



# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

DOI: 10.18721/JPM.111106

УДК 532.528

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КАВИТАЦИИ В ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТЕЧЕНИЯХ В КАНАЛАХ

**И.И. Исаенко<sup>1</sup>, А.В. Махнов<sup>1</sup>, Е.М. Смирнов<sup>1</sup>, А.А. Шмидт<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Российская Федерация;

<sup>2</sup> Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,

Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе сформулирована модель кавитирующих течений, в которой используется лагранжево-эйлеровское описание многофазной среды и где учитывается гетерогенный механизм образования кавитационных пузырей. Для моделирования их роста и схлопывания применяется уравнение Рэлея – Плессе, дополненное уравнениями межфазного переноса массы и энергии, определяющими их внутренние параметры. Разработанная модель обеспечивает качественное совпадение формы кавитационной каверны и положения ее задней границы с экспериментальными наблюдениями.

**Ключевые слова:** высокоскоростное течение; кавитация; уравнение Рэлея – Плессе; многофазная среда

**Ссылка при цитировании:** Исаенко И.И., Махнов А.В., Смирнов Е.М., Шмидт А.А. Моделирование кавитации в высокоскоростных течениях в каналах // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 1. С. 55 – 65. DOI: 10.18721/JPM.111106

## SIMULATION OF HIGH-SPEED CAVITATING FLOWS IN CHANNELS

**I.I. Isaenko<sup>1</sup>, A.V. Makhnov<sup>1</sup>, E.M. Smirnov<sup>1</sup>, A.A. Schmidt<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

<sup>2</sup>Ioffe Institute of the Russian Academy of Science, St. Petersburg, Russian Federation

Cavitation is a process of vapour and gas bubbles formation in a liquid flow. It occurs when a flow pressure drops below a certain level depending on liquid's physical properties and its temperature. One of the important factors of cavitation is the presence of unsolved microscopic bubbles filled with gas and/or vapour in real liquids. These bubbles, or nucleation sites, evolve under pressure drops that are sufficient for evaporation of surrounding liquid.

A model of cavitating flows based on Euler – Lagrange description of multiphase medium has been developed. It took into account heterogeneous nature of cavitation bubbles formation. The Rayleigh – Plesset equation along with interphase mass and energy transfer equations were used to simulate bubbles evolution. The developed model provides qualitatively accurate prediction of cavity shape and its borders position in comparison with the experimental data.

**Key words:** high-speed flow; cavitation; Rayleigh–Plesset equation; multiphase medium

**Citation:** I.I. Isaenko, A.V. Makhnov, E.M. Smirnov, A.A. Schmidt, Simulation of high-speed cavitating flows in channels, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (1) (2018) 55 – 65. DOI: 10.18721/JPM.111106

### Введение

Кавитация, т. е. образование в жидкости полостей (пузырьков, каверн), заполненных паром или парогазовой смесью, — это фундаментальная проблема, которая представляет неизменный интерес в связи с развитием теории многофазных сред и огромным числом ее приложений [1]. Явление кавитации возникает при падении давления ниже определенного уровня, зависящего от свойств жидкости и ее температуры [2 – 6]. Большую роль при этом играет возможное присутствие в жидкости микроскопических включений (пузырьков и твердых частиц), т. е. «зародышей», или ядер кавитации.

При повышении давления в кавитирующей среде, каверны (пузырьки) коллапсируют, в результате чего могут образовываться ударные волны и высокоскоростные кумулятивные струйки, которые вызывают кавитационную эрозию.

Изучение кавитации имеет большое практическое значение, ввиду широкой распространенности этого явления. Исследования охватывают широкий круг вопросов: от задач физиологии (например, вскипание крови при понижении давления [1]) до проблем проектирования энергетического и транспортного оборудования (гидротурбины, насосы, гребные винты, насосы, клапаны и т. п.) [3 – 4, 7], а также развития технологий, использующих эффекты энерговыделения в жидкости [2, 8 – 9].

Эрозия, которая сопутствует развитию кавитации, может сильно влиять на функционирование соответствующих устройств, поскольку приводит к снижению их производительности, вплоть до разрушения. Поэтому изучение эрозии также вызывает большой интерес для фундаментальных и прикладных исследований.

Следует заметить, что экспериментальное изучение кавитации сталкивается с большими трудностями, связанными с экстремальными значениями ее параметров и различными пространственно-временными масштабами исследуемых процессов. В этих

условиях математическое моделирование становится перспективным и эффективным инструментом изучения кавитации [7 – 9].

Предлагаемая статья посвящена анализу одного из возможных подходов к математическому моделированию кавитации.

### Математическая модель течений кавитирующей жидкости

Основными подходами к моделированию течений многофазных сред являются эйлеровско-эйлеровское и лагранжево-эйлеровское описания [10].

В первом случае исследуемая гетерогенная среда заменяется квазигомогенной смесью, имеющей непрерывные (континуальные) распределения плотностей, скоростей, давлений и других параметров фаз. При этом обе фазы (несущая жидкость и пузыри) в этой модели занимают весь объем смеси, и вводится понятие объемной доли фазы; это позволяет определить фиктивные плотности компонентов квазигомогенной смеси и использовать систему уравнений Навье – Стокса при расчетах течений с кавитацией.

Однако для этих моделей не характерен учет физики процессов эволюции пузырей, образующихся при кавитации, а это в ряде случаев может быть ключевым фактором.

В рамках второго подхода движение несущей фазы определяется уравнениями динамики сплошной среды, а для описания движения дисперсной фазы (в частности, пузырьков) используется подход Лагранжа, основанный на введении набора пробных частиц. Расчет течений многофазной среды включает при этом следующие основные этапы:

решение уравнений несущей фазы (Эйлеров этап);

решение уравнений движения пробных частиц в соответствии с полем течения несущей фазы, полученным на предыдущем этапе (уравнений Лагранжева этапа);

решение уравнений межфазного переноса для учета влияния дисперсной фазы на несущую;

уточнение поля течения несущей фазы с учетом влияния дисперсной фазы (новый шаг по времени в рамках Эйлера этапа).

Второй подход требует значительных вычислительных затрат, однако позволяет проводить расчет динамики каждой пробной частицы (пузыря) индивидуально, а также учитывать неоднородность их распределения по размерам, в отличие от эйлеровско-эйлеровской модели, которая усредняет их поведение. Благодаря этому преимуществу развитие методов лагранжево-эйлеровского описания представляется наиболее целесообразным.

На эйлеровском этапе движение несущей фазы описывается системой уравнений Навье – Стокса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) &= 0; \\ \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) &= -\nabla P + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_v \rho_v) + \nabla \cdot (\alpha_v \rho_v \mathbf{V}) = S_v - S_l,$$

где  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup> – плотность смеси;  $\rho = \rho_l \alpha_l + \rho_v \alpha_v$  ( $\alpha$  – объемная доля вещества, индексы  $l$  и  $v$  относятся к жидкости и пару, соответственно);  $\mathbf{V}$ , м/с – вектор скорости;  $P$ , Па – давление;  $S$ , кг/м<sup>3</sup>·с – источниковые члены (плотности распределения массовых источников, индексы  $l$  и  $v$  также относятся к жидкости и пару, соответственно);  $\tau_{ij}$  – компоненты тензора напряжений.

На Лагранжевом этапе рассчитывается перемещение пузырей в поле скорости с учетом или без учета массовых сил:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{X} = [x; y; z]$ ,  $\mathbf{F} = [V_x; V_y; V_z]$  ( $V_i$  – компоненты скорости).

Затем решается система уравнений, основанных на законах сохранения массы и энергии:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi R_B^3 \rho_v \right) = 4\pi R_B^2 \dot{m}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi R_B^3 \rho_v U_B \right) &= \\ &= -P_B \frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi R_B^3 \right) - 4\pi R_B^2 U_{12}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $R_B$  – радиус кавитационного пузырька;  $m$  – масса;  $U_B$  – внутренняя энергия кавитационного пузырька;  $P_B$ , Па – давление пара в кавитационном пузырьке;  $U_{12}$  – поток энергии через поверхность раздела фаз.

Систему (3), (4) можно преобразовать к следующему виду, пригодному для непосредственного определения параметров пара внутри пузырька [9, 19]:

$$\begin{aligned} \frac{dP_B}{dt} &= P_B \left[ \frac{1}{T_B} \frac{dT_B}{dt} - \frac{3}{R_B} \left[ \frac{dR_B}{dt} - \right. \right. \\ &\left. \left. - \frac{\eta_{ac} T_B}{P_B} \frac{\sqrt{r_v}}{\sqrt{2\pi}} \left( \frac{P_s(T_l)}{\sqrt{T_l}} - \frac{P_B}{\sqrt{T_B}} \right) \right] \right]; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{dT_B}{dt} &= -3 \frac{T_B}{R_B P_B} \left[ (\gamma - 1) \left( P_B + \frac{2\Sigma}{R_B} \right) \frac{dR_B}{dt} + \right. \\ &\left. + \eta_{ac} P_s(T_l) (T_B - T_l) \sqrt{\frac{r_v}{2\pi T_l}} \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $P_s$ , Па – давление насыщенного пара;  $T_l$ ,  $T_B$ , К – температуры жидкости и газа в пузырьке, соответственно;  $\eta_{ac}$  – коэффициент аккомодации;  $r_v$  – удельная газовая постоянная;  $\Sigma$ , Н/м – коэффициент поверхностного натяжения;  $\gamma$  – показатель адиабаты газа.

Коэффициент аккомодации  $\eta_{ac}$  равен 0,04 в случае воды, удельная газовая постоянная  $r_v = P_v / \rho_v T_v M_v$  ( $T_v$  – температура пара,  $M_v$  – молярная масса газа в пузырьке), показатель адиабаты газа  $\gamma = 1,4$ .

Уравнения (5), (6) дополняются уравнением динамики радиального движения пузырька в форме Рэлея – Плессе [11, 12]:

$$\begin{aligned} R_B \frac{d^2 R_B}{dt^2} + \frac{3}{2} \left( \frac{dR_B}{dt} \right)^2 &= \\ &= \frac{1}{\rho_l} \left( P_B - P_\infty - \frac{4\mu}{R_B} \frac{dR_B}{dt} - \frac{2\Sigma}{R_B} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $P_\infty$ , Па — давление внешнего потока;  $\mu$ , Па·с — динамическая вязкость.

Это уравнение описывает рост и сжатие сферически симметричного пузырька пара с учетом инерции при радиальном движении окружающей жидкости, разностью внутрененного и внешнего давлений ( $P_B - P_\infty$ ), а также вязкостью и поверхностным натяжением. Процессы диффузии газа в работе не учитываются.

### Подходы к описанию возникновения кавитации

Большинство моделей кавитационных течений используют эйлера-эйлеровское описание двухфазной среды. В их основе могут лежать баротропные уравнения состояния среды [18], термодинамические соотношения [17] или уравнения связи между источниковыми членами  $S$ , ответственными за межфазный массоперенос, и динамикой роста и сжатия пузырей [16, 17]. В работах [13, 14, 16] рассматривается задача об обтекании крылового профиля НАСА-66, для которой имеется экспериментальная информация [15].

В работе [17] предложен ряд моделей кавитации, основанных на термодинамических соотношениях для фазовых переходов. Простейшая из них основана на предположении о равновесии фаз и числе ядер кавитации, достаточном для пренебрежения временем метастабильного состояния, что справедливо в случаях простых течений. Там же рассмотрен ряд более сложных дифференциальных моделей, учитывающих метастабильность, теплообмен при фазовых переходах, наличие пузырьков нерастворенного газа и некоторые другие факторы. Модели, использующие эйлера-эйлеровское описание, дают качественно сходные распределения паросодержания и адекватно предсказывают размеры каверны. Однако они не отражают физику процессов парообразования и конденсации, так как используют допущение, что парообразование происходит строго при достижении давления насыщения (объемное содержание газовых пузырьков в смеси предполагается достаточным для пренебрежения временем задержки фазового перехода). К недостат-

кам данного подхода следует также отнести зависимость результатов моделирования от значений эмпирических параметров, входящих в уравнения; в связи с этим требуется их дополнительная подстройка [16, 17].

В последние годы различными исследовательскими группами были выполнены расчеты кавитационных течений с использованием лагранжево-эйлеровского описания. В работе [19] выполнен расчет кавитационного облака с помощью Лагранжева метода моделирования динамики дискретных пузырьков. Несущая фаза представлена квазигомогенной смесью с переменным непрерывным распределением плотности, удовлетворяющим законам сохранения массы и импульса. Рост и сжатие пузырьков моделировались с помощью уравнения Келлера — Герринга (модификация уравнения Рэлея — Плессе). На основании данных о расположении пузырьков и их размерах рассчитывалась объемная доля пара, для перевода дискретного распределения пузырей в объеме в сплошное поле плотности смеси была использована функция гауссовского распределения.

В этих работах использованы данные по наблюдаемым в жидкостях микрочастицам (микропузырькам), которые служат ядрами («зародышами») кавитации. Согласно экспериментальным данным работы [4], в одном кубическом метре дистиллированной воды содержится около  $10^{11} - 10^{12}$  зародышей, а их характерные радиусы лежат

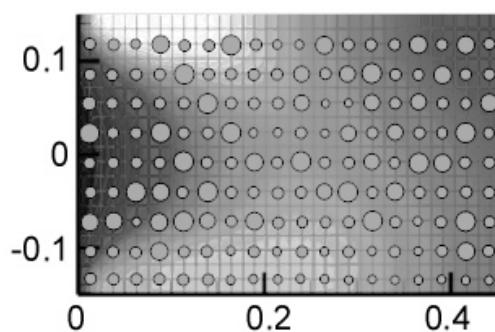


Рис. 1. Расчетная схема распределения пробных пузырей в поле несущей среды на основе экспериментальных данных работы [4]

в пределах от 1 до 6 мкм (рис. 1). Присутствие этих зародышей обеспечивает возникновение гетерогенной нуклеации и развитие кавитационных пузырей [20]. Основой формирования ядер кавитации служат те частицы или неоднородности поверхности, размер (радиус) которых превышает критическое значение  $R_{cr}$ , определяемое из соотношения Лапласа:

$$R_{cr} = \frac{2\Sigma}{P_s - P_l}, \quad (8)$$

где индексы  $s$  и  $l$  относятся соответственно к давлению насыщенного пара и давлению в потоке жидкости.

В настоящей работе использована методика расчета течений с кавитацией, основанная на лагранжево-эйлеровском описании двухфазной среды и упрощенной модели гетерогенной нуклеации, в которой центрами парообразования являются только присутствующие в жидкости паровые пузыри (другие факторы, такие как наличие пузырьков воздуха, твердых примесей и шероховатости поверхности не учитываются).

#### Лагранжево-эйлеровский алгоритм расчетов течения кавитирующих сред

На каждом временном шаге в рамках эйлеровского этапа алгоритма определя-

ются поля скорости и давления несущей среды, которые используются в качестве исходных данных для выполнения Лагранжева этапа расчетов. На первом шаге происходит «засеивание» расчетной области пробными пузырями (см. рис. 1).

В настоящей работе начальное распределение пузырей в жидкости задается в соответствии с экспериментальными данными из работы [4]. При этом распределение кавитационных ядер по размерам заменяется кусочно-постоянной функцией;  $N_B$  – количество ядер с радиусом  $R_B$  (рис. 2).

На Лагранжевом этапе алгоритма проводится расчет движения и изменения размеров пробных пузырьков. При этом выполняется интерполяция полей несущей фазы по схеме, приведенной на рис. 3, *a*, для определения параметров в точке расположения пузырька. Рост пробных пузырей описывается системой уравнений (5) – (7).

После обработки всех имеющихся пробных пузырей производится расчет объемного паросодержания с учетом числа пузырей, попавших в каждый контрольный объем, и расчет численной плотности (вероятность нахождения) пузырьков данного сорта в единице объема (контрольном объеме). Используется схема трансляции значений из точек расположения пузырьков в ближайшие узлы вспомогательной расчетной сетки (рис. 3, *b*). Такой подход обеспечивает не-

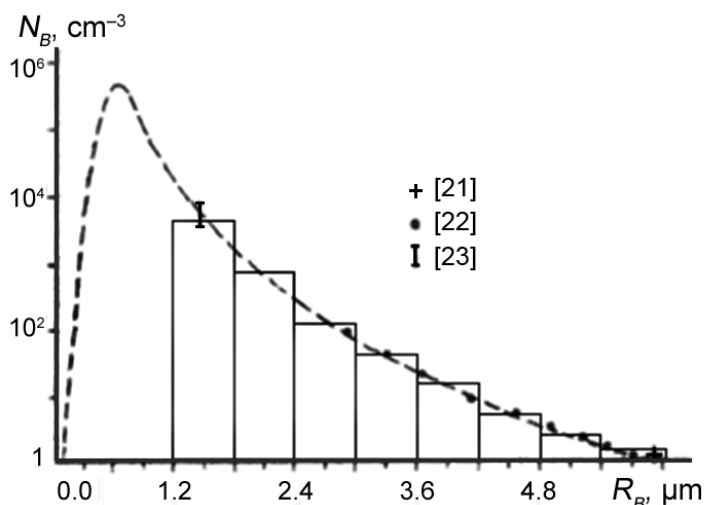


Рис. 2. Аппроксимация спектра кавитационных ядер (пунктирная линия) кусочно-постоянной функцией (сплошные линии)

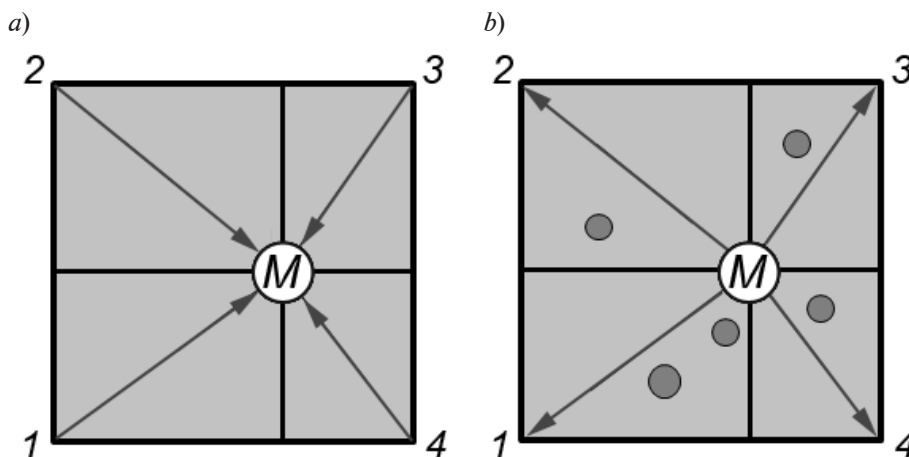


Рис. 3. Схема, поясняющая связь лагранжевого и эйлеровского этапов алгоритма расчета:  
 а – интерполяция гидродинамических переменных из узлов сетки 1 – 4 в точку расположения пузырька  $M$ ,  
 б – передача информации о паросодержании в узлы сетки 1 – 4

прерывность поля объемного паросодержания. По полученным значениям объемной доли пара корректируется поле плотности, после чего выполняются поправки для учета закона сохранения массы, и происходит переход к эйлеровскому этапу для нового шага по физическому времени.

При движении и росте пузырьков возможно их взаимодействие друг с другом и слияние. Слияние и дробление пузырьков в данной работе не учитывается. Вместо этого вводится условная граница между режимами пузырьковой кавитации и каверны, определяемая значением объемного паросодержания  $\alpha_v$ . В последнем случае в области, где кавитация считается развитой (с высокими значениями  $\alpha_v$ ), а внутренние параметры пузырей заморожены, возможно применение эйлера-эйлеровского описания. Такая гибридная модель сохраняет преимущества Лагранжева описания динамики дискретных пузырьков в случаях пузырьковой кавитации; в то же время эта модель избавляет исследователя от необходимости проведения трудоемких расчетов параметров каждого пузырька в областях с развитой кавитацией.

Введенные допущения позволяют упростить реализацию метода, поскольку отпадает надобность моделировать дробление каверны и слияние отдельных пузырьков, сохраняя их число постоянным. При этом

каверна представляется в виде искусственного плотного «облака» кавитационных пузырей.

### Тестирование модели

При моделировании процесса кавитации рассмотрены следующие задачи:

1. Эволюция одиночного пузыря при синусоидальных колебаниях давления жидкости (акустическая кавитация):

$$P(t) = P_0 + (P_{\max} - |P_{\min}|) \sin(2\pi t/t_{\text{per}}), \quad (9)$$

где  $P_0$ ,  $P_{\max}$ ,  $P_{\min}$  – средняя, максимальная и минимальная величины давления;  $t_{\text{per}}$  – период колебаний давления.

2. Течение в узком канале переменного сечения (рис. 4), причем рассмотрен такой же канал, какой приведен в работе [7].

Применение лагранжево-эйлеровского описания в данном случае сопряжено с рядом трудностей. Одна из них относится к пространственным масштабам, а именно – характерные размеры расчетных ячеек сравнимы с размерами кавитационных пузырей, поэтому необходимо либо вводить дополнительные огрубленные сетки, либо строить специальные схемы для учета влияния распределения пузырей. В рассмотренных масштабах количество пузырей в единице объема может оказаться меньше одного; в этом случае величина должна выражать вероятность нахождения пузыря в

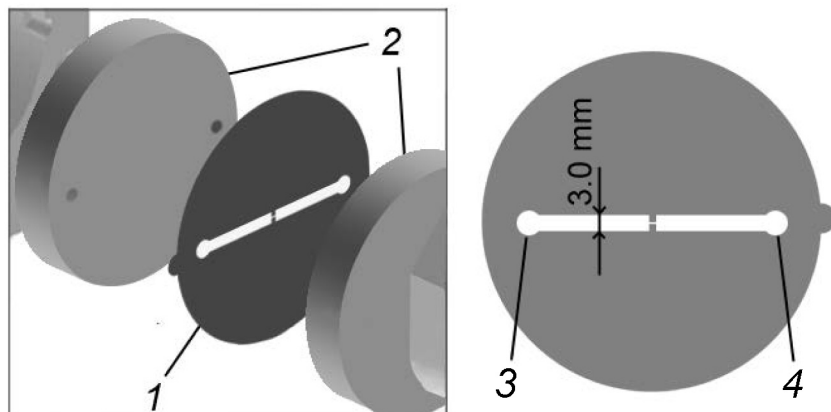


Рис. 4. Схема экспериментальной установки для имитации течения в инжекторе [7]:  
 1 – пластинка с каналом, 2 – окна подачи и отвода жидкости, 3 – вход в канал, входное давление  $P_{in} = 300$  атм, 4 – выход из канала, выходное давление  $P_{out} = 52$  атм

данном (контрольном) объеме.

Эйлеровский этап численного решения выполнен нами с использованием солверов, входящих в состав открытой вычислительной среды OpenFOAM; Лагранжев этап проведен с использованием специально разработанного программного модуля.

На рис. 5 показаны графики роста одиночного пузыря с начальным радиусом  $R_B = 2$  мкм при амплитуде колебаний давления  $\Delta P = 200$  атм и разных значениях температуры среды. Видно, что в момент

второго падения давления схлопывающиеся пузыри возобновляют рост. Влияние разницы температур несущей среды оказывается наиболее заметным, если сравнивать данные расчетов при температурах  $30^\circ\text{C}$  и свыше  $60^\circ\text{C}$ . В случае более высоких температур рост пузырей начинается раньше, соответственно они набирают сравнительно большую массу и инерцию, и их коллапс происходит с задержкой. Это приводит к задержке возобновления роста, и в итоге, к моменту третьего подъема давления пу-

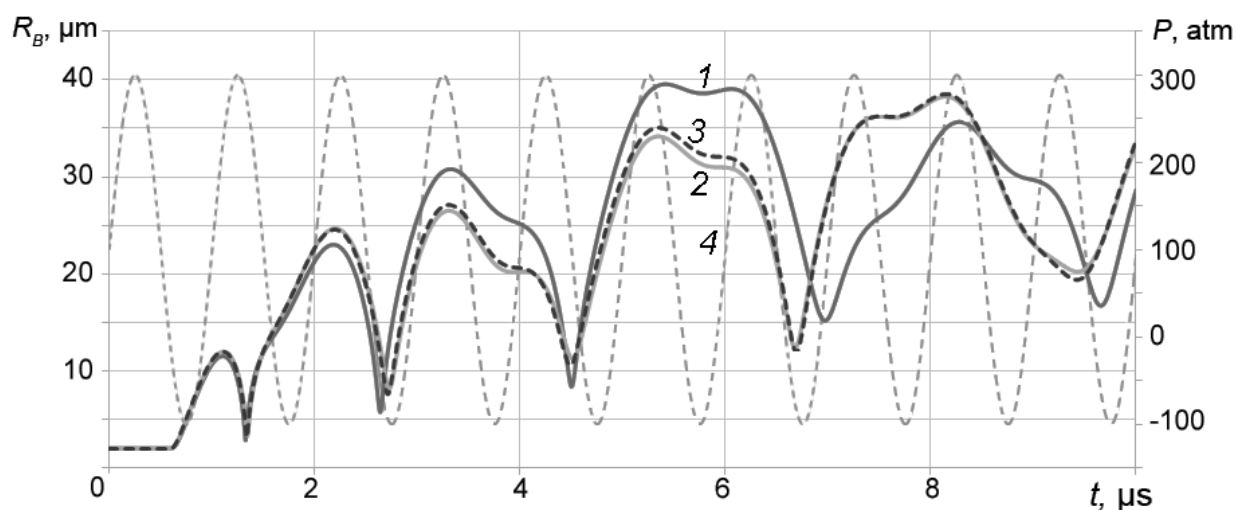


Рис. 5. Динамика роста одиночного пузыря при разных значениях температуры среды,  $^\circ\text{C}$ : 30 (кривая 1), 60 (2), 90 (3); приведены колебания давления среды (кривая 4).  
 Начальный радиус пузыря – 2 мкм

зыри в более нагретой жидкости вырастают до меньшего объема, чем при температуре 30 °С. Дальнейшая их динамика обусловлена влиянием двух основных факторов: инерцией пузырька и колебаниями внешнего давления. Отметим, что при расчетах с использованием одиночного уравнения Рэлея – Плессе, данного эффекта не наблюдается: пузырь исчезает после первого периода восстановления давления.

Таким образом, учет изменения внутренних параметров на этапе коллапса пузыря оказывается более важным, чем на этапе роста, где, согласно нашим результа-

там, несущественна зависимость динамического поведения процесса от применяемой для его описания модели.

Сделанные выводы о применимости различных уравнений динамики пузыря позволяют составить схему расчета более сложных задач о течениях с кавитацией. При первоначальном расширении пузырей и формировании каверн, в расчетах можно пренебрегать изменениями внутренних параметров пузыря, поскольку на этом этапе их учет не вносит существенного вклада в динамику его роста.

Таким образом, в рамках данной модели рассматриваются следующие состояния пробного пузыря:

- кавитационное ядро;
- первичный рост пузыря;
- часть области каверны;
- схлопывающийся пузырь;

прекращение его существования в результате коллапса / соударения со стенкой / выход за пределы расчетной области.

На рис. 6 приведено сравнение полученного распределения объемного паросодержания в момент времени  $t = 60$  мкс с результатами расчетов, где применялся решатель `cavitatingFoam`, и с осредненными экспериментальными данными, представленными в работе [7]. Результаты, полученные с помощью лагранжево-эйлеровского способа моделирования динамики пробных пузырей, хотя и являются несколько завышенными, но оказываются ближе к осредненным экспериментальным результатам [7]. В обоих случаях кавитационная каверна распространяется за пределы узкой части канала. В расчетах с использованием эйлера-эйлеровского подхода интенсивность парообразования занижена вследствие специфических особенностей модели.

### Заключение

В данной работе сформулирована модель кавитирующего течения, которая учитывает эволюцию кавитационных пузырей. Применяется лагранжево-эйлеровское описание среды с учетом гетерогенного механизма образования пузырей. Моделирование их роста и схлопывания осуществлено с

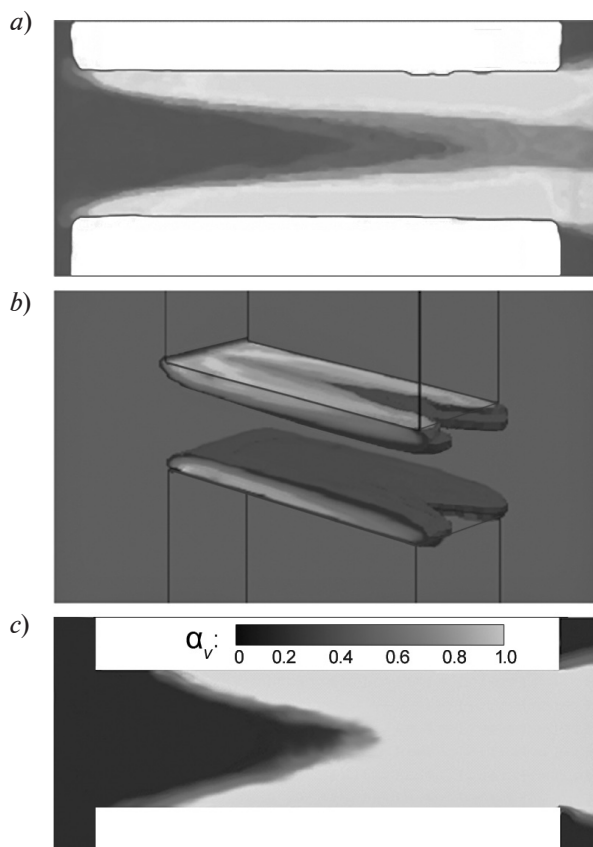


Рис. 6. Формы кавитационной каверны, полученные экспериментальным (а) и расчетными (b, c) путями.

Экспериментальные данные [7] относятся к моменту выхода каверны за пределы канала ( $t = 60$  мкс),  $T = 326$  К,  $P_{out} = 52$  атм. Представлены результаты модельных расчетов течений, выполненных в соответствии с эйлеровско-эйлеровским (b) и лагранжево-эйлеровским (c) описаниями



использованием уравнения Рэлея – Плессе и уравнений межфазного переноса массы и энергии, определяющими их внутренние параметры.

Разработанная модель обеспечивает качественное совпадение формы каверны и положения ее задней границы с экспериментальными наблюдениями.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Пирсол И.** Кавитация. Пер. с англ. М.: Мир, 1975. 95 с.
2. **Кедринский В.К.** Гидродинамика взрыва. Эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. 434 с.
3. **Гегузин Я.Е.** Пузыри. М.: Наука, 1985. 173 с.
4. **Перник А.Д.** Проблемы кавитации. 2-е изд. Л.: Судостроение, 1966. 439 с.
5. **Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф.** Кавитация. Пер. с англ. М.: Мир, 1974. 687 с.
6. **Franc J.-P., Michel J.-M.** Fundamentals of cavitation. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. 306 p.
7. **Skoda R., Iben U., Morozov A., Mihatsch M., Schmidt S.J., Adams N.A.** Numerical simulation of collapse induced shock dynamics for the prediction of the geometry, pressure and temperature impact on the cavitation erosion in micro channels. // WIMRC 3rd International Cavitation Forum 2011, University of Warwick, UK. July 4 – 6, 2011. Pp. 1–10.
8. **Petrov N.V., Schmidt A.A.** Effect of a bubble nucleation model on cavitating flow structure in rarefaction wave // Shock Waves. 2017. Vol. 27. No. 4. Pp. 635–639.
9. **Petrov N.V., Schmidt A.A.** Multiphase phenomena in underwater explosion // Exp. Therm. Fluid Sci. 2015. Vol. 60. Pp. 367–373.
10. **Sokolichin A., Eigenberger G., Lapin A., Lübert A.** Dynamic numerical simulation of gas-liquid two-phase flows: Euler/Euler versus Euler/Lagrange // Chemical Eng. Science. 1997. Vol. 52. No. 4. Pp. 611–626.
11. **Lord Rayleigh.** VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity // Philosophical Magazine. 1917. Ser. 6. Vol. 34. No. 200. Pp. 94–98.
12. **Plesset M., Prosperetti A.** Bubble dynamics and cavitation // Ann. Rev. Fluid Mech. 1977. Vol. 9. Pp. 145–185.
13. **Frikha S., Coutier-Delgosha O., Astolfi J.A.** Influence of the cavitation model on the simulation of cloud cavitation on 2D foil section // Intern. J. of Rotating Machinery. 2008. Vol. 2008. Article ID 146234. 12 p.
14. **Гаврилов А.А., Дектерев А.А., Финников К.А.** Моделирование кавитационных течений с использованием RANS подхода // Труды 4-й Рос. нац. конф. по теплообмену (РНКТ-4). М.: Изд-во МЭИ, 2006. Т. 5. С. 241–244.
15. **Shen Y., Dimotakis P.** The influence of surface cavitation on hydrodynamic forces // Proceedings of the 22nd American Towing Tank Conference. St. John's, Canada. August 1989. Pp. 44–53.
16. **Bakir F., Rey R., Gerber A.G., Belamri T., Hutchinson B.** Numerical and experimental investigations of the cavitating behavior of an inducer // International Journal of Rotating Machinery. 2004. Vol. 10. No. 1. Pp. 15–25.
17. **Iben U.** Modeling of cavitation // Systems Analysis, Modeling and Simulation (SAMS). 2002. Vol. 42. Pp. 1283–1307.
18. **Schmidt D.P., Rutland C.J., Corradini M.L.** A fully compressible, two-dimensional model of small, high speed, cavitating nozzles // Atomization and Sprays. 1999. Vol. 9. No. 3. Pp. 255–276.
19. **Ma J., Hsiao C.-T., Chahine G.L.** Shared-memory parallelization for two-way coupled Euler–Lagrange modeling of cavitating bubbly flows // J. Fluids Engineering. 2015. Vol. 137. No. 4. Pp. 121106-1 –121106-8.
20. **Kumzerova E.Yu., Schmidt A.A.** Numerical simulation of homogeneous nucleation and bubble dynamics in a depressurized liquid // Proc. 4th International Conference on Multiphase Flow. New Orleans, 2001.
21. **Strasberg M.** Undissolved air in cavitation nuclei // Cavitation in Hydrodynamics. London: National Phys. Lab., 1956.
22. **Hammitt F.G., Koller A., Ahmed O., Pjun J., Yilmaz E.** Cavitation threshold and superheat in various fluids // Proc. of Conference on Cavitation. Edinburg, September 3-5, 1974. Pp. 341–354.
23. **Бесов А.С., Кедринский В.К., Пальчиков Е.И.** Изучение начальной стадии кавитации с помощью дифракционной оптической методики // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 4. С. 240–244.

*Статья поступила в редакцию 29.09.2017, принята к публикации 09.11.2017.*

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ИСАЕНКО Илья Игоревич** — аспирант кафедры гидроаэродинамики, горения и теплообмена Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
a906nn@gmail.com

**МАХНОВ Андрей Васильевич** — аспирант кафедры гидроаэродинамики, горения и теплообмена Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
a\_makhnov@mail.ru

**СМИРНОВ Евгений Михайлович** — доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой гидроаэродинамики, горения и теплообмена Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
smirnov\_em@spbstu.ru

**ШМИДТ Александр Александрович** — кандидат физико-математических наук, заведующий сектором численного моделирования Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, доцент кафедры гидроаэродинамики, горения и теплообмена Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26  
alexander.schmidt@mail.ioffe.ru

### REFERENCES

- [1] I.S. Pearsall, Cavitation. UK: Mills and Boon, 1972.
- [2] V.K. Kedrinskiy, Hidrodinamika vzryva. Eksperiment i modeli [Explosion hydrodynamics. Experiment and models], Novosibirsk, the RAS Siberian Branch, 2000.
- [3] Ya.E. Geguzin, Puzyri [Bubbles], Moscow, Nauka, 1985.
- [4] A.D. Pernik, Problemy kavitatsii [Cavitation problems], Leningrad, Sudostroyeniye, 1966.
- [5] R.T. Knapp, J.W. Daily, F.G. Hammitt, Cavitation, McGraw-Hill, 1970.
- [6] J.-P. Franc, J.-M. Michel, Fundamentals of cavitation, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 2004.
- [7] R. Skoda, U. Iben, A. Morozov, et al., Numerical simulation of collapse induced shock dynamics for the prediction of the geometry, pressure and temperature impact on the cavitation erosion in microchannels, WIMRC 3rd International Cavitation Forum, 2011, University of Warwick, UK.
- [8] N.V. Petrov, A.A. Schmidt, Effect of a bubble nucleation model on cavitating flow structure in rarefaction wave, Shock Waves. 27 (4) (2017) 635–639.
- [9] N.V. Petrov, A.A. Schmidt, Multiphase phenomena in underwater explosion, Exp. Therm. Fluid Sci. 60 (2015) 367–373.
- [10] A. Sokolichin, G. Eigenberger, A. Lapin, A. Lübert, Dynamic numerical simulation of gas-liquid two-phase flows: Euler/Euler versus Euler/Lagrange, Chemical Eng. Science. 52 (4) (1997) 611–626.
- [11] Lord Rayleigh, VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity, Philosophical Magazine, Ser. 6. 34 (200) (1917) 94–98.
- [12] M. Plesset, A. Prosperetti, Bubble dynamics and cavitation, Ann. Rev. Fluid Mech. 9 (1977) 145–185.
- [13] S. Frikha, O. Coutier-Delgosha, J.A. Astolfi, Influence of the cavitation model on the simulation of cloud cavitation on 2D foil section, Int. Journal of Rotating Machinery. 2008 (2008), ID 146234, 12 p.
- [14] A.A. Gavrillov, A.A. Dekterev, K.A. Finnikov, Modelirovaniye kavitatsionnykh techeniy s ispolzovaniyem RANS podkhoda [Cavity flows simulation using RANS approach], Proceedings of the 4-th Russian National Conf. on Heat Exchange (RNCHE-4), Moscow, 5 (2006) 241–244.
- [15] Y. Shen, P. Dimotakis, The influence of surface cavitation on hydrodynamic forces, Proceedings of the 22nd American Towing Tank



Conference, St. John's, Canada, August (1989) 44–53.

[16] **F. Bakir, R. Rey, A.G. Gerber, et al.**, Numerical and experimental investigations of the cavitating behavior of an inducer, *International Journal of Rotating Machinery*. 10 (1) (2004) 15–25.

[17] **U. Iben**, Modeling of cavitation; *Systems Analysis, Modeling and Simulation (SAMS)*. 42 (2002) 1283–1307.

[18] **D.P. Schmidt, C.J. Rutland, M.L. Corradini**, A fully compressible, two-dimensional model of small, high-speed, cavitating nozzles, *Atomization and Sprays*. 9 (3) (1999) 255–276.

[19] **J. Ma, C.-T. Hsiao, G.L. Chahine**, Shared-memory parallelization for two-way coupled Euler–Lagrange modeling of cavitating bubbly flows, *J. Fluids Engineering*. 137 (4) (2015) 121106-1–121106-8.

[20] **E.Yu. Kumzerova, A.A. Schmidt**, Numerical simulation of homogeneous nucleation and bubble dynamics in a depressurized liquid, *Proc. 4th International Conference on Multiphase Flow*. New Orleans (2001).

[21] **M. Strasberg**, Undissolved air in cavitation nuclei, *Cavitation in Hydrodynamics*. London: National Phys. Lab., 1956.

[22] **F.G. Hammitt, A. Koller, O. Ahmed, et al.**, Cavitation threshold and superheat in various fluids, *Proc. of Conference on Cavitation*. Edinburg, September 3-5 (1974) 341–354.

[23] **A.S. Besov, V.K. Kedrinskii, E.I. Pal'chikov**, Izucheniye nachalnoy stadii kavitatsii s pomoshchyu difraktsionnoy opticheskoy metodiki [Studying of initial stage of cavitation using diffraction-optic method], *Tech. Phys. Letters*. 10 (4) 1984. 240–244.

*Received 29.09.2017, accepted 09.11.2017.*

#### THE AUTHORS

**ISAENKO Iliya I.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
a906nn@gmail.com

**MAKHNOV Andrey V.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
a\_makhnov@mail.ru

**SMIRNOV Evgeniy M.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation  
smirnov\_em@spbstu.ru

**SCHMIDT Alexander A.**

*Ioffe Institute of RAS, Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*  
26 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation  
alexander.schmidt@mail.ioffe.ru