r_0^b и r_2^b . Поскольку r_0^b -нуль-поверхность режима КЗ отделяет потоки, замыкающиеся через стержень, от потоков, замыкающихся через боковое ярмо трансформатора, ее можно также назвать *поверхностью раздела потоков в режиме КЗ b-обмотки*. Ее след на эскизах полей именуется *линией раздела потоков*. Данный пример опровергает официальное утверждение, будто бы линия раздела в режиме КЗ «проходит посреди области» между обмотками [8, 9], что в действительности возможно в опыте противовключения. В отличие от него, *линия раздела в режиме КЗ может про-*

ходить только внутри короткозамкнутой обмотки, в данном примере — внутри b-обмотки.

Приведенные три примера иллюстрируют свойства трансформатора с первичной a-обмоткой, *предсказываемые* схемой рис. 2, в. Аналогичные предсказания можно получить по этой же схеме, приняв в качестве первичной b-обмотку. В этом случае в режиме КЗ роль нуль-поверхности примет r_0^a -поверхность внутри короткозамкнутой a-обмотки, тогда как r_0^b -поверхность станет A-инвариантной поверхностью внутри b-обмотки.

Дрейф линии разделения потоков в окне идеализированного трансформатора

Из анализа схем (рис. 2) можно сделать следующие выводы:

при чисто-индуктивной нагрузке на стороне b-обмотки, равной $X'_{нагр} = \omega L'_b / 2 = X'_b / 2$, поток в боковом ярме $\dot{\Phi}_{бок} = 0$, и роль линии разделения потоков принимает r_2^b -поверхность, т. е. внешняя поверхность вторичной обмотки;

с учетом примера 3 находим, что при вариации чисто индуктивной нагрузки в пределах

$$0 \leq X'_{нагр} \leq X'_b / 2 \quad (32)$$

радиус линии разделения потоков будет дрейфовать внутри b-обмотки от r_2^b до r_0^b ;

последующее смещение линии разделения в пределах b-обмотки возможно за счет подключения к ней чисто емкостной нагрузки при ее изменении в пределах

$$-X'_b \leq X'_{нагр} \leq 0, \quad (33)$$

поскольку, как следует из схем рис. 2, б, в, при $X'_{нагр} = -X'_b$ значение функции потока $\dot{\Phi}_{r_1^b} = 0$, и, следовательно, весь поток, ограниченный внутренней поверхностью b-обмотки, обращается в ноль;

только при чисто емкостных нагрузках линия разделения потоков может оказаться в δ -области между обмотками, если эта нагрузка не выходит за пределы

$$-(X_\delta + X'_b) \leq X'_{нагр} \leq -X'_b, \quad (34)$$

причем нижней границе нагрузки $X'_{нагр} = -(X_\delta + X'_b)$, как следует из анализа схем рис. 2, б, в, соответствует режим, когда функция потока $\dot{\Phi}_{r_2^a} = 0$ и линия разделения имеет

радиус, равный r_2^a , т. е. совпадает с внешним радиусом внутренней a -обмотки.

Линия разделения потоков может оказаться и внутри первичной a -обмотки, если продолжить увеличение емкостной нагрузки на стороне b -обмотки. На этот неожиданный факт указывает то, что, как следует из анализа любой из схем (рис. 2), при $X'_{нагр} = -(X_{кз} + X_a / 2)$ поток в стержне обращается в ноль ($\dot{\Phi}_{ст} = 0$). Таким образом, при вариации нагрузки в пределах

$$-\left(X_{кз} + \frac{X_a}{2}\right) \leq X'_{нагр} \leq -(X_{\delta} + X'_b), \quad X'_{нагр} \neq -X_{кз} \quad (35)$$

линия разделения потоков находится в пределах первичной a -обмотки. Дополнительное условие $X'_{нагр} \neq -X_{кз}$ объясняется тем, что в противном случае в идеализированном трансформаторе ток $I_a = \infty$.

В итоге получаем, что в идеализированном трансформаторе с первичной a -обмоткой при вариации чисто реактивной нагрузки в пределах

$$-\left(X_{кз} + \frac{X_a}{2}\right) \leq X'_{нагр} \leq \frac{X'_b}{2}, \quad X'_{нагр} \neq -X_{кз} \quad (36)$$

линия разделения потоков дрейфует по всей области окна трансформатора, т. е. может оказаться внутри любой из обмоток и в промежутке между ними. Внутри нуль-поверхности суммарный поток равен нулю; точно также равен нулю и суммарный поток вне нуль-поверхности. При реактивных нагрузках за пределами, указанными в (36), и любой нагрузке, включающей активное сопротивление, линии разделения потоков не существует.

Для определения радиусов r_0^a и r_0^b , а также вычисления радиусов нуль-поверхностей в зависимости от значений реактивных нагрузок (36) необходимо получить развернутые соотношения для $\dot{A}(r)$ во всех частях стали и окна идеализированного трансформатора.

Векторный потенциал в идеализированном трансформаторе

Вывод выражений для векторного потенциала по формуле (12) требует предварительного построения соотношений для функции потока $\dot{\Phi}(r)$, которые можно определить, зная распре-

деление индукции или напряженности поля в трансформаторе. Для определенности рассматривается случай, когда первичной является a -обмотка и ток \dot{I}_a определяется из выражения (24). Очевидно, что напряженность магнитного поля в стали трансформатора при $\mu_{сталь} = \infty$ равна нулю. В условиях принятых допущений в окне трансформатора напряженность поля зависит только от радиуса: $H(r) = H_z(r)$, причем функция $\dot{H}(r)$ непрерывна и состоит из отрезков прямых (табл. 1). Область между обмотками (δ -зона) названа *коридором между обмотками* из-за ее роли в передаче энергии из первичной обмотки во вторичную [3, 4].

Представлены также формулы для расчета магнитных потоков в соответствующих областях трансформатора, причем для потоков в толще обмоток ($\dot{\Phi}_a, \dot{\Phi}_b$) приведены точные и упрощенные соотношения по данным [1, 2]. Величины $\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r)$ и $\dot{A}(r) \equiv \dot{A}_\alpha(r)$ связаны соотношением

$$\dot{H} \equiv \dot{H}_z(r) = \frac{1}{\mu} \frac{\partial(r\dot{A})}{r\partial r}. \quad (37)$$

Выражения для векторного потенциала приведены в правой колонке табл. 1, причем для $\dot{A}_a(r)$ и $\dot{A}_b(r)$, помимо точных, представлены также приближенные формулы, полученные в результате аппроксимации кубических многочленов квадратичными при условии их совпадения на границах и в средней части соответствующих обмоток. Функция $\dot{A}(r)$ не только непрерывная, но и *гладкая* в окне трансформатора, т. е. имеет непрерывную производную во всем промежутке окна $r_{ст} < r < r_{бок1}$. В этом легко убедиться как прямой проверкой совпадения производных $d\dot{A}(r)/dr$ на границах зон окна, так и из физических соображений с учетом того, что напряженность магнитного поля в окне может быть представлена в виде (37). На границах зон в окне $\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r)$ тангенциальна и, следовательно, непрерывна. Вместе с ней непрерывна и производная $d\dot{A}(r)/dr$, что указывает на гладкость функции $\dot{A}(r)$.

Радиус r_0^a A -инвариантной поверхности внутри первичной a -обмотки

Из определения A -инвариантности r_0^a -поверхности, данной в примере 1, следует, что для

Таблица 1

Распределение напряженности и векторного потенциала в идеализированном бронеом трансформаторе
($\mu_{\text{сталь}} = \infty$)

Область (зона)	Пределы изменения r в зоне	Напряженность $\dot{H}(r) \equiv \dot{H}_z(r)$ и поток области $\dot{\Phi} \equiv \dot{\Phi}_z$	Векторный потенциал $A \equiv A(r)e_a$; $\dot{A}(r) \equiv \dot{A}_a(r)$
Стержень	$0 < r < r_{\text{ст}}$	$\dot{H}(r) = 0$; $\dot{\Phi}_{\text{ст}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} + \frac{\dot{\Phi}_a}{3}$	$\dot{A}_{\text{ст}}(r) = \frac{1}{2\pi r} \dot{\Phi}_{\text{ст}} \frac{r^2}{r_{\text{ст}}^2}$
Канал δ_1	δ_1 -зона $r_{\text{ст}} < r < (r_{\text{ст}} + a)$	$\dot{H}(r) = 0$; $\dot{\Phi}_{\delta 1} = 0$	$\dot{A}_{\delta 1}(r) = \frac{1}{2\pi r} \dot{\Phi}_{\text{ст}}$
Внутренняя обмотка	a -зона $r_1^a < r < r_2^a$	$\dot{H}_a = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \frac{r - r_1^a}{a}$; $\dot{\Phi}_a = \frac{\mu_0 \pi a}{2} \left(D_a + \frac{a}{3} \right) \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$; $\dot{\Phi}_a \approx \frac{3 L_a \dot{I}_a}{2 w_a}$	$\dot{A}_a(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{2\pi\mu_0}{ha} w_a \dot{I}_a \times \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r_1^a r^2}{4} + \frac{(r_1^a)^3}{6} \right) \right]$; или приближенно $\dot{A}_a(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{ha} r_2^a (r - r_1^a)^2 \right)$
Коридор между обмотками δ	δ -зона $r_2^a < r < r_1^b$	$\dot{H}_\delta = \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$; $\dot{\Phi}_\delta = \frac{\mu_0 \pi D_\delta \delta}{h} w_a \dot{I}_a$; или $\dot{\Phi}_\delta = \frac{L_\delta \dot{I}_a}{w_a}$	$\dot{A}_\delta(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \dot{\Phi}_a - \frac{\pi\mu_0}{h} w_a \dot{I}_a (r^2 - (r_2^a)^2) \right]$; или $\dot{A}_\delta(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \dot{\Phi}_b + \frac{\pi\mu_0}{h} w_a \dot{I}_a ((r_1^b)^2 - r^2) \right]$
Внешняя обмотка	b -зона $r_1^b < r < r_2^b$	$\dot{H}_b = \frac{w_a \dot{I}_a}{h} \frac{r_2^b - r}{b}$; $\dot{\Phi}_b = \frac{\mu_0 \pi b}{2} \left(D_b - \frac{b}{3} \right) \frac{w_a \dot{I}_a}{h}$; $\dot{\Phi}_b \approx \frac{3 L_b \dot{I}_a}{2 w_a}$	$\dot{A}_b(r) = \frac{1}{2\pi r} \left[\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{2\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} \times \left(\frac{r^3}{3} - \frac{r_2^b r^2}{2} + \frac{r_2^b}{6} \right) \right]$; или приближенно $\dot{A}_b(r) = \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} r_1^b (r_2^b - r)^2 \right)$
Канал δ_2	δ_2 -зона $r_2^b < r < r_2^b + \delta_2$	$\dot{H}(r) = 0$; $\dot{\Phi}_{\delta 2} = 0$	$\dot{A}_{\delta 2}(r) = \frac{\dot{\Phi}_{\text{бок}}}{2\pi r}$
Боковое ярмо	$r_{\text{бок1}} < r < r_{\text{бок2}}$	$\dot{H}(r) = 0$; $\dot{\Phi}_{\text{бок}} = \frac{\dot{U}_b}{j\omega w_b} - \frac{\dot{\Phi}_b}{3}$	$\dot{A}_{\text{бок}}(r) = \frac{\dot{\Phi}_{\text{бок}}}{2\pi r} \frac{(-r^2 + r_{\text{бок2}}^2)}{(r_{\text{бок2}}^2 - r_{\text{бок1}}^2)}$

получения формулы радиуса r_0^a достаточно приравнять величину $\dot{A}_{r_0^a}$ в (30) выражению $\dot{A}_a(r)$ из табл. 1, положив в нем $r = r_0^a$. Воспользовавшись приближенной формулой для $\dot{A}_a(r)$, получаем следующее уравнение относительно r_0^a :

$$\frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a} = \frac{1}{2\pi r_0^a} \left(\dot{\Phi}_{\text{ст}} - \frac{\pi \mu_0 w_a \dot{I}_a}{ha} r_2^a (r_0^a - r_1^a)^2 \right), \quad (38)$$

где $\dot{\Phi}_{\text{ст}}$ с учетом (20) и (23) можно представить в виде

$$\dot{\Phi}_{\text{ст}} = \frac{\dot{U}_a}{j\omega w_a} + \frac{1}{3} \dot{\Phi}_a = \frac{\dot{U}_a}{k_0} + \frac{L_a \dot{I}_a}{2w_a} = \frac{\dot{U}_a}{k_0} + \frac{\pi \mu_0 w_a \dot{I}_a}{6h} a (r_2^a + r_1^a).$$

Тогда вместо (38) получаем соотношение

$$\frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a} = \frac{1}{2\pi r_0^a} \times \left(\frac{\dot{U}_a}{k_0} + \frac{\pi \mu_0}{h} w_a \dot{I}_a \left(\frac{a(r_0^a + r_1^a)}{6} - \frac{r_2^a (r_0^a - r_1^a)^2}{a} \right) \right).$$

Выполнив в нем элементарные алгебраические сокращения, приходим к уравнению

$$\frac{a(r_0^a + r_1^a)}{6} - \frac{r_2^a (r_0^a - r_1^a)^2}{a} = 0,$$

решив которое относительно r_0^a , находим

$$r_0^a = r_1^a + \frac{a}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{r_1^a}{r_2^a}}. \quad (39)$$

Принимая $r_1^a / r_2^a \approx 1$, получаем

$$\boxed{r_0^a \approx r_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}}}, \text{ или } \boxed{r_0^a \approx r_1^a + 0,577a}. \quad (40)$$

Пример 4. Вычислим значение r_0^a для повышающего трансформатора (рис.1) с каталожными данными $S_{\text{ном}} = 3,333$ МВА; $U_{\text{нн}} = 6,35$ кВ;

$U_{\text{вн}} = 66,4$ кВ; $\underline{u}_{\text{кз}} = 10,5$ % [3], пренебрегая потерями ХХ и КЗ. Полагаем $\mu_{\text{стали}} = \infty$. По этим данным находим:

$$I_{1\text{ном}} = S_{1\text{ном}} / U_{1\text{ном}} = 525 \text{ А};$$

$$z_{1\text{ном}} = U_{1\text{ном}} / I_{1\text{ном}} = 12,095 \text{ Ом};$$

$$I_1^{\text{КЗ}} = I_{1\text{ном}} / 0,105 = 5000 \text{ А};$$

$$x_{\text{кз}} = z_{\text{кз}} = 0,105 z_{1\text{ном}} = 1,27 \text{ Ом}.$$

Габариты трансформатора: $D_{\text{ст}} = 436,8$ мм; $h = 873,6$ мм; $D_{\text{д}} = D_{12} = 630,7$ мм; $w_a = 128$; $w_b = 1341$. Геометрические данные обмоток: $\delta_1 = a_{01} = 30$ мм; $a = a_1 = 41,9$ мм; $\delta = a_{12} = 50$ мм; $b = a_2 = 62,9$ мм; $\delta_2 = a_{22} = 50$ мм; $D_a = 538,8$ мм; $D_b = 743,6$ мм.

Радиусы граничных поверхностей в окне:

$$r_{\text{ст}} = 218,4 \text{ мм}; r_1^a = 248,4 \text{ мм}; r_2^a = 290,3 \text{ мм};$$

$$r_1^b = 340,3 \text{ мм}; r_2^b = 403,2 \text{ мм}; r_{\text{бок1}} = 453,2 \text{ мм}.$$

Согласно (19)–(23) имеем:

$$L_a = 0,557 \text{ мГн}; \omega L_a = 0,175 \text{ Ом};$$

$$L_{\delta} = 2,33 \text{ мГн}; \omega L_{\delta} = 0,732 \text{ Ом};$$

$$L'_b = 1,154 \text{ мГн}; \omega L'_b = 0,362 \text{ Ом};$$

$$L_{\text{кз}} = 4,04 \text{ мГн}; \omega L_{\text{кз}} = 1,27 \text{ Ом}.$$

По формуле (40) находим

$$r_0^a \approx r_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}} = 0,2484 + \frac{0,0419}{\sqrt{3}} = 0,2726 \text{ м},$$

причем согласно (30), принимая для удобства $\dot{U}_a = jU_{\text{нн}} = j6350$ В, получаем

$$\begin{aligned} \dot{A}_{r_0^a} &= \dot{A}_{r_0^a}^{\text{хх}} = \frac{\dot{U}_a}{2\pi k_0 r_0^a} = \frac{1}{2\pi j\omega w_a} \frac{\dot{U}_a}{r_0^a} = \\ &= \frac{1}{2\pi j\omega \cdot 128 \cdot 0,2726} = 0,0922 \text{ В} \cdot \text{с}. \end{aligned}$$

Найденные значения r_0^a , $\dot{A}_{r_0^a}$ подтверждаются семейством кривых изменения векторного

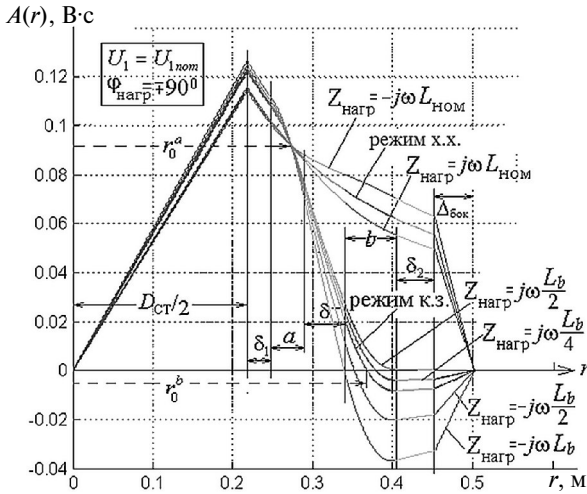


Рис. 3. Векторный потенциал в идеализированном трансформаторе при ХХ, КЗ и чисто реактивных нагрузках с нуль-поверхностями внутри вторичной b -обмотки

потенциала вдоль радиуса r для режимов ХХ, КЗ и нескольких чисто реактивных нагрузок (рис. 3), рассчитанных по формулам (см. табл. 1) для рассматриваемого трансформатора. Кривые построены с использованием точных формул для $\dot{A}_a(r)$ и $\dot{A}_b(r)$, содержащих кубические многочлены по переменной r . Тем не менее A -инвариантная точка, найденная из анализа этих кривых, ($r_0^a = 0,2733$ м, $A_a|_{r=r_0^a} = 0,092$ В·с) практически совпадает с вычисленной выше по формулам (40) и (30). Кривые для режима КЗ демонстрируют возникновение как сверхтока, превышающего поток ХХ в 1,07, так и антипотока в боковом ярме, составляющего долю $(-0,135)$ от потока ХХ (знак минус указывает, что он направлен навстречу потоку ХХ).

Замечание 2. Принимая, как в приведенном примере, первичное напряжение в виде

$$\dot{U}_a = jU_{\text{НН}}, \quad (41)$$

мы получаем при реактивной нагрузке комплекссы тока и векторного потенциала в виде *чисто вещественных* величин, которые могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Это дало возможность наблюдать обращения знака векторного потенциала (рис. 3), что невозможно при активных и активно-реактивных нагрузках, т. к. в этих случаях векторный потенциал будет комплексной величиной.

Радиус r_0^b нуль-поверхности внутри короткозамкнутой вторичной b -обмотки

Согласно примеру 3 в режиме КЗ b -обмотки, т. е. при $\dot{U}_b = 0$, внутри нее образуется поверхность с нулевым значением векторного потенциала ($\dot{A}_b = 0$), получившая название нуль-поверхности в режиме КЗ. Ее радиус обозначен как r_0^b . Для его определения подставим $r = r_0^b$ в приближенную формулу для $\dot{A}_b(r)$ (см. табл. 1) и приравняем полученное выражение нулю:

$$\dot{A}_{r_0^b}^{\text{КЗвнеш}} \equiv \dot{A}_b^{\text{КЗвнеш}}(r_0^b) = \frac{1}{2\pi r_0^b} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗвнеш}} + \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a^{\text{КЗвнеш}}}{hb} r_1^b (r_2^b - r_0^b)^2 \right) = 0. \quad (42)$$

Непосредственно из схемы рис. 2, б замечаем, что в режиме КЗ внешней b -обмотки

$$k_0 \dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗвнеш}} = -j\omega L_b' \frac{\dot{I}_a^{\text{КЗвнеш}}}{2} = -j\omega \frac{\mu_0 \pi b (r_2^b + r_1^b)}{3h} w_a^2 \frac{\dot{I}_a^{\text{КЗвнеш}}}{2}$$

и, следовательно, с учетом $k_0 = j\omega w_a$

$$\dot{\Phi}_{\text{бок}}^{\text{КЗвнеш}} = -\frac{\mu_0 \pi b (r_2^b + r_1^b)}{3h} w_a \frac{\dot{I}_a^{\text{КЗвнеш}}}{2},$$

что позволяет уравнение (42) переписать в виде

$$\frac{1}{2\pi r_0^b} \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a^{\text{КЗвнеш}}}{h} \times \left(-\frac{b(r_2^b + r_1^b)}{6} + \frac{r_1^b (r_2^b - r_0^b)^2}{b} \right) = 0.$$

Решая это уравнение относительно r_0^b , получаем

$$r_0^b = r_2^b - \frac{b}{\sqrt{6}} \sqrt{1 + \frac{r_2^b}{r_1^b}}. \quad (43)$$

Принимая $r_2^b / r_1^b \approx 1$, получаем

$$\boxed{r_0^b \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}}}, \text{ или } \boxed{r_0^b \approx r_2^b - 0,577b}. \quad (44)$$

Это значит, что антипоток бокового ярма, замыкаясь через короткозамкнутую внешнюю b -обмотку, занимает 57,7 % ее ширины от внешнего края. Остальные почти 42,3 % захватывает

сверхпоток первичной a -обмотки. Радиус r_0^b — это граница раздела сверх- и антипотоков при КЗ b -обмотки. Напомним, что $r = r_0^b$ является одновременно радиусом A -инвариантной поверхности внутри b -обмотки, когда та выполняет роль первичной обмотки, а a -обмотка — вторичной.

Пример 5. Найдем радиус нуль-поверхности КЗ b -обмотки для трансформатора с данными, приведенными в предыдущем примере. По формуле (44) получаем

$$r_0^b \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} = 0,4032 - \frac{0,0929}{\sqrt{3}} = 0,3668 \text{ м.}$$

Этот радиус можно также найти по точке пересечения с осью абсцисс кривой $\dot{A}_b^{\text{КЗвнеш}}(r)$, т. е. кривой $\dot{A}(r)$ при нулевой нагрузке на b -обмотке. На рис. 3 эта кривая представлена графиком $\dot{A}(r)$ при нагрузке $L_{\text{нагр}} = 0$. В точке пересечения этого графика с осью абсцисс имеем

$$r_0^b = 0,3684 \text{ м,}$$

что практически совпадает с расчетом по формуле (44).

Замечание 3. Автор [6, стр.288] утверждает, что схемная модель трансформатора якобы строится исключительно на основе опыта противовключения. Кривая этого режима на рис. 4 наглядно демонстрирует, что радиус нуль-поверхности $r_0^\delta = 0,3223$ м в этом режиме отличается от значения радиуса $r_0^b = 0,3684$ м нуль-поверхности в режиме КЗ. Принципиальное различие состоит в том, что r_0^b находится внутри b -обмотки, тогда как r_0^δ — в промежутке между обмотками:

$$\begin{aligned} r_0^\delta &= \sqrt{(r_2^a)^2 + r_\delta \delta \frac{L_{kz} - 2L_a}{L_\delta}} = \\ &= \sqrt{(r_2^a)^2 + r_\delta \delta + \frac{bD_b - aD_a}{6}}. \end{aligned} \quad (45)$$

Полученный по этой формуле радиус $r_0^\delta = 0,3227$ м практически совпадает с его значением согласно кривой (рис. 4). Различие между r_0^b и r_0^δ можно принять в качестве объяснения того, почему идея противовключения никогда не подтверждалась на опыте, игнорируется в других учебниках, а в рассматриваемой теории и вовсе бесполезна.

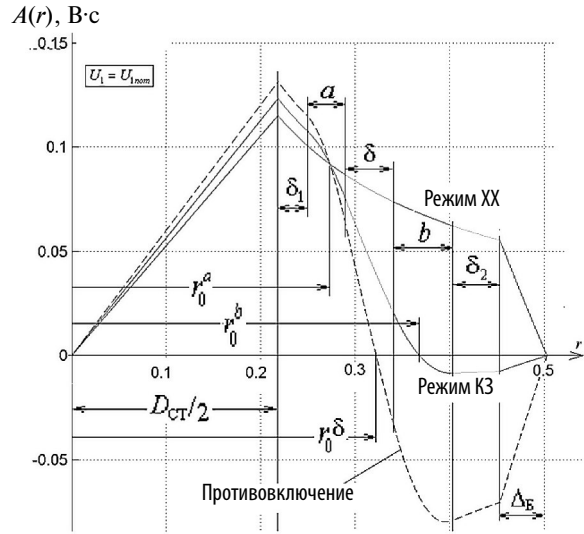


Рис. 4. Векторный потенциал в идеализированном трансформаторе при XX, КЗ и режиме противовключения

Условие разделения потоков внутри b -обмотки

Линия раздела в меридиональной плоскости трансформатора есть след нуль-поверхности, на которой векторный потенциал принимает нулевое значение, что возможно только при соответствующей реактивной нагрузке ($Z'_{\text{нагр}} = jX'_{\text{нагр}}$). Чтобы определить зависимость радиуса r_0 этой линии внутри b -обмотки от нагрузки на ней, целесообразно все слагаемые в формуле

$$\begin{aligned} \dot{A}_b(r) &\approx \\ &\approx \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{\pi\mu_0 w_a \dot{I}_a}{hb} r_1^b (r_2^b - r)^2 \right) = \\ &= \frac{1}{2\pi r} \left(\dot{\Phi}_{\text{бок}} + \frac{3}{2} \frac{X'_b}{\omega w_a} \dot{I}_a \frac{(r_2^b - r)^2}{b^2} \right) \end{aligned}$$

выразить через ток, что нетрудно выполнить, если учесть, что согласно схемам (рис. 2) при $Z'_{\text{нагр}} = jX'_{\text{нагр}}$ поток

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_{\text{бок}} &= \frac{1}{k_0} \left(-j \frac{X'_b}{2} + jX'_{\text{нагр}} \right) \dot{I}_a = \\ &= \left(-\frac{X'_b}{2} + X'_{\text{нагр}} \right) \frac{\dot{I}_a}{\omega w_a}, \end{aligned}$$

где $X'_b = \omega L'_b$. В результате $\dot{A}_b(r)$ можно представить в виде

$$\dot{A}_b(r) \approx \frac{1}{2\pi r} \left[X'_{\text{нагр}} - \frac{X'_b}{2} \left(1 - 3 \frac{(r_2^b - r)^2}{b^2} \right) \right] \frac{I_a}{\omega w_a}. \quad (46)$$

Для определения радиуса r_0 линии раздела приравняем это выражение нулю, что приводит к уравнению

$$X'_{\text{нагр}} - \frac{X'_b}{2} \left(1 - 3 \frac{(r_2^b - r_0)^2}{b^2} \right) = 0,$$

откуда находим

$$r_0 \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{2X'_{\text{нагр}}}{X'_b}}. \quad (47)$$

При этом, поскольку рассматривается зона b -обмотки и, следовательно,

$$(r_2^b - b) \leq r_0 \leq r_2^b, \quad (48)$$

должно выполняться дополнительное условие:

$$\begin{aligned} (r_2^b - b) &\leq \\ &\leq r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{2X'_{\text{нагр}}}{X'_b}} \leq r_2^b, \end{aligned} \quad (50)$$

или

$$-2 \leq \frac{2X'_{\text{нагр}}}{X'_b} \leq 1. \quad (51)$$

Полученный результат представлен в общей табл. 2, где интервал в формуле (48) для b -обмотки разбит на два подинтервала, чтобы подчеркнуть, что линия раздела с радиусом в диапазоне $r_0^b \leq r_0 \leq r_2^b$ имеет место при индуктивной нагрузке $0 \leq X'_{\text{нагр}} \leq X'_b / 2$, а с радиусом в диапазоне $r_1^b \leq r_0 \leq r_0^b$ — при емкостной нагрузке $-X'_b \leq X'_{\text{нагр}} \leq 0$ (рис. 3).

Условие разделения потоков в промежутке между обмотками и внутри a -обмотки

Чтобы получить формулу для радиуса r_0 линий разделения потоков в промежутке δ между обмотками, необходимо вместо (45) взять из табл. 1 соотношение для $\dot{A}_\delta(r)$ и также привести его к форме, где все слагаемые зависят от тока I_a . Приравняв это выражение нулю и решив полученное уравнение, найдем формулу $r_0(X'_{\text{нагр}})$, приведенную в табл. 2 для *коридора* между обмотками. Для удобства обозрения на рис. 5 представлено семейство кривых *модуля* $|\dot{A}(r)|$ как для

Таблица 2

Линия раздела потоков в окне трансформатора с первичной a -обмоткой и вторичной b -обмоткой, нагруженного на реактивное сопротивление в пределах: $-X_{\text{кз}} < X'_{\text{нагр}} < X'_b / 2$

Область окна идеализированного трансформатора	Нагрузка на зажимах b -обмотки	Радиус нуль-поверхности	Формула зависимости $r_0(X'_{\text{нагр}})$
b -обмотка	$0 \leq X'_{\text{нагр}} \leq X'_b / 2;$ $X'_{\text{нагр}} = 0;$ $-X'_b \leq X'_{\text{нагр}} \leq 0$	$r_0^b \leq r_0 \leq r_2^b;$ $r_0 \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}};$ $r_1^b \leq r_0 \leq r_0^b$	$r_0 \approx r_2^b - \frac{b}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{2X'_{\text{нагр}}}{X'_b}}$
Коридор между обмотками	$-(X_\delta + X'_b) \leq X'_{\text{нагр}} \leq -X'_b$	$r_2^a \leq r_0 \leq r_1^b$	$r_0 \approx \sqrt{\delta D_\delta \frac{X_\delta + X'_b + X'_{\text{нагр}}}{X_\delta} + (r_2^a)^2}$
a -обмотка	$-X_{\text{кз}} < X'_{\text{нагр}} \leq -(X_\delta + X'_b);$ $-\left(X_{\text{кз}} + \frac{X_a}{2}\right) \leq X'_{\text{нагр}} < -X_{\text{кз}}$	$r_0^a < r_0 \leq r_2^a;$ $r_1^a \leq r_0 < r_0^a$	$r_0 \approx r_1^a + \frac{a}{\sqrt{3}} \sqrt{1 + \frac{2(X_{\text{кз}} + X'_{\text{нагр}})}{X_a}}$

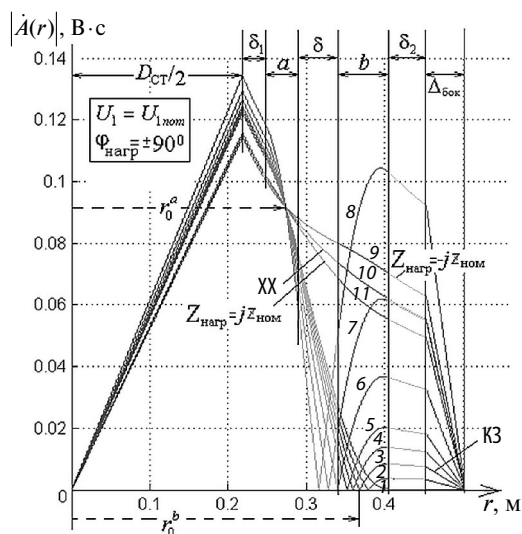


Рис. 5. Кривые для модуля векторного потенциала при некоторых значениях чисто реактивной нагрузки ($Z'_{нагр} = \pm jX'_{нагр}$):
 1 — $Z'_{нагр} = jX'_b/2$; 2 — $Z'_{нагр} = jX'_b/4$; 3 — $Z'_{нагр} = 0$ (КЗ);
 4 — $Z'_{нагр} = -jX'_b/4$; 5 — $Z'_{нагр} = -jX'_b/2$; 6 — $Z'_{нагр} = -jX'_b$;
 7 — $Z'_{нагр} = -j(X'_b + X'_\delta/4)$; 8 — $Z'_{нагр} = -j(X'_b + X'_\delta/2)$;
 9 — $Z'_{нагр} = -jz_{ном}$; 10 — $Z'_{нагр} = \infty$ (XX); 11 — $Z'_{нагр} = +jz_{ном}$

случаев, рассмотренных на рис. 3 (графики 1–6), так и для емкостных нагрузок, при которых линии разделения потоков проходят в промежутке между обмотками (графики 7–11). Аналогичным образом найдены формулы, приведенные в табл. 2, для определения радиусов линий разделения потоков внутри первичной a -обмотки в зависимости от реактивной нагрузки.

Признаком существования линии разделения потоков в окне трансформатора является точка *соприкосновения кривой* с осью абсцисс (см. рис. 5). При активной и активно-реактивной нагрузках кривые модуля векторного потенциала $|A(r)|$ имеют другой вид: они не могут соприкоснуться с осью абсцисс, так как векторный потенциал в общем случае содержит вещественную и мнимую составляющие. Для иллюстрации на рис. 6 приведены кривые модуля векторного потенциала при некоторых чисто активных нагрузках.

Приведенные кривые распределения векторного потенциала (рис. 3–6) подтверждают *предсказания* схемной модели (рис. 2, в), что нуль-поверхности и сопутствующие им сверх- и антипотоки в стали могут появляться не только

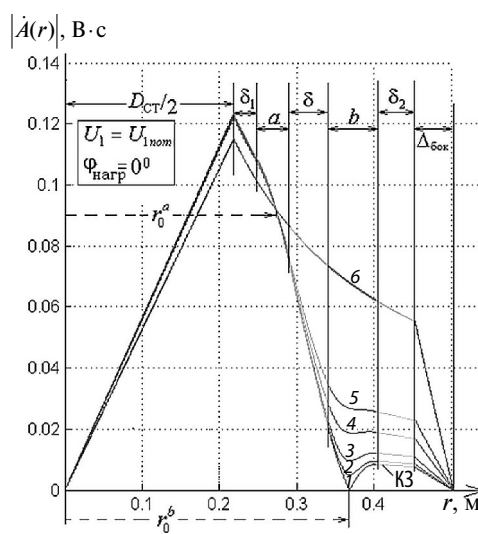


Рис. 6. Кривые для модуля векторного потенциала при некоторых значениях чисто активной нагрузки ($Z'_{нагр} = R'_{нагр}$):
 1 — $R'_{нагр} = 0$ (КЗ); 2 — $R'_{нагр} = X'_b/4$;
 3 — $R'_{нагр} = X'_b/2$; 4 — $R'_{нагр} = X'_b$;
 5 — $R'_{нагр} = X'_b + X'_\delta/4$; 6 — $R'_{нагр} = R'_{ном}$

при коротких замыканиях, но и при некоторых *чисто реактивных* нагрузках трансформатора. Сверх- и антипотоки «*ходят парой*». Признаком сверхпотока в стали является повышенное по сравнению с режимом XX значение максимума в кривой векторного потенциала, а признаком антипотока — наличие отрицательных значений в кривой векторного потенциала. Последнее возможно наблюдать лишь при чисто реактивных нагрузках. При других типах нагрузок нуль-поверхности невозможны, хотя понятие сверхпотока как превышающее значение потока XX остается в силе.

Заключение

Показано, сколь мощным и эффективным средством является понятие о векторном потенциале и его применение в становлении корректной теории трансформаторов взамен существующего официального учения, несовместимого с этим понятием. Впервые удалось отобразить на схеме замещения топологию броневых трансформатора в виде узлов, ассоциированных с радиусами стержня, ярма, обмоток и характеристических поверхностей. Вопреки официальной

теории оказалось, что в броневом трансформаторе постоянным поддерживается не «общий поток намагничивания в магнитопроводе», а магнитный поток, охватываемый характеристической поверхностью, проходящей внутри первичной обмотки, на которой векторный потенциал не зависит от нагрузки.

Выяснено, что передача активной мощности из первичной обмотки во вторичную возможна только при наличии рассогласования фаз потоков в стержне и боковом ярме магнитопровода.

Поставлена также точка в более чем столетней дискуссии вокруг проблемы о «линии разделения» потоков в окне трансформатора. В случае КЗ линия разделения проходит только внутри короткозамкнутой обмотки.

Полученные результаты могут служить базой для теоретической проработки обоснованности **новых стандартов МЭК** с целью снижения наблюдаемого (и даже «угрожающего для блочных трансформаторов недавних лет изготовления») роста аварийности трансформаторов.

Россия проголосовала против этих стандартов из-за их «менее строго нормирования требований стойкости трансформаторов при КЗ».

Приведенные в работе кривые распределения векторного потенциала наглядно показывают, что вопреки установкам официальной теории отдельные части магнитопровода при КЗ оказываются перевозбужденными и, следовательно, могут стать весьма насыщенными в реальном трансформаторе. Это напрямую сказывается на увеличении до 20–25 % ударного тока КЗ по сравнению с его значением при пренебрежении насыщением (как принято в официальной теории). Данное обстоятельство следует рассматривать в качестве *физического* объяснения рекомендации по увеличению «нормированного коэффициента ударного тока КЗ с 1,8 до 1,9», предложенной МЭК, на что, как показано, придется пойти отечественным проектировщикам, несмотря на существенное удорожание стоимости трансформаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шакиров М.А. Теория трансформаторов. Часть 1. Идеализированный трансформатор с тонкими обмотками // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2012. № 3–2 (154). С. 85–110.
2. Шакиров М.А. Теория трансформаторов. Часть 2. Идеализированный трансформатор с обмотками конечной толщины // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2012. № 4 (159). С. 21–52.
3. Шакиров М.А. Универсальная теория автотрансформатора // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2015. № 2 (219). С. 91–109.
4. Шакиров М.А. Замещение многообмоточного трансформатора 2nT-образной схемой // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2015. № 4 (231). С. 91–105. DOI: 10.5862/JEST. 231.10.
5. Roth E. Etude analytique du champ de fuites des transformateurs et des efforts mecaniques exercees sur les enroulements // Rev. Gen. de l'El. 1928. Т. XXIII. P. 773–787.
6. Вольдек А.И. Электрические машины. Л.: Энергия. 1974. 840 с.
7. Туровский Я. Техническая электродинамика. М.: Энергия, 1974. 498 с.
8. Иванов-Смоленский А.И. Электрические машины. М.: Энергия, 1980. 928 с.
9. Сергеевков Б.Н., Киселев В.М., Акимова Н.А. Электрические машины. Трансформаторы / Под ред. И.П. Копылова. М.: Высшая школа, 1989. 352 с.
10. Kulkarni S.V., Khaparde S.A. Transformer Engineering: Design and Practice. Marcel Dekker, Inc. N.Y. 2004. 721 p.
11. Ashutosh Pramanic. Electromagnetism. Vol. 1. Delhi, 2014. 696 p.
12. Малыгин В.М. Локализация потока энергии в трансформаторе // Электричество. 2015. № 4. С. 60–65.
13. Александров Г.Н., Шакиров М.А. Трансформаторы и реакторы. Новые идеи и принципы. СПб.: Изд-во Политехнического университета, 2006. 204 с.
14. Шакиров М.А., Андрущук В.В., Дуань Лиюн. Аномальные магнитные потоки в двухобмоточном трансформаторе при коротком замыкании // Электричество. 2010. № 3. С. 55–63.
15. Шакиров М.А., Варламов Ю.В. Картины магнитных сверх- и антипотоков в короткозамкнутом двухобмоточном трансформаторе. Часть 2. Двустержневой трансформатор // Электричество. 2015. № 9. С. 27–38.
16. Фейнман Р., Лейтон Р., Сендс М. Фейнмановские лекции по физике. Том 6. Электродинамика. М.: Мир, 1977. 347 с.
17. Силовые трансформаторы. Справочная книга / Под ред. С.Д. Лизунова и А.К. Лоханина. М.: Энергоиздат, 2004. 616 с.
18. Труды ВЭИ. Электродинамическая стойкость трансформаторов и реакторов при коротких замыканиях / Под ред. А.И. Лурье. М.: Знак, 2005. 520 с.
19. Ларин В.С. Вопросы трансформаторостроения на 44-й сессии СИГРЭ // Электричество. 2013. № 5. С. 51–63.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШАКИРОВ Мансур Акмелович — доктор технических наук профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого. 195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29. E-mail: manshak@mail.ru

REFERENCES

1. **Shakirov M.A.** Teoriya transformatorov. Chast 1. Idealizirovanny transformator s tonkimi obmotkami. *Nauchno-tehnicheskiye vedomosti SPbGPU*. 2012. № 3–2 (154). S.85–110. (rus.)
2. **Shakirov M.A.** Teoriya transformatorov. Chast 2. Idealizirovanny transformator s obmotkami konechnoy tolshchiny. *Nauchno-tehnicheskiye vedomosti SPbGPU*. 2012. № 4 (159). S.21–52. (rus.)
3. **Shakirov M.A.** Universalnaya teoriya avtotransformatora. *Nauchno-tehnicheskiye vedomosti SPbGPU*. 2015. № 2 (219). S.91–109. (rus.)
4. **Shakirov M.A.** Zameshcheniye mnogoobmotochnogo transformatora 2nГ-obraznoy skhemoy. *Nauchno-tehnicheskiye vedomosti SPbGPU*. 2015. № 4 (231). S.91–105. (rus.)
5. **Roth E.** Etude analytique du champ de fuites des transformateurset et des efforts mecaniques exerces sur les enroulements. *Rev. Gen. de l'El.* 1928. T. XXIII. P. 773–787.
6. **Voldek A.I.** Elektricheskiye mashiny. L.: Energiya, 1974. 840 s. (rus.)
7. **Turovskiy Ya.** Tekhnicheskaya elektrodinamika. M.: Energiya, 1974. 498 s. (rus.)
8. **Ivanov-Smolenskiy A.I.** Elektricheskiye mashiny. M.:Energiya, 1980. 928 s. (rus.)
9. **Sergeyenko B.N., Kiselev V.M., Akimova N.A.** Elektricheskiye mashiny. Transformatory / Pod red. I.P. Kopylova. M.: Vysshaya shkola, 1989. 352 s. (rus.)
10. **Kulkarni S.V., Khaparde S.A.** Transformer Engineering: Design and Practice. Marcel Dekker, Inc. N.Y. 2004. 721 p.
11. **Ashutosh Pramanic.** Electromagnetism. Vol. 1. Delhi, 2014. 696 p.
12. **Malygin V.M.** Lokalizatsiya potoka energii v transformatore. *Elektrichestvo*. 2015. № 4. S.60–65 s. (rus.)
13. **Aleksandrov G.N., Shakirov M.A.** Transformatory i reaktory. Novyye idei i printsipy. SPb.: Izd-vo Politehnicheskogo universiteta, 2006. 204 s. (rus.)
14. **Shakirov M.A., Andrushchuk V.V., Duan Lijun.** Anomalnyye magnitnyye potoki v dvukhobmotochnom transformatore pri korotkom zamykanii. *Elektrichestvo*. 2010. № 3. S. 55–63. (rus.)
15. **Shakirov M.A., Varlamov Yu.V.** Kartiny magnitnykh sverkh- i antipotokov v korotkozaiknutom dvukhobmotochnom transformatore. Chast 2. Dvusterzhnevoy transformator. *Elektrichestvo*. 2015. № 9. S. 27–38. (rus.)
16. **Feynman R., Leyton R., Sands M.** Feynmanovskiy leksii po fizike. Tom 6. Elektrodinamika. M.: Mir, 1977. 347 s. (rus.)
17. Silovyye transformatory. Spravochnaya kniga / Pod red. S.D.Lizunova, A.K. Lokhanina. M.: Energoizdat, 2004. 616 s. (rus.)
18. Trudy VEI. Elektrodinamicheskaya stoykost transformatorov i reaktorov pri korotkikh zamykaniyakh / Pod red. A.I.Lurye. M.: Znak, 2005. 520 s. (rus.)
19. **Larin V.S.** Voprosy transformatorostroyeniya na 44-y sessii SIGRE. *Elektrichestvo*. 2013. №5. S. 51–63. (rus.)

AUTHORS

ШАКИРОВ Мансур А. — Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia. E-mail: manshak@mail.ru

Дата поступления статьи в редакцию: 12.12.2016.