



# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

DOI: 10.5862/JPM.248.5

УДК: 531.51:001.891

*Д.А. Мусаева<sup>1</sup>, В.К. Ильин<sup>1</sup>, В. Гежа<sup>2</sup>, Э. Бааке<sup>3</sup>*

<sup>1</sup>Казанский государственный энергетический университет,  
Российская Федерация;

<sup>2</sup>Латвийский университет, г. Рига, Латвия;

<sup>3</sup>Ганноверский университет им. Лейбница, Германия

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ СИЛЫ ЛОРЕНЦА НА ДВИЖЕНИЕ РАСПЛАВА ГАЛИНСТАНА

В статье приводятся результаты численного и физического экспериментов по оценке влияния импульсной силы электромагнитного поля на осевую скорость и структуру потока расплава галинстана (GaInSn). В физическом эксперименте применялся доплеровский измеритель скорости при двух режимах внешнего воздействия на поток: импульсного и стационарного. Математическое моделирование движения жидкости проводилось в двухмерной осесимметричной постановке с использованием  $k$ - $\epsilon$  модели турбулентности для определения скоростей, развиваемых в условиях постоянного действия силы. Представлены результаты верификации модели для стационарного случая. Для импульсной силы Лоренца в диапазоне частот от 0,05 до 1 Гц экспериментально установлено повышение интенсивности пульсаций осевой скорости, при этом наиболее значимые изменения в потоке наблюдались при импульсах с частотой 0,10 Гц. Обнаружено, что действие импульсов с большей частотой сравнимо с влиянием стационарной силы Лоренца.

ПУЛЬСАЦИЯ, МОДУЛЯЦИЯ СИЛЫ ЛОРЕНЦА, ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПЕРЕМЕШИВАНИЕ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, ГАЛИНСТАН.

### Введение

Движение жидкости в нестационарных условиях и влияние условий такого рода на протекание тепломассопереноса в потоке остается на сегодняшний день актуальной темой исследования, поскольку в определенных случаях нестационарные воздействия приводят к интенсификации теплообмена, и в данном контексте поведение потока в изменяющихся условиях представляет практический интерес.

Довольно широко распространенным методом интенсификации теплообмена в жидкости путем ее активного перемешивания является наложение на поток низкоча-

стотных импульсов, реализуемых механическим, пневматическим, ультразвуковым и другими способами [1, 2]. Диапазон частот накладываемых пульсаций обуславливается физическими параметрами жидкости, возможностями реализации воздействия, целями приложения и другими факторами.

В таком энергоемком процессе как выплавка металла в индукционной печи, получившей широкое распространение в металлургии, эффективное перемешивание расплава является ключевой составляющей и оказывает влияние как на качество производимого материала, так и на его себестоимость.

В наиболее частом исполнении индукционные печи оснащены цилиндрическим тиглем, который окружен охлаждаемым индуктором. В общем случае индуктор равномерно распределен по высоте тигля. В таком оборудовании воздействие на расплав осуществляется при помощи электромагнитной (ЭМ) индукции – управление потоком реализуется без непосредственного взаимодействия с жидкостью, что является значительным преимуществом (с учетом агрессивности жидких металлов). Протекание переменного тока в индукторе обеспечивает генерирование переменного магнитного поля, которое, взаимодействуя с проводящим материалом, приводит к выделению Джоулева тепла в объеме металла и возникновению сил Лоренца, приводящих расплав в движение.

Структура потока и тепломассоперенос в таком цилиндрическом объеме хорошо изучены численно и экспериментально, в том числе соавторами статьи, в масштабированных и полноразмерных моделях печи [3 – 6]. Поток представляет собой интенсивное турбулентное движение, формирующее два тороидальных вихря, расположенных один над другим, с противоположными направлениями вращения. При этом значительный перенос тепла и массы наблюдался исследователями в области, разделяющей вихри. Интенсивность потока непосредственно зависит от значений силы тока в индукторе и частоты переменного ЭМ поля, являющихся регулируемыми параметрами.

Ввиду широкого применения электромагнитного перемешивания расплавов в промышленности, с момента внедрения этого метода в производство вопросу эффективного управления потоком жидкого металла в тигле индукционной печи и интенсификации тепломассообмена в жидкости при перемешивании, посвящен ряд исследований [7, 8]. Большую распространенность, благодаря своей действенности, получил метод интенсификации перемешивания при помощи дискретного подвода энергии, а именно – приложения импульсов электромагнитного поля [6, 9 – 11]. Подбор параметров генерируемого поля,

основанный на знании структуры потока жидкости, позволяет повысить количество движения расплава без увеличения средней скорости потока. Так, можно реализовать более интенсивное перемешивание без увеличения подводимой энергии, по сравнению с потоком, который формируется под действием непрерывно приложенного переменного магнитного поля.

Импульсное воздействие ЭМ поля на расплав можно реализовать прерыванием магнитных полей различного вида: бегущего, вращающегося, постоянного.

В настоящей работе рассматривается воздействие силы ЭМ поля на движение расплава в масштабированной модели тигля индукционной печи при периодическом включении и выключении генератора переменного тока с определенной импульсной частотой  $f_p = 0,05 - 10$  Гц. Интенсивность перемешивания расплава сравнивается с движением жидкого металла под действием постоянно приложенной силы ЭМ поля ( $f_p = 0, stf$ ).

#### Экспериментальная установка

Целью работы являлось экспериментальное исследование влияния низкочастотной импульсной силы ЭМ поля (силы Лоренца) на движение эвтектического сплава, называемого галинстаном и состоящего из галлия (68 %), индия (20 %) и олова (12 %). Температура плавления галинстана позволяет проводить измерение параметров потока при комнатной температуре. Материалы, используемые в эксперименте, и их физические параметры представлены в табл. 1.

Цилиндрический контейнер, в котором помещался расплав, был выполнен из плексигласа. Контейнер был окружен индуктором, равномерно распределенным по высоте расплава (рис. 1).

Экспериментальная установка была спроектирована таким образом, чтобы получение информации о параметрах потока в нестационарных условиях могло быть реализовано при помощи ультразвукового доплеровского измерителя скорости.

На рис. 1 схематично обозначено характерное распределение силы Лоренца (5),

Таблица 1

Значения основных параметров объектов исследования

Номер	Параметр	Обозначение	Единица измерения	Значение
<i>Сплав Ga<sub>0,68</sub>In<sub>0,20</sub>Sn<sub>0,12</sub></i>				
1	Плотность	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	6440
2	Динамическая вязкость	$\mu$	Па·с	0,0024
3	Теплопроводность	$\lambda$	Вт/(м·К)	16,5
4	Температура плавления	$T$	К	~ 275
5	Скорость звука в среде	$V_c$	м/с	2730
6	Акустическое сопротивление среды	$Z$	кг/(м <sup>2</sup> ·с)	18,9
7	Удельная электрическая проводимость	$\sigma$	См/м	3,46·10 <sup>6</sup>
8	Радиус цилиндрического объема расплава	$R$	мм	31
9	Высота расплава	$H$		70
<i>Медный индуктор</i>				
10	Удельная электрическая проводимость	$\sigma_{Cu}$	См/м	1,74·10 <sup>8</sup>
11	Количество витков	$N$	—	6
12	Диаметр одного витка	$d$	мм	8
13	Расстояние между витками	$n$		4
14	Радиус индуктора	$R_{ind}$		61

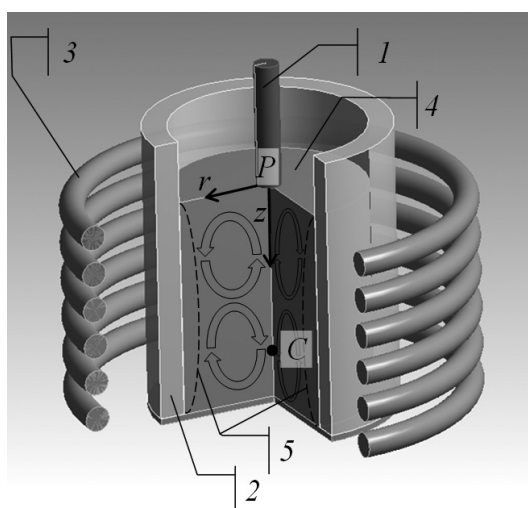


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:  
 1 – сенсор, 2 – контейнер, 3 – индуктор,  
 4 – расплав, 5 – распределение силы Лоренца;  
 показаны линии тока в расплаве; P – точка закрепления сенсора, C – точка максимума на профиле измеренной осевой скорости для нижнего вихря (см. рис. 2 и описание в тексте)

наводимой в расплаве в переменном магнитном поле, и линии тока, указывающие основные направления движения жидкости под действием силы ЭМ поля. Как упоминалось ранее, структура потока расплава в цилиндрическом объеме при указанном распределении плотности силы Лоренца представляет собой движение двух тороидальных вихрей. Плотность силы, наводящейся в расплаве, осциллирует с частотой, которая вдвое превышает частоту ЭМ поля. При этом изменением плотности силы Лоренца во времени можно пренебречь, так как жидкие металлы не успевают реагировать (ввиду их инертности) на воздействия с частотой свыше 4 Гц [10]. Варьирование частоты ЭМ поля приводит к изменению глубины проникновения поля в проводящую жидкость (скин-слоя) и области его активного воздействия. Значение плотности силы ЭМ поля экспоненциально убывает в пределах скин-слоя, при этом его

толщина также зависит от характеристик среды, на которую оказывается воздействие. Толщину скин-слоя можно определить соотношением

$$\delta = (\pi f_{ac} \mu_m \sigma)^{-1/2},$$

где  $f_{ac}$  — частота изменения направления ЭМ поля,  $\mu_m = 1,256 \cdot 10^{-6}$  Н/А<sup>2</sup> — магнитная постоянная,  $\sigma$  — электрическая проводимость среды.

Для галинстана значение  $\delta$  составило 22 мм, что при внутреннем диаметре контейнера  $D$ , равном 62 мм, представляет значительную часть объема расплава, на которую поле оказывает действие, приводя жидкость в движение.

Параметры потока определялись экспериментально при помощи доплеровского измерителя скорости. Его принцип работы, как ясно из названия, основан на эффекте Доплера, т. е. на изменении частоты ультразвуковой волны, испускаемой и принимаемой сенсором, при ее отражении микрочастицами, распределенными в жидкости. При этом скорость сноса частицы в пределах ультразвукового пучка определяется по разности частот испускаемой и отраженной волн. Данный метод широко используется для нахождения параметров потока в легкоплавких жидких металлах и модельных жидкостях [5, 12, 13].

В описанном эксперименте применялся ультразвуковой доплеровский измеритель скорости DOP3010 Velocimeter (Signal Processing SA, Швейцария). При проведении измерений сенсор диаметром 8 мм помещался непосредственно в жидкость через свободную поверхность на глубину 1 – 2 мм и фиксировался в таком положении на протяжении всего опыта. Частота сигнала, отправляемого сенсором, составляла 1428 Гц при скорости звука в расплаве, равной 2730 м/с (см. табл. 1). Сенсор закреплялся на оси цилиндрического объема (точка  $P$  ( $r = 0$  мм) на рис. 1) с целью измерения осевой компоненты скорости. Данная компонента скорости преобладает в изучаемой структуре потока. При этом величина скорости имела отрицательное значение, если поток, параллельный пучку, был направлен к сенсору, и, положительное, если частицы

в жидкости двигались по направлению от сенсора.

В эксперименте использовались два режима наложения на поток силы ЭМ поля. В первом случае измерялись скорости потока расплава при непрерывном протекании тока в индукторе для значений  $f_{ac}$  от 50 до 250 Гц. С учетом того, что  $f_{ac} \gg 4$  Гц, воздействие на расплав считалось стационарным (параметры ЭМ поля далее обозначены индексом  $st$ ).

Во втором случае рассматривалось движение жидкости под действием импульсной силы Лоренца (параметры с индексом  $p$ ). При модуляции силы ток в индукторе прерывался для создания импульсов с частотой  $f_p$ . Если обозначить промежуток времени, в течение которого сила ЭМ поля оказывает воздействие на расплав, как  $T_{act}$ , а длительность паузы, во время которой сила Лоренца отсутствует и жидкость движется под действием инерции, как  $T_0$ , то выражения для определения частоты и периода импульсов можно представить следующим образом:

$$f_p = \frac{1}{T_p}, \quad T_p = T_{act} + T_0, \quad \psi = \frac{T_0}{T_{act}},$$

где  $\psi$  — скважность импульсов силы ЭМ поля.

Согласно закону электромагнитной индукции, сила Лоренца, возникающая в расплаве при наложении переменного магнитного поля, выражается как

$$\mathbf{F}_{EM} = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (1)$$

Обозначим величину результирующей плотности силы ЭМ поля для стационарного воздействия как  $F_{EM}^{st}$ . Тогда  $F_{EM}^p$  — плотность силы, которая оказывает влияние на поток в период времени  $T_{act}$ . Величина  $F_{EM}^p$  задавалась таким образом, чтобы с учетом полупериода  $T_0$ , в течение которого воздействие ЭМ поля на расплав отсутствует, сохранялось интегральное равенство между стационарным и импульсным режимами:

$$\frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} F_{EM}^p dT = F_{EM}^{st}.$$

Экспериментально исследовано влияние нестационарного воздействия для сле-

дующих значений частоты модулированных импульсов:  $f_p = 0,05; 0,10; 0,20; 0,50; 0,80; 1; 2; 5; 8; 10$  Гц. Сквозность импульсов составляла  $\psi = 1$  ( $T_{act} = T_0$ ). Также было рассмотрено воздействие на поток стационарной силы Лоренца. Для каждого режима записывались 2000 мгновенных профилей осевой скорости в течение 200 с, при разрешении в 80 точек; профили затем усреднялись по всему времени измерения. Результатом измерения являлось распределение осевой скорости по оси цилиндра. Фиксировались также пульсации скорости путем измерения величины стандартного отклонения скорости от ее среднего значения.

#### Математическая модель движения расплава под действием постоянной силы Лоренца

Для выбора оптимальных параметров ЭМ поля, а также для предварительной оценки интенсивности потока, была разработана и экспериментально верифицирована двухмерная осесимметричная математическая модель движения расплава при стационарном воздействии. Моделирование движения расплава в магнитном поле, будучи сопряженной задачей, было реализовано в два этапа:

I. Гармонический электромагнитный анализ (в приложении Mechanical APDL программного пакета Ansys);

II. Моделирование движения жидкости с применением стандартной  $k$ - $\epsilon$  модели турбулентности (в приложении Fluent).

В результате первого этапа моделирования было получено распределение плотности силы Лоренца при заданных параметрах переменного тока в индукторе. Эта сила симметрична относительно оси цилиндрического объема; как отмечалось выше, в расчете учитывалась только радиальная составляющая, так как ее величина значительно превышает значения осевой и угловой компонент.

Электромагнитные процессы описываются уравнениями Максвелла, которые в дифференциальной форме в квазистационарной постановке можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \nabla \times \mathbf{B} = -\mu_m \mathbf{j}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{E}$  – электрический вектор поля,  $\mathbf{B}$  – плотность магнитного потока,  $\mathbf{j}$  – плотность тока,  $t$  – время,  $\mu_m$  – магнитная проницаемость среды.

В общем случае следующая система уравнений решается с целью описания магнитогидродинамических процессов:

$$\mathbf{j} = \sigma[\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}], \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v} \times \mathbf{B}] + \frac{1}{\mu_m \sigma} \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (3)$$

$$\nabla \mathbf{j} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $\mathbf{v}$  – локальная скорость проводящей среды.

В данной системе уравнение (3) описывает диффузию магнитного поля в несжимаемую проводящую жидкость. Если учитывать, что движение проводящей жидкости не влияет на магнитное поле, и если принять электрическую проводимость среды за постоянную величину, так как магнитное число Рейнольдса

$$Re_m = LV\mu_m\sigma \ll 1,$$

( $L, V$  – характеристические длина и скорость), то данное выражение также можно представить в качестве уравнения диффузии

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \lambda_{mag} \nabla^2 \mathbf{B},$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0,$$

где  $\lambda_{mag} = (\mu_m \sigma)^{-1}$  – коэффициент диффузии.

Проводящий объект, находясь в ЭМ поле, испытывает на себе действие силы, зависящей от величины индукции магнитного поля. Объемная плотность силы ЭМ поля выражается формулой (1). Используя связь тока с ротором индукции магнитного поля и формулу для ротора векторного поля, выражение приводим к виду

$$\mathbf{F}_{EM} = \frac{1}{\mu_m} (\mathbf{B} \nabla) \mathbf{B} - \nabla \left( \frac{\mathbf{B}^2}{2\mu_m} \right).$$

В этом выражении второе слагаемое представляет собой градиент от скалярной величины и означает потенциальную силу, не оказывающую влияния на движение жидкости. Первое слагаемое описывает объемную силу, приводящую жидкость в движение.

На этапе моделирования гидродинамического процесса распределение плотности силы ЭМ поля в качестве граничного условия интегрировалось в сетку, созданную для симуляции движения жидкости с применением стандартной  $k-\epsilon$  модели турбулентности в приложении Fluent, предназначенном для расчета гидродинамических процессов. Вычислительная сетка состояла из 10 тыс. элементов; она была сгущена у цилиндрической поверхности и в придонной области, так чтобы нормализованная координата  $y^+$  ближайшей к стенке расчетной точки лежала в интервале  $30 \leq y^+ \leq 60$ , соответствующем применяемой модели турбулентности [14]. С тем чтобы учесть влияние наличия твердой стенки на течение, при проведении расчетов выбиралась опция Enhanced Wall Treatment. Связь между давлением потока расплава и

его скоростью рассчитывалась при помощи алгоритма SIMPLE. Интенсивная завихренность потока принималась во внимание путем интерполяции давления при расчете по схеме PRESTO! Однако используемая модель не учитывала изменение формы свободной поверхности под действием магнитного поля и течений в объеме расплава. В связи с этим на верхнюю границу налагалось условие скольжения и непротекания. На рис. 2 модель представлена с накладываемыми граничными условиями на обоих этапах сопряженного моделирования.

Таким образом, для несжимаемой проводящей жидкости рассчитываемые уравнения Навье – Стокса, в которые в качестве движущей силы включена плотность силы ЭМ поля, в дифференциальной форме можно выразить следующим образом:

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho(\mathbf{v}\nabla)\mathbf{v} = -\nabla p + \operatorname{div}(2\mu_{ef}S) + \mathbf{F}_{EM}.$$

Здесь  $\mu_{ef}$  – эффективная вязкость, определяемая как сумма ламинарной и турбулентной вязкостей, т. е.  $\mu_{ef} = \mu + \mu_t$ ;  $S$  – тензор скоростей деформаций.

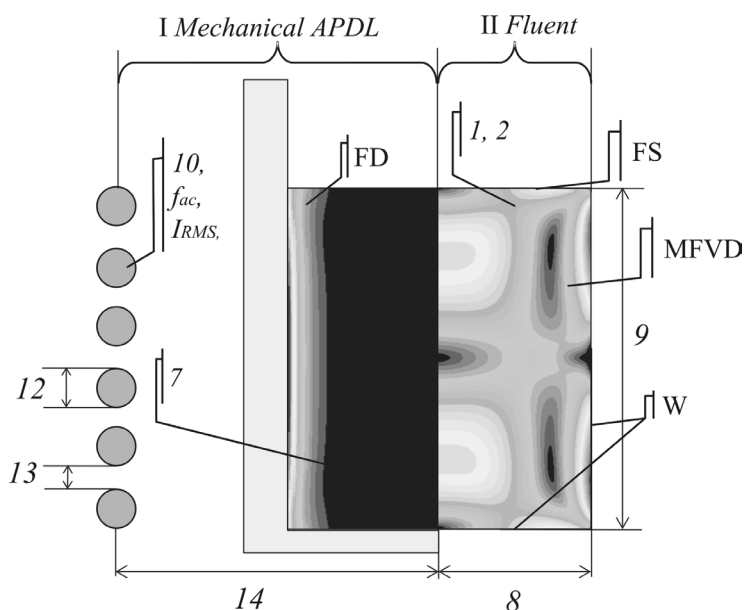


Рис. 2. Двухмерная модель, используемая в численном эксперименте движения расплава под действием стационарной силы Лоренца (FD – ее распределение); MFVD – распределение средней скорости потока; I, II – этапы моделирования.

Приведены параметры моделирования (номера позиций соответствуют приведенным в табл. 1), а также граничные условия (помимо FD), задаваемые при моделировании: W (стенка), FS (свободная поверхность)

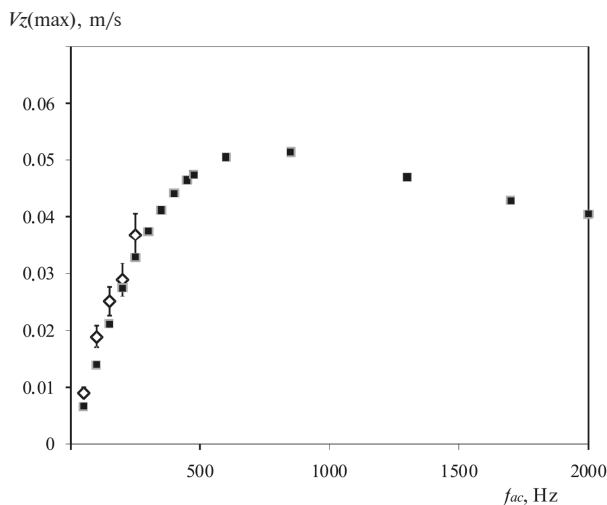


Рис. 3. Зависимости максимальной осевой скорости расплава по оси его цилиндрического объема ( $r = 0$ ) от частоты переменного тока в индукторе, полученные численно (черные квадраты) и экспериментально (пустые ромбы). Сила Лоренца стационарна,  $I_{\text{RMS}} = 200$  А. Расчетная модель 2D- $k$ - $\varepsilon$ . Диапазон ошибки  $\pm 5$  %

Моделирование движения расплава в индукционной печи в переменном ЭМ поле с применением  $k$ - $\varepsilon$  модели турбулентности позволяет вычислить средние скорости и структуру потока, существенно согласующиеся с экспериментальными данными [3, 15, 16].

### Верификация математической модели

Для проверки адекватности модели численно исследовалось движение жидкого металла для фиксированной величины силы тока  $I_{\text{RMS}} = 200$  А и различных значений  $f_{ac}$  (рис. 3). График демонстрирует зависимость изменения максимальных значений осевой скорости на оси цилиндрического объема от частоты переменного тока в индукторе. Данная функциональная связь отражает эффективность наложенного ЭМ поля на поток и обычно выражается через безразмерное отношение диаметра цилиндра к толщине скин-слоя ( $D/\delta$ ). Приведенная форма кривой, содержащей максимум и далее монотонное поведение функции, характерна для взаимодействия переменного магнитного поля и проводящего материала в нем [17].

Результатами численного эксперимента стали также характерная картина потока и распределение осредненной по времени опыта осевой скорости на оси цилиндра ( $r = 0$ ) при стационарном воздействии силы Лоренца (рис. 2 и 4). Профиль соответствует теоретическому представлению о формировании потока под действием переменного магнитного поля, так как на графике присутствуют два максимума значений измеренной скорости  $V_z$ , соответствующие расходящимся потокам двух

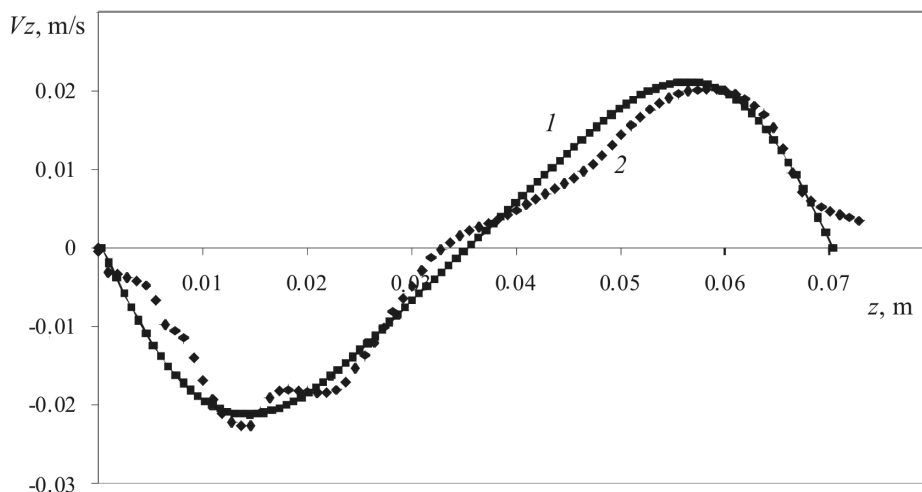


Рис. 4. Распределения осевой скорости ( $r = 0$ ) по глубине расплава, полученные численно (1) и экспериментально (2). Стационарный режим,  $f_{ac} = 150$  Гц,  $I_{\text{RMS}} = 200$  А

тороидальных вихрей вдоль оси. Виден также переход кривой через ось абсцисс на отметке в 35 мм, который соответствует области минимальных осевых скоростей (поворота вихрей) в центральной области объема расплава [3 – 5]. Следует также отметить согласие между значениями максимальных скоростей, полученных численно и экспериментально.

Для проведения физического эксперимента, в соответствии с техническими возможностями оборудования, были выбраны следующие параметры для создания ЭМ поля для стационарного режима: частота переменного тока в индукторе  $f_{ac} = 150$  Гц, а эффективное значение силы тока  $I_{RMS} = 200$  А.

#### Движение расплава в условиях импульсного воздействия

Чтобы оценить влияние изменения частоты  $f_p$  на характер движения жидкости, проведено сопоставление интенсивностей пульсаций скорости потока для каждой частоты в диапазоне от 0,05 до 10 Гц. Для этого вычислялись стандартные откло-

нения измеренной осевой скорости от ее среднего значения на протяжении всего времени опыта. Результаты таких вычислений позволили оценить, насколько активно жидкость реагирует на переменное или постоянное внешнее воздействие (рис. 5). Сплошной горизонтальной линией на графике отмечено значение измеренной пульсации скорости потока, развиваемого под действием постоянной силы Лоренца.

Анализ экспериментальных данных показал, что импульсное воздействие силы ЭМ поля с частотой в диапазоне от 0,50 до 10 Гц оказывает незначительное влияние на поток: величины пульсаций скорости близки к значению, полученному для стационарного случая. Этот результат можно объяснить инертностью жидкости, что согласуется с экспериментальными данными других исследователей [10, 15]; такие режимы могут считаться псевдостационарными.

Наиболее существенное влияние на движение расплава оказали импульсные режимы воздействия силы Лоренца в диапазоне значений  $f_p = 0,05 - 0,20$  Гц. При

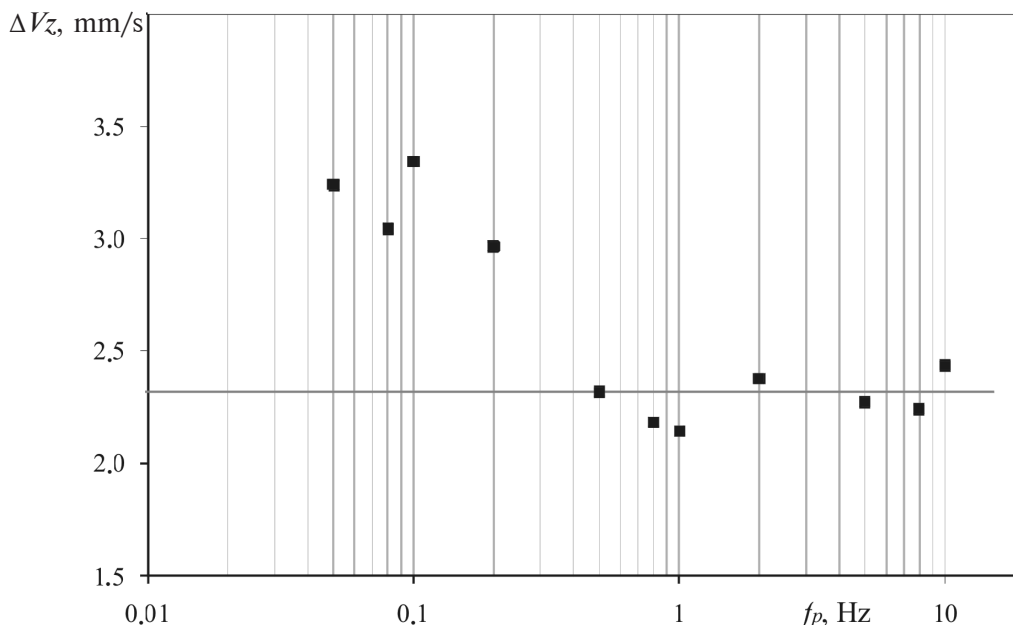


Рис. 5. Влияние частоты модуляции силы Лоренца на интенсивность пульсаций скорости потока. Сравниваются стандартные отклонения осевой скорости от ее среднего значения ( $\Delta V_z$ ) при стационарном (горизонтальная линия) и пульсирующем (точки,  $\psi = 1$ ) воздействиях



этом наблюдается максимум развиваемых пульсаций осевой скорости для частоты  $f_p = 0,10$  Гц.

Хорошо известно, что в потоке, который развивается под действием переменного магнитного поля, присутствуют пульсации скорости с относительно продолжительным периодом. Как показали авторы статьи [3], период таких колебаний зависит от силы ЭМ поля и геометрии контейнера, содержащего жидкость. Происхождение рассмотренных низкочастотных колебаний жидкости было подробно описано в статье [4] и связано с периодом обращения тороидальных вихревых структур в потоке ( $T_{ch}$ ), которые генерируются переменным ЭМ полем. Характеристическая частота  $f_{ch}$  (обозначение, принятое авторами работы [18]), соответствующая данному периоду, была определена следующим образом:

$$T_{ch} = \frac{L_{ch}}{V_{ch}}; L_{ch} = 2\pi \cdot \frac{r_r + r_z}{2};$$

$$V_{ch} = \frac{V_{\max, wall} + V_{\max, axis}}{2}; f_{ch} = \frac{1}{T_{ch}},$$

где  $r_r, r_z$  – радиальный и осевой размеры вихрей,  $V_{ch}$  – характерная скорость потока.

Для эксперимента, описанного в настоящей статье, в качестве характерной скорости принимается осредненная по времени измерения величина осевой скорости для

точки  $C$  на оси контейнера с координатами  $r = 0$  мм и  $z = 60$  мм (см. рис. 1). Данная точка приблизительно соответствует максимуму на профиле измеренной осевой скорости для нижнего вихря (см. рис. 2). Замер скорости в точке  $C$  при стационарном воздействии производился несколько раз с целью снижения ошибки измерения. Значение скорости  $V_{ch}$  в точке  $C$ , развиваемой под действием постоянной силы Лоренца, составило  $0,018$  м/с.

Использование приведенных выше выражений для определения характеристических параметров потока (4), позволило получить значения периода и частоты оборота вихрей (табл. 2).

Предполагается, что присутствие максимума на рис. 5 обусловлено приближением частоты импульсов силы ЭМ поля к характеристической частоте оборота вихрей в потоке. Это повышает эффективность наложения импульсов и способствует росту значений локальных скоростей потоков в расплаве. Вполне резонно предположить, что реальный максимум пульсаций скорости для импульсного режима внешнего воздействия находится вблизи значения  $f_p \sim 0,17$  Гц.

В предыдущем численном исследовании [19] было показано, что импульсное воздействие на поток с частотой, близкой к  $f_{ch}$ , приводит к значительному повыше-

Таблица 2

Результаты вычисления характеристических параметров потока расплава галинстана

Параметр	Обозначение	Единица измерения	Значение
Размер вихря радиальный .....	$r_r$	см	1,55
осевой .....	$r_z$		1,75
Длина	$L_{ch}$	см	10,36
Скорость	$V_{ch}$	см/с	1,8
Период обращения вихревых структур	$T_{ch}$	с	5,88
Частота	$f_{ch}$	Гц	0,17

Примечание. Параметры рассчитаны по формуле (4).

нию как турбулентной кинетической энергии потока, так и интенсивности перемешивания жидкости. Это приводит в свою очередь к интенсификации теплообменных процессов в объеме.

### Заключение

В статье рассмотрены результаты экспериментального исследования влияния низкочастотной импульсной силы электромагнитного поля на изменение осевой скорости потока эвтектического сплава галинстана (GaInSn). Значения осевой скорости были сопоставлены с величинами, полученными при наложении на поток постоянной силы Лоренца. Также была построена и верифицирована математическая модель стационарного течения галинстана под действием постоянной силы ЭМ поля.

Измерения, проведенные с применением доплеровского измерителя скорости, показали, что характер потока, формирующегося в стационарном процессе, согласуется с результатами, полученными другими экспериментаторами [8, 11 – 12, 14], а именно, что движение расплава в основ-

ном представлено двумя крупными вихрями с противоположными направлениями вращения относительно друг друга.

Наложение на поток импульсной силы Лоренца в диапазоне значений  $f_p = 0,50 - 10$  Гц оказывает влияние, сравнимое по своей интенсивности со стационарным воздействием. Установлено, что значения измеренной осевой скорости жидкости близки к таковым, полученным при непрерывном приложении внешнего воздействия.

Под действием импульсов с частотой  $f_p = 0,05 - 0,20$  Гц наблюдается повышение величины пульсационной составляющей осевой скорости потока, причем экспериментальный максимум достигается при  $f_p = 0,10$  Гц. Предполагается, что максимальный эффект можно обнаружить при импульсном воздействии на поток расплава галинстана с частотой, близкой к  $f_{ch} = 0,17$  Гц.

Работа выполнена при финансовой поддержке Германской службы академических обменов (DAAD) и Министерства образования и науки РФ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Inaba T., Kubo T. Enhanced heat transfer through oscillatory flow // J. Heat Transfer Japanese Research. 1993. Vol. 22. No. 5. Pp. 480–492.
- [2] Mostinskii I.L., Lamden D.I., Stonik O.G. Influence of flow pulsations on the heat and mass transfer with particles // J. High Temperature. 1983. Vol. 21. No. 4. Pp. 576–582.
- [3] Baake E., Nacke B., Jakovičs A., Umbraško A. Heat and mass transfer in turbulent flows with several recirculated flow eddies // Magnetohydrodynamics. 2001. Vol. 37. No. 1–2. Pp.13–22.
- [4] Kirpo M., Jakovičs A., Baake E., Nacke B. Modeling velocity pulsations in a turbulent recirculated melt flow // Magnetohydrodynamics. 2006. Vol. 42. No. 2–3. Pp. 207–218.
- [5] Cramer A., Zhang C., Eckert S. Local flow structures in liquid metals measured by ultrasonic Doppler velocimetry // Flow Meas. Instrum. 2005. Vol. 15. No. 3. Pp.145–153.
- [6] Chen G.J., Zhang Y.J., Yang Y.S. Modelling the unsteady melt flow under a pulsed magnetic field // Chin. Phys. B. 2013. Vol. 22. No. 12. Pp.120302-1–120302-5.
- [7] Branover H., Golbraikh E., Kapusta A., et al. Novel potentialities of electromagnetic stirring of melts in metallurgy // Proc. the Joint 15 the Riga and 6 the PAMIR Intern. Conf. on Fundamental and Applied MHD. 2005. Pp. 31–34.
- [8] Cramer A., Galindo V., Zennaro M. Frequency dependence of an alternating magnetic field driven flow // Magnetohydrodynamics. 2015. Vol. 51. No. 1. Pp. 133–148.
- [9] Dubodelov V.I., Fixsen V.N., Pogorsky V.K., et al. Research of the creation process of the modulated oscillations of electromagnetic force and their use processing aluminium alloy // Processing of the Third International Symposium on Electromagnetic Processing of Materials. Nagoya, Japan. April 3–6.2000. Pp. 67–72.
- [10] Wang X., Fautrelle Y., Etay J., Moreau R. A periodically reversed flow driven by a modulated traveling magnetic field: Part I. Experiments with GaInSn // Metall. and Mater. Trans. 2009. Vol. 40B. No. 1. Pp. 82–90.
- [11] Eckert S., Nikrityuk P.A., Rabiger D., et al. Efficient melt stirring using pulse sequences of a rotating magnetic field: Part I. Flow field in a liquid metal column // Metall. Mater. Trans. B. 2007. Vol. 38. No. 6. Pp. 977–988.
- [12] Takeda Y. Measurement of velocity

profile of mercury flow by ultrasound Doppler shift method // Nucl. Techn. 1987. Vol. 79. No. 1. Pp. 120–124.

[13] **Takeda Y., Kikura H.** Flow mapping of the mercury flow // Exp. Fluids. 2002. Vol. 32. No. 2. Pp. 161–169.

[14] Fluent 6.2 User's Guide (ANSYS. Inc. USA, 2005).

[15] **Umbrāsko A.** Heat and mass transfer in electromagnetically driven recirculated turbulent flows (PhD thesis). Riga: University of Latvia, 2011.

[16] **Baake E., Mühlbauer A., Jakovičs A., Andree W.** Extension of the  $k$ - $\varepsilon$  model for the numerical simulation of the melt flow in induction crucible

furnaces // Metall. Mater. Trans. B. 1994. Vol. 26. No. 3. Pp. 529–535.

[17] **Albach M., Patz J., Roßmanith H., Exner D., Stadler A.** Optimized Winding / Optimum in Power Efficiency // Pack Feindrahte. 2010. Vol. 1. No. 3 Pp. 1–8.

[18] **Kirpo M., Jakovičs A., Baake E.** Characteristics of velocity pulsations in a turbulent recirculated melt flow // Magnetohydrodynamics. 2005. Vol. 41. No. 2. Pp. 199–210.

[19] **Musaeva D., Ilin V., Baake E., Geza V.** Numerical simulation of the melt flow in an induction crucible furnace driven by a Lorentz force pulsed at low frequency // Magnetohydrodynamics. 2015. Vol. 51. No. 4. Pp. 771–785.

#### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**МУСАЕВА Диана Абдулаевна** — аспирантка и ассистент кафедры «Энергообеспечение предприятий и энергоресурсосберегающих технологий» Казанского государственного энергетического университета, Российская Федерация.

420066, Российская Федерация, г. Казань, Красносельская ул., 51  
musaeva.d.a@gmail.com

**ИЛЬИН Владимир Кузьмич** — доктор технических наук, профессор кафедры «Энергообеспечение предприятий и энергоресурсосберегающих технологий» Казанского государственного энергетического университета, Российская Федерация.

420066, Российская Федерация, г. Казань, Красносельская ул., 51  
ilinwk@rambler.ru

**ГЕЖА Вадимс** — доктор физико-математических наук, инженер-исследователь лаборатории математического моделирования природных и технологических процессов Латвийского университета, г. Рига, Латвия.

8 Zellu str., LV-1002 Рига, Латвия  
vadims.geza@gmail.com

**БААКЕ Эгберт** — доктор технических наук, профессор, директор по учебной части института электротехнологий Ганноверского университета им. Лейбница, г. Ганновер, Германия.

Welfengarten 1, 30167 Ганновер, Германия  
baake@etp.uni-hannover.de

#### *Musaeva D.A., Ilyin V.K., Geza V., Baake E.* EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF LOW-FREQUENCY PULSED LORENTZ FORCE INFLUENCE ON THE MOTION OF GALINSTAN MELT.

The article presents the results of the numerical and physical experiments, aimed to recognize the influence of pulsed force of electromagnetic field on the melt motion and the fluid velocities. The experiment was performed on the eutectic alloy galinstan in the cylindrical volume, where Ultrasonic Doppler Velocimeter was employed for velocity measurements under conditions of pulsed and steady EM field application. A numerical simulation of the melt flow, forced by the steady forcing, involved a 2D axisymmetric model. The  $k$ - $\varepsilon$  turbulence model was used to obtain the information about the melt velocities. The verification of the numerical model was carried out for the steady case. The effects of pulsed and steadily applied Lorentz force were compared using the physical experiment. An intensity of the velocity pulsations in galinstan for the pulsed frequencies in the range from 0.05 to 1 Hz considerably exceeded the values, measured in the

permanently stirred melt. For higher values of pulsed frequencies (from 1 to 10 Hz) the effect decreases and only slightly differs from the influence of the permanently applied Lorentz force.

PULSED, MODULATED LORENTZ FORCE, ELECTROMAGNETIC STIRRING, MATHEMATICAL SIMULATION, GALINSTAN.

## REFERENCES

- [1] **T. Inaba, T. Kubo**, Enhanced heat transfer through oscillatory flow, *J. Heat Transfer Japanese Research*. 22 (5) (1993) 480–492.
- [2] **I.L. Mostinskii, D.I. Lamden, O.G. Stonik**, Influence of flow pulsations on the heat and mass transfer with particles, *J. High Temperature*. 21 (4) (1983) 576–582.
- [3] **E. Baake, B. Nacke, A. Jakovičs, A. Umbraško**, Heat and mass transfer in turbulent flows with several recirculated flow eddies, *Magnetohydrodynamics*. 37(1–2) (2001) 13–22.
- [4] **M. Kirpo, A. Jakovičs, E. Baake, B. Nacke**, Modeling velocity pulsations in a turbulent recirculated melt flow, *Magnetohydrodynamics*. 42(2–3) (2006) 207–218.
- [5] **A. Cramer, C. Zhang, S. Eckert**, Local flow structures in liquid metals measured by ultrasonic Doppler velocimetry, *Flow Meas. Instrum.* 15 (3) (2005) 145–153.
- [6] **G.J. Chen, Y.J. Zhang, Y.S. Yang**, Modelling the unsteady melt flow under a pulsed magnetic field, *Chin. Phys. B*. 22 (12) (2013) 120302-1–120302-5.
- [7] **H. Branover, E. Golbraikh, A. Kapusta, et al.**, Novel potentialities of electromagnetic stirring of melts in metallurgy, *Proc. the Joint 15 the Riga and 6 the PAMIR Intern. Conf. on Fundamental and Applied MHD*. (2005) 31–34.
- [8] **A. Cramer, V. Galindo, M. Zennaro**, Frequency dependence of an alternating magnetic field driven flow, *Magnetohydrodynamics*. 51(1) (2015) 133–148.
- [9] **V.I. Dubodelov, V.N. Fixsen, V.K. Pogorsky, et al.**, Research of the creation process of the modulated oscillations of electromagnetic force and their use processing aluminium alloy, *Processing of the Third International Symposium on Electromagnetic Processing of Materials*. Nagoya, Japan. April 3–6 (2000) 67–72.
- [10] **X. Wang, Y. Fautrelle, J. Etay, R. Moreau**, A periodically reversed flow driven by a modulated traveling magnetic field: Part I, Experiments with GaInSn, *Metall. and Mater. Trans.* 40B (1) (2009) 82–90.
- [11] **S. Eckert, P.A. Nikrityuk, D. Rabiger, et al.**, Efficient melt stirring using pulse sequences of a rotating magnetic field: Part I, Flow field in a liquid metal column, *Metall. Mater. Trans. B*. 38(6) (2007) 977–988.
- [12] **Y. Takeda**, Measurement of velocity profile of mercury flow by ultrasound Doppler shift method, *Nucl. Techn.* 79 (1) (1987) 120–124.
- [13] **Y. Takeda, H. Kikura**, Flow mapping of the mercury flow, *Exp. Fluids*. 32 (2) (2002) 161–169.
- [14] *Fluent 6.2 User's Guide* (ANSYS. Inc. USA, 2005).
- [15] **A. Umbraško**, Heat and mass transfer in electromagnetically driven recirculated turbulent flows (PhD thesis), Riga, University of Latvia, 2011.
- [16] **E. Baake, A. Mühlbauer, A. Jakovičs, W. Andree**, Extension of the  $k$ - $\epsilon$  model for the numerical simulation of the melt flow in induction crucible furnaces, *Metall. Mater. Trans. B*. 26(3) (1994) 529–535.
- [17] **M. Albach, Z. Patz, H. Roßmanith, D. Exner, A. Stadler**, Optimized winding / Optimum in power efficiency, *Pack Feindrahte* (3) (2010) 1–8.
- [18] **M. Kirpo, A. Jakovičs, E. Baake**, Characteristics of velocity pulsations in a turbulent recirculated melt flow, *Magnetohydrodynamics*. 41 (2) (2005) 199–210.
- [19] **D. Musaeva, V. Ilin, E. Baake, V. Geža**, Numerical simulation of the melt flow in an induction crucible furnace driven by a Lorentz force pulsed at low frequency, *Magnetohydrodynamics*. 51 (4) (2015) 771–785.

## THE AUTHORS

**MUSAEVA Diana A.**

*Kazan State Power Engineering University*  
51 Krasnoselskaya St., 420066, Kazan, Russian Federation  
musaeva.d.a@gmail.com

**ILYIN Vladimir K.**

*Kazan State Power Engineering University*  
51 Krasnoselskaya St., 420066 Kazan, Russian Federation  
ilinwk@rambler.ru

**GEŽA Vadims**

*University of Latvia*

8 Zellu St., LV-1002 Riga, Latvia

vadims.geza@gmail.com

**BAAKE Egbert**

*Leibniz University of Hannover*

Welfengarten 1, 30167 Hannover, Germany

baake@etp.uni-hannover.de