

DOI: 10.18721/JCSTCS.10203

УДК 519.876.5, 004.023:896

АЛГОРИТМ РАЗРЕШЕНИЯ КОЛЛИЗИЙ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ ГРУППЫ РОБОТОВ В УСЛОВИЯХ ПРОСТРАНСТВЕННО-СИТУАЦИОННОЙ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТИ

Д.Е. Моторин, С.Г. Попов, Л.М. Курочкин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Рассмотрен алгоритм разрешения коллизий при планировании действий группы роботов в условиях изменяющейся среды. Во время движения группы к цели возникают пересечения траекторий, приводящие к коллизиям – столкновениям. Проведено сравнение трех подходов к разрешению коллизий: игнорирование коллизий, разрешение всех коллизий последовательно для пар роботов и разрешение коллизий последовательным расширением группы роботов. Эффективность алгоритма оценена исходя из полноты решения задачи и скорости разрешения коллизий, при условии минимизации проходимого каждым роботом пути. Разрешение коллизий произведено удлинением траектории робота в область свободного пространства вокруг места коллизии. Алгоритм состоит из трех частей: поиск свободных от препятствий областей вокруг коллизии для каждого робота, исключение из полученной области областей возможных коллизий и минимизация удлинения пути в полученной области. Исследование алгоритма выполнено средствами имитационного моделирования, в котором реализована модель среды и группы роботов, движущихся в ней. Определены границы применимости и даны рекомендации по выбору режимов работы алгоритма разрешения коллизий при планировании движения. Предложенный алгоритм разрешения коллизий может использоваться при планировании движения групп роботов в условиях пространственно-ситуационной неопределённости.

Ключевые слова: управление; группа роботов; коллизия; динамическая карта; планирование движения; пространственно-ситуационная неопределённость.

Ссылка при цитировании: Моторин Д.Е., Попов С.Г., Курочкин Л.М. Алгоритм разрешения коллизий при планировании движения группы роботов в условиях пространственно-ситуационной неопределённости // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2017. Т. 10. № 2. С. 32–44. DOI: 10.18721/JCSTCS.10203

AN ALGORITHM FOR COLLISION AVOIDANCE IN PATH PLANNING FOR A GROUP OF ROBOTS IN A SPATIO-SITUATIONAL INDETERMINACY

D.Ye. Motorin, S.G. Popov, L.M. Kurochkin

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russian Federation

The paper considers a collision avoidance path-planning algorithm for a group of robots in a spatio-situational indeterminacy. When moving a group of robots to the target paths, crossing is the cause of collision. The authors compared three approaches

to collision avoidance: ignoring collisions, resolution of all collisions for pairs of robots, resolution of collisions by expanding the group of robots. The effectiveness of the algorithm is evaluated based on the completeness of the solution of the problem and the collision resolution rate while minimizing each robot path. Collision avoidance is achieved by extension of the trajectory of the robots in the free space around the collision area. The algorithm consists of three parts: searching for the space free of obstacles around the collision area for each robot, exclusion from the resulting field areas of possible conflicts and minimizing the elongation paths in the obtained field. The algorithm was studied by simulation modeling, which implemented a model of the environment and the group of robots. The result of this work was to determine the limits of applicability and recommendations for the choice of the operating modes of the collision avoidance path-planning algorithm. The proposed algorithm can be used in case of path planning for a group of robots in a spatio-situational indeterminacy.

Keywords: control; group of robots; collision; dynamic environment; path planning; spatio-situational indeterminacy.

Citation: Motorin D.Ye., Popov S.G., Kurochkin L.M. An algorithm for collision avoidance in path planning for a group of robots in a spatio-situational indeterminacy. St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems. 2017, Vol. 10, No. 2, Pp. 32–44. DOI: 10.18721/JCSTCS.10203

Введение

Управление движением группы интеллектуальных роботов сопряжено с рядом сложностей, начиная с задачи целеполагания и заканчивая выработкой законов подачи управляющих воздействий на исполнительные механизмы. Алгоритмы планирования движения разрабатываются с учётом локальных, находящихся в непосредственной видимости, и глобальных, централизованно передаваемых в группе роботов, данных о динамической среде движения. При условии применения алгоритмов с учётом только локальных данных пространственно-ситуационная неопределённость разрешается в текущий момент времени и местоположения, а область обнаружения коллизии ограничена радиусом видимости роботов.

Использование глобальных данных обеспечивает решение задачи «в целом», на всех временных дистанциях и в любых пространственных областях. Например, в [1] используется децентрализованный подход, основанный на декомпозиции задачи глобального планирования с последующей локальной корректировкой пути. Решение задачи планирования траекторий с максимальным покрытием области движения, представленное в [2], учитывает ошибки скорости и направления движения робота. Метод локального избегания препятствий в

[3] основан на использовании ультразвуковых датчиков. В смежных научных областях проблема обнаружения и разрешения коллизий активно исследуется при твердотельном моделировании и визуализации [4], где методом аппроксимирующих контейнеров производится определение наличия коллизий трёхмерных объектов, или [5] рассматривается для обнаружения пространственных коллизий в реальном времени.

При достижении комплексных целей требуется их разбиение на несколько задач и подзадач и последующее распределение последних по роботам в группе. В подобных случаях необходимо планирование действий с учетом состава группы и параметров каждой функциональной единицы. Построение индивидуальных маршрутов и действий может вызывать коллизии во время движения, разрешение которых в процессе планирования, а не во время их возникновения, позволяет повысить вероятность достижения цели.

При поиске столкновений используются два подхода: априорный и апостериорный. Априорный подход применяется для поиска уже произошедших столкновений. Априорный подход к коллизиям используется, например, в [6, 7], где робот-манипулятор, анализируя крутящий момент приводов, обнаруживает коллизию при непосредственном физическом контакте. Манипу-

лятор для разрешения проблемы применяет избыточные степени свободы и звенья конструкции.

Апостериорный подход использует траекторию движения объектов и способен «предсказывать» столкновения. В области планирования действий группы роботов апостериорный подход требует больших вычислительных мощностей, но дает возможность решать сложные задачи координации движения в ограниченном пространстве.

Существуют алгоритмы, позволяющие реагировать на возможные столкновения в реальном времени. В [8] описан способ, помогающий избегать столкновений группой роботов посредством ограничения минимального расстояния между координатами каждого робота. Такое решение эффективно при управлении большими группами объектов. У каждого робота имеются минимальные вычислительные мощности на борту и нет возможности решать множество сложных задач, а объем расчетов при централизованном управлении нецелесообразен. В таких случаях главное — оптимальность движения всей группы как единого объекта без учета каждого робота в отдельности. Основным недостаток этого метода заключается в том, что он не позволяет разрешать сложные коллизии в ограниченном пространстве, т. к. реагирует на мгновенные действия без учета глобального движения группы.

Восприятие роботом окружающей среды происходит через датчики, поэтому важным вопросом является определение объектов окружающей среды как препятствий и их объезд. Основным результат в [9] — объединение для анализа нескольких датчиков и встраивание их в алгоритм разрешения коллизий на основе локальных данных.

Наиболее полно апостериорный подход для разрешения коллизий применен в [10]. Для построения путей использован многоуровневый супер-граф, редуцируемый посредством объединения нескольких узлов в один. При разрешении коллизий такой подход предполагает полный перебор всего графа. Этот подход использован в [11] для распределения областей передвижения

роботов в детерминированном общем пространстве.

В [12] рассмотрен распределенный алгоритм планирования движения группы роботов в среде динамических препятствий. При этом планирование движения происходит на основе динамических приоритетов роботов и минимизации длины пути каждого робота. Избегание коллизий осуществляется попарным разделением траекторий между роботами и движущимися препятствиями. В [13] разработан подход по формированию траекторий для группы роботов, поддерживающих заданную форму. Разрешение коллизий между роботами в этом случае происходит за счет их заданного взаиморасположения, а избегание коллизий с движущимися препятствиями — ограничением минимального расстояния между роботом и препятствием.

В статье [16] рассмотрена задача низкоуровневой стратегии управления группой роботов, движущихся в динамической среде. Каждый робот представлен системой нелинейных уравнений второго порядка. Для алгоритма разрешения коллизий использованы репульсионные функции.

Разрешение коллизий движения группы роботов с использованием введения начальных временных задержек представлено в [17]. Исследованный алгоритм с помощью методов линейного программирования вычисляет время задержек при движении и распределяет траектории между роботами в группе.

Для планирования траекторий движения группы роботов и разрешения коллизий на карте, размеченной регулярной сеткой, используется модифицированный алгоритм муравьиных колоний [18]. Избегание коллизий производится за счет определения временных окон пересечения траекторий каждого робота и разрешения коллизий посредством использования приоритетов.

В работе [19] группа роботов движется в пространстве с заданными индивидуальными контрольными точками. Корректировка траекторий движения роботов осуществляется за счет описания группы роботов системой дифференциальных уравнений и метода барьеров для избегания коллизий.

Навигация при взаимодействии группы роботов между собой и с человеком исследована в [20]. В статье изучено применение и комбинация методов управления с помощью потенциального поля, рыночной оптимизации и транспортных правил.

В [21] рассмотрен распределенный подход к разрешению коллизий и взаимного блокирования группы роботов. Алгоритм автономно моделирует каждый шаг робота на возможность происхождения коллизий и блокировок и корректирует движение при необходимости.

Перечисленные выше алгоритмы и методы имеют ограничения либо по сложности разрешаемых коллизий, либо по времени, требуемому для получения результата.

Настоящая работа является логическим продолжением работы [14], направленным на реализацию и исследование алгоритма разрешения коллизий при увеличенном числе роботов в группе. Исследуемый алгоритм является частью системы управления планирования движения группы роботов в динамической среде. Система обладает клиентской и серверной частью, идентичной для каждого робота. Система включает в себя формирование глобальной последовательности действий, распределение целей по роботам из [15], разрешение коллизий, синхронизацию информации и действий, поддержание связи.

Постановка задачи

Задача рассматривается на динамической карте, размеченной регулярной сеткой размером $(a \times b)$ ячеек. Будем считать, что каждая ячейка сетки может быть либо проходимой, либо нет. Обозначим карту через E , где E^p – свободная ячейка, E^w – ячейка с препятствием. Карта заполняется препятствиями на α %. В процессе движения роботов на карте изменяется положение ω % препятствий.

На карте размещено n роботов в начальных точках $B = \{B_1, \dots, B_k, \dots, B_n\}$. Роботы объединены в одну группу $R = \{R_1, \dots, R_k, \dots, R_n\}$. На карте размещены n целевых точек $Z = \{Z_1, \dots, Z_k, \dots, Z_n\}$, в которые должны приехать роботы; в каждую целевую точку должен прибыть один робот; любая точка

может быть занята любым роботом.

Состояния «робот-среда» в каждый момент описываются как $S(t) = \langle R_1(t), \dots, R_n(t), E(t) \rangle$. Каждый робот описан следующим набором параметров: r_c – радиус связи; r_v – радиус видимости; b_i – уровень заряда батареи; v – скорость. Связь между роботами имеется всегда, видима вся карта. Начальный заряд батареи обеспечивает запас хода по любой траектории карты $L = \{L_1, \dots, L_k, \dots, L_n\}$.

$$L(L_1, \dots, L_k, \dots, L_n) : \forall R_k \in R (\text{len}(L_k - L_k^*) \rightarrow \rightarrow \min) \mid \forall t \text{ cross}(L_i, L_j) = \emptyset \forall (i, j), i \neq j,$$

где $\text{len}(L_k - L_k^*)$ – длина отклонения от невозмущенной траектории, $\text{cross}(L_i, L_j)$ – пересечение траекторий,

$$L_k = \{B_{Rk}, l_1, \dots, l_j, \dots, l_g, Z_{Rk}\} \in L : l_j \in E^p.$$

Цель исследования – разработка и анализ эффективности применения алгоритма разрешения коллизий для группы роботов в условиях пространственно-ситуационной неопределённости.

Описание алгоритма разрешения коллизий

Алгоритм состоит из трех частей: поиск «в ширину» свободных от препятствий областей вокруг коллизии для каждого робота, исключение из полученной области областей возможных коллизий с другими роботами и минимизация удлинения пути в полученной области. Под коллизией понимается пересечение траекторий двух объектов в одной точке пространства в один момент времени. Реализованный алгоритм представлен на рис. 1.

I. Поиск «в ширину» свободных от препятствий областей вокруг коллизии для каждого робота. Для разрешения коллизии нам необходимо найти такие точки (x_s, y_s) в окружающей среде области коллизии, которые не будут заняты препятствием или другими роботами в просматриваемый момент времени.

Входными данными для этого блока является массив точек CP_{ij} . Обходим его, используя поиск в ширину, просматривая каждую точку, применяя следующие правила:

- 1) не является препятствием;



Рис. 1. Алгоритм разрешения коллизий

Fig. 1. Collision avoidance algorithm

2) не принадлежит CP .

Выбранные координаты точек записываем в LP . В качестве времени используем текущее значение плюс единица $CP(t)_i + 1$. Также при просмотре точек проверяем их принадлежность путям других роботов:

3) если в просматриваемый момент времени робот, не входящий в текущую группу, находится в этой точке, то присоединяем его к коллизии, а также оцениваем его вклад в область коллизии CP .

Полученные точки LP присоединяются к массиву CP .

II. *Исключение из полученной области областей возможных коллизий с другими роботами.* Входными данными является

массив точек LP , возможных для разрешения коллизии. На данном этапе анализируется не физическая возможность использования этих точек, а принципиальная возможность разрешения через нее коллизии.

Фильтруем точки по следующим правилам:

1) $LP(i)$ не принадлежит траекториям какого-либо из роботов Rn , участвующих в коллизии после момента вхождения этого робота в нее, другими словами, после момента времени $(t_c - d - 1)$;

2) точка является частью ветвления на карте, т. е. сопряжена с точкой, являющейся смежной как минимум с тремя точками;

3) если точка принадлежит траектории робота из Rn , то она маркируется как его решение.

По завершении фильтрации оставшиеся точки LP присоединяются к массиву точных решений RP . Решениями будем считать те точки, через которые необходимо проложить маршруты роботов для избегания коллизии.

III. *Минимизация удлинения пути в полуженной области.* Входными данными для последнего блока является список точек RP , причем количество точек должно быть не меньше, чем роботов, участвующих в коллизии. Разрешение коллизии производится в следующей последовательности:

1) роботы разделяются на две группы: $R^{(i)}$ – те, чьи точки решения принадлежат их путям, и $R^{(ii)}$ – остальные; также разделяются решения $RP^{(i)}$ (маркированные, см. п. II(3)) и $RP^{(ii)}$;

2) для $R^{(i)}$ копируются их существующие траектории, маркируется момент вступления в коллизию и из рассмотрения исключаются точки, принадлежащие им;

3) для $R^{(ii)}$ копируются их существующие траектории до момента их вступления в коллизию;

4) для всех $R^{(ii)}$ оцениваются расстояния до всех оставшихся точек $RP^{(ii)}$, которые распределяются таким образом, чтобы каждому роботу досталась ближайшая;

5) далее оцениваем длительность D нахождения робота в коллизии, используя исходные траектории $L(Rn)$;

6) на основе оценок длительности D определяем, какой из роботов начнет движение первым, проверяем, имеются ли роботы в группе Rn , с которыми он может ехать одновременно. Если имеются, то они едут одновременно. Далее каждому роботу в момент вступления в коллизию добавляется ожидание, равное длительности нахождения этого робота (или максимальное, если их несколько) в коллизии;

7) после формирования новых траекторий они проверяются на наличие коллизий на отрезке времени вхождения в коллизию до окончания ее разрешения на основе удлинений на шаге f . Если коллизии сохранились, то продолжаем поиск точек.

Если в ходе разрешения коллизии не было найдено решение, то траектории роботов, участвующих в решении изначально, останавливаются в момент перед непосредственной коллизией.

Указанные блоки выполняются в цикле один за другим до тех пор, пока либо не будут проверены все точки, либо не будет найдено решение. Разработанный подход позволяет избежать полного перебора точек, возможных для разрешения коллизий, и перебора времени задержек для каждого робота.

Описанный алгоритм при исследовании модифицирован для двух случаев: полный, в котором все действия выполняются в полном объеме, и парный, в котором не происходит расширения группы. Соответственно поля, занимаемые другими роботами, считаются запрещенными для разрешения коллизии.

Условия проведения и результаты экспериментов

Цель экспериментов – исследование эффективности функционирования алгоритма при разрешении пар конфликтов по мере их возникновения и расширении конфликтующей группы с последующим разрешением конфликта. Сравнение проводилось с контрольным случаем, в котором алгоритм разрешения коллизий не использовался. Исследование осуществлялось запуском среды моделирования с последовательным перебором:

числа роботов в группе;

плотности заполнения карты препятствиями;

частоты изменения расположения препятствий на карте.

Для каждой комбинации значений параметров было произведено десять циклов моделирования. Параметры тестирования среды моделирования указаны в таблице.

При моделировании контролировались следующие параметры:

число столкнувшихся роботов, причём при столкновении все участвовавшие в них роботы вышли из строя;

число роботов, выполнивших задание;

полное время моделирования;

число вызовов алгоритмов разре-

Параметры тестирования среды моделирования
Simulation parameters

Параметр или константа	Значение	Единицы измерения
Размер карты	50×50	ед. ²
Число роботов в группе	[2, 5, 10, 20]	ед.
Радиус видимости	80	ед.
Радиус связи	80	ед.
Заполнение карты препятствиями	0–60 (с шагом 10)	% карты
Частота изменения карты	0–60 (с шагом 10)	% карты за один такт
Максимальное число тактов моделирования	150	ед.
Алгоритм разрешения коллизий	без алгоритма/ парный/ полный	—

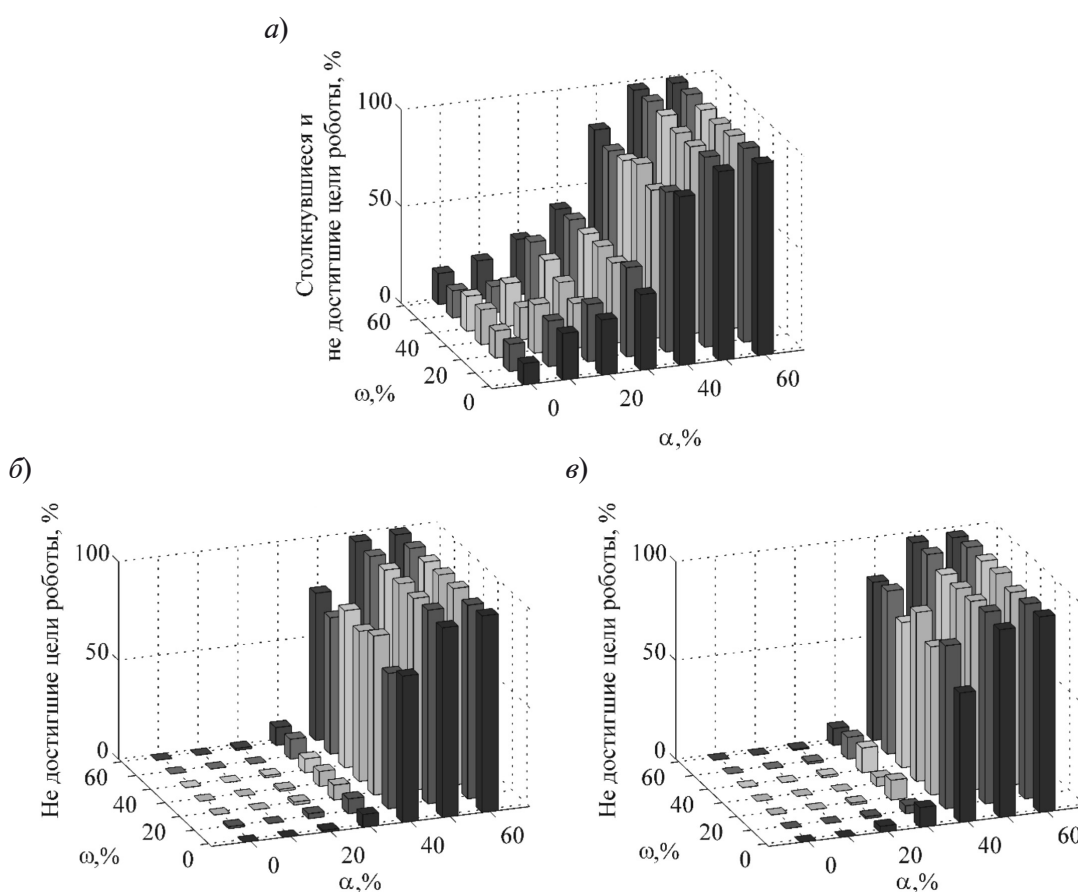


Рис. 2. Зависимость числа роботов, не достигших цели, от плотности заполнения карты препятствиями и частоты изменений для трех случаев: без применения алгоритма (а), с применением парного (б) и полного (в) алгоритмов

Fig. 2. Dependence of the relative number of robots that have not reached the goal from the density of the map filling with obstacles $\alpha = [0.60]$ %, and the frequency of changes in obstacles on the map $\omega = [0.60]$ %, for 20 robots

шения коллизий;
 время выполнения каждого алгоритма.
 Результаты моделирования представлены на рис. 2–5.
 На рис. 2 отображена зависимость относительного числа роботов, не достигших

цели, от плотности заполнения карты препятствиями $\alpha = [0,60] \%$ и частоты изменений препятствий на карте $\omega = [0,60] \%$, для 20 роботов.

Анализируя гистограммы, можно заключить, что основное влияние на число

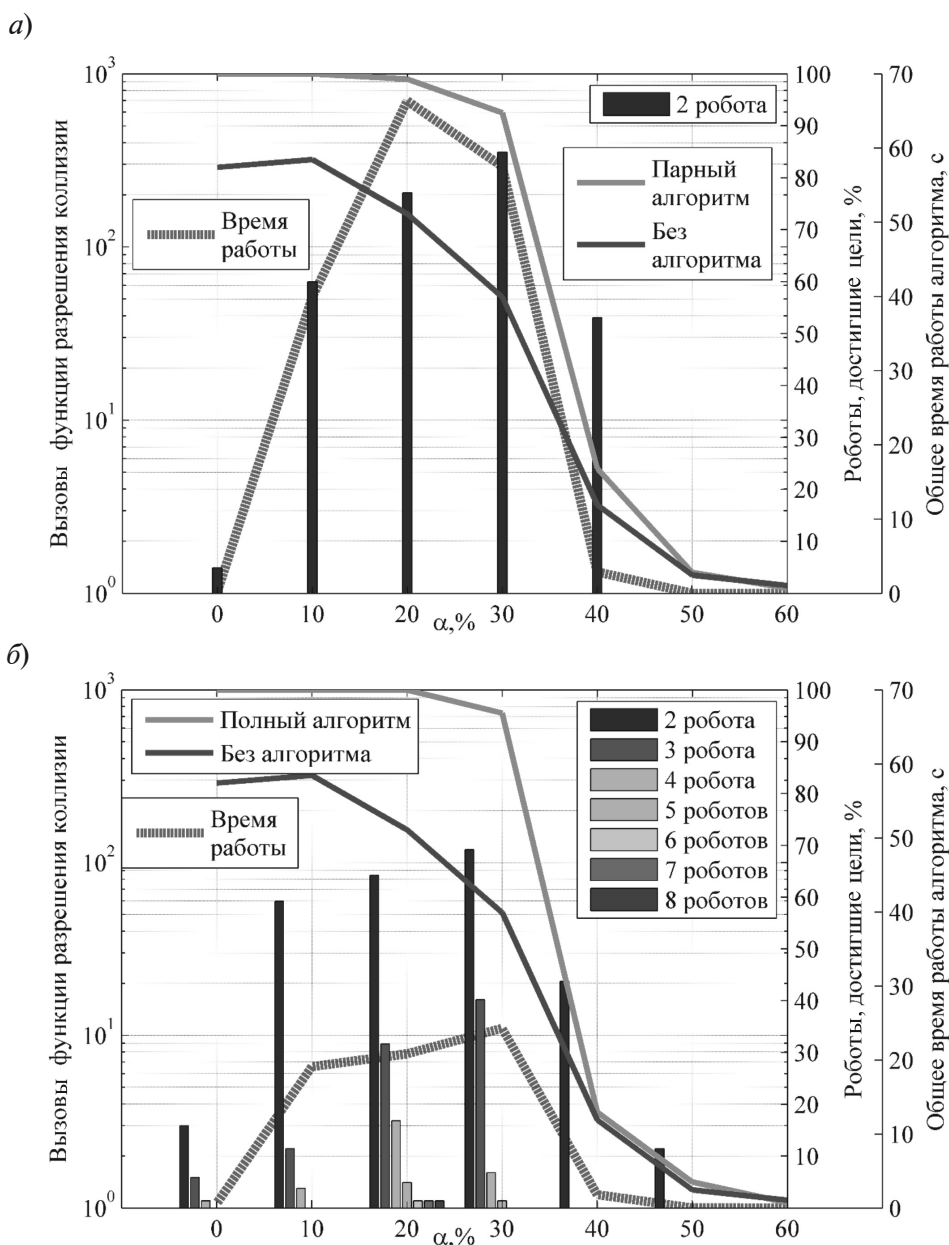


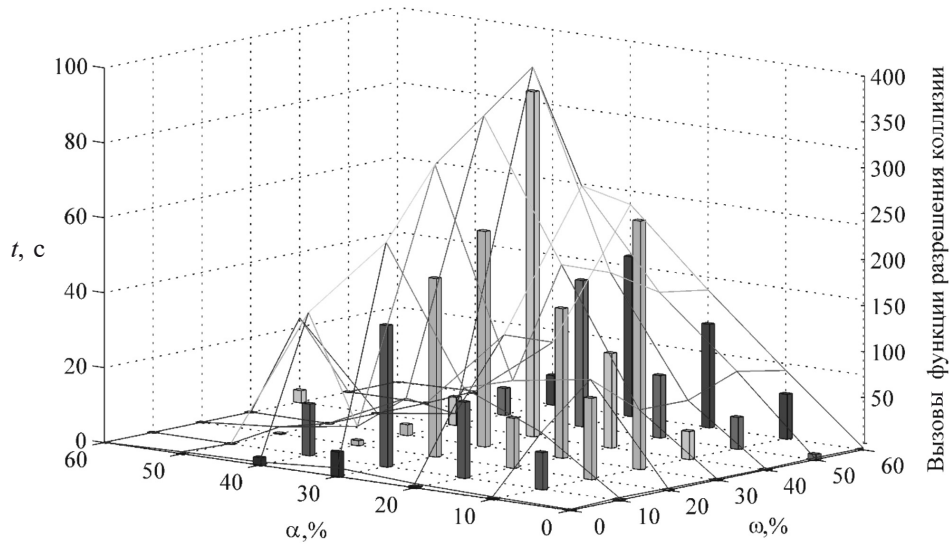
Рис. 3. Зависимость времени выполнения и числа вызовов функции разрешения коллизий и числа роботов, успешно достигших цели, для $\alpha = [0,60] \%$, $\omega = 30 \%$ и 20 роботов в случае парного (а) и полного (б) алгоритмов

Fig. 3. Dependence of running time and number of calls of the collision resolution function and the number of robots successfully reaching the goal for $\alpha = [0,60] \%$, $\omega = 30 \%$ and 20 robots in the case of pair (a) and full (b) algorithms

роботов, не достигших цели, оказывает заполнение карты препятствиями α , а частота изменений препятствий на карте ω влияния практически не оказывает. Применение алгоритмов разрешения коллизий существенно улучшает результат групповых действий

в диапазоне заполнения карты препятствиями α от 0 до 30 %, что связано с устранением столкновений роботов в процессе движения. Отсутствие эффекта от применения алгоритмов в диапазоне α от 40 до 60 % связано с отсутствием траекторий для

а)



б)

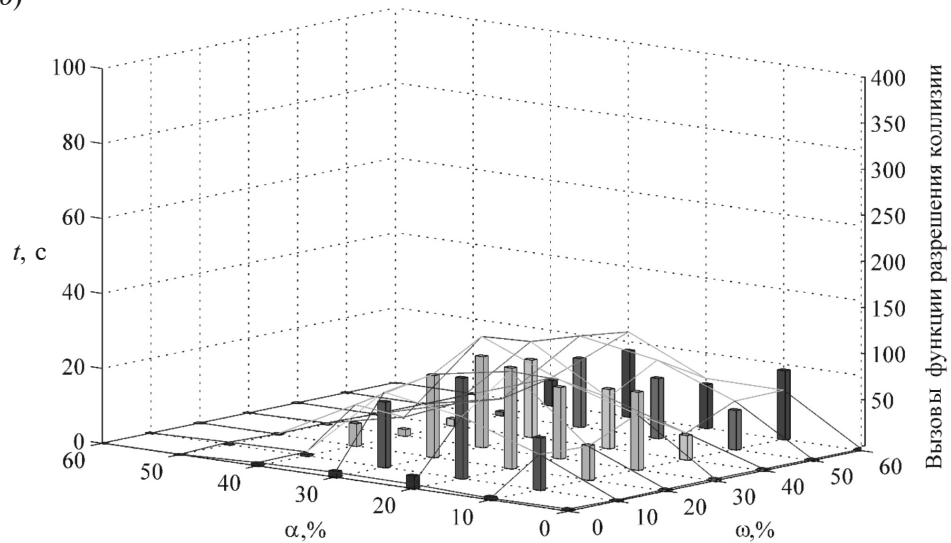


Рис. 4. Среднее время выполнения и число вызовов функции разрешения коллизии при заданной плотности заполнения препятствиями и частоте изменений их положения для парного (а) и полного (б) алгоритмов $\alpha = [0,60] \%$, $\omega = [0,60] \%$ карты, $Rn = 20$

Fig. 4. Average running time and the number of calls to the collision resolution function for a set obstacle density and the frequency of changes their position for pair (a) and full (b) algorithms $\alpha = [0.60] \%$, $\omega = [0.60] \%$ of the map, $Rn = 20$

достижения целей большую часть времени моделирования.

На рис. 3 представлена зависимость числа вызовов функций разрешения коллизий и суммарного времени её выполнения, числа достигших цели роботов для случаев без применения алгоритма и применения парного (а) и полного (б) алгоритмов. График рассмотрен для плотностей заполнения карты препятствиями α от 0 до 60 %, при фиксированной частоте изменений ω в 30 %. Число вызовов и время выполнения функции усреднено по всем циклам моделирования.

Использование любого из алгоритмов обеспечивает увеличение числа роботов, успешно достигших цели, в среднем на 30 % в диапазоне заполнением карты препятствиями α от 0 до 30 %, что связано с исключением выхода из строя роботов в след-

ствии столкновений. Сравнение времени функционирования алгоритмов показало, что парный вызывается в три раза чаще, чем полный, из-за чего и суммарное время вычислений больше в 2,5 раза. При этом сравнение среднего времени вычисления одной коллизии для полного алгоритма больше почти на 20 %, что связано с последовательным включением в группу роботов, траектории которых пересеклись с областью коллизий. Число роботов, попавших в одну область коллизии, растёт, начиная с заполнения карты препятствиями от нуля % и достигая максимума в восемь роботов при 20-процентном заполнении, а затем снижается. Это вызвано увеличением числа пересечений траекторий, из-за сокращения доступного для построения траекторий пространства. Дальнейшее снижение числа роботов в одной коллизии

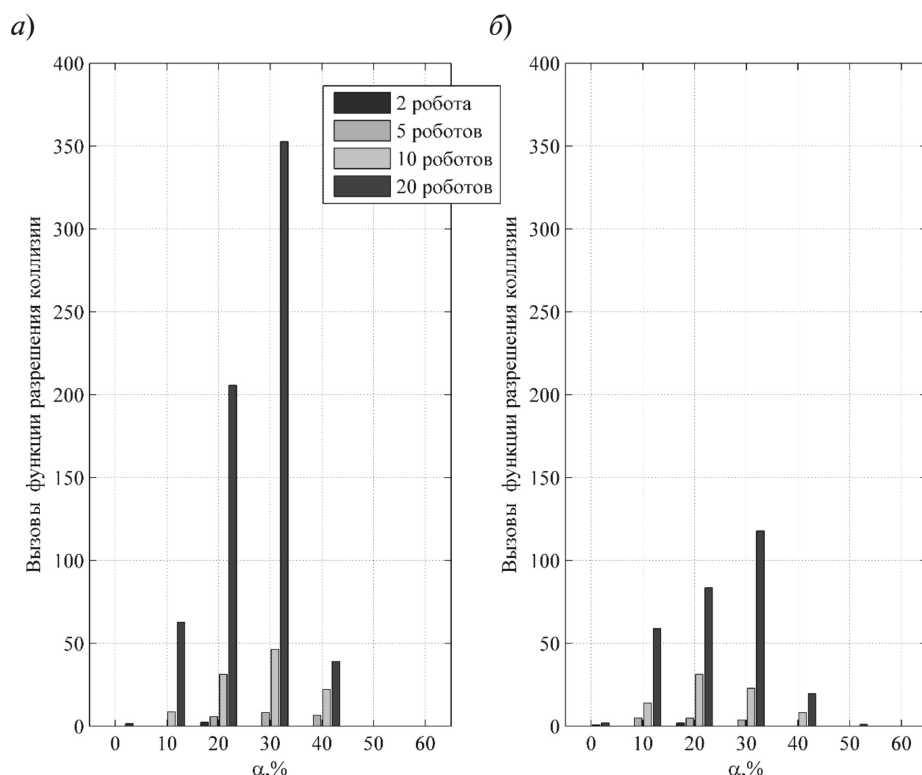


Рис. 5. Среднее количество вызовов функции разрешения коллизии для групп роботов при всех значениях заполнения препятствиями для парного (а) и полного (б) алгоритмов $\alpha = [0,60]$ %, $\omega = 30$ % карты, $Rn = [2, 5, 10, 20]$

Fig. 5. Average number of collision avoidance function calls for group of robots for pair (a) and full (b) algorithms $\alpha = [0,60]$ %, $\omega = 30$ % карты, $Rn = [2, 5, 10, 20]$

связано с отсутствием траекторий движения к целям большую часть времени моделирования.

На рис. 4 представлены среднее время выполнения и число вызовов функции разрешения коллизии при заданной плотности заполнения препятствиями и частоте изменений их положения для парного (*a*) и полного (*b*) алгоритмов.

Результаты, представленные на графике 4, демонстрируют трёхкратное превосходство в числе вызовов и среднем времени выполнения полного алгоритма разрешения коллизий в области заполнения препятствиями от 0 до 30 % и всех диапазонах частот изменения, что связано с линейным разрешением коллизий в групповом алгоритме и рекурсивным – в парном, что связано с особенностями выбора эвристики группового алгоритма.

На рис. 5 представлено среднее количество вызовов функции разрешения коллизии для групп роботов при частоте изменения карты в 30 % и всех значениях заполнения препятствиями для парного (*a*) и полного (*b*) алгоритмов.

Характер изменения зависимости числа вызовов функции разрешения коллизий от процента заполнения карты не зависит от числа роботов в группе: оно растёт от нуля до 30 % и далее снижается для диапазона от 40 до 60 % для группы любого размера.

Выводы

В работе исследованы три подхода к разрешению коллизий: игнорирование коллизий, разрешение всех коллизий последовательно для пар роботов и разрешение коллизий последовательным расширением группы роботов. Лучшие результаты как относительно достижения цели, так и относительно временных затрат на вычисления показал третий подход. При его применении число роботов, достигших цели, увеличилось в среднем на 25 % по сравнению с подходом, состоящим в игнорировании коллизий на малом и среднем объёме заполнения карты препятствиями на всех диапазонах динамики карты. Схожие результаты показал второй подход, однако, его вычислительные затраты в 2,5 раза выше третьего.

В продолжении работы планируется ввести адаптацию вызовов алгоритма на основе анализа частоты наблюдаемых изменений на карте, ограничить количество вызовов функций поиска и разрешения коллизий в зависимости от необходимости корректировки пути, а также глубину анализа наличия коллизий.

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда РФФИ, грант № 16-29-04319 «Контекстно-ориентированные методы принятия решений и планирования операций смешанной группой мобильных роботов».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Dit-Yan Yeung G., Bekey A.** A decentralized approach to the motion planning problem for multiple mobile robots // Proc. of the IEEE Internat. Conf. on Robotics and Automation. 1987.
2. **Bretl T., Hutchinson S.** Robust Coverage by a Mobile Robot of a Planar Workspace // Proc. of the Internat. Conf. on Robotics and Automation. Karlsruhe, Germany, 2013. Pp. 4582–4587.
3. **Borenstein J., Koren Y.** Obstacle avoidance with ultrasonic sensors // IEEE Journal on Robotics and Automation. 1988. Vol. 4. Iss. 2. Pp. 213–218.
4. **Трушин А.М.** Определение коллизий аппроксимирующих сфер и прямоугольных параллелепипедов в системах трехмерного моделирования // Программные продукты и системы. 2015. № 4 (112). С. 105–109.
5. **Ericson C.** Real-Time Collision Detection. CRC Press, 2004. 594 p.
6. **De Luca A., Ferrajoli L.** Exploiting Robot Redundancy in Collision Detection and Reaction // Proc. of the IEEE/RSJ Internat. Conf. on Intelligent Robots and Systems. Acropolis Convention Center, Nice, France, 2008.
7. **Liyana Adilla Burhanuddin, Md Nazrul Islam, Suhaila Mohd Yusof** Evaluation of Collision Avoidance Path Planning Algorithm // Proc. of the Internat. Conf. on Research and Innovation in Information Systems. 2013. Pp. 360–365.
8. **Borrmann U., Wang Li, Ames A.D., Egerstedt M.** Control barrier certificates for safe swarm behavior // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48. Iss. 27. Pp. 068–073.
9. **Abrar M. Alajlan, Marwah M. Almasri, Khaled M. Elleithy** Multi-Sensor Based Collision Avoidance Algorithm for Mobile Robot // IEEE Long Island Systems, Applications and Technology.

Long Island, NY, 2015.

10. **Svestka P., Overmars M.H.** Coordinated path planning for multiple robots // *Robotics and Autonomous Systems*. 1998. Pp. 125–152.

11. **Parker L.E.** Path Planning and Motion Coordination in Multiple Mobile Robot Teams // *Encyclopedia of Complexity and System Science*. Springer, 2009.

12. **Luo W., Chakraborty N., Sycara K.** Distributed dynamic priority assignment and motion planning for multiple mobile robots with kinodynamic constraints // *American Control Conf.* 2016. Pp. 148–154.

13. **Shuang Liu, Dong Sun, Changan Zhu** Coordinated motion planning of multiple mobile robots in formation // *8th World Congress on Intelligent Control and Automation*. 2010. Pp. 1806–1811.

14. **Попов С.Г., Моторин Д.Е.** Исследование алгоритмов индивидуальной и групповой стратегии движения автономных мобильных роботов на динамической карте // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление*. 2016. № 2(241). С. 45–57. DOI: 10.5862/JCSTCS.241.5.

15. **Каляев И.А., Гайдук А.Р., Капустян С.Г.** Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. С. 110–112.

16. **Kakavand M., Aria Alasty A.** Coordinated Trajectory Tracking and Collision-Avoidance in

Dynamic Environment for Robots with Double-Integrated Nonlinear Dynamics // *Proc. of the RSI/ISM Internat. Conf. on Robotics and Mechatronics*. Tehran, Iran, 2014. Pp. 357–363.

17. **Wang Xu, Kloetzer M., Mahulea C., Silva M.** Collision avoidance of mobile robots by using initial time delays // *Proc. of the IEEE 54th Annual Conf. on Decision and Control*. Osaka, Japan, 2015. Pp. 324–329.

18. **Juntao Li, Tingting Dong, Li Yuanyuan, Yan Hao** Study on robot path collision avoidance planning based on the improved ant colony algorithm // *Proc. of the 8th Internat. Conf. on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*. Hangzhou, China, 2016. Pp. 540–544.

19. **Wang Li, Ames A.D., Egerstedt M.** Multi-objective Compositions for Collision-Free Connectivity Maintenance in Teams of Mobile Robots // *Proc. of the 55th Conf. on Decision and Control*. Las Vegas, USA, 2016. Pp. 2659–2664.

20. **Rainer Palm, Abdelbaki Bouguerra, Muhammad Abdullah, Achim J. Lilienthal** Navigation in Human-Robot and Robot-Robot Interaction using Optimization Methods // *Proc. of the IEEE Internat. Conf. on Systems, Man, and Cybernetics*. Budapest, Hungary, 2016. Pp. 4489–4494.

21. **Yuan Zhou, Hesuan Hu, Yang Liu, Zuohua Ding** Collision and Deadlock Avoidance in Multirobot Systems: A Distributed Approach // *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics Systems*. 2017. Iss. 99. Pp. 1–15.

Статья поступила в редакцию 12.12.2016

REFERENCES

1. **Dit-Yan Yeung G. Bekey** A decentralized approach to the motion planning problem for multiple mobile robots. *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, March, 1987.

2. **Bretl T., Hutchinson S.** Robust Coverage by a Mobile Robot of a Planar Workspace. *Proceedings of the International Conference on Robotics and Automation*, Karlsruhe, Germany, May, 2013, Pp. 4582–4587.

3. **Borenstein J., Koren Y.** Obstacle avoidance with ultrasonic sensors. *IEEE Journal on Robotics and Automation*, 1988, Vol. 4, Iss. 2, Pp. 213–218.

4. **Trushin A.M.** Opredeleniye kolliziyi approssimiruyushchikh sfer i pryamougolnykh parallelepipedov v sistemakh trekhmernogo modelirovaniya. *Programmnyye produkty i sistemy [Software & Systems]*, 2015, No. 4 (112), Pp. 105–109. (rus)

5. **Ericson C.** *Real-Time Collision Detection*. CRC Press, 2004, 594 p.

6. **De Luca A., Ferrajoli L.** Exploiting Robot Redundancy in Collision Detection and Reaction. *Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Acropolis Convention Center, Nice, France, Sept, 22–26, 2008.

7. **Liyana Adilla Burhanuddin, Md Nazrul Islam, Suhaila Mohd Yusof** Evaluation of Collision Avoidance Path Planning Algorithm. *Proceedings of the International Conference on Research and Innovation in Information Systems (ICRIIS)*, 2013, Pp. 360–365.

8. **Borrmann U., Wang Li, Ames A.D., Egerstedt M.** Control barrier certificates for safe swarm behavior. *IFAC-PapersOnLine*, 2015, Vol. 48, Iss. 27, Pp. 068–073.

9. **Abrar M. Alajlan, Marwah M. Almasri, Khaled M. Elleithy** Multi-Sensor Based Collision Avoidance Algorithm for Mobile Robot. *IEEE Long Island Systems, Applications and Technology LISAT 2015*, Long Island, NY, 2015.

10. **Svestka P., Overmars M.H.** Coordinated path planning for multiple robots. *Robotics and Autonomous Systems*, 1998, No. 23, Pp. 125–152.
11. **Parker L.E.** Path Planning and Motion Coordination in Multiple Mobile Robot Teams. *Encyclopedia of Complexity and System Science*. Springer, 2009.
12. **Luo W., Chakraborty N., Sycara K.** Distributed dynamic priority assignment and motion planning for multiple mobile robots with kinodynamic constraints. *American Control Conference*, 2016, Pp. 148–154.
13. **Shuang Liu, Dong Sun, Changan Zhu** Coordinated motion planning of multiple mobile robots in formation. *8th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA)*, 2010, Pp. 1806–1811.
14. **Popov S.G., Motorin D.Ye.** Issledovaniye algoritmov individualnoy i gruppovoy strategii dvizheniya avtonomnykh mobilnykh robotov na dinamicheskoy karte [A Research of the Algorithms of Individual and Group Movement Strategies of Autonomous Mobile Robots on a Dynamic Map]. *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti SPbGPU. Informatika. Telekommunikatsii. Upravleniya [St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunication and Control Systems]*, 2016, No. 2(241), Pp. 45–57. DOI: 10.5862/JCSTCS.241.5 (rus)
15. **Kalyayev I.A., Gayduk A.R., Kapustyan S.G.** *Modeli i algoritmy kolektivnogo upravleniya v gruppakh robotov [Models and algorithms of collective management in groups of robots]*. Moscow: FIZMATLIT Publ., 2009, Pp. 110–112. (rus)
16. **Kakavand M., Aria Alasty A.** Coordinated Trajectory Tracking and Collision-Avoidance in Dynamic Environment for Robots with Double-Integrated Nonlinear Dynamics. *Proceedings of the RSI/ISM International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran, Iran, Oct., 2014, Pp. 357–363.
17. **Wang Xu, Kloetzer M., Mahulea C., Silva M.** Collision avoidance of mobile robots by using initial time delays. *Proceedings of the IEEE 54th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, Osaka, Japan, Dec., 2015, Pp. 324–329.
18. **Juntao Li, Tingting Dong, Li Yuanyuan, Yan Hao** Study on robot path collision avoidance planning based on the improved ant colony algorithm. *Proceedings of the 8th International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, Hangzhou, China, Dec., 2016, Pp. 540–544.
19. **Wang Li, Ames A.D., Egerstedt M.** Multi-objective Compositions for Collision-Free Connectivity Maintenance in Teams of Mobile Robots. *Proceedings of the 55th Conference on Decision and Control (CDC)*, Las Vegas, USA, Dec., 2016, Pp. 2659–2664.
20. **Rainer Palm, Abdelbaki Bouguerra, Muhammad Abdullah, Achim J. Lilienthal** Navigation in Human-Robot and Robot-Robot Interaction using Optimization Methods. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, Budapest, Hungary, Oct., 2016, Pp. 4489–4494.
21. **Yuan Zhou, Hesuan Hu, Yang Liu, Zuohua Ding** Collision and Deadlock Avoidance in Multirobot Systems: A Distributed Approach. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics System*, 2017, Iss. 99, Pp. 1–15.

Received 12.12.2016

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ / THE AUTHORS

МОТОРИН Дмитрий Евгеньевич
MOTORIN Dmitrii Ye.
E-mail: d.e.motorin@gmail.com

ПОПОВ Сергей Геннадьевич
POPOV Sergey G.
E-mail: popovserge@spbstu.ru

КУРОЧКИН Леонид Михайлович
KUROCHKIN Leonid M.
E-mail: kurochkinl@spbstu.ru