

DOI: 10.18721/JPM.10311

УДК: 539.3:534.1

ОСОБЕННОСТИ РАСЩЕПЛЕНИЯ ЧАСТОТНОГО СПЕКТРА ВОЛНОВОГО ТВЕРДОТЕЛЬНОГО ГИРОСКОПА НА ПРИМЕРЕ ИЗОЛИРОВАННОГО НЕСОВЕРШЕННОГО КОЛЬЦА

С.В. Серёгин

Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
г. Комсомольск-на-Амуре, Российская Федерация

На примере более простой расчетной модели кольцевого резонатора волнового твердотельного гироскопа представлены результаты расчета динамических характеристик геометрически несовершенного кольца, деформирующегося в своей плоскости. Показано, что определенные несовершенства формы приводят к расщеплению изгибного частотного спектра таких колец, при этом расстройка спектра частот может возникать в случаях, отличных от представлений современной теории.

Ключевые слова: кольцо; резонатор; волновой твердотельный гироскоп; изгибный частотный спектр; радиальные колебания

Ссылка при цитировании: Серёгин С.В. Особенности расщепления частотного спектра волнового твердотельного гироскопа на примере изолированного несовершенного кольца // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2017. Т. 10. № 3. С. 116–122. DOI: 10.18721/JPM.10311

THE SPLITTING FEATURES OF A FREQUENCY SPECTRUM OF A GYROSCOPE BASED ON ELASTIC WAVES IN SOLIDS: AN ISOLATED IMPERFECT RING AS AN EXAMPLE

S.V. Seregin

Komsomolsk-na-Amure State Technical University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation

The calculation results on dynamic characteristics of a geometrically imperfect ring turning out of shape in its plane have been exemplified by a simpler computational model for a ring resonator of a gyroscope based on elastic waves in solids. The specific malconformations were shown to be responsible for a splitting of the flexural frequency spectrum of such rings. In so doing the spectral mismatch may appear in cases different from the ideas of modern theory. The splitting of the flexural frequency spectrum was established to occur not only in the cases when the number of formative waves being equal to that of malconformation waves of the ring (as it is commonly believed at present) but in the cases when the number of formative waves being two, three, four and so on times more than that of malconformation waves.

Key words: ring; resonator; wave solid-state gyroscope; bending frequency spectrum; radial oscillation

Citation: S.V. Seregin, The splitting features of a frequency spectrum of a gyroscope based on elastic



waves in solids: an isolated imperfect ring as an example, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10 (3) (2017) 116–122. DOI: 10.18721/JPM.10311

Введение

В настоящее время одним из приоритетных направлений развития космической техники, систем глобальной спутниковой навигации **GPS** и **GLONASS** является усовершенствование существующих и создание новых систем навигации и управления движением объектов [1 – 4]. Важный для практики интерес представляют волновые твердотельные гироскопы (ВТГ), на основе которых строятся инерциальные приборы. Чувствительным элементом ВТГ служит тонкий упругий осесимметричный кольцевой резонатор, совершающий изгибные колебания по основной форме [4 – 7]. Погрешность таких приборов обусловлена несовершенством технологии их промышленного изготовления [8 – 15]. К недостаткам этих устройств относятся расщепление частот изгибных колебаний, нежелательные специфические особенности при колебаниях колец [12 – 14], биения и дрейф волновой картины динамических деформаций резонатора [15].

В научной литературе встречаются работы, посвященные изучению динамического поведения тонких колец. Однако результаты этих исследований на сегодняшний день не всегда согласуются с экспериментальными данными.

Так например, в работах [16 – 19] показано, что расщепление изгибного частотного спектра оболочек и колец имеет место только в том случае, когда число волн окружных динамических деформаций равно числу волн несовершенств формы оболочки (кольца), которые совпадают с формой ожидаемого динамического прогиба или повторяют ее.

Однако в работах [20, 21] данный вывод поставлен под сомнение, где в качестве примера рассмотрена более простая (предельная) задача колебаний бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки — кольца, находящегося в условиях плоской деформации. В этих работах показано, что расщепление изгибного частотно-

го спектра происходит не только в случае, когда число волн окружных динамических деформаций равно числу волн несовершенств формы кольца (как это принято считать в настоящее время), но и когда число формообразующих волн вдвое меньше числа волн несовершенств формы.

Настоящая работа посвящена численному исследованию расщепляемых зон изгибного частотного спектра геометрически несовершенного изолированного кольца. Результаты и выводы работ [20, 21] уточнены и дополнены новыми сведениями.

Динамические характеристики несовершенных колец

В программном комплексе MSC “Nasttran” смоделирована и решена задача колебаний изолированного кольца со следующими параметрами:

ширина $a = 0,005$ м;
толщина $h = 0,005$ м;
радиус $R = 1$ м ($R/h = 200$);
модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^{11}$ Па;
массовая плотность $\rho = 7800$ кг/м³;
коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$.

При моделировании кольца использованы одномерные конечные элементы (КЭ), работающие на растяжение, сжатие, кручение, поперечный сдвиг и изгиб. Количество конечных элементов было подобрано таким образом, чтобы обеспечить высокую точность расчета. Такой точности соответствует сетка с 1257 конечными элементами (табл. 1).

Точность аналитических решений [13, 17] ограничена теми же пределами, что и точность исходных уравнений теории оболочек, которые приводят к удовлетворительным результатам при $n^2 \gg 1$ (это условие практически всегда выполняется для оболочек конечной длины).

Для более точной оценки низшей частоты спектра необходимо использовать другие теории и методы их решения [1, 4, 12 и др.].

Оценка сходимости расчетов оценивалась по основной частоте спектра колеба-

Таблица 1

Сравнение расчетных данных для частот, полученных методом конечных элементов, с результатами аналитического решения

Количество окожных волн n	Собственная частота колебаний идеального кольца f_n , Гц					
	Результат расчета МКЭ					Аналитическое решение [13,17]
	0,05 ^{*)} 126	0,03 209	0,02 314	0,01 628	0,005 1257	
2	3,123	3,122	3,121	3,121	3,121	3,871
3	8,832	8,829	8,829	8,828	8,828	9,623
4	16,935	16,93	16,928	16,927	16,927	17,31
5	27,387	27,378	27,375	27,373	27,373	27,72
6	40,177	40,162	40,158	40,154	40,154	40,64
7	55,292	55,275	55,27	55,265	55,265	55,81
8	72,738	72,716	72,708	72,702	72,702	73,42

^{*)} Верхнее число относится к размеру конечного элемента, нижнее – к их количеству.

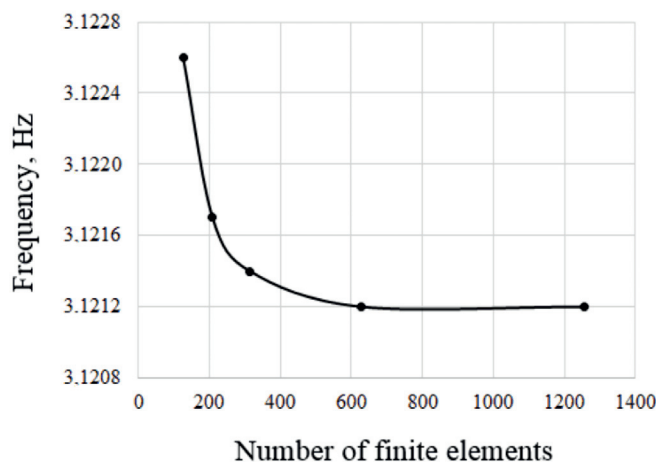


Рис. 1. Оценка сходимости расчетов собственной частоты колебаний идеального кольца методом конечных элементов для значения $n = 2$ (основная частота спектра, см. табл. 1)

ний идеального кольца. Результаты этой оценки представлены на рис. 1.

Как и в работах [16 – 21], будем рассматривать кольцо, совершающее малые изгибные колебания в своей плоскости и имеющее начальные отклонения $w_0(y)$ от идеальной круговой формы, изменяющиеся по закону:

$$w_0(y) = ha_0 \sin(\beta_0 y + \varphi_0), \quad (1)$$

где a_0 – безразмерная амплитуда, y – круговая координата, φ_0 – начальный угол, $\beta_0 = n_0/R$ (n_0 – число волн окожных не-

совершенств формы, R – радиус кольца) (рис. 2).

Пусть кольцо имеет по окружности восемь волн начальных несовершенств, $n_0 = 8$. В табл. 2 представлены значения расщепленных собственных частот колебаний несовершенного кольца при различных значениях n – числа окожных волн динамических деформаций.

Анализ данных табл. 2 приводит к заключению, что расщепление изгибного частотного спектра происходит не только в случаях, когда число волн окожных

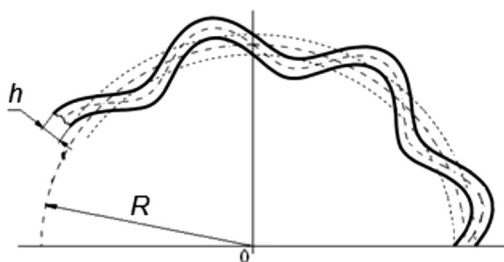


Рис. 2. Схематическое изображение рассматриваемых несовершенств кольца (h , R — соответственно толщина и радиус изолированного кольца)

динамических деформаций равно числу волн несовершенств формы кольца, т. е. когда $n = n_0$ (в рассматриваемом примере $n = n_0 = 8$), как это принято считать на основе данных работ [16 – 19], но и в том случае, когда число формообразующих волн вдвое меньше числа волн несовершенств

формы $n = n_0/2 = 4$, что подтверждает выводы работ [20, 21]. При этом во втором случае расстройка частотного спектра составляет 0,59%, что практически на сорок процентов больше, чем в известном случае $n = n_0$, где расщепление спектра частот составляет 0,41 %.

Стоит отметить, что в работе [22] исследовалось динамическое поведение изолированного кольца переменной толщины, смоделированного трехмерными конечными элементами. Результаты этой работы аналогичны результатам работ [20, 21], полученным для кольца с отклонениями от идеальной круговой формы вида (1).

Из полученных данных (см. табл. 2), видно, что расщепление изгибного частотного спектра имеет место и на частотах высших осцилляций, однако расстройка спектра в этих местах менее существенна, чем в случаях $n = n_0$ и $n = n_0/2$. Так, в зоне

Таблица 2

Результаты расчета расщепленных собственных частот колебаний несовершенного кольца при $n_0 = 8$

Число волн n	Расщепленные частоты колебаний несовершенного кольца, Гц		Расстройка, Гц	Величина расщепления, %
	f_{n1}	f_{n2}		
2	3,13	3,13	0	0
3	8,84	8,84	0	0
4	16,90	17,00	0,10	0,59
5	27,41	27,41	0	0
6	40,2	40,2	0	0
7	55,3	55,3	0	0
8	72,5	72,8	0,30	0,41
9	92,5	92,5	0	0
10	114,7	114,7	0	0
11	139,1	139,1	0	0
12	165,7	165,9	0,20	0,12
13	194,9	194,9	0	0
14	226,3	226,3	0	0
15	259,9	259,9	0	0
16	295,1	296,1	1,0	0,34
17	334,2	334,2	0	0

Примечание. Жирным шрифтом выделены расчетные данные для случаев, когда расстройка и величина расщепления отличны от нуля.

при $n = n_0 + n_0/2 = 12$ расщепление Δ изгибного частотного спектра составляет порядка 0,12 %. При $n = 2n_0 = 16$ значение Δ есть 0,34 % и т. д. по выявленной закономерности.

Дополнительное исследование показывает, что если кольцо по окружности имеет нечетное количество волн несовершенств формы, то расщепление частотного спектра имеет место только в случаях $n = n_0$, $n = 2n_0$, $n = 3n_0$, $n = 4n_0$ и так далее.

Заключение

Проведенное исследование показало, что расщепление изгибного частотного спектра геометрически несовершенных колец имеет место не только в случае, когда число волн окружных динамических деформаций равно числу волн несовершенств формы кольца $n = n_0$, как это принято считать в настоящее время [16 – 19], но и в том числе в случаях, когда число

формообразующих волн в два, три, четыре и так далее раза больше волн несовершенств формы ($n = 2n_0, 3n_0, 4n_0, \dots$). Если число волн несовершенств кольца четное, то расщепление изгибного частотного спектра имеет место в том числе и в случае, когда число формообразующих волн в два раза меньше волн несовершенств формы ($n_0 = n/2$), а также когда число формообразующих волн в полтора, в два с половиной, в три с половиной и так далее раза больше числа волн несовершенств формы ($n_0 = 1,5n, n_0 = 2,5n, n_0 = 3,5n, \dots$).

Описанное в статье поведение несовершенных колец может привести к сложным видам динамических деформаций и специфическим явлениям при изгибных колебаниях. Стоит отметить, что аналогичные эффекты обнаружены и на оболочках конечной длины, см. работы [23].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-31-00045 мол_а)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басараб М.А., Лунин Б.С., Матвеев В.А., Фомичев А.В., Чуманкин Е.А., Юрин А.В. Миниатюрные волновые твердотельные гироскопы для малых космических аппаратов // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2014. № 4. С. 80–96.
2. Джанджгава Г.И., Бахонин К.А., Виноградов Г.М., Требухов А.В. Бесплатформенная инерциальная навигационная система на базе твердотельного волнового гироскопа // Гироскопия и навигация. 2008. № 1. С. 22–33.
3. Трутнев Г.А. Модель твердотельного волнового гироскопа в медленных переменных // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2015. Т. 25. № 3. С. 421–429.
4. Мартыненко Ю.Г., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Динамика кольцевого микромеханического гироскопа в режиме вынужденных колебаний // Гироскопия и навигация. 2009. № 3 (66). С. 10–22.
5. Ayazi F., Najafi K. A HARPSS polysilicon vibrating ring gyroscope // IEEE. Journal of Microelectromechanical Systems. 2001. Vol.10. No. 2. Pp.169–179.
6. Меркурьев И.В., Подалков В.В. Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопов. М.: Физматлит, 2009. 228 с.
7. Лысов А.Н. Виниченко Н.Т., Лысова А.А. Прикладная теория гироскопов. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2009. 254 с.
8. Козубняк С.А. Расщепление собственных частот колебаний цилиндрического резонатора волнового твердотельного гироскопа, вызванное возмущением формы // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Приборостроение. 2015. № 3. С. 39–49.
9. Маслов А.А., Маслов Д.А., Меркурьев И.В. Идентификация параметров волнового твердотельного гироскопа с учетом нелинейности колебаний резонатора // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2014. № 5. С. 24–29.
10. Мартыненко Ю.Г., Меркурьев И.В., Подалков В.В. Управление нелинейными колебаниями вибрационного кольцевого микрогироскопа // Известия РАН. Механика твердого тела. 2008. № 3. С. 77–89.
11. Меркурьев И.В., Подалков В.В. Влияние малой анизотропии материала резонатора на собственные частоты и уходы волнового твердотельного гироскопа // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2005. № 10. С. 33–36.
12. Матвеев В.А., Лунин Б.С., Басараб М.А., Чуманкин Е.А. Балансировка металлических резонаторов волновых твердотельных гироскопов низкой и средней точности // Наука и образование. Электрон. издание. 2013. № 6. DOI <http://dx.doi.org/10.7463/0613.0579179>.

13. Серёгин С.В. Динамика тонких цилиндрических оболочек с присоединенной массой. Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВО «КНАГТУ», 2016. 175 с.

14. Серёгин С.В. Качественные эффекты при колебаниях кольцевых подкрепляющих элементов с присоединенной массой как частный случай тонкой, бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки // Известия вузов. Машиностроение. 2017. № 1 (682). С. 31–43.

15. Журавлев В.Ф. Дрейф несовершенного ВТГ // Известия РАН. Механика твердого тела. 2004. № 4. С. 19–23.

16. Leizerovich G.S. Nonlinear modes of motion of thin circular cylindrical shells // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2001. Vol. 42. No. 4. Pp. 701–703.

17. Тарануха Н.А., Лейзерович Г.С. Динамика «неправильных» оболочек. Владивосток: Дальнаука, 2005. 423 с.

18. Amabili M. Nonlinear vibrations and stability of shells and plates. New York, USA: Cambridge University Press, 2008.

19. Кубенко В.Д., Ковальчук П.С., Краснопольская Т.С. Нелинейное взаимодействие форм

изгибных колебаний цилиндрических оболочек. Киев: Наукова думка, 1984. 220 с.

20. Лейзерович Г.С., Приходько Н.Б., Серёгин С.В. О влиянии малой присоединенной массы на расщепление частотного спектра кругового кольца с начальными неправильностями // Строительная механика и расчет сооружений. 2013. № 6. С. 49–51.

21. Серёгин С.В., Лейзерович Г.С. Свободные колебания бесконечно длинной круговой цилиндрической оболочки с начальными неправильностями и малой присоединенной массой // Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. 2014. Т. 1. № 4 (20). С. 36–43.

22. Лейзерович Г.С., Приходько Н.Б., Серёгин С.В. О влиянии малой присоединенной массы на колебания разнотолщинного кругового кольца // Строительство и реконструкция. 2013. № 4. С. 38–41.

23. Серёгин С.В. Влияние асимметричных начальных несовершенств формы на свободные колебания тонких оболочек // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2016. Т. 15. № 3. С. 209–222.

Статья поступила в редакцию 03.05.2017, принята к публикации 23.06.2017.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

СЕРЁГИН Сергей Валерьевич — кандидат технических наук, старший научный сотрудник ФГБОУ высшего образования «Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет», г. Комсомольск-на-Амуре, Российская Федерация.

681013, Российская Федерация, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27
Seregin-komshome@yandex.ru

REFERENCES

[1] M.A. Basarab, B.S. Lunin, V.A. Matveyev, et al., Miniaturnyye volnovyye tverdotelnyye giroskopy dlya malyykh kosmicheskikh apparatov [Miniature gyroscopes based on elastic waves in solids for small space vehicles], Vestnik MGTU im. N.E. Bauman. Ser. Priborostroyeniye. (4) (2014) 80–96.

[2] G.I. Dzhandzhgava, K.A. Bakhonin, G.M. Vinogradov, A.V. Trebukhov, Besplatformennaya inertialnaya navigatsionnaya sistema na baze tverdotelnogo volnovogo giroskopa [A strapdown inertial navigation system on a basis of a gyroscope based on elastic waves in solids], Giroskopiya i navigatsiya. (1) (2008) 22–33.

[3] G.A. Trutnev, Model tverdotelnogo volnovogo giroskopa v medlennykh peremennykh [A slow-variable model of a gyroscope based on elastic waves in solids], Vestnik Udmurtskogo Universiteta, Matematika, Mekhanika, Kompyuternyye Nauki. 25 (3) (2015) 421–429.

[4] Martynenko Yu.G., Merkuriev I.V., Podalkov V.V. Dinamika koltsevogo mikromekhanicheskogo

giroskopa v rezhime vyzhdenykh kolebaniy [Dynamics of a ring micromechanical gyroscope in the forced oscillation regime], Giroskopiya i navigatsiya. No. 3 (66) (2009) 10–22.

[5] F. Ayazi, K. Najafi, A HARPSS polysilicon vibrating ring gyroscope, IEEE, Journal of Microelectromechanical Systems. 10 (2) (2001) 169–179.

[6] I.V. Merkuriev, V.V. Podalkov, Dinamika mikromekhanicheskogo i volnovogo tverdotelnogo giroskopov [Dynamics of a micromechanical and a wave solid-state gyroscopes], Moscow, Fizmatlit, 2009.

[7] A.N. Lysov, N.T. Vinichenko, A.A. Lysova, Prikladnaya teoriya giroskopov: uchebnoye posobiye [Applied theory of gyroscopes], Chelyabinsk, Izdatelskiy tsentr YuUrGU, 2009.

[8] S.A. Kozubnyak, Rasshchepeniye sobstvennykh chastot kolebaniy tsilindricheskogo rezonatora volnovogo tverdotelnogo giroskopa, vyzvannoye vozmushcheniyem formy [The splitting

of natural vibration frequencies of a cylindrical resonator of a wave solid-state gyroscope, caused by a perturbation of the shape], *Vestnik MGTU im. N.E. Bauman, Ser. Priborostroyeniye*. (3) (2015) 39–49.

[9] **A.A. Maslov, D.A. Maslov, I.V. Merkuriev**, Identifikatsiya parametrov volnovoogo tverdotelnogo giroskopa s uchetom nelineynosti kolebaniy rezonatora [Identification of the parameters of a wave solid-state gyroscope with regard to the nonlinearity of cavity oscillations], *Pribory i Sistemy. Upravleniye, Kontrol, Diagnostika*. (5) (2014) 24–29.

[10] **Yu.G. Martynenko, I.V. Merkuriev, V.V. Podalkov**, Upravleniye nelineynymi kolebaniyami vibratsionnogo koltsevoogo mikrogiroskopa [The control of nonlinear vibrations of a vibratory ring microgyroscope], *Izv. RAN. MTT*. (3) (2008) 77–89.

[11] **I.V. Merkuriev, V.V. Podalkov**, Vliyaniye maloy anizotropii materiala rezonatora na sobstvennyye chastoty i ukhody volnovoogo tverdotelnogo giroskopa [The effect of the resonator material's small anisotropy on natural frequencies and drift rates of a wave solid-state gyroscope], *Pribory i Sistemy. Upravleniye, Kontrol, Diagnostika*. (10) (2005) 33–36.

[12] **V.A. Matveyev, B.S. Lunin, M.A. Basarab, E.A. Chumankin**, Balansirovka metallicheskih rezonatorov volnovykh tverdotelnykh giroskopov nizkoy i sredney tochnosti [Balancing the metal resonators of wave solid-state gyroscopes of low and medium accuracy]. *Nauka i Obrazovaniye. Elektron. izdaniye*. (6) (2013). <http://dx.doi.org/10.7463/0613.0579179>

[13] **S.V. Seregin**, Dinamika tonkikh tsilindricheskikh obolochek s prisoyedinennoy massoy [The dynamics of thin cylindrical shells with an attached mass], *Komsomolsk-na-Amure: FGBOU VO «KnAGTU»*, 2016.

[14] **S.V. Seregin**, Kachestvennyye efekty pri kolebaniyakh koltsevykh podkreplyayushchikh elementov s prisoyedinennoy massoy, kak chastnyy sluchay tonkoy beskonechno dlinnoy krugovoy tsilindricheskoy obolochki [Qualitative effects of vibrations of reinforcing ring elements with attached mass as a special case of an infinitely long thin circular cylindrical shell], *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy, Mashinostroyeniye*. 2017. No. 1 (682) (2017) 31–43.

[15] **V.F. Zhuravlev**, Dreyf nesovershennogo

VTG [The drift of an imperfect VTG], *Izv. RAN. MTT*. (4) (2004) 19–23.

[16] **G.S. Leizerovich**, Nonlinear modes of motion of thin circular cylindrical shells, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2001. 42 (4) (2001) 701–703.

[17] **N.A. Taranukha, G.S. Leyzerovich**, Dinamika “nepravilnykh” obolochek [Dynamics of “irregular” shells], *Vladivostok, Dalnauka*, 2005.

[18] **M. Amabili**, Nonlinear vibrations and stability of shells and plates, *New York, USA Cambridge University Press*, 2008.

[19] **V.D. Kubenko, P.S. Kovalchuk, T.S. Krasnopolskaya**, Nelineynoye vzaimodeystviye form izgibnykh kolebaniy tsilindricheskikh obolochek [Nonlinear interaction of the flexural vibration forms of cylindrical shells], *Kiev, Naukova dumka*, 1984.

[20] **G.S. Leyzerovich, N.B. Prihodko, S.V. Seregin**, O vliyanii maloy prisoyedinennoy massy na rasshcheplyeniye chastotnogo spektra krugovogo koltsa s nachalnymi nepravilnostyami [On the influence of a small added mass on the splitting of the frequency spectrum of a circular ring with initial irregularities], *Stroitel'naya Mekhanika i Raschet Sooruzheniy*. (6) (2013) 49–51.

[21] **S.V. Seryogin, G.S. Leyzerovich**, Svobodnyye kolebaniya beskonechno dlinnoy krugovoy tsilindricheskoy obolochki s nachal'nymi nepravil'nostyami i maloy prisoyedinennoy massoy [Free vibrations of an infinitely long circular cylindrical shell with initial irregularities and a small attached mass], *Uchenyye Zapiski Komsomol'skogo-na-Amure Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta*. 1 (4 (20)) (2014) 36–43.

[22] **G.S. Leyzerovich, N.B. Prihodko, S.V. Seregin**, O vliyanii maloy prisoyedinennoy massy na kolebaniya raznotolshchinnogo krugovogo kol'tsa [On the influence of a small attached mass on the oscillations of a multilayer circular ring], *Stroitel'stvo i Rekonstruktsiya*. (4) (2013) 38–41.

[23] **S.V. Seryogin**, Vliyaniye asimmetrichnykh nachal'nykh nesovershenstv formy na svobodnyye kolebaniya tonkikh obolochek [Influence of asymmetric initial shape imperfections on free vibrations of thin shells], *Vestnik Samarskogo Universiteta, Aerokosmicheskaya Tekhnika, Tekhnologii i Mashinostroyeniye*, 2016. 15 (3) (2016) 209–222.

Received 03.05.2017, accepted 23.06.2017.

THE AUTHOR

SEREGIN Sergey V.

Komsomolsk-na-Amure State Technical University

27 Lenin Ave., Komsomolsk-on-Amur, Khabarovsk Krai, 681013, Russian Federation

Seregin-komshome@yandex.ru