

DOI: 10.18721/JCSTCS.10308

УДК 621.375.8, 004.9, 51.74

НОВАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОПТИЧЕСКОГО УСИЛИТЕЛЯ EDFA С МНОГОКАНАЛЬНЫМИ ИСТОЧНИКАМИ СИГНАЛОВ И НАКАЧЕК

П.А. Чаймарданов, М.С. Былина

Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций
имени профессора М.А. Бонч-Бруевича, Санкт-Петербург, Российская Федерация

В волоконно-оптических системах передачи (ВОСП) с плотным спектральным уплотнением (DWDM) широко используются оптические усилители (ОУ) на основе активных волокон, легированных ионами эрбия (EDFA). Проектированию таких ВОСП обычно предшествует их моделирование, предполагающее наличие адекватных математических моделей всех компонентов. Моделью ОУ EDFA является система обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), решив которую, можно получить распределение мощностей сигналов, накачек и шумов усиленного спонтанного излучения вдоль активного оптического волокна (АОВ). Решение данной системы является сложной задачей, что обусловлено ее жесткостью, а также особенностями задания начальных условий, которые для различных уравнений задаются в разных точках АОВ. В статье предложена новая методика численного решения системы ОДУ, моделирующая работу ОУ EDFA, обладающая большей скоростью расчета по сравнению с известными методиками и учитывающая особенности данной системы.

Ключевые слова: оптический усилитель; EDFA; DWDM; ВОСП; моделирование.

Ссылка при цитировании: Чаймарданов П.А., Былина М.С. Новая методика расчета оптического усилителя EDFA с многоканальными источниками сигналов и накачек // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2017. Т. 10. № 3. С. 92–102. DOI: 10.18721/JCSTCS.10308

A NOVEL CALCULATION METHOD FOR OPTICAL AMPLIFIER EDFA WITH MULTICHANNEL SIGNAL AND PUMP SOURCES

P.A. Chaymardanov, M.S. Bylina

Bonch-Bruevich Saint-Petersburg State University of Telecommunications,
St. Petersburg, Russian Federation

Optical amplifier (OA) based on erbium-doped fiber (EDFA, Erbium-Doped Fiber Amplifier) are widely used in optical fiber transmission systems with dense wavelength division multiplexing (DWDM). The design of the optical fiber transmission systems is usually preceded by a simulation, assuming that there are adequate mathematical models of all components. The model of the OA EDFA is a system of ordinary differential equations (ODE) whose solution allows to obtain the power distribution of signals, pumping and noise of amplified spontaneous emission along the erbium doped fiber. The solution of this system is a complex problem, which is due to its stiffness, as well as the specifics of setting the initial conditions, which for different equations are set at different points of the erbium-doped fiber. This paper presents a novel method for the numerical solution of the ODE system, simulating the operation of the OA EDFA, which has a higher calculation speed in comparison with the known

methods and takes into account the features of this system.

Keywords: optical amplifier; EDFA; DWDM; optical fiber transmission systems; simulation.

Citation: Chaymardanov P.A, Bylina M.S. A novel calculation method for optical amplifier EDFA with multichannel signal and pump sources. St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems. 2017, Vol. 10, No. 3, Pp. 92–102. DOI: 10.18721/JCSTCS.10308

В волоконно-оптических системах передачи (ВОСП) с плотным спектральным уплотнением (Dense Wavelength Division Multiplexing – DWDM) широко применяются оптические усилители (ОУ) на основе активных оптических волокон (АОВ), легированных ионами эрбия (Erbium Doped Fiber Amplifier – EDFA), способные усиливать многоканальный оптический сигнал, расположенный в диапазоне 1525–1575 нм. Важнейшим этапом проектирования ВОСП является имитационное моделирование, позволяющее проанализировать различные варианты построения ВОСП с целью оптимизации ее технико-экономических характеристик. Построение модели ВОСП предполагает предварительное моделирование всех ее компонентов.

ОУ EDFA представляет собой один из наиболее сложных для моделирования компонентов ВОСП. Моделью ОУ EDFA является система, составленная из обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающих распределение мощностей сигналов, накачек и шумов усиленного спонтанного излучения (Amplified Spontaneous Emission – ASE) вдоль АОВ [1–3]. Данная система в общем случае не может быть решена аналитически, поэтому реша-

ется численно. При численном решении этой системы необходимо учитывать две ее особенности. Во-первых, она может проявлять свойство жесткости [4], что может привести к неустойчивому решению при неправильном выборе метода или шага интегрирования. Во-вторых, начальные условия для моделирования задаются в разных точках АОВ, при этом для численных методов решения систем ОДУ необходимо задание всех начальных условий только в одной точке. Для решения данных проблем необходимо использовать вспомогательные методики, позволяющие задавать начальные условия в разных точках АОВ и контролировать шаг интегрирования, что значительно увеличивает время расчета, поэтому разработка методик, увеличивающих скорость расчета ОУ EDFA в ВОСП DWDM, является актуальной задачей.

В настоящей статье приведен краткий обзор способов решения подобных систем ОДУ, предложена новая методика расчета ОУ EDFA, учитывающая все особенности данной системы ОДУ и существенно выигрывающая в скорости расчета по сравнению с известными методиками.

Структурная схема EDFA представлена на рис. 1. Она включает источник многока-

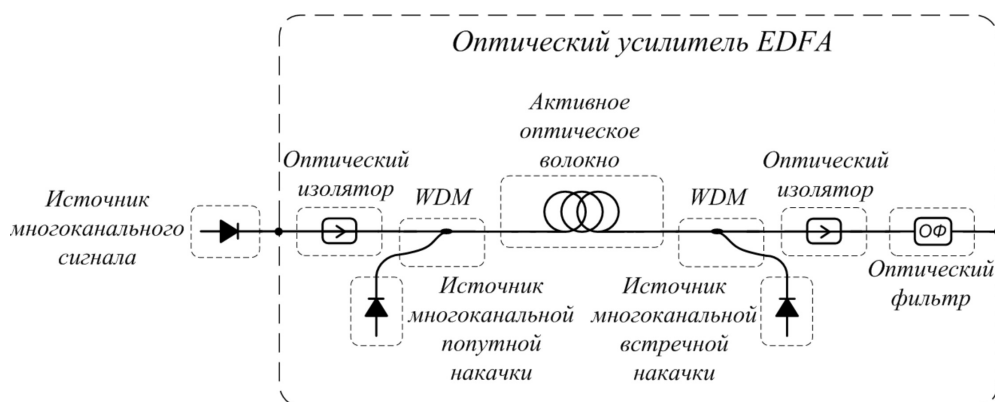


Рис. 1. Схема усилителя EDFA с многоканальными источниками сигналов и накачек

нального сигнала (ИМС), источники многоканальной попутной (ИМПН) и встречной (ИМВН) накачки, АОВ длиной L , мультиплексоры спектрального уплотнения (Wavelength Division Multiplexing – WDM), оптические изоляторы (ОИ) и оптический фильтр (ОФ).

Многоканальный сигнал с выхода источника поступает на вход усилителя. ИМПН и ИМВН создают многоканальную оптическую накачку в диапазоне длин волн вблизи 980 нм и/или 1480 нм, которая распространяется в попутном и/или встречном направлении по отношению к сигналу. Объединение на входе АОВ и разделение на его выходе сигнала и накачек осуществляется мультиплексорами WDM. Усиление сигнала происходит в АОВ. ОИ на входе ОУ EDFA предотвращает попадание шумов из усилителя в предыдущие каскады в схеме ВОСП. ОИ на выходе ОУ EDFA предотвращает попадание в усилитель шумов из последующих усилительных каскадов в схеме ВОСП. ОФ необходим для сглаживания неравномерности коэффициента усиления в полосе усиления.

Процесс усиления в АОВ описывается при помощи трехуровневой квантовой системы [1–3], в соответствии с которой ион эрбия в АОВ в каждый момент времени может находиться на одном из трех энергетических уровней. Уровень 1 с наименьшей энергией является основным, а уровень 2 – метастабильным, т. е. среднее время жизни τ иона на уровне 2 существенно больше, чем τ_3 на уровне 3. Усиление сигнала, поглощение сигнала и накачки и генерация шума ASE в АОВ происходят за счет переходов ионов эрбия между этими уровнями с поглощением или испусканием квантов света.

Рассматриваемая в данной статье модель ОУ EDFA полагается стационарной (не зависящей от времени), а также полагается, что все ионы эрбия, переходящие на уровень 3, сразу же оказываются на уровне 2, так как $\tau_3 \ll \tau$.

Модель ОУ EDFA, полученная путем обобщения моделей, представленных в [1–3], имеет вид [5]:

$$\begin{aligned} W_{12} &= \sum \frac{P_s \alpha_{12}(v_s)}{h v_s \tau \varepsilon} + \\ &+ \sum \frac{(P_{ASE}^+ + P_{ASE}^-) \alpha_{12}(v_{ASE})}{h v_{ASE} \tau \varepsilon} \\ W_{21} &= \sum \frac{P_s g_{21}(v_s)}{h v_s \tau \varepsilon} + \\ &+ \sum \frac{(P_{ASE}^+ + P_{ASE}^-) g_{21}(v_{ASE})}{h v_{ASE} \tau \varepsilon} \\ R_{12} &= \sum \frac{(P_{p1480}^+ + P_{p1480}^-) \alpha_{12}(v_{p1480})}{h v_{p1480} \tau \varepsilon} \\ R_{21} &= \sum \frac{(P_{p1480}^+ + P_{p1480}^-) g_{12}(v_{p1480})}{h v_{p1480} \tau \varepsilon} \\ R_{13} &= \sum \frac{(P_{p980}^+ + P_{p980}^-) \alpha_{13}(v_{p980})}{h v_{p980} \tau \varepsilon} \\ \varepsilon &= \frac{\pi b_{eff}^2 N}{\tau} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} N_{2,отн} &= (W_{12} + R_{12} + R_{13}) / \\ &/ (W_{12} + R_{12} + W_{21} + R_{21} + R_{13} + 1/\tau) \\ dP_{p1480}^{\pm} / dz &= \mp P_{p1480}^{\pm} [\alpha_{12}(v_{p1480})(1 - N_{2,отн}) - \\ &- g_{21}(v_{p1480})N_{2,отн}] \mp \alpha_{p1480}(v_{p1480})P_{p1480}^{\pm} \\ dP_{p980}^{\pm} / dz &= \mp P_{p980}^{\pm} [\alpha_{13}(v_{p980})(1 - N_{2,отн})] \mp \\ &\mp \alpha_{p980}(v_{p980})P_{p980}^{\pm} \\ dP_s / dz &= P_s [g_{21}(v_s)N_{2,отн} - \\ &- \alpha_{12}(v_s)(1 - N_{2,отн})] - \alpha_s(v_s)P_s \\ dP_{ASE}^{\pm} / dz &= \pm P_{ASE}^{\pm} [g_{21}(v_{ASE})N_{2,отн} - \\ &- \alpha_{12}(v_{ASE})(1 - N_{2,отн})] \pm 2g_{21}(v_{ASE}) \times \\ &\times N_{2,отн} h v_{ASE} \Delta v \mp \alpha_{ASE}(v_{ASE})P_{ASE}^{\pm}, \end{aligned}$$

где суммирование производится по количеству имеющихся каналов для сигналов, накачек и шумов ASE. Отметим, что спектр шумов ASE непрерывен и существует во всей полосе усиления АОВ, поэтому в модели предусмотрена дискретизация спектра шумов ASE на несколько шумовых каналов с небольшой (по сравнению с шириной полосы усиления АОВ) полосой Δv .

В (1) использованы следующие обозначения: R_{ij} и W_{ij} – вероятности вынужденных переходов ионов эрбия с уровня i на

уровень j , вызванные поглощением фотонов накачки, сигналов и шумов ASE; N – концентрация ионов эрбия; $N_{2,отн}$ – относительная концентрация ионов эрбия на уровне 2 (по отношению к общей концентрации ионов эрбия); $\nu_s, \nu_{ASE}, \nu_{p1480}, \nu_{p980}$ – центральные частоты каналов сигнала, ASE, накачек вблизи длин волн 1480 и 980 нм; α_{12}, g_{21} – коэффициенты поглощения и усиления в полосе сигнала и накачки 1480 нм, зависящие от температуры АОВ и частоты канала; α_{13} – коэффициент поглощения в полосе накачки 980 нм, зависящий от температуры АОВ и частоты канала; $\alpha_s, \alpha_{ASE}, \alpha_{p1480}, \alpha_{p980}$ – коэффициенты, учитывающие дополнительные потери сигнала, ASE, накачек вблизи длин волн 1480 и 980 нм в АОВ, не вызванные поглощением ионами эрбия; b_{eff} – эффективный радиус распределения ионов эрбия; ε – параметр насыщения; P_s – мощность сигнала в определенном канале; $P_{p1480}^+, P_{p980}^+, P_{ASE}^+$ – мощности накачек на длинах волн 1480 и 980 нм и шумов ASE в попутном (+) и встречном (–) направлениях в определенных каналах; h – постоянная Планка; z – координата вдоль АОВ.

Поскольку параметры АОВ зависят от температуры T [6], при моделировании необходимо учесть данную зависимость при помощи формул [7]:

$$\begin{aligned} \alpha_{12}(\lambda, T) &= \alpha_{12}(\lambda, \infty) \exp\left(\frac{\beta_{12}(\lambda)}{KT}\right), \\ \alpha_{13}(\lambda, T) &= \alpha_{13}(\lambda, \infty) \exp\left(\frac{\beta_{13}(\lambda)}{KT}\right), \\ g_{21}(\lambda, T) &= g_{21}(\lambda, \infty) \exp\left(\frac{\beta_{21}(\lambda)}{KT}\right), \end{aligned} \quad (2)$$

где K – постоянная Больцмана; λ – длина волны; $\alpha_{12}(\lambda, \infty)$ и $\beta_{12}(\lambda)$, $\alpha_{13}(\lambda, \infty)$ и $\beta_{13}(\lambda)$, $g_{21}(\lambda, \infty)$ и $\beta_{21}(\lambda)$ – коэффициенты, которые можно определить по известным зависимостям соответствующих коэффициентов поглощения и усиления от длины волны при двух разных температурах.

Система уравнений (1) с учетом (2) для рассматриваемого случая, представляет собой наиболее распространенную в литературе модель ОУ EDFA в стационар-

ном режиме. В общем случае она не имеет аналитического решения, поэтому должна решаться численно. Однако получение численного решения может оказаться затруднительным, что обусловлено двумя отмеченными выше особенностями данной системы.

Рассмотрим подробнее первую особенность системы (1). Уравнения распределения мощностей сигнала, накачек и шумов ASE по длине АОВ (1) представляют собой задачу Коши для системы ОДУ первого порядка с заданным начальным условием в точке z_0 или z_L :

$$\begin{aligned} P' &= f(z, P), \\ P(z_0) &= P_0, \\ P(z_L) &= P_L, \\ z_0 &\leq z \leq z_L, \end{aligned} \quad (3)$$

где P – n -мерный вектор переменных состояния (мощностей); P_0, P_L – n -мерные векторы начальных и конечных данных задачи Коши (значений мощностей в начале и в конце АОВ); f – n -мерный вектор-функция правых частей уравнений (1); z – независимая переменная (расстояние вдоль АОВ); n – количество уравнений (1).

Как было сказано ранее, система (1) может проявлять свойства жесткости. Общепринятого определения жесткости системы не существует, но в ряде источников [4, 8] приводится описание жесткой задачи. В [4, 8] систему ОДУ называют жесткой, если хотя бы одно значение в матрице Якоби, составленной из $J_{ij} = \partial f_i / \partial P_j$ (i и j – номера уравнений в системе ОДУ), для уравнений системы (3), на некотором интервале $z_0 \leq z \leq z_L$, отрицательно, или $s = \max(|\operatorname{Re}(J_{ij})|) / \min(|\operatorname{Re}(J_{ij})|) \gg 1$, где s называют коэффициентом жесткости данной системы. Системы с $s > 10$, согласно [8], можно считать жесткими.

Исследование системы (1) для ОУ с различными конфигурациями накачек показало, что она может проявлять свойство жесткости, при этом увеличение коэффициента жесткости обусловлено большой разницей собственных значений матрицы Якоби, возникающей вследствие различных скоростей изменения мощностей накачек и

сигналов вдоль АОВ.

Жесткость системы (1) может привести к некорректным результатам моделирования при использовании явных численных методов решения систем ОДУ, таких как методы Эйлера, Рунге-Кутты 3, 4 порядков и др. При использовании явных методов необходимо неоправданно уменьшать шаг интегрирования [9], чтобы получить устойчивое решение.

Для решения жестких систем ОДУ обычно используют [4] неявные методы численного интегрирования, такие как методы Гира различных порядков [8, 10, 11], Розенброка [12], неявные методы Рунге-Кутта [13–15] и др. Данные методы обладают лучшей, по сравнению с явными схемами решения, устойчивостью и не накладывают серьезных ограничений на шаг интегрирования. Однако для обеспечения устойчивости этих методов шаг все равно требуется контролировать [8].

Принимая во внимание сказанное выше, для учета первой особенности системы (1) необходимо при выборе метода интегрирования опираться на неявные схемы решения ОДУ, а также контролировать шаг интегрирования для обеспечения устойчивости метода.

Вторая особенность системы (1) связана с заданием начальных условий в разных точках АОВ. Для численных методов интегрирования необходимо задание начальных условий в одной начальной точке для всех уравнений. Для решения данной задачи используются методы стрельбы, релаксационные методы [16], генетические алгоритмы [17].

Метод стрельбы подразумевает подбор таких значений $P_{p1480}^-(0)$, $P_{p980}^-(0)$ и $P_{ASE}^-(0)$, при которых после решения системы (1) полученные значения $P_{p1480}^-(L)$, $P_{p980}^-(L)$ и $P_{ASE}^-(L)$ совпали бы с известными в пределах заданной погрешности. Основным недостатком этого метода является большое время расчета. Улучшенным вариантом метода стрельбы для нескольких функций является метод Ньютона–Рафсона [18], позволяющий производить пристрелку одновременно для нескольких уравнений в системе ОДУ, однако данный метод также

требует большого времени расчета.

Релаксационный метод также подразумевает подбор значений $P_{p1480}^-(0)$, $P_{p980}^-(0)$ и $P_{ASE}^-(0)$ с использованием следующего алгоритма:

1. Задание в качестве начальных условий $P_{p1480}^-(0) = 0$, $P_{p980}^-(0) = 0$, $P_{ASE}^-(0) = 0$.

2. Решение системы (1) при изменении z от 0 до L . Завершение расчета, если полученные значения $P_{p1480}^-(L)$, $P_{p980}^-(L)$ и $P_{ASE}^-(L)$ совпали с известными в пределах заданной погрешности.

3. Задание в качестве начальных условий для этапа 4 значений $P_{p1480}^-(L)$, $P_{p980}^-(L)$ и $P_{ASE}^-(L)$, полученных на этапе 2.

4. Решение системы (1) при изменении z от L до 0.

5. Задание в качестве начальных условий для этапа 2 значений $P_{p1480}^-(0)$, $P_{p980}^-(0)$ и $P_{ASE}^-(0)$, полученных на этапе 4. Возвращение к этапу 2.

Недостатками данного метода являются неустойчивость решения при некоторых конфигурациях усилителя, а также большое время расчета.

Методика на основе генетического алгоритма (ГА) также является улучшенной версией метода стрельбы. В рамках данной методики при помощи ГА производится подбор недостающих условий в точке $z = 0$ и решается система уравнений (1). Полный текст методики представлен в [17]. По сравнению с методом стрельбы и релаксационным методом данная методика имеет меньшее, но все же существенное время расчета.

Учитывая потенциальную неустойчивость решения системы (1) численными методами и трудности с выбором начальных условий, была разработана новая улучшенная методика расчета ОУ EDFA.

Суть предлагаемой методики заключается в следующем. Предположим, что система (1) решена при заданных начальных условиях. Тогда АОВ характеризуется функцией $N_{2,отн}(z)$, однозначно соответствующей моделируемому случаю. Целью разработанной методики является нахождение $N_{2,отн}(z)$ в каждой точке АОВ. Методика подразумевает получение этой функции итеративным методом, путем независимого решения в

пределах i -й итерации уравнений только для попутных каналов и только встречных каналов.

Заменим уравнения в системе (1) с учетом обозначенного предположения на две группы уравнений для каналов в попутном (4) и встречном (5) направлениях (зависимости коэффициентов поглощения, усиления и дополнительных потерь от центральных частот каналов предполагаются, но в представленных формулах будут опущены).

Для попутных каналов:

$$\begin{aligned}
 P_s(z) &= P_s(0) \exp((\alpha_{12} + g_{21}) \times \\
 &\times \int_0^z N_{2.отн}(\tau) d\tau - \alpha_{12}z - \alpha_s z), \\
 P_{p1480}^+(z) &= P_{p1480}^+(0) \exp((\alpha_{12} + g_{21}) \times \\
 &\times \int_0^z N_{2.отн}(\tau) d\tau - \alpha_{12}z - \alpha_{p1480}z), \\
 P_{p980}^+(z) &= P_{p980}^+(0) \exp(\alpha_{13} \int_0^z N_{2.отн}(\tau) d\tau - \\
 &- \alpha_{13}z - \alpha_{p980}z), \\
 P_{ASE}^+(z) &= (P_{ASE}^+(0) + \int_0^z 2g_{21} h\nu_{ASE} \Delta\nu N_{2.отн}(\tau) \times \\
 &\times \exp(-(\alpha_{12} + g_{21}) \int_0^\tau N_{2.отн}(\sigma) d\sigma + \\
 &+ \alpha_{12}\tau + \alpha_{ASE}\tau) d\tau) \exp((\alpha_{12} + g_{21}) \times \\
 &\times \int_0^z N_{2.отн}(\tau) d\tau - \alpha_{12}z - \alpha_{ASE}z).
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

Для встречных каналов:

$$\begin{aligned}
 P_{p1480}^-(z) &= P_{p1480}^-(L) \exp((\alpha_{12} + g_{21}) \times \\
 &\times \int_0^{L-z} N_{2.отн}(L-\tau) d\tau - \alpha_{12}(L-z) - \\
 &- \alpha_{p1480}(L-z)), \\
 P_{p980}^-(z) &= P_{p980}^-(L) \exp(\alpha_{13} \int_0^{L-z} N_{2.отн}(L-\tau) d\tau - \\
 &- \alpha_{13}(L-z) - \alpha_{p980}(L-z)), \\
 P_{ASE}^-(z) &= (P_{ASE}^-(L) +
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
 &+ \int_0^{L-z} 2g_{21} h\nu_{ASE} \Delta\nu N_{2.отн}(L-\tau) \times \\
 &\times \exp(-(\alpha_{12} + g_{21}) \int_0^\tau N_{2.отн}(L-\sigma) d\sigma + \\
 &+ \alpha_{12}(L-\tau) + \alpha_{ASE}(L-\tau)) d\tau) \times \\
 &\times \exp((\alpha_{12} + g_{21}) \int_0^{L-z} N_{2.отн}(L-\tau) d\tau - \\
 &- \alpha_{12}(L-z) - \alpha_{ASE}(L-z)).
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Разобьем всю длину АОВ на l равноотстоящих точек с шагом Δz . Выразим значения функций (4) и (5) в точках $k+1$ и $k-1$ через их значения в точке k при помощи метода прямоугольников.

Для попутных каналов:

$$\begin{aligned}
 P_{s,i,k+1} &\approx P_{s,i,k} A^{N_{2.отн,i,k}} B, \\
 P_{p1480,i,k+1}^+ &\approx P_{p1480,i,k}^+ A^{N_{2.отн,i,k}} B, \\
 P_{p980,i,k+1}^+ &\approx P_{p980,i,k}^+ C^{N_{2.отн,i,k}} D, \\
 P_{ASE,i,k+1}^+ &\approx (P_{ASE,i,k}^+ + N_{2.отн,i,k} E \times \\
 &\times (A^{N_{2.отн,i,k}} B)^{-1}) A^{N_{2.отн,i,k}} B.
 \end{aligned}
 \tag{6}$$

Для встречных каналов:

$$\begin{aligned}
 P_{1480,i,k-1}^- &\approx P_{1480,i,k}^- A^{N_{2.отн,i,k}} B, \\
 P_{980,i,k-1}^- &\approx P_{980,i,k}^- C^{N_{2.отн,i,k}} D, \\
 P_{ASE,i,k-1}^- &\approx (P_{ASE,i,k}^- + N_{2.отн,i,k} E \times \\
 &\times (A^{N_{2.отн,i,k}} B)^{-1}) A^{N_{2.отн,i,k}} B,
 \end{aligned}
 \tag{7}$$

где A, B, C, D, E – константы (вычисляемые для каждого канала (6) и (7)), для которых справедливо:

$$\begin{aligned}
 A &= \exp((\alpha_{12} + g_{21})\Delta z), \\
 B &= \exp(-(\alpha_{12} - \alpha_{доп})\Delta z), \\
 C &= \exp(\alpha_{13}\Delta z), \\
 D &= \exp(-(\alpha_{13} - \alpha_{доп})\Delta z), \\
 E &= 2h\nu\Delta\nu\Delta z.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Опишем методику расчета с учетом (6)–(8).

1. Для первой итерации ($i = 0$) полагаем, что $N_{2.отн,i-1,k} = 0$ при всех k , а мощности в каждой точке волокна для всех сигналов, накачек и шумов ASE равными $P_{i-1,k} = 0$.
2. Задаем значения $P_{s,i,0}$, $P_{p1480,i,0}^+$, $P_{p980,i,0}^+$ и $P_{ASE,i,0}^+$.
3. Задаем значения $P_{p1480,i,l}^-$, $P_{p980,i,l}^-$ и $P_{ASE,i,l}^-$.
4. Задаем ε и i_{\max} , где ε – относительная локальная погрешность расчета в каждой

точке АОВ, а i_{\max} – максимальное количество итераций.

5. Рассчитываем константы A, B, C, D, E для каждого канала по выражениям (8).

6. Производим расчет в попутном направлении. Для каждого $k \neq 0$ находим $P_{s,i,k}$, $P_{p1480,i,k}^+$, $P_{p980,i,k}^+$ и $P_{ASE,i,k}^+$ из уравнений (6), полагая $N_{2.отн,i,k} = 0,5(N_{2.отн,k} + N_{2.отн,i-1,k})$, где $N_{2.отн,k}$ рассчитывается по (1) с учетом $P_{p1480,i-1,k}^-$, $P_{p980,i-1,k}^-$ и $P_{ASE,i-1,k}^-$.

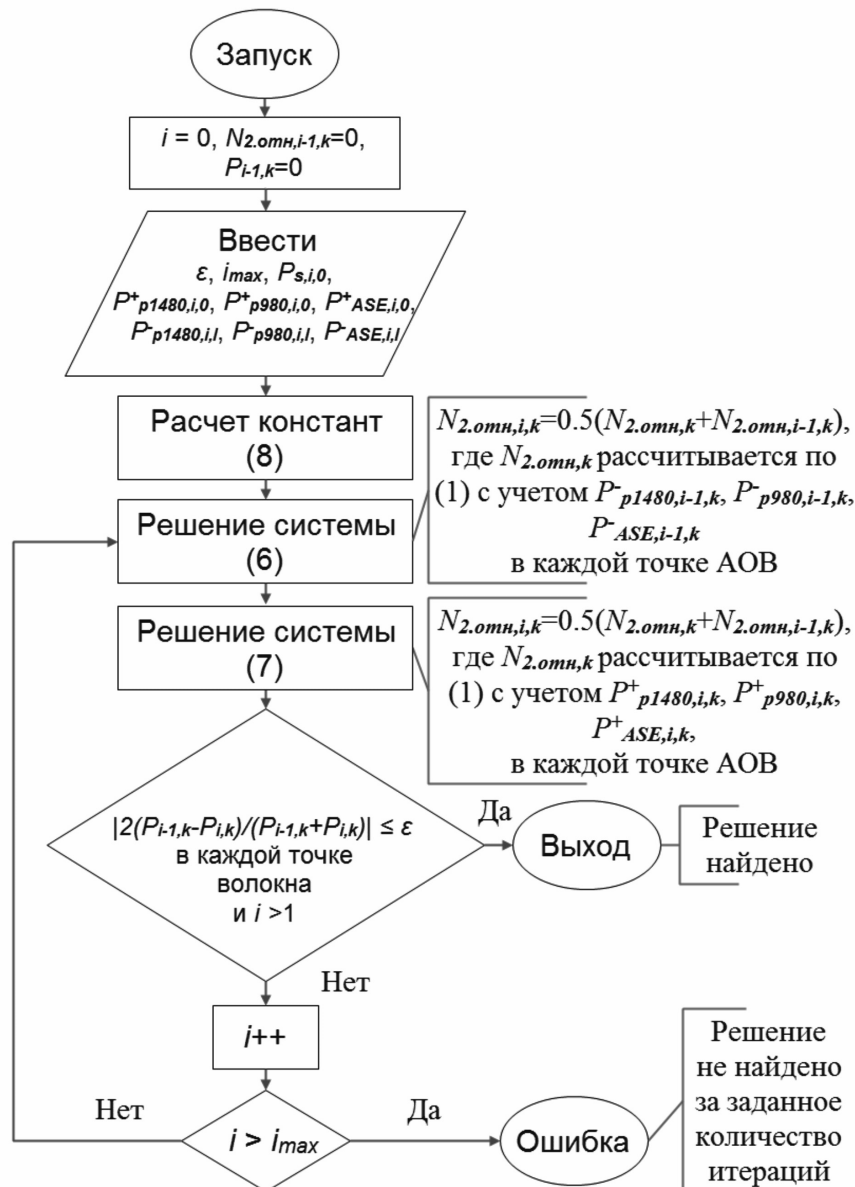


Рис. 2. Блок-схема предлагаемого алгоритма расчета

7. Производим расчет во встречном направлении. Для каждого $k \neq 1$ находим $P_{p1480,i,k}^-$, $P_{p980,i,k}^-$ и $P_{ASE,i,k}^-$ из уравнения (7), полагая $N_{2.отн,i,k} = 0,5(N_{2.отн,k} + N_{2.отн,i-1,k})$, где $N_{2.отн,k}$ рассчитывается по (1) с учетом $P_{s,i,k}$, $P_{p1480,i,k}^+$, $P_{p980,i,k}^+$ и $P_{ASE,i,k}^+$.

8. Если $i > 1$ и для всех P выполняются неравенства

$|2(P_{i-1,k} - P_{i,k}) / (P_{i-1,k} + P_{i,k})| \leq \epsilon$, то расчет заканчивается. Решением (1) считаются $N_{2.отн,i,k}$, $P_{s,i,k}$, $P_{p1480,i,k}^+$, $P_{p980,i,k}^+$, $P_{ASE,i,k}^+$, $P_{p1480,i,k}^-$, $P_{p980,i,k}^-$ и $P_{ASE,i,k}^-$.

9. Сохраняем $N_{2.отн,i-1,k} = N_{2.отн,i,k}$.

10. Увеличиваем i на 1. Если $i \leq i_{max}$, возвращаемся к п. 6. Если $i > i_{max}$, алгоритм расчета завершается с ошибкой: решение не найдено за заданное количество итераций.

Описанный алгоритм представлен в виде блок-схемы на рис. 2.

Полученные при решении (1) значения мощностей сигнала $P_{s,i,k}$ позволяют рассчитать коэффициенты усиления G для каждого сигнала в каждом канале:

$$G = 10 \log_{10}(P_{out} / P_{in}) = 10 \log_{10}(P_{s,i,l} / P_{s,i,0}) - 2a_{ОИ} - a_{WDM} - a_{ОФ}, \quad (9)$$

где P_{in} , P_{out} — мощности сигнала в канале на входе и выходе ОУ EDFA, $a_{ОИ}$, a_{WDM} , $a_{ОФ}$ — потери, вносимые ОИ, мультиплексорами WDM и ОФ соответственно.

Параметры моделируемого ОУ EDFA

Параметр	Значение
Марка активного волокна	М-5
Параметр насыщения активного волокна, 1/(м·с)	$3.047 \cdot 10^{15}$
Температура, °С	25
Длина активного волокна, м	15
Вид накачки	Встречная
Число каналов накачки	1
Длина волны накачки, нм	980
Мощность накачки, мВт	100

Отметим, что соотношения (6)–(8) были записаны для постоянного шага интегрирования Δz , хотя предлагаемая методика легко обобщается на случай переменного шага. Выбор фиксированного Δz позволяет сократить объем расчетов за счет ввода констант (8), которые уменьшают количество необходимых вычислений.

Для проверки правильности предложенной методики проведено моделирование ОУ EDFA с многоканальным (40 каналов) входным сигналом с равномерным расположением каналов в диапазоне 1500–1600 нм и мощностью 1 мкВт/канал. Потери, вносимые входным и выходным ОИ, мультиплексорами WDM, ОФ, принимались равными нулю. Расчет проведен при параметрах ОУ EDFA, приведенных в таблице.

Аналогичные расчеты были проведены

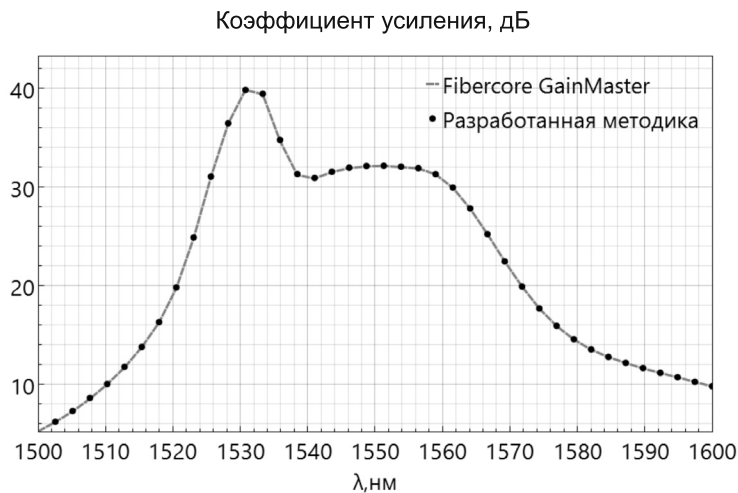


Рис. 3. Результаты сопоставления рассчитанных коэффициентов усиления

с помощью свободно распространяемой программы **Fibercore GainMaster**, моделирующей работу ОУ EDFA. Автор данной программы – производитель эрбиевых волокон для ОУ EDFA и волоконных лазеров. Данная программа предназначена исключительно для моделирования ОУ на основе волокон производства **Fibercore**. Сравнивался коэффициент усиления ОУ EDFA, полученный в обоих случаях. Из рис. 3 видно, что результаты моделирования хорошо совпадают, что подтверждает справедливость предложенной методики.

Предлагаемая методика сравнивалась по времени вычисления с методикой на базе ГА, которая является самой быстрой по сравнению с другими описанными ранее методиками. Обе методики были применены к решению (1) для 40 канальной системы в С-диапазоне. На компьютере с тактовой частотой процессора 2,4 ГГц методика на базе ГА позволила найти решение за 1325 с, а предлагаемая методика – всего за 3 с.

В заключение сформулируем краткие выводы по результатам исследования и возможностям их практического использования.

В рамках данной статьи рассмотрены известные методы и методики решения, применяемые для моделей ОУ EDFA, выделены их основные недостатки, предложена новая методика расчета ОУ EDFA, произведено сопоставление скорости расчета по предложенной методике и ранее рассмотренных методов, доказавшее ее эффективность.

На основе модели (1) и предложенной методики расчета разработана программа, позволяющая рассчитывать мощности сигналов в отдельных каналах DWDM, накачек и шумов ASE в любом сечении АОВ, определять коэффициент усиления ОУ EDFA и отношение сигнала к шуму в каждом канале. Программа может использоваться разработчиками ОУ EDFA для проверки справедливости принимаемых проектных решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Becker P.C., Olsson N.A., Simpson J.R.** Erbium-Doped fiber Amplifiers. Fundamentals and Technology. Academic Press, 1999. 460 p.
2. **Desurvire E.** Erbium-Doped fiber amplifiers. Principles and applications. New York: John Wiley & Sons, 1994. 800 p.
3. **Dignonnet M.J.F.** Rare-Earth-Doped Fiber Lasers and Amplifiers. 2nd ed. Marcel Dekker, 2001. 795 p.
4. **Новиков Е.А., Шорников Ю.В.** Компьютерное моделирование жестких гибридных систем. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2012. 451 с.
5. **Былина М.С., Чаймарданов П.А.** Математическая модель однокаскадного EDFA усилителя с многоканальными источниками сигнала и накачки // Актуальные проблемы инфотелекоммуникаций в науке и образовании. 2016. Т. 1. № 5. С. 265–270.
6. **Francisco J. Madruga, M. Angeles Quintela, Carlos Galindez, Mauro Lomer, Jose M. Lopez Higuera.** Effects of temperature on high concentration erbium-doped fiber intrinsic parameters // Proc. SPIE 6619, 3rd European Workshop on Optical Fibre Sensors. 2007. DOI: 10.1117/12.738365
7. **Hee Gap Park, Seung Chul Yun, Young Jun Jin.** Er-doped superfluorescent fiber source with thermally stable mean wavelength // Journal of the Optical Society of Korea. 2009. Vol. 13. No. 2. Pp. 240–244. DOI: 0.3807/JOSK.2009.13.2.240
8. **Семенов М.Е., Колупаева С.Н.** Анализ областей абсолютной устойчивости неявных методов решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Известия Томского политехнического университета. 2010. Т. 317. № 2. С. 16–22.
9. **Лебедев В.И.** Явные разностные схемы для решения жестких задач с комплексным или разделимым спектром // Вычислительная математика и математическая физика. 2000. Т. 40. № 12. С. 1801–1812.
10. **Турсунов Д.А., Семенов М.Е.** Построение одношагового девятиточечного блочного метода для решения жестких систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. С. 880–880.
11. **Akinfenwa O.A., Jator S.N., Yao N.M.** An eighth order backward differentiation formula with continuous coefficients for stiff ordinary differential equations // International Journal of Mathematical and Computer Sciences. 2011. Vol. 7. No. 4. Pp. 171–176.
12. **Розенброк Х., Стори С.** Вычислительные методы для инженеров-химиков. М.: Мир, 1968. 444 с.
13. **Скворцов Л.М.** Эффективная реализация

неявных методов Рунге-Кутты второго порядка // Математическое моделирование. 2013. Т. 25. № 5. С. 15–28. DOI: 10.1134/2FS2070048213060124

14. **Julien Alexandre dit Sandretto, Alexandre Chapoutot.** Validated explicit and implicit runge-kutta methods // *Reliable Computing*. 2016. Vol. 25. Pp. 79–103.

15. **Kennedy C.A., Carpenter M.H.** Diagonally implicit Runge-Kutta methods for Ordinary Differentia Equations // *A Review*. NASA Report. Langley research center. Hampton VA 23681, 2016. 162 p.

16. **Ufuk Parali, Cahit Pınar.** Numerical analysis

Статья поступила в редакцию 14.06.2017

REFERENCES

1. **Becker P.C., Olsson N.A., Simpson J.R.** *Erbium-Doped fiber amplifiers. Fundamentals and Technology*. Academic Press, 1999, 460 p.

2. **Desurvire E.** *Erbium-Doped fiber amplifiers. Principles and applications*. John Wiley & Sons, New York, 1994, 800 p.

3. **Dignonnet M.J.F.** *Rare-Earth-Doped Fiber Lasers and Amplifiers*, 2nd ed., Marcel Dekker, 2001, 795 p.

4. **Novikov Ye.A., Shornikov Yu.V.** *Kompyuternoye modelirovaniye zhestkikh gibridnykh sistem [Computer simulation of stiff hybrid systems]*. Novosibirsk: NGTU Publ., 2012, 451 p.

5. **Bylina M.S., Chaymardanov P.A.** Matematicheskaya model odnokaskadnogo EDFA usilitelya s mnogokanalnymi istochnikami signala i nakachki [Mathematical Model of a Single-Stage EDFA Amplifier with Multi-Channel Sources of Signal and Pump]. *Aktualnyye problemy infotelekomunikatsiy v nauke i obrazovanii [Actual Problems of Infotelecommunications in Science and Education]*, 2016, Vol. 1, No. 5, Pp. 265–270. (rus)

6. **Francisco J. Madruga, M. Angeles Quintela, Carlos Galindez, Mauro Lomer, Jose M. Lopez Higuera.** Effects of temperature on high concentration erbium-doped fiber intrinsic parameters. *Proc. SPIE 6619, 3rd European Workshop on Optical Fibre Sensors*, 66190W, 2007. DOI: 10.1117/12.738365.

7. **Hee Gap Park, Seung Chul Yun, Young Jun Jin.** Er-doped superfluorescent fiber source with thermally stable mean wavelength. *Journal of the Optical Society of Korea*, 2009, Vol. 13, No. 2, Pp. 240–244. DOI: 0.3807/JOSK.2009.13.2.240.

8. **Semenov M.Ye., Kolupayeva S.N.** Analiz oblastey absolyutnoy ustoychivosti neyavnykh metodov resheniya sistem obyknovennykh differentsialnykh uravneniy [Analysis of areas of absolute stability of implicit methods for solving

of gain and noise figure in different configurations of single-pass and double-pass EDFA // *Proc. SPIE 9886, Micro-Structured and Specialty Optical Fibres IV*, 98861M. 2016. DOI: 10.1117/12.2228941

17. **Priye V., Singh D.K., Arya S.C.** Novel numerical method to model multichannel Erbium-doped Fiber Amplifier // *Fiber and Integrated Optics*. 2006. Vol. 25. Pp. 375–385. DOI: 10.1080/01468030600817134

18. **Liu X.** Powerful solution for simulating nonlinear coupled equations describing bidirectionally pumped broadband Raman amplifiers // *Optics express*. 2004. Vol. 12. No. 4. Pp. 545–550.

systems of ordinary differential equations]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta [Bulletin of the Tomsk Polytechnic University]*, 2010, Vol. 317, No. 2, Pp. 16–22. (rus)

9. **Lebedev V.I.** Yavnyye raznostnyye skhemy dlya resheniya zhestkikh zadach s kompleksnym ili razdelimym spektrom [Explicit difference schemes for solving stiff problems with a complex or separable spectrum]. *Zhurnal vychislitel'naya matematika i matematicheskaya fizika [Computational Mathematics and Mathematical Physics]*, 2000, Vol. 40, No. 12, Pp. 1801–1812. (rus)

10. **Tursunov D.A., Semenov M.Ye.** Postroyeniye odnoshagovogo devyatiochechnogo blochnogo metoda dlya resheniya zhestkikh sistem obyknovennykh differentsialnykh uravneniy [Construction one-step nine points block method for solving stiff system of ordinary differential equations]. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya [Modern problems of science and education]*, 2013, No. 6, Pp. 880–880. (rus)

11. **Akinfenwa O.A., Jator S.N., Yao N.M.** An eighth order backward differentiation formula with continuous coefficients for stiff ordinary differential equations. *International Journal of Mathematical and Computer Sciences*, 2011, Vol. 7, No. 4, Pp. 171–176.

12. **Rozenbrok Kh., Stori S.** *Vychislitelnyye metody dlya inzhenerov-khimikov [Computational methods for chemical engineers]*. Moscow: Mir Publ., 1968, 444 p. (rus)

13. **Skvortsov L.M.** Effektivnaya realizatsiya neyavnykh metodov Runge-Kutta vtorogo poryadka [Efficient implementation of second order implicit Runge-Kutta methods]. *Matematicheskoye modelirovaniye [Mathematical Models and Computer Simulations]*, 2013, Vol. 25, No. 5, Pp. 15–28. DOI: 10.1134/2FS2070048213060124 (rus)

14. **Julien Alexandre dit Sandretto, Alexandre**

Chapoutot. Validated explicit and implicit runge-kutta methods. *Reliable Computing*, 2016, Vol. 25, Pp. 79–103.

15. **Kennedy C.A., Carpenter M.H.** Diagonally implicit Runge-Kutta methods for Ordinary Differential Equations. *A Review. NASA Report*, Langley research center, Hampton VA 23681, 2016, 162 p.

16. **Ufuk Parali, Cahit Pınar.** Numerical analysis of gain and noise figure in different configurations of single-pass and double-pass EDFA. *Proc. SPIE*

Received 14.06.2017

9886, Micro-Structured and specialty optical fibres IV, 98861M, 2016. DOI: 10.1117/12.2228941.

17. **Priye V., Singh D.K., Arya S.C.** Novel numerical method to model multichannel Erbium-doped Fiber Amplifier. *Fiber and integrated optics*, 2006, Vol. 25, Pp. 375–385. DOI: 10.1080/01468030600817134.

18. **Liu X.** Powerful solution for simulating nonlinear coupled equations describing bidirectionally pumped broadband Raman amplifiers. *Optics express*, 2004, Vol. 12, No. 4, Pp. 545–550.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ / THE AUTHORS

ЧАЙМАРДАНОВ Павел Александрович

CHAYMARDANOV Pavel A.

E-mail: pchai@yandex.ru

БЫЛИНА Мария Сергеевна

BYLINA Maria S.

E-mail: BylinaMaria@mail.ru