

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математические
науки

ТОМ 11, № 2
2018

Издательство Политехнического университета
Санкт-Петербург
2018

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Алферов Ж.И., академик РАН – председатель;
Боровков А.И., проректор по перспективным проектам;
Варшалович Д.А., академик РАН;
Глухих В.А., академик РАН;
Жуков А.Е., чл.-кор. РАН – зам. председателя;
Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор;
Индейцев Д.А., чл.-кор. РАН;
Рудской А.И., академик РАН – зам. председателя;
Сурис Р.А., академик РАН.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – главный редактор;
Фотиади А.Э., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – зам. главного редактора;
Капралова В.М., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия – ответственный секретарь;
Антонов В.И., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Безпрозванный И.Б., д-р биол. наук, профессор, Юго-Западный медицинский центр
Техасского университета, Даллас, США;
Блинов А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Донецкий Д.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, университет штата Нью-Йорк в Стоуни-Брук, США;
Лобода О.С., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия;
Малерб Й.Б., Dr.Sc. (Physics), профессор, университет Претории, ЮАР;
Остряков В.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Привалов В.Е., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия.
Смирнов Е.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Соловьёв А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, Научно-исследовательский центр
мезобионаносистем (MBN), Франкфурт-на-Майне, Германия;
Таганцев А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, Швейцарский федеральный институт технологий,
Лозанна, Швейцария;
Топтыгин И.Н., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Тропп Э.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Фирсов Д.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Хейфец А.С., Ph.D. (Physics), профессор, Австралийский национальный университет,
Канберра, Австралия;
Черепанов А.С., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия.

Журнал с 2002 г. входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Сведения о публикациях представлены в Реферативном журнале ВИНТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich's Periodical Directory».

С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ».

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.

Распространяется по Каталогу стран СНГ, Объединенному каталогу «Пресса России» и по Интернет-каталогу «Пресса по подписке». Подписной индекс **71823**.

Журнал включен в базу данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ), размещенную на платформе Научной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibrary.ru>

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.
Тел. редакции (812) 294-22-85.
<http://ntv.spbstu.ru/physics>

THE MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF THE RUSSIAN FEDERATION



ST. PETERSBURG STATE
POLYTECHNICAL UNIVERSITY
JOURNAL

Physics
and Mathematics

VOLUME 11, No. 2
2018

Polytechnical University Publishing House
Saint Petersburg
2018

ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL. PHYSICS AND MATHEMATICS

JOURNAL EDITORIAL COUNCIL

Zh.I. Alferov – full member of RAS, head of the editorial council;
A.I. Borovkov – vice-rector for perspective projects;
V.A. Glukhikh – full member of RAS;
D.A. Indeitsev – corresponding member of RAS;
V.K. Ivanov – Dr. Sci.(phys.-math.), prof.;
A.I. Rudskoy – full member of RAS, deputy head of the editorial council;
R.A. Suris – full member of RAS;
D.A. Varshalovich – full member of RAS;
A.E. Zhukov – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council.

JOURNAL EDITORIAL BOARD

V.K. Ivanov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – editor-in-chief;
A.E. Fotiadi – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – deputy editor-in-chief;
V.M. Kapralova – Candidate of Phys.-Math. Sci., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – executive secretary;
V.I. Antonov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
I.B. Bezprozvanny – Dr. Sci. (Biology), prof., The University of Texas Southwestern Medical Center, Dallas, TX, USA;
A.V. Blinov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.S. Cherepanov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
D.V. Donetski – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., State University of New York at Stony Brook, NY, USA;
D.A. Firsov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.S. Kheifets – Ph.D., prof., Australian National University, Canberra, Australia.
O.S. Loboda – Candidate of Phys.-Math. Sci., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
J.B. Malherbe – Dr. Sci. (Physics), prof., University of Pretoria, Republic of South Africa;
V.M. Ostryakov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
V.E. Privalov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
E.M. Smirnov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.V. Solov'yov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., MBN Research Center, Frankfurt am Main, Germany;
A.K. Tagantsev – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland;
I.N. Toptygin – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
E.A. Tropp – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia.

The journal is included in the List of leading peer-reviewed scientific journals and other editions to publish major findings of theses for the research degrees of Doctor of Sciences and Candidate of Sciences.

The publications are presented in the VINITI RAS Abstract Journal and Ulrich's Periodical Directory International Database.

The journal is published since 2008 as part of the periodical edition 'Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPb-GPU'.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR). Certificate ПИ № ФС77-52144 issued December 11, 2012.

The journal is distributed through the CIS countries catalogue, the «Press of Russia» joint catalogue and the «Press by subscription» Internet catalogue. The subscription index is **71823**.

The journal is in the Russian Science Citation Index (RSCI) database.

© Scientific Electronic Library (<http://www.elibrary.ru>).

No part of this publication may be reproduced without clear reference to the source.

The views of the authors may not represent the views of the Editorial Board.

Address: 195251 Politekhnicheskaya St. 29, St. Petersburg, Russia.

Phone: (812) 294-22-85.

<http://ntv.spbstu.ru/physics>

Содержание

Физика конденсированного состояния

Меределина Т.А., Стукова Е.В., Барышников С.В., Милинский А.Ю. <i>Сегнетоэлектрический фазовый переход в иодате аммония, внедренного в пористую матрицу оксида алюминия.....</i>	9
Дюбо Д.Б., Цыбин О.Ю. <i>Связь объемных и поверхностных эффектов с высотой зарядового барьера в динамическом p-i-n-фотодиоде</i>	16
Романов Н.М., Захарова И.Б., Елистратова М.А., Лахдеранта Э. <i>Структура тонких пленок ZnTPP, ZnTPP-C₆₀ и влияние рентгеновского излучения на их фотолюминесценцию.....</i>	26
Романов Н.М., Мусихин С.Ф. <i>Воздействие гамма-излучения на люминесценцию нанокompозитов проводящего полимера МЕН-PPV с квантовыми точками сульфида свинца</i>	41

Математическое моделирование физических процессов

Заборова Д.Д., Петриченко М.Р., Мусорина Т.А. <i>Парадокс Дюпюи и математическое моделирование нестационарной фильтрации в однородной перемычке.....</i>	49
---	----

Математическая физика

Аниконов Д.С., Коновалова Д.С. <i>Прямая и обратная задачи для волнового уравнения с разрывными коэффициентами</i>	61
---	----

Физическая электроника

Коренюгин Д.Г., Марциновский А.М. <i>Асимметричный барьерный разряд в пульсирующем режиме</i>	73
Кожевников В.А., Привалов В.Е. <i>Влияние геометрии сечения активного элемента лазера на усиление его излучения</i>	84

Физическое материаловедение

Борисова М.Э., Камалов А.М., Орлов И.Д., Смирнова В.Е. <i>Релаксация заряда в частично-кристаллических полиимидах Р-ОДФО в условиях повышенной влажности</i>	96
Пахотин В.А., Закревский В.А., Сударь Н.Т., Апасеев А.А. <i>Эмиссия ионов при разрушении полимеров</i>	106

Ядерная физика

Радзевич П.В., Бердников А.Я., Бердников Я.А., Жарко С.В., Котов Д.О. <i>Изучение эффекта гашения струй в системе ультрарелятивистских столкновений ядер урана на эксперименте ФЕНИКС</i>	119
--	-----

Радиофизика

Дикий Д.В., Акимов В.П., Сочава А.А., Черепанов А.С. <i>Управление фазовым сдвигом с помощью волноводно-щелевого фазовращателя.....</i>	130
--	-----

Теоретическая физика

Агапьев К.Б., Иванов В.К., Король А.В., Соловьев А.В. <i>Каналирование ультрарелятивистских частиц в кристалле алмаза</i>	139
--	-----

Механика

Гусаков А.А., Греков М.А., Сероштанов В.В. <i>Аэродинамика и теплообмен на поверхности одиночного кольцевого ребра</i>	151
---	-----

<i>Авторский указатель</i>	165
----------------------------------	-----

Contents

Condensed matter physics

- Meredelina T.A., Stukova E.V., Baryshnikov S.V., Milinskiy A.Yu.** *The ferroelectric phase transition in the ammonium iodate embedded into the alumina porous matrix* 9
- Dyubo D.B., Tsybin O.Yu.** *The relation of volume and surface effects with a charge barrier height in a dynamic p-i-n-photodiode* 16
- Romanov N.M., Zakharova I.B., Elistratova M.A., Lähderanta E.** *The structure of ZnTPP, ZnTPP-C₆₀ thin films and X-ray effect on their photoluminescence* 26
- Romanov N.M., Musikhin S.F.** *Gamma-induced effect on the luminescence of nanocomposites of MEH-PPV conductive polymer with lead sulphide quantum dots* 41

Simulation of physical processes

- Zaborova D.D., Petritchenko M.R., Musorina T.A.** *The Dupuis paradox and mathematical simulation of unsteady filtration in a homogeneous closing dike* 49

Mathematical physics

- Anikonov D.S., Konovalova D.S.** *Direct and inverse problems for a wave equation with discontinuous coefficients* 61

Physical electronics

- Korenyugin D.G., Martsinovskiy A.M.** *An asymmetrical dielectric barrier discharge in the pulsed mode* 73
- Kozhevnikov V.A., Privalov V.E.** *The geometrical effect of an active element cross-section on the laser gain* 84

Physical materials technology

- Borisova M.E., Kamalov A.M., Orlov I.D., Smirnova V.E.** *Charge relaxation in partially crystalline R-BAPB polyimides under conditions of elevated humidity* 96
- Pakhotin V.A., Zakrevskii V.A., Sudar N.T., Apaseyev A.A.** *The ion emission during the fracture of polymers* 106

Nuclear physics

- Radzevich P.V., Berdnikov A.Ya., Berdnikov Ya.A., Zharko S.V., Kotov D.O.** *PHENIX experiment: Study of the jet quenching effect in the ultrarelativistic U + U collisions* 119

Radiophysics

- Dikiy D.V., Akimov V.P., Sochava A.A., Cherepanov A.S.** *Phase shift control using waveguide-slot phase shifter* 130

Theoretical physics

Agapev K.B., Ivanov V.K., Korol A.V., Solov'yov A.V. *Channeling of ultrarelativistic particles in a diamond crystal*..... 139

Mechanics

Gusakov A.A., Grekov M.A., Seroshtanov V.V. *Aerodynamics and heat transfer over the surface of a single circular fin*..... 151

Author index..... 165

DOI: 10.18721/JPM.11201

УДК 537.226.33.

**СЕГНЕТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ФАЗОВЫЙ ПЕРЕХОД
В ИОДАТЕ АММОНИЯ, ВНЕДРЕННОГО
В ПОРИСТУЮ МАТРИЦУ ОКСИДА АЛЮМИНИЯ****Т.А. Меределина¹, Е.В. Стукова², С.В. Барышников¹,
А.Ю. Милинский¹**¹ Благовещенский государственный педагогический университет,
г. Благовещенск, Российская Федерация;² Амурский государственный университет, г. Благовещенск, Российская Федерация;

Исследованы температурные зависимости линейной диэлектрической проницаемости ϵ' и коэффициента гармоник γ композитных материалов, полученных путем внедрения сегнетоэлектрика NH_4IO_3 в матрицы пористого оксида алюминия Al_2O_3 с диаметром пор 60 нм. Обнаружено, что фазовый переход размывается и температура Кюри смещается в область низких температур $T \approx 25$ К. Полученные результаты обсуждаются в рамках теории Ландау – Гинзбурга.

Ключевые слова: сегнетоэлектрик; диэлектрическая проницаемость; нанокompозит; фазовый переход

Ссылка при цитировании: Меределина Т.А., Стукова Е.В., Барышников С.В., Милинский А.Ю. Сегнетоэлектрический фазовый переход в иодате аммония, внедренного в пористую матрицу оксида алюминия // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 9 – 15. DOI: 10.18721/JPM.11201

**THE FERROELECTRIC PHASE TRANSITION IN THE AMMONIUM IODATE
EMBEDDED INTO THE ALUMINA POROUS MATRIX****T.A. Meredelina¹, E.V. Stukova², S.V. Baryshnikov¹, A.Yu. Milinskiy¹**¹ Blagoveshchensk State Pedagogical University, Blagoveshchensk, Russian Federation;² Amur State University, Blagoveshchensk, Russian Federation

The temperature dependences of the linear permittivity ϵ' and the harmonic coefficient γ of composite materials obtained by embedding the ferroelectric NH_4IO_3 into the porous alumina (Al_2O_3) matrix with a pore diameter of 60 nm have been studied. It was found out that the phase transition was diffused and the Curie temperature shifted to a low-temperature region $T \sim 25$ K. The results obtained were interpreted within the framework of the phenomenological Landau theory and the Ising model. On the basis of these theoretical descriptions, it was shown that the phase transition temperature in a nanocomposite was consequence of dimensional effects. At the same time, the electrical interaction between particles in adjacent pores does not play an important role, due to the low spontaneous polarization of ammonium iodate and significant distances between neighboring pores.

Key words: ferroelectric; dielectric permittivity; nanocomposite; phase transition

Citation: T.A. Meredelina, E.V. Stukova, S.V. Baryshnikov, A.Yu. Milinskiy, The ferroelectric phase transition in the ammonium iodate embedded into the alumina porous matrix, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 9 – 15. DOI: 10.18721/JPM.11201

Введение

В настоящее время значительный интерес представляют исследования диэлектрических свойств нанокompозитов на основе пористых матриц с сегнетоэлектрическим наполнением. На физические свойства таких структур оказывают влияние эффекты, связанные с размерами и геометрией сетки пор. Наибольшее число публикаций относится к нанокompозитам с введенными в поры нитритом натрия, сегнетовой солью, нитратом калия и триглицинсульфатом (см. работы [1 – 3] и ссылки в них). Выявление закономерностей изменения свойств сегнетоэлектрической компоненты нанокompозитов является важной задачей современной физики низкоразмерных систем и твердотельной электроники.

В настоящей работе приводятся результаты диэлектрических исследований нанокompозитов на основе иодата аммония, внедренного в пористые пленки оксида алюминия Al_2O_3 .

Образцы и методика эксперимента

Иодат аммония NH_4IO_3 (аммониевая соль иодноватой кислоты) – это бесцветные кристаллы, растворимые в воде. Сегнетоэлектрические свойства иодата аммония были открыты японскими учеными Ока, Мицуи, Широиси и Савада в 1976 году [4]. При температуре свыше 393 К иодат аммония находится в кубической α -фазе. Ниже этой температуры кристалл переходит в орторомбическую пьезоэлектрическую β -фазу ($Pc2_1n$) с постоянными решетки $a = 6,426 \text{ \AA}$, $b = 9,104 \text{ \AA}$, $c = 6,466 \text{ \AA}$. При дальнейшем понижении температуры, в области около 358 К, происходит трансформация в сегнетоэлектрическую γ -фазу ($Pm2_1b$), которая тоже является орторомбической, с постоянными решетки $a = 6,413 \text{ \AA}$, $b = 9,156 \text{ \AA}$, $c = 6,411 \text{ \AA}$. Структурная трансформация вблизи 358 К между неполярной пьезоэлектрической β -фазой и

сегнетоэлектрической γ -фазой обусловлена изменением наклона октаэдров IO_6^- в перовскитоподобной структуре. В то же время происходят небольшие смещения иона аммония NH_4^+ вдоль полярной оси b и возникновение спонтанной поляризации (при комнатной температуре модуль вектора спонтанной поляризации $P_s \approx 1,8 \text{ мкКл/см}^2$). Хотя пространственная группа высокотемпературной β -фазы является полярной, дипольный момент ячейки равен нулю. Фазовый переход относится к переходу первого рода с аномалиями диэлектрических, пьезоэлектрических и упругих констант.

В эксперименте использовались пористые анодированные оксидные пленки Al_2O_3 с размером ячейки 125 нм и диаметром пор 60 нм. Глубина пор составляла примерно 50 мкм. Пленки оксида алюминия были изготовлены фирмой «TopMembranes Technology» методом двустадийного электрохимического анодирования алюминия в водном растворе щавелевой кислоты при напряжении 35 В. Структура пленки представлена на рис. 1. Заполнение пористой пленки иодатом аммония проводилось из насыщенного водного раствора под вакуумом при температуре 353 – 363 К. Затем образец медленно охлаждался, в результате чего в порах зарождались нанокристаллы NH_4IO_3 . После десятикратного повторения описанной процедуры поры заполнялись и в них образовывались наностержни NH_4IO_3 . Степень заполнения пор, определенная по изменению массы пленок, составляла около 60 %. Для удаления оставшейся воды использовалась вакуумная сушка.

Линейные диэлектрические свойства образцов определяли с помощью цифрового измерителя импеданса E7-25 с частотным диапазоном 25 Гц – 1 МГц. Установка для исследования гармоник включала в себя генератор синусоидальных колебаний с рабочей частотой 2 кГц. Напряженность поля составляла примерно 750 В/см для объем-

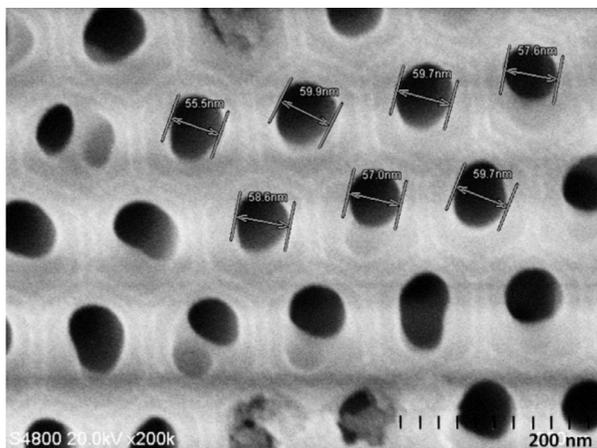


Рис. 1. Морфология поверхности пленки Al_2O_3 с размерами пор 60 нм, полученная с помощью электронного микроскопа

ного образца и 500 В/см для пленки оксида алюминия, заполненной иодатом аммония. Сигнал снимался с резистора, включенного последовательно с образцом, и подавался на цифровой анализатор спектра, в качестве которого служил компьютер с

24-разрядным аналого-цифровым преобразователем ZET 230 и программным обеспечением ZetLab. В процессе эксперимента регистрировались амплитуды второй ($U_{2\omega}$) и третьей ($U_{3\omega}$) гармоник. Коэффициент гармоник γ рассчитывался по формуле

$$\gamma = \frac{\sqrt{U_{2\omega}^2 + U_{3\omega}^2}}{U_{\omega}^2}.$$

Более подробно методика нелинейных измерений описана в работе [5].

Измерения проводились в температурном интервале 80 – 500 К в режиме непрерывного нагрева и охлаждения со скоростью 1 К/мин. Температура измерялась с помощью цифрового термометра ТС 6621. Точность определения температуры составляла около 0,1 К. Электроды наносились на образцы с помощью серебряной пасты.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Температурная зависимость диэлектрической проницаемости для объемного

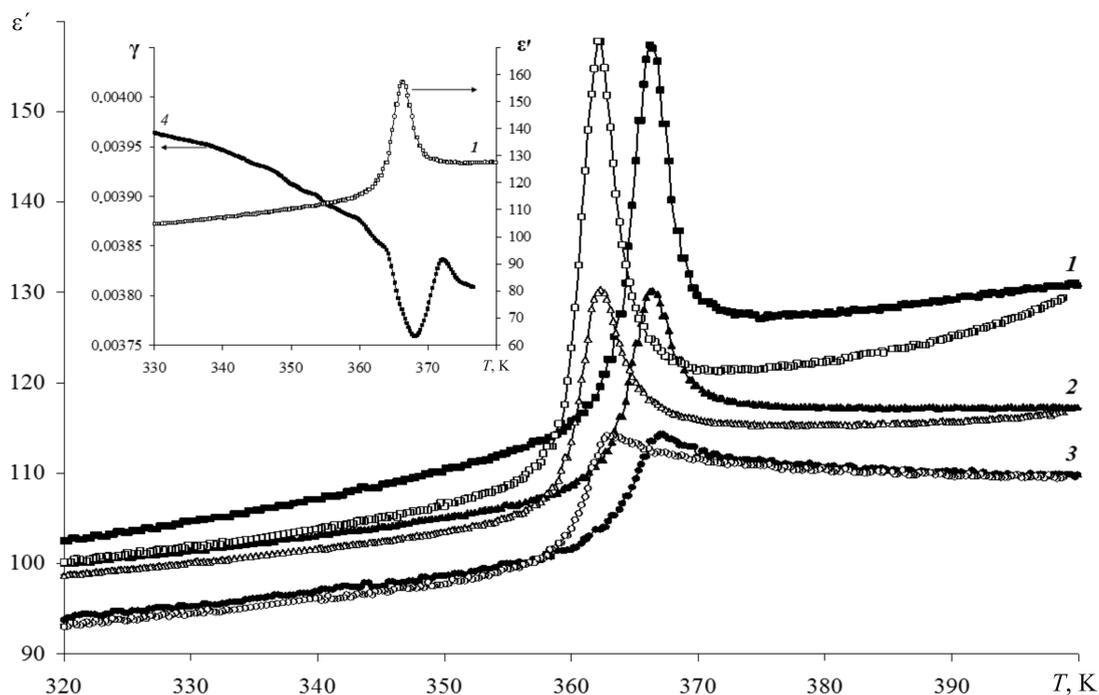


Рис. 2. Температурные зависимости диэлектрической проницаемости объемного NH_4IO_3 на разных частотах, кГц: 1 (кривая 1), 100 (2), 1000 (3); получены при нагреве (затусованные символы) и охлаждении (пустые символы) образцов. На вставке представлены зависимости $\epsilon'(T)$ (1) и $\gamma(T)$ (4) на частоте 1 кГц

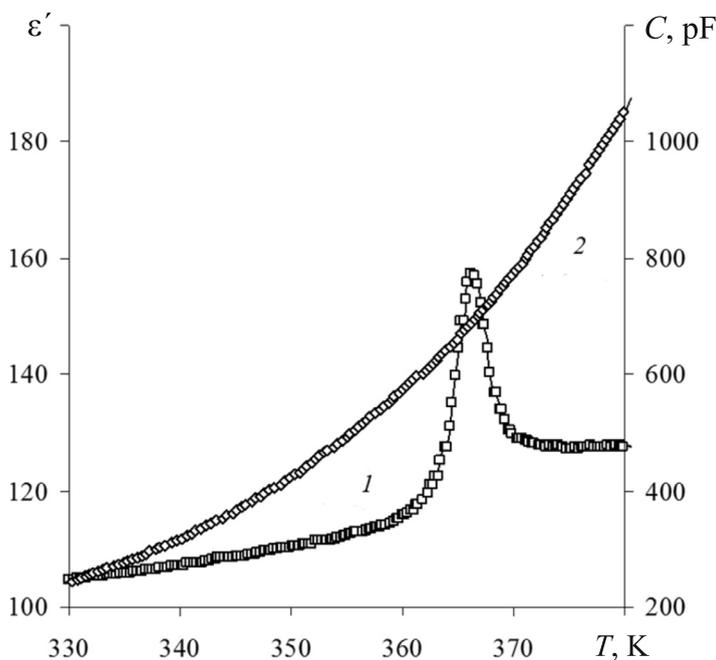


Рис. 3. Температурные зависимости диэлектрической проницаемости (1) и емкости (2) композита $\text{NH}_4\text{IO}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$ на частоте 1кГц, полученные при охлаждении образца

иодата аммония показала наличие низкочастотной дисперсии (рис. 2). На вставке рис. 2 отчетливо видно, что для объемного иодата аммония температурные точки фазового перехода, определенные из зависимостей $\epsilon'(T)$ и $\gamma(T)$, совпадают. Следует учитывать, что в точке Кюри диэлектрическая проницаемость достигает максимума, в то время как значение коэффициента гармоник минимально.

Для композита $\text{NH}_4\text{IO}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$ (рис. 3) из зависимости $\epsilon'(T)$ также следует, что с увеличением частоты происходит снижение диэлектрической проницаемости, но аномалий в поведении указанной зависимости в области температуры Кюри для NH_4IO_3 не наблюдается.

Однако исследования, проведенные методом нелинейной диэлектрической спектроскопии, указывают на наличие аномалии в районе 343 К, что говорит о наличии фазового перехода в иодате аммония NH_4IO_3 в нанопорах диаметром 60 нм. На рис. 4 приведены температурные зависимости коэффициента гармоник для объемного образца и композита $\text{NH}_4\text{IO}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$, из ко-

торых следует размытие фазового перехода и смещение температуры Кюри в область низких температур на $\Delta T \approx 25$ К.

Понижение температуры фазового перехода в иодате аммония, введенного в поры оксида алюминия, согласуется с выводами теоретических моделей, разработанных на основе феноменологической теории Ландау и модели Изинга [6 – 8]. Эти модели предсказывают, что температура структурного фазового перехода для малых изолированных частиц сферической или цилиндрической формы смещается в глубь сегнетоэлектрической фазы при уменьшении размера частиц. Выводы этих моделей были экспериментально подтверждены также для отдельных малых частиц сегнетоэлектриков типа титаната бария (см. работу [9] и ссылки в ней). Как показал теоретический анализ [10], электрическое по природе взаимодействие между сегнетоэлектрическими частицами в порах может значительно ослаблять влияние размерных эффектов. Кроме того, для малых частиц в пористых матрицах определенную роль может играть взаимодействие со стенками пор, приводя

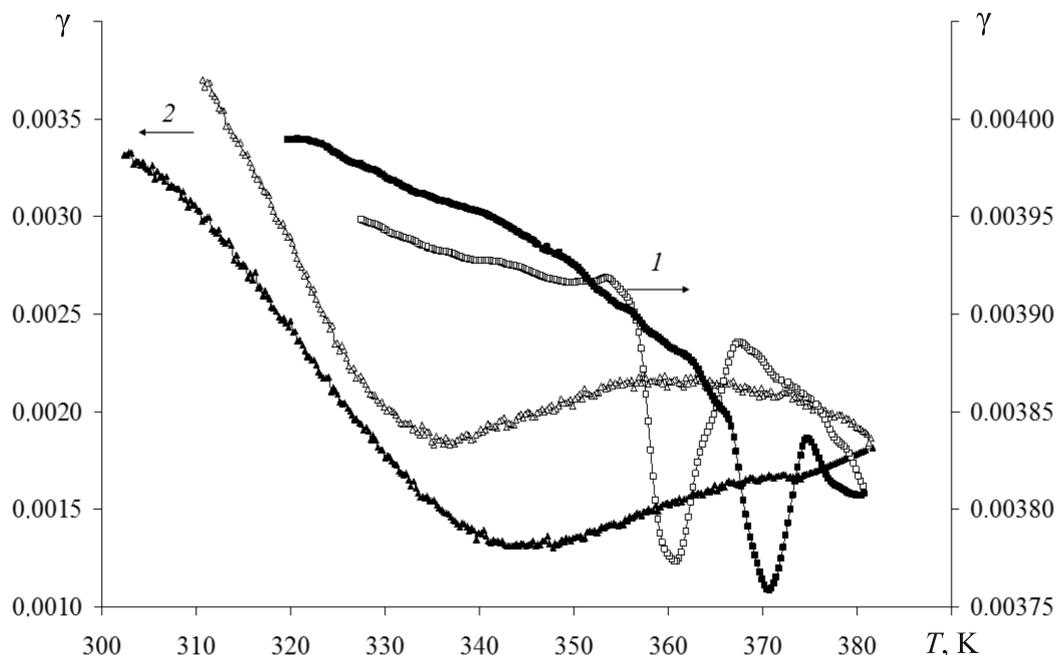


Рис. 4. Температурные зависимости коэффициента гармоник для объемного образца NH_4IO_3 (1) и композита $\text{NH}_4\text{IO}_3/\text{Al}_2\text{O}_3$ (2); получены при нагреве (затушеванные символы) и охлаждении (пустые символы)

к изменению знака смещения фазового перехода [11]. Значительное понижение температуры сегнетоэлектрического перехода в иодате аммония, расположенного в порах оксида алюминия, свидетельствует о преобладании размерных эффектов для такого нанокompозита. Электрическое же взаимодействие между частицами в соседних порах не играет существенной роли, в связи с малой величиной спонтанной поляризации иодата аммония и значительными расстояниями между соседними пора́ми.

Вопрос о размытии фазового перехода в сегнетоэлектриках, помещенных в наноразмерные матрицы, не является новым, он ставился в теоретическом плане ранее в ряде работ [12, 13]. Среди причин, которые могут привести к этому эффекту, можно назвать неоднородное распределение деформации частиц в порах и величины эффективного внутреннего электрического поля. Подобная картина наблюдается как в объемных разупорядоченных сегнетоэлектрических структурах, так и в твердых

растворах. Переход из параэлектрической фазы в сегнетоэлектрическую у этих веществ характеризуется не резким структурным, а постепенным размытым переходом, который наблюдается в широком температурном интервале, обычно именуемом областью Кюри. В пределах области Кюри сегнетоэлектрические свойства, такие как спонтанная поляризация, пьезокоэффициенты, аномалия удельной теплоемкости и другие, меняются постепенно.

Заключение

В настоящей работе обнаружено понижение температуры сегнетоэлектрического фазового перехода в наноструктурированном иодате аммония, находящегося в порах оксида алюминия. Температура фазового перехода понижается на 25 К. Сдвиг фазового перехода в область более низких температур для наноструктурированного иодата аммония согласуется с теоретическими представлениями моделей Ландау и Изинга для изолированных малых частиц.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tien C., Charnaya E.V., Podorozhkin D.Yu., Lee M.K., Baryshnikov S.V. Ferroelectricity and gradual melting in NaNO_2 particles confined within porous alumina // *Physica Status Solidi (b): Basic Solid State Physics*. 2009. Vol. 246. No. 10. Pp. 2346–2351.
2. Барышников С.В., Милинский А.Ю., Чарная Е.В., Патрушев Ю.В. Фазовые переходы в KNO_3 , введенном в поры регулярной наноразмерной пленки MCM-41 // *Физика твердого тела*. 2013. Т. 55. № 12. С. 2439–2443.
3. Милинский А.Ю., Барышников С.В., Антонов А.А. Исследование фазовых переходов сегнетоэлектрика $\text{Sc}(\text{NH}_2)_2$ в нанопористых матрицах на основе Al_2O_3 // *Физика твердого тела*. 2017. Т. 59. № 9. С. 1759–1764.
4. Oka T., Mitsui T., Shiroishi Y., Sawada Sh. Ferroelectricity in NH_4IO_3 // *J. Phys. Soc. Japan*. 1976. Vol. 40. No. 3. Pp. 913–914.
5. Милинский А.Ю., Шацкая Ю.А., Антонов А.А., Барышников С.В. Метод нелинейной диэлектрической спектроскопии для исследования сегнетоэлектриков в случае сильных полей // *Известия Самарского научного центра РАН*. 2014. Т. 16. № 4. С. 83–89.
6. Zhong W.L., Wang Y.G., Zhang P.L., Qu B.D. Phenomenological study of the size effect on phase transitions in ferroelectric particles // *Phys. Rev. B*. 1994. Vol. 50. No. 2. Pp. 698–703.
7. Wang Y.G., Zhong W.L., Zhang P.L. Size driven phase transition in ferroelectric particles // *Solid State Commun.* 1994. Vol. 90. No. 5. Pp. 329–332.
8. Wang C.L., Xin Y., Wang X.S., Zhang P.L. Size effects of ferroelectric particles described by the transverse Ising model // *Phys. Rev. B*. 2000. Vol. 62. No. 17. Pp. 11423–11427.
9. Shchukin V.A., Bimberg D. Spontaneous ordering of nanostructures on crystal surfaces // *Rev. Mod. Phys.* 1999. Vol. 71. No. 4. Pp. 1125–1171.
10. Charnaya E.V., Pirozerskii A.L., Tien C., Lee M.K. Ferroelectricity in an array of electrically coupled confined small particles // *Ferroelectrics*. 2007. Vol. 350. No. 1. Pp. 75–80.
11. Sedykh P., Michel D. Ferroelectric phase transition in barium titanate nanoparticles // *Phys. Rev. B*. 2009. Vol. 79. No. 13. P. 134119.
12. Ролов Б.Н., Юркевич В.Э. Термодинамика фазовых переходов в сегнетоактивных твердых растворах. Рига: Зинатне, 1976. 216 с.
13. Френкель Я.И. Статистическая физика. М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. 760 с.

Статья поступила в редакцию 09.01.2018, принята к публикации 29.01.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

МЕРЕДЕЛИНА Татьяна Александровна — кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры физики Благовещенского государственного педагогического университета, г. Благовещенск, Российская Федерация.

675000, Российская Федерация, г. Благовещенск, ул. Ленина, 104
biofirm@mail.ru

СТУКОВА Елена Владимировна — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Амурского государственного университета, г. Благовещенск, Российская Федерация.

675027, Российская Федерация, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21
lenast@bk.ru

БАРЫШНИКОВ Сергей Васильевич — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Благовещенского государственного педагогического университета, г. Благовещенск, Российская Федерация.

675000, Российская Федерация, г. Благовещенск, ул. Ленина, 104.
svbar2003@list.ru

МИЛИНСКИЙ Алексей Юрьевич — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики Благовещенского государственного педагогического университета, г. Благовещенск, Российская Федерация.

675000, Российская Федерация, г. Благовещенск, ул. Ленина, 104а.
milinskiy@mail.ru



REFERENCES

- [1] C. Tien, E.V. Charnaya, D.Yu. Podorozhkin, et al., Ferroelectricity and gradual melting in NaNO_2 particles confined within porous alumina, *Physica Status Solidi (b): Basic Solid State Physics*. 246 (10) (2009) 2346–2351.
- [2] S.V. Baryshnikov, A.Yu. Milinskiy, E.V. Charnaya, Y.V. Patrushev, Phase transitions in KNO_3 embedded in MCM-41 films with regular nanopores, *Physics of the Solid State*. 55 (12) (2013) 2566–2570.
- [3] A.Y. Milinskii, S.V. Baryshnikov, A.A. Antonov, Phase transition of $\text{Sc}(\text{NH}_2)_2$ ferroelectrics in Al_2O_3 -based nanoporous matrices, *Physics of the Solid State*. 59 (9) (2017) 1783–1788.
- [4] T. Oka, T. Mitsui, Y. Shiroishi, Sh. Sawada, Ferroelectricity in NH_4IO_3 , *J. Phys. Soc. Japan*. 40 (3) (1976) 913–914.
- [5] A.Yu. Milinskiy, Yu.A. Shatskaya, A.A. Antonov, S.V. Baryshnikov, Metod nelineynoy dielektricheskoy spektroskopii dlya issledovaniya segnetoelektrikov v sluchaye silnykh poley [Nonlinear dielectric spectroscopy for studies of ferroelectrics in the high-field region], *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN*. 16 (4) (2014) 83–89.
- [6] W.L. Zhong, Y.G. Wang, P.L. Zhang, B.D. Qu, Phenomenological study of the size effect on phase transitions in ferroelectric particles, *Phys. Rev. B*. 50 (2) (1994) 698–703.
- [7] Y.G. Wang, W.L. Zhong, P.L. Zhang, Size driven phase transition in ferroelectric particles, *Solid State Commun.* 90 (5) (1994) 329–332.
- [8] C.L. Wang, Y. Xin, X.S. Wang, P.L. Zhang, Size effects of ferroelectric particles described by the transverse Ising model, *Phys. Rev. B*. 62 (17) (2000) 11423–11427.
- [9] V.A. Shchukin, D. Bimberg, Spontaneous ordering of nanostructures on crystal surfaces, *Rev. Mod. Phys.* 71 (4) (1999) 1125–1171.
- [10] E.V. Charnaya, A.L. Pirozerskii, C. Tien, M.K. Lee, Ferroelectricity in an array of electrically coupled confined small particles, *Ferroelectrics*. 350 (1) (2007) 75–80.
- [11] P. Sedykh, D. Michel, Ferroelectric phase transition in barium titanate nanoparticles, *Phys. Rev. B*. 79 (13) (2009) 134119.
- [12] B.N. Rolov, V.E. Yurkevich, Termodinamika fazovykh perekhodov v segnetoaktivnykh tverdykh rastvorakh [Thermodynamics of phase transitions in ferroelectric solid solutions] Riga, Zinatne, 1976.
- [13] Ya.I. Frenkel, Statisticheskaya fizika [Statistical physics], Moscow, Leningrad, Izd-vo AN SSSR, 1948.

Received 09.01.2018, accepted 29.01.2018.

THE AUTHORS

MEREDELINA Tatiana A.

Blagoveshchensk State Pedagogical University

104, Lenina St., Blagoveshchensk, 675000, Russian Federation

biofirm@mail.ru

STUKOVA Elena V.

Amur State University

21 Ignatievskoe HW, Blagoveshchensk, 675027, Russian Federation

lenast@bk.ru

BARYSHNIKOV Sergey V.

Blagoveshchensk State Pedagogical University

104 Lenina St., Blagoveshchensk, 675000, Russian Federation

svbar2003@list.ru

MILINSKIY Aleksey Yu.

Blagoveshchensk State Pedagogical University

104 Lenina St., Blagoveshchensk, 675000, Russian Federation

a.milinskiy@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.11202

УДК 621.383.522

СВЯЗЬ ОБЪЕМНЫХ И ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭФФЕКТОВ С ВЫСОТОЙ ЗАРЯДОВОГО БАРЬЕРА В ДИНАМИЧЕСКОМ $p-i-n$ -ФОТОДИОДЕ

Д.Б. Дюбо, О.Ю. Цыбин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Проанализированы характеристики микроэлектронного динамического операционного $p-i-n$ -фотодетектора, обусловленные взаимодействием объемных эффектов и адсорбированных частиц на поверхности пленки оксида кремния. Рассмотрены температурные характеристики в режиме светового облучения, аномальные характеристики температурного гистерезиса, процессы в адсорбированном слое и перенос носителей заряда через потенциальный барьер в объеме кремниевой подложки. Обнаружено, что чувствительность прибора по отношению к фототоку нелинейно зависит от температуры. Предложена теоретическая модель, которая связывает процессы термо- и фотогенерации носителей заряда с параметрами потенциальных барьеров, зависящими от температуры и от модуляции зарядом подвижных носителей. Выявлены эффекты, обусловленные формированием поверхностных зарядов при осаждении частиц из внешнего окружения на пленке диоксида кремния, на элементах оптической системы, например, при работе во влажной среде или при разгерметизации прибора. Найдены условия и режимы, оптимальные для проведения измерений фототока.

Ключевые слова: динамический $p-i-n$ -фотодиод; температурный гистерезис; объемный эффект; зарядовый барьер

Ссылка при цитировании: Дюбо Д.Б., Цыбин О.Ю. Связь объемных и поверхностных эффектов с высотой зарядового барьера в динамическом $p-i-n$ -фотодиоде // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 16 – 25. DOI: 10.18721/JPM.11202

THE RELATION OF VOLUME AND SURFACE EFFECTS WITH A CHARGE BARRIER HEIGHT IN A DYNAMIC $p-i-n$ -PHOTODYODE

D.B. Dyubo, O.Yu. Tsybin

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The characteristics of the microelectronic dynamic operational $p-i-n$ -photodetector have been analyzed. These features are determined by the interaction of volume effects with particles adsorbed on the SiO_2 film surface. The temperature characteristics in the visible light irradiation regime, the anomalous characteristics of the temperature hysteresis, the processes in the adsorbed layer and the charge carriers' transport through the potential barrier in the Si substrate bulk were considered. The photocurrent sensitivity of the device was found to depend nonlinearly on temperature. We proposed a theoretical model that related the processes of thermal- and photo-generation of the charge carriers with the potential barrier parameters. The effects resulted from the formation of the surface charges were revealed. The optimal conditions and regimes for measuring the photocurrent were determined.

Key words: dynamic $p-i-n$ -diode; temperature hysteresis; volume effect; charge barrier



Citation: D.B. Dyubo, O.Yu. Tsybin, The relation of volume and surface effects with a charge barrier height in a dynamic $p-i-n$ -photodiode, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 16 – 25. DOI: 10.18721/JPM.11202

Введение

Эффективные фотодетекторы электромагнитных излучений в видимой спектральной области широко востребованы в науке и технике. Высокие требования предъявляются к их чувствительности, стабильности, уровню шума, габаритам и другим характеристикам. Разработка полупроводниковых приборов, отвечающих таким требованиям, представляет собой актуальную задачу электроники.

Вакуумные фотоэлектронные умножители обладают высокой чувствительностью, но не представлены в микроэлектронном исполнении и обладают рядом недостатков: имеют высокий уровень шума, узкий динамический диапазон, не обеспечивают режима получения двумерного изображения; кроме того, их фотокатоды подвержены деградации. Для них также характерны недостаточные ударопрочность и вибростойкость, и еще они требуют высоковольтных источников питания.

Умножители электронов на микроканальных пластинах имеют меньшие размеры, но их характеристики нестабильны при вибрациях и неустойчивы к ионизирующему излучению; эти устройства также требуют высокого напряжения питания.

Обычные полупроводниковые фотоприемники и ПЗС-матрицы также не лишены недостатков: требуют применения высокочувствительных широкополосных предусилителей и интеграторов сигналов. Но такие схемы вносят дополнительно высокий уровень шума, допускают потери слабых сигналов.

Новые $p-i-n$ -фотодиоды [1] оснащены металло-оксидным полупроводниковым (КМОП) затвором, размещенным вокруг встроенной обедненной p -области кремния (КМОП – комплементарная структура металл – оксид – полупроводник). Спектральная чувствительность диода достаточно высока в видимом диапазоне электромагнитных волн (400 – 800 нм).

Прибор работает в динамическом режиме с импульсным напряжением, переключаясь из обратного смещения напряжения в прямое. Измеряемой величиной, которая характеризует поток фотонов, служит не амплитуда подаваемого на устройство сигнала, а время переключения, которое зависит от энергетической дозы поглощенного света. В исходном состоянии и в течение времени задержки τ после переключения электроны и дырки удерживаются электростатическими потенциальными барьерами, соответствующими больцмановскому равновесию диффузии и дрейфа вблизи границ областей обеднения. После переключения из обратного смещения в прямое прибор в течение определенного времени задержки τ продолжает находиться в закрытом состоянии, причем до тех пор, пока подвижные носители заряда остаются запертыми потенциальными барьерами. Рост инжектируемого тока происходит при облучении фотонами, которые генерируют в кремнии электронно-дырочные пары. Время переключения τ определяется динамикой нейтрализации пространственного заряда барьеров при инжекции носителей заряда: электронов в область катода и дырок в область анода. Дополнительный ток инжекции создают носители, произведенные в процессе термогенерации. Суммарный ток обеспечивает заполнение области обеднения и нейтрализацию барьеров за время τ . По мере протекания тока и заполнения областей обеднения потенциальные барьеры становятся более низкими и узкими. Переключение из состояния с низкой амплитудой выходного тока в сильноточное состояние происходит с крутым фронтом, предположительно, вследствие туннельного пробоя через сужающийся барьер, причем этот процесс усиливается положительным эффектом обратной связи за счет возвратного переноса дырок к катоду.

Предполагается, что новые $p-i-n$ -фотодиоды перспективны для применения в системах регистрации слабых излучений

в видимом спектральном диапазоне, в том числе в люминометрах, анализаторах спектра и других фоточувствительных приборах [1, 2].

Однако характеристики прибора и физические процессы, лежащие в основе его работы, пока изучены недостаточно. Температурные характеристики необходимы для правильного описания процессов в приборе, а также для определения рабочих условий и параметров его применения.

В работе [2] измерены температурные зависимости времени самопереключения диода в отсутствие внешнего освещения. Предложена также теоретическая модель протекания тока, позволяющая интерпретировать экспериментальные характеристики. Авторы работы приняли допущение, что в режиме самопереключения в процессах нейтрализации могут участвовать только носители, способные преодолеть потенциальный барьер за счет тепловой энергии. При отсутствии внешнего облучения плотность тока J_0 термогенерированных носителей заряда, протекающего над потенциальным барьером, оценивалась путем интегрирования функции Ферми по энергии выше барьера E_b . В результате было получено соотношение, определяющее зависимость нейтрализованной части $Q(t)$ полного заряда барьера от времени t , температуры T и текущего значения высоты барьера $E_b(t)$:

$$Q(t) \sim \int_0^t dt \cdot T^2 \exp(-E_b(t) / kT). \quad (1)$$

Значение высоты барьера $E_b(t)$ зависит от времени по двум причинам: во-первых, ввиду нейтрализации заряда термотоком и, во-вторых, вследствие снижения высоты барьера зарядом термогенерированных носителей. Быстрое переключение диода происходит, когда значение $Q(t)$ достигает критического значения Q_c при $t = \tau$. Эта простая модель позволила достаточно точно аппроксимировать экспериментальные температурные зависимости, но оставила неопределенными температурные характеристики переключения при освещении фотодиода потоком фотонов и адсорбции на

фоточувствительном слое частиц из внешнего окружения.

Цель данной работы состояла в дальнейшем развитии модели процессов, происходящих в приборе и зависящих от температуры, в определении механизмов влияния внешних факторов на эти процессы, в том числе изменения концентрации адсорбированного слоя на поверхности пленки оксида кремния в наружной области между катодом и затвором.

Методы исследования

Диод на время измерений помещали в светоизолированный термостат, в котором изменяли и контролировали температуру в интервале от 275 до 305 К при естественной влажности. Температуру изменяли в квазиравновесных условиях: медленно (менее 1 град/мин) и небольшими шагами; на каждом шаге диод выдерживали длительное время для установления нового значения температуры так, чтобы скорость изменения температуры не влияла на получаемые результаты. При переходе в режим облучения потоком фотонов регулировали внешнюю освещенность поверхности диода видимым дневным светом путем изменения размера затвора-диафрагмы в стенке термостата. Чтобы исследовать влияние влажности на прибор, его не герметизировали.

В экспериментах не измеряли абсолютного значения интенсивности потока фотонов, так как для целей исследования было достаточно получать только относительные значения. Ненулевой минимальный уровень освещенности соответствовал режиму при комнатной температуре и минимальном фототоке, который не был замечен на фоне тока термогенерации. Увеличение интенсивности потока производили в динамическом диапазоне до значений, превышающих указанный уровень на один-два порядка.

Для питания диода и измерений использовали программируемую управляющую схему с встроенным микроэлектронным чипом. Время самопереключения диода и время его переключения при освещении определяли по отсчетам управляющей схемы и одновременно контролировали циф-

ровым осциллографом ТДХ-520.

Для компьютерного моделирования процессов в диоде использовали программу Comsol, с помощью которой определяли объемное распределение потенциала. При этом задавали геометрические параметры диода, значения концентрации примесей, напряжений на электродах диода, а также учитывали наличие адсорбированных молекул воды на наружной поверхности пленки оксида кремния в области между катодом и затвором.

Результаты экспериментального исследования и их обсуждение

Типичные зависимости нормированного обратного времени переключения диода (в логарифмическом масштабе) от температуры представлены на рис. 1 в трех режимах: самопереключение термогенера-

рованными носителями и переключение в двух режимах при освещении постоянным (не зависящим от времени) потоком фотонов ($\Phi = \text{const}$). Нормировочное значение максимального времени τ_{max} принималось постоянным. Очевидно (см. рис. 1), что кривые, полученные при облучении фотонами, отличаются от таковых, зарегистрированных в режиме термогенерации, при котором допустима аппроксимация формулой (1). Зависимости при фотогенерации носителей заряда не представляются линейными смещениями кривой 1. Поведение величины τ_{max} / τ в зависимости от температуры T при облучении предельно слабым, на пороге чувствительности прибора, потоком Φ_2 на кривой 2 свидетельствует о конкуренции двух типов генерации. Графики зависимостей 2 и 3 остаются приблизительно экспоненциальными с

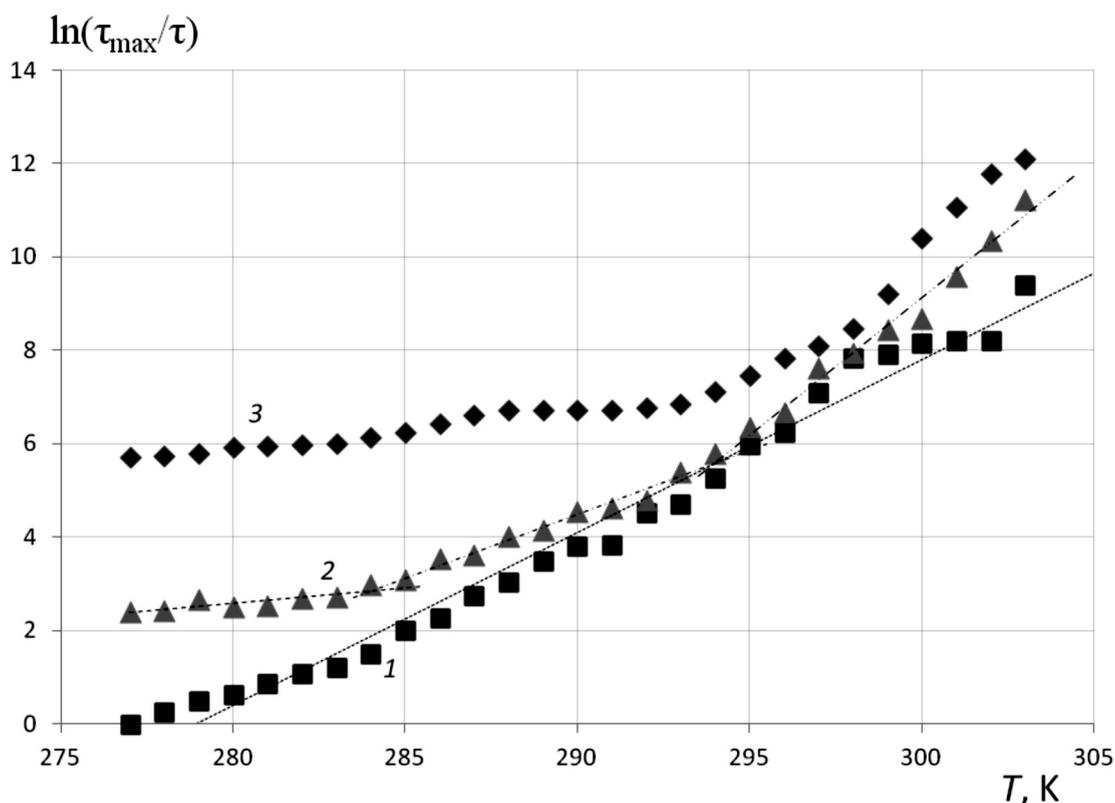


Рис. 1. Температурные зависимости логарифма обратного времени переключения диода без освещения (1) и при освещении (2, 3) видимым светом с различным потоком фотонов Φ : 1 – носители заряда генерируются термически ($\Phi_1 = 0$); 2 – случай конкуренции двух типов генерации для предельно малого потока фотонов ($\Phi_2 > 0$), 3 – преобладает процесс фотогенерации, но возникает термогенерация при повышенных температурах ($\Phi_3 > \Phi_2$); $\tau_{\text{max}} = \text{const}$

разными показателями экспоненты на отдельных участках: низким (около 0,49) при преобладании фототока над током термогенерации, значительным в температурной области $T > 285$ К; небольшим (около 2,11) при $285 < T < 295$ К и, наконец, увеличенным (около 4,61) при преобладании тока термогенерации, когда $T > 295$ К.

При увеличении фототока (кривая 3 на рис. 1) показатель экспоненты остается приблизительно постоянным и малым (около 0,52) при $T < 295$ К, т. е. время переключения в этом режиме слабее зависит от температуры, чем в режиме термогенерации при нулевом освещении. При увеличении температуры в область $T > 295$ К наклон зависимости 3 значительно возрастает, что указывает на увеличенный вклад термотока. Поток фотонов Φ_2 выбран предельно малым по интенсивности, но все же регистрируемым по отношению к термотоку; для него отношение сигнал/шум SNR определяется следующим образом:

$$\text{SNR} = P_{ph} / P_{th},$$

где P_{ph} , P_{th} – мощности полного сигнала фотогенерации и сигнала термогенерации, соответственно.

Значение величины SNR близко к 1 при температуре $T > 290$ К; $\text{SNR} > 1$ при $T < 290$ К, и данный участок на его температурной зависимости можно считать оптимальным для использования фотодиода. Однако, как будет показано ниже, имеются ограничения и со стороны низких температур.

Причины, по которым происходит изменение температурной зависимости времени переключения при экспозиции фотонами, можно объяснить неравновесной генерацией электронно-дырочных пар, получающих начальную избыточную энергию по отношению к температуре решетки в кремниевой подложке. Для фотогенерированных носителей в области выше равновесной термодинамической энергии kT происходит снижение эффективной высоты удерживающего потенциального барьера. Протекание суммарного тока термогенерации и фотогенерации в этом случае можно определить соотношением, уточняющим формулу (1):

$$Q(\tau) \sim \int_0^{\tau} dt \cdot T^2 \exp\left(\frac{-E_b(t) - \Delta E_b(\Phi, T)}{kT}\right), \quad (2)$$

где $\Delta E_b(\Phi, T)$ – эффективное снижение высоты барьера за счет нейтрализации объемного заряда фотогенерированными носителями (Φ – доза облучения).

Фототок, протекающий над барьером, пропорционален дозе облучения, т. е. $I_{\Phi}(\Phi) \sim \text{const} \cdot \Phi$.

В модели, соответствующей формуле (2), рассмотрение фототока полностью заложено в изменение высоты барьера. Эта модель, в которой учитываются вклад фототока в нейтрализацию заряда барьера, модуляция высоты барьера зарядом фотогенерированных носителей и зависимость высоты барьера от температуры, позволила точнее интерпретировать зависимости, представленные на рис. 1. При разбиении на участки экспериментальные кривые хорошо аппроксимируются экспонентами с разными показателями. В этом проявляется, вероятно, зависимость изменения эффективной высоты барьера $\Delta E_b(\Phi, T)$ от температуры. Параметры барьеров были нами определены по зависимостям на рис. 1 для режима напряжений на электродах диода, соответствующих вычислениям по программе Comsol (см. ниже данные на рис. 3). Полученные значения параметров в формуле (2) находятся в согласии как с принятой моделью, так и с результатом компьютерных вычислений:

$$W_1 = E_b = 2,62 \text{ В};$$

$$W_2 = E_b + \Delta E_b(\Phi, T_{<295}) = 0,52 \text{ В};$$

$$\Delta E_b(\Phi, T_{<295}) = -2,10 \text{ В},$$

где W_1 , W_2 – значения высоты барьера при $\Phi = 0$ независимо от температуры и при $\Phi = \Phi_3$ для температурной области $T < 295$ К, соответственно; $\Delta E_b(\Phi, T_{<295})$ – изменение высоты барьера при условиях, обозначенных для величины W_2 .

Для дальнейшего уточнения температурных характеристик в области пониженных температур мы производили измерения с циклическими процессами охлаждения и нагрева. Впервые гистерезис

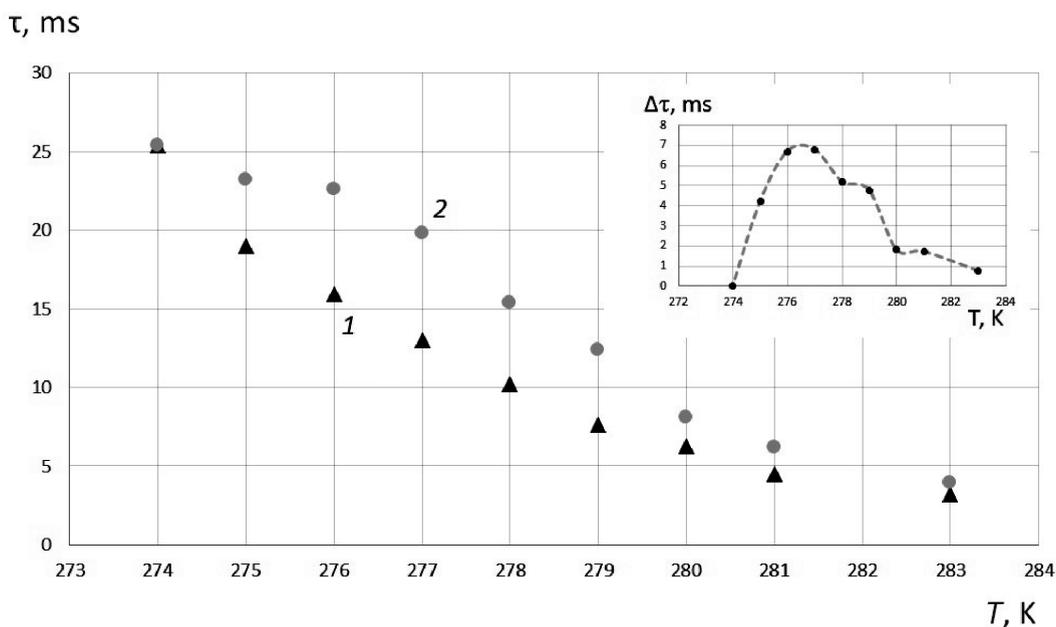


Рис. 2. Температурные зависимости времени самопереключения диода при начальном охлаждении (1) и последующем нагреве (2). На вставке по оси ординат отложены значения разности кривых 2 и 1

наблюдался в диапазоне температур около 270 – 280 К – вблизи расчетной точки росы. Как можно видеть на рис. 2, циклу нагрева соответствовало время переключения диода, увеличенное по сравнению с временем переключения, соответствующим циклу охлаждения. Причиной наблюдаемого гистерезиса может являться зависимость концентрации адсорбированных частиц от температуры. Действительно, при квазиравновесных условиях выравниваются потоки частиц, падающих на поверхность и уходящих с нее. Однако концентрация частиц, удерживаемых на поверхности за счет сил адсорбции, зависит от предыстории изменения температуры даже в квазиравновесных процессах. При повышении температуры процессы определяются повышенной концентрацией адсорбата, полученной при более низкой температуре.

Естественно, что при пониженной температуре происходила конденсация паров воды из окружающего атмосферного объема на слое диоксида кремния и нарастала достаточно адсорбированная поверхностная пленка, состоящая из молекул воды. При нагреве эта пленка постепенно утончалась,

изменяя при этом время переключения диода, но с другой закономерностью, по сравнению с температурной зависимостью этой величины при охлаждении.

Возможная схема проявления процессов гистерезиса в измеряемых параметрах диода состоит в том, что поверхностные заряды в пленке искажают распределение потенциала и высоту барьеров на траекториях движения носителей заряда в ближней к поверхности области в кремниевой подложке. Вопрос о зарядовом состоянии адсорбированного слоя выглядит сложным, и в известных литературных источниках представлен мало. Причиной возникновения заряженного слоя у поверхности может быть разделение зарядов в пленке ввиду различия их подвижности [3, 4]. Протоны имеют аномально большую подвижность и способны за счет этого производить ионы H_3O^+ и его стабильные комплексы [5 – 7]. Кроме того, такие ионы могут образовываться на поверхности в ходе реакции самоионизации воды [3 – 5]:



Еще одним активным ионом является

катион NO^+ , способный создавать сильные связи с молекулами воды и, соответственно, стабильные кластеры $\text{NO}^+ + (\text{H}_2\text{O})_n$ [8].

Связь молекул воды с поверхностью и образование соответствующих ионов в пленке можно трактовать также в терминах простого кислотно-основного взаимодействия по Льюису [9, 10]: молекула воды выступает в роли электронного донора (Льюисово основание), а субстрат – в роли электронного акцептора (Льюисова кислота).

При том, что детали этого явления не определены, сам факт зарядки в присутствии молекул воды соответствует современным представлениям об адсорбированном слое. Заряды на поверхности генерируют электрическое поле, изменяющее вид потенциальных барьеров в кремниевой основе фотодиода. Подобные явления известны в полупроводниковых биосенсорах [11].

Для дальнейшей интерпретации результатов применялось компьютерное моделирование с использованием пакета Comsol. Нами были вычислены значения высоты и модуляции потенциальных барьеров при за-

данных допустимых значениях поверхностных и объемных зарядов. Принималось, что молекулярная пленка имеет малый заряд с поверхностной концентрацией, соответствующей приблизительно 10%-ой ионной компоненте в нейтральном лэнгмюровском монослое, что можно считать близким к условиям измерений.

Нами также был определен профиль электростатического потенциала барьеров, удерживающих объемный заряд в режиме переключения $p-i-n$ -диода со встроенным металло-оксидным полупроводниковым затвором, размещенным вокруг p -области. При моделировании получены статические пространственные распределения значений потенциала для различных температур и пленок адсорбированных частиц на наружной поверхности пленки SiO_2 в области между катодом и затвором. На рис. 3 показано распределение потенциала при прямом смещении (анод и затвор имеют положительный потенциал относительно катода), вычисленное в плоскости, находящейся на расстоянии десятых долей микрона от

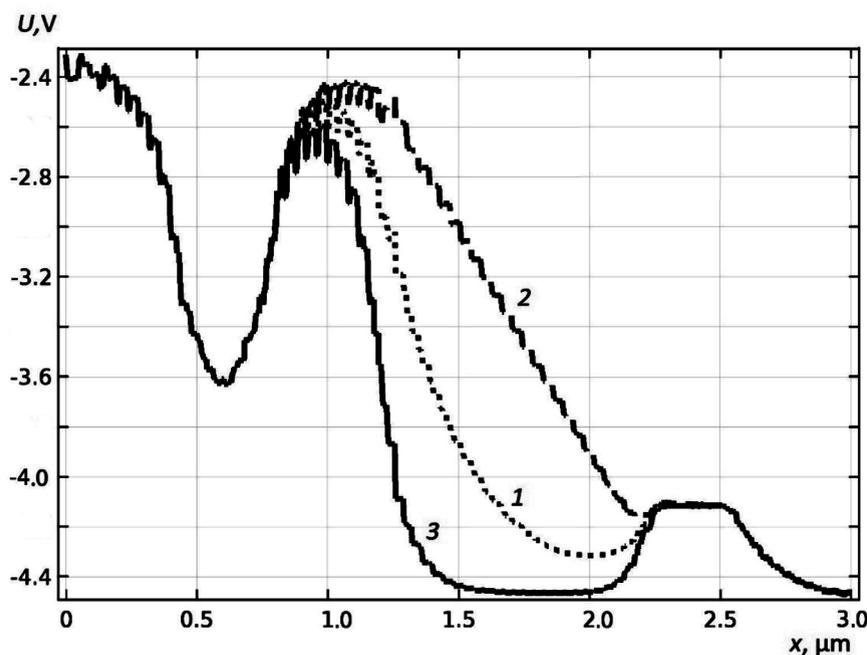


Рис. 3. Расчетные распределения статического потенциала вдоль траектории движения носителей заряда при различных зарядовых состояниях адсорбированного слоя: 1 – в отсутствие адсорбированной пленки; 2, 3 – при наличии такой пленки, создающей соответственно положительно и отрицательно заряженные слои (значение поверхностного заряда было принято равным $0,01 \text{ Кл/м}^2$)



верхней поверхности диода, где проходят возможные траектории частиц. Распределение потенциала вычислено вдоль траектории движения носителей заряда.

Очевидно (см. рис. 3), что существуют электростатические барьеры, захватывающие заряды в потенциальных ямах на траектории движения носителей. Величина напряженности электрического поля быстро снижается за пределами области обеднения. Из-за отсутствия достаточно сильного электрического поля, носители заряда малоподвижны. Молекулярная пленка создает заряженный слой у поверхности, который своим электрическим полем изменяет высоту и форму потенциальных барьеров, управляя протеканием нейтрализующих потоков носителей заряда. Расчеты высоты барьера на основе данных рис. 3 были использованы и приведены выше при оценках температурных зависимостей и параметров по формуле (2), а также использованы для определения отношения высоты барьера с поверхностной пленкой E_{bs} к высоте барьера без пленки E_b :

$$\gamma = E_{bs} / E_b \cong 1,2.$$

Заключение

Проведенное экспериментальное и теоретическое исследование привело к следующим результатам:

в динамическом режиме определены температурные характеристики $p-i-n$ -диода со встроенным металло-оксидным полупроводниковым затвором в условиях, близких к практическому использованию прибора, т. е. при измерении фототока и

одновременном воздействии на объект внешнего атмосферного окружения;

обнаружено, что чувствительность прибора по отношению к фототоку нелинейно зависит от температуры – имеются участки с различной крутизной температурных характеристик;

предложена теоретическая модель, которая связывает процессы термо- и фотогенерации носителей заряда с изменением высоты потенциальных барьеров, зависящей от температуры и от модуляции зарядом подвижных носителей;

найжены условия и режимы, оптимальные для проведения измерений фототока;

обнаружены эффекты, которые могут проявляться вследствие формирования поверхностных зарядов при осаждении частиц из внешнего окружения на пленке диоксида кремния, на элементах оптической системы, например при работе во влажной среде или при разгерметизации прибора.

Полученные теоретические и экспериментальные результаты позволили уточнить динамические сценарии процессов в приборе, а также оценить области и рабочие параметры его возможного применения в измерительной аппаратуре. Выявленные эффекты могут быть учтены при разработке технических устройств с новым фотодетектором.

Благодарность

Авторы выражают благодарность сотрудникам компании ActLight SA (г. Лозанна, Швейцария), за предоставление образца $p-i-n$ -диода для проведения исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Okhonin S., Gureev M., Sallin D., Appel J., Koukab A., Kvasov A., Pastre M., Polzik E.S., Tagantsev A.K., Uddegard F., Kayal M. A dynamic operation of a PIN photodiode // Appl. Phys. Lett. 2015. Vol. 106. No. 3. P. 031115.
2. Dyubo D., Tsybin O.Y. Nano communication device with an embedded molecular film. Electromagnetic signals integration with dynamic operation photodetector // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2017. Vol. 10531. Pp. 206–213.

3. Цыбин О.Ю., Григорьев А.В. Исследование молекулярной десорбции из адсорбированного слоя остаточных газов электродинамическим и лазерным методами // Вакуумная техника и технология. 2007. Т. 17. № 2. С. 73–81.
4. Цыбин О.Ю. Электродинамическая десорбция/ионизация частиц с полупроводниковых подложек // Вакуумная техника и технология. 2011. Т. 21. № 1. С. 17–20.
5. Voeikov V.L. Biological significance of active oxygen-dependent processes in aqueous systems // G.H. Pollack, I.L. Cameron, D.N. Wheatley (Eds.)

Water and the Cell. Dordrecht: Springer, 2006. Pp. 285–298.

6. **Camaioni D.M., Schwerdtfeger C.A.** Accurate experimental values for the free energies of hydration of H^+ , OH^- , and H_3O^+ // *J. Phys. Chem. A*. 2005. Vol. 109. No. 47. Pp. 10795–10797.

7. **Agmon N.** Mechanism of hydroxide mobility // *Chem. Phys. Lett.* 2000. Vol. 319. No. 3-4. Pp. 247–252.

8. **Hammam E., Lee E.P.F., Dyke J.M.** *Ab initio* molecular orbital calculations on $NO^+(H_2O)_n$ cluster ions. Part I: Minimum-energy structures and possible routes to nitrous acid formation // *J. Phys. Chem. A*. 2000. Vol. 104. No. 19. Pp. 4571–4580.

9. **Кузнецов А.М.** Адсорбция паров воды на металлических поверхностях // Соросовский образовательный журнал. 2000. Т. 6. № 5. С. 45–51.

10. **Sun K.-H., Silverman A.** Lewis acid-base theory applied to glass // *J. Am. Cer. Soc.* 1945. Vol. 28. No. 1. Pp. 1–32.

11. **Barbaro M., Bonfiglio A., Raffo L.** A charge-modulated FET for detection of biomolecular processes: conception, modeling, and simulation // *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2006. Vol. 53. No. 1. Pp. 158–166.

12. **Barbaro M., Bonfiglio A., Raffo L.** A charge-modulated FET for detection of biomolecular processes: conception, modeling, and simulation // *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2006. Vol. 53. No. 1. Pp. 158–166.

Статья поступила в редакцию 12.01.2018, принята к публикации 17.04.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ДЮБО Дмитрий Борисович – аспирант кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
doobinator@rambler.ru

ЦЫБИН Олег Юрьевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
otsybin@rphf.spbstu.ru

REFERENCES

[1] **S. Okhonin, M. Gureev, D. Sallin, et al.**, A dynamic operation of a PIN photodiode, *Appl. Phys. Lett.* 106 (3) (2015) 031115.

[2] **D. Dyubo, O.Y. Tsybin**, Nano communication device with an embedded molecular film. Electromagnetic signals integration with dynamic operation photodetector, *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. 10531 (2017) 206–213.

[3] **O.Yu. Tsybin, A.V. Grigoryev**, Issledovaniye molekulyarnoy desorbtsii iz adsorbiruvannogo sloya ostatochnykh gazov elektrodinamicheskim i lazernym metodami [Investigation of the molecular desorption from the adsorbed residual gases layer using electrodynamic and laser methods], *Vakuumnaya tekhnika i tekhnologiya*. 17(2) (2007) 73–81.

[4] **O.Yu. Tsybin**, Elektrodinamicheskaya desorbtsiya/ionizatsiya chastits s poluprovodnikovyykh podlozhek [Electrodynamic desorption / ionization of the particles from the semiconductor substrates], *Vakuumnaya tekhnika i tekhnologiya*. 21 (1) (2011) 17–20.

[5] **V.L. Voeikov**, Biological significance of active oxygen-dependent processes in aqueous systems, In: G.H. Pollack, I.L. Cameron, and D.N. Wheatley

(Eds.) *Water and the Cell*, Springer, Dordrecht (2006) 285–298.

[6] **D.M. Camaioni, C.A. Schwerdtfeger**, Accurate experimental values for the free energies of hydration of H^+ , OH^- , and H_3O^+ , *J. Phys. Chem. A*. 109 (47) (2005) 10795–10797.

[7] **N. Agmon**, Mechanism of hydroxide mobility, *Chem. Phys. Lett.* 319 (3–4) (2000) 247–252.

[8] **E. Hammam, E.P.F. Lee, J.M. Dyke**, *Ab initio* molecular orbital calculations on $NO^+(H_2O)_n$ cluster ions, Part I: Minimum-energy structures and possible routes to nitrous acid formation, *J. Phys. Chem. A*. 104 (19) (2000) 4571–4580.

[9] **A.M. Kuznetsov**, Adsorbtsiya parov vody na metallicheskikh poverkhnostyakh [The adsorption of water vapor on metal surfaces], *Sorosovskiy obrazovatelnyy zhurnal*. 6 (5) (2000) 45–51.

[10] **K.-H. Sun, A. Silverman**, Lewis acid-base theory applied to glass, *J. Am. Cer. Soc.* 28 (1) (1945) 1–32.

[11] **M. Barbaro, A. Bonfiglio, L. Raffo**, A charge-modulated FET for detection of biomolecular processes: conception, modeling, and simulation, *IEEE Transactions on Electron Devices*. 53 (1) (2006) 158–166.

Received 12.01.2018, accepted 17.04.2018.

THE AUTHORS

DYUBO Dmitry B.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

doobinator@rambler.ru

TSYBIN Oleg Yu.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

otsybin@rphf.spbstu.ru

DOI: 10.18721/JPM.11203

УДК 621.315.592.9+539.26; 535.37; 537.531.2.

СТРУКТУРА ТОНКИХ ПЛЕНОК ZnTPP, ZnTPP-C₆₀ И ВЛИЯНИЕ РЕНГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ИХ ФОТОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЮ

Н.М. Романов^{1,2}, И.Б. Захарова¹, М.А. Елистратова³, Э. Лахдеранта²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Лаппеенрантский технологический университет, г. Лаппеенранта, Финляндия;

³ Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Представлены результаты исследований тонких пленок ZnTPP и нанокompозитных пленок ZnTPP-C₆₀, изготовленных в квазиравновесных условиях. Исследована морфология поверхности, структура пленок и их состав. Выявлено образование кристаллической пленки ZnTPP на кремниевой подложке и наличие двухфазной системы в пленках ZnTPP-C₆₀. Различия в спектрах поглощения и фотолюминесценции (ФЛ) раствора ZnTPP и полученной пленки ZnTPP свидетельствуют об образовании упорядоченной фазы, с фосфоресценцией на длине волны 745 нм при комнатной температуре. Исследованы изменения спектральных зависимостей ФЛ пленок ZnTPP и ZnTPP-C₆₀ под действием рентгеновского излучения и установлено, что первые достаточно стабильны к указанному воздействию. Для пленок ZnTPP-C₆₀ дозовая зависимость оказалась различной для электронного и электронно-колебательного вкладов в интенсивность ФЛ. Падение интенсивности фотоэмиссии, обусловленной электронным переходом в композитах, связано с ростом вероятности переноса фотовозбуждения носителя на фуллерен и, соответственно, с ростом тушения ФЛ.

Ключевые слова: металлопорфирин; нанокompозит; фуллерен; фотолюминесценция; рентгеновское излучение; растровая электронная микроскопия; рентгенодифрактометрия

Ссылка при цитировании: Романов Н.М., Захарова И.Б., Елистратова М.А., Лахдеранта Э. Структура тонких пленок ZnTPP и ZnTPP-C₆₀ и влияние рентгеновского излучения на их фотолюминесценцию // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 26 – 40. DOI: 10.18721/JPM.11203

THE STRUCTURE OF ZnTPP, ZnTPP-C₆₀ THIN FILMS AND X-RAY EFFECT ON THEIR PHOTOLUMINESCENCE

N.M. Romanov^{1,2}, I.B. Zakharova¹, M.A. Elistratova³, E. Lähderanta²

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

² Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, Finland;

³ Ioffe Institute of RAS, St. Petersburg, Russian Federation

The paper presents the results of studies in properties of ZnTPP and nanocomposite ZnTPP-C₆₀ films prepared under quasi-equilibrium conditions. The films' composition, structure and surface morphology have been investigated. Inequality in the optical absorption and photoluminescence (PL) spectra of ZnTPP solution and ZnTPP film was testimony to the formation of a regulated phase with the 745 nm-phosphorescence

at room temperature. The X-ray effect on the PL spectra of ZnTPP and ZnTPP-C₆₀ films was considered. The former was rather stable to the used X-ray doses. The dose dependences of electronic and electron-vibrational contributions to the PL emission intensity were different for the latter. A decrease in the emission intensity due to the electronic transition in the composite was caused by a probability increase in an excitation transfer from the carrier to the fullerene C₆₀ and, correspondingly, by PL suppression.

Key words: metalloporphyrin; nanocomposite; fullerene; photoluminescence; X-radiation; scanning electron microscopy; X-ray diffractometry

Citation: N.M. Romanov, I.B. Zakharova, M.A. Elistratova, E. Lähderanta, The structure of ZnTPP, ZnTPP-C₆₀ thin films and X-ray effect on their photoluminescence, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 26 – 40. DOI: 10.18721/JPM.11203

Введение

В последнее время в органической наноэлектронике особый интерес вызывают наноконпозиты, реализующие концепцию объемного гетероперехода [1, 2]. Вакуумное напыление (метод термического испарения в вакууме) тонких пленок из шихт исходных материалов является промышленным методом получения структур с объемным гетеропереходом [3]. В качестве исходных материалов успешно используются различные молекулярные компоненты классов порфиринов и фталоцианинов [4], например, тетрафенилпорфирин (H₂TPP) – производное соединение от порфина C₂₀H₁₄N₄. Последний состоит из четырех пиррольных колец с метиновыми мостиками; пиррольные кольца являются, в свою очередь, ароматическими пятичленными азотистыми гетероциклами.

Хелаты (MeTPP – металлокомплексные соединения порфирина) относятся к самым перспективным материалам из порфириновой группы для практического применения в органической оптоэлектронике. В центре тетрапиррольного макроцикла хелата находится ион металла, замещающий два атома водорода. Такая макроциклическая структура имеет большую степень π-сопряжения, и это определяет ее основные свойства, например поглощение света в различных спектральных областях и флуоресценцию; при этом хелат обладает сильным донорным действием [5].

Порфирины играют важную роль при создании электролюминесцентных [6] и фотонных [7] устройств, которые применяются для фотодинамической терапии [8],

а также при создании материалов с изменяемыми магнитными свойствами [12]. Порфирины могут входить в фотохромные соединения, используемые для хранения данных [9], для изготовления солнечных элементов [10] и газоанализаторов [11].

Одним из оптимальных сочетаний для создания объемного гетероперехода является пара порфирин – фуллерен. Фуллерен C₆₀ действует как сильный акцептор и представляет собой технологичный исходный материал для изготовления тонких пленок методом вакуумного напыления [13]. Отметим, что тонкие пленки чистого порфирина и наноконпозита порфирин – фуллерен способны к супрамолекулярной самоорганизации и формированию молекулярных ансамблей или агрегатов [5, 14].

В настоящее время свойства порфиринов и различных порфиринсодержащих соединений изучают главным образом в растворах; однако промышленное применение имеют именно твердотельные структуры, а не растворы [15]. Одной из негативных особенностей органических, в том числе фуллереновых [16] и порфириновых [17] структур является изменение (преимущественно деградация) их свойств под действием внешних факторов, таких как УФ-облучение (происходит фотополимеризация), воздействие кислорода или паров воды (окисление, фотостимулированное окисление). При этом трансформируются характеристики слоев, составляющих структуру [18].

В настоящее время в литературе практически не встречается исследований, рассматривающих влияние рентгеновского

излучения (как внешнего фактора) на свойства композитных порфирин-фуллереновых пленок. Указанная проблема представлена весьма ограниченно; например, в статье [19] для пленок CoTPP показано увеличение оптического поглощения ниже края полосы Core. Однако изменение свойств органических материалов в результате облучения может приводить не только к ухудшению значимых для применения параметров, но и к их модификации, а также к появлению новых полезных характеристик [20].

Несколько большее число работ посвящено изучению действия ионизирующего излучения на фуллерены; при этом в ряде работ отмечается стабильность их свойств, несмотря на воздействие гамма-облучения [21]. В работах [22 – 24] рассмотрено влияние различных ионизирующих излучений на нанокompозитные материалы с добавлением фуллеренов C_{60} . В данных работах, как правило, отмечается, что добавление фуллерена способствует улучшению абсолютной стабильности исследуемых нанокompозитов. В работе [23] установлено как увеличение плотности сшивки, так и улучшение термической стабильности нанокompозитов, включающих фуллерен.

Работа [24] посвящена применению органических фотовольтаических элементов в космическом пространстве, где элементы подвергаются воздействию ионизирующих излучений. Изменения характеристик в зависимости от дозы облучения на примере композита P3NT – PCBM (полимер – фуллерен) авторы связывают с распадом основной цепи и сокращением π -сопряжения в полимере P3NT. В работе [25] показана стабильность нанокompозитов на основе фуллеренов с неорганическими донорами под действием рентгеновского излучения.

В целом можно утверждать, что фуллерен, благодаря своей симметрии и наличию делокализованных π -электронов электронного облака, характеризуется как материал с повышенной стабильностью к различным видам ионизирующего излучения.

Изучение деградации свойств порфириновых и фуллерен-порфириновых пленок является насущной задачей. В данной работе представлены комплексные резуль-

таты исследования процессов самоорганизации и их влияние на структуру тонких пленок цинк-тетрафенилпорфирина ZnTPP и нанокompозитных пленок цинк-тетрафенилпорфирина с фуллереном – ZnTPP- C_{60} . Проанализировано изменение фотолюминесценции (деградационные процессы) данных пленок после воздействия на них рентгеновского излучения.

Методы получения и исследования образцов

Изготовление образцов. Для получения пленок использовалась шихта, состоящая как из чистого ZnTPP, так и смеси компонент ZnTPP и C_{60} (в обоих случаях это соединения, произведенные корпорацией Sigma-Aldrich (США)) в соотношении по весовой доле 1:1. В качестве подложек использовался кремний КДБ-10 (111), свежие сколы слюды-мусковита и бромистого калия.

В отличие от большинства работ, в которых органические пленки получают методом напыления из молекулярного пучка, нами был выбран метод напыления в квазиравновесных условиях методом горячей стенки. Выбранный метод способствует росту молекулярных кристаллов и позволяет получать однородные нанокompозитные пленки с высокой воспроизводимостью свойств, достигаемой при одинаковых технологических режимах. Согласно данным работ [5, 14], толщина пленок составляет от 100 до 600 нм. К достоинствам данного метода, в отличие от метода напыления из молекулярного пучка, относятся также возможности самоорганизации и формирования упорядоченных структур органических комплексов.

Выбор температурных режимов ограничивался следующими условиями. В первых, температуры испарителя и подложки подбирались с учетом требования обеспечить минимальные перенасыщения пара для получения кристаллических самоорганизующихся пленок. С этой целью температура конденсации пленок подбиралась максимально приближенной к температуре испарителя. Однако чтобы обеспечить требуемую скорость роста и тем самым получить чистые пленки не в сверхвысоком, а

в техническом вакууме, температура подложки поддерживалась на уровне, лежащем ниже температуры испарителя на 100 К. Использование технического вакуума позволяет существенно упростить технологию получения пленок и снизить энергетические затраты на их изготовление.

Изучение морфологии поверхности образцов. Для исследования процессов самоорганизации, а также изучения морфологии поверхности и приповерхностных слоев образцов, полученных на кремниевых подложках Si (111), использовался растровый электронный микроскоп JEOL JSM-6390 (его предельное разрешение – 3 нм).

Процессы переноса и состав пленок в выбранных локальных областях исследовали с помощью энергодисперсионной приставки микроанализа к растровому электронному микроскопу Oxford INCA Energy (его предельная чувствительность – 0,1 % вес.). Данное оборудование и метод не позволяют изучать образцы, полученные на диэлектрических подложках, например слюде.

Изучение структуры пленок. Для исследования структуры пленочных образцов применялся метод рентгеновской дифрактометрии как на кремниевой, так и на диэлектрических подложках. Использовался дифрактометр Bruker X8 PROTEUM.

Изучение люминесценции образцов. Спектры фотолюминесценции были получены на модульной установке, состоящей

из спектрометра Horiba Jobin Yvon с монохроматором FHR, оборудованным детектором Symphony II 1024*256 Cryogenic Open-Electrode CCD со светло-желтым фильтром ЖС-12. Фотолюминесценция возбуждалась стабилизированным излучением полупроводникового лазера, работающего в непрерывном режиме, с рабочей длиной волны 408 нм.

Рентгеновское облучение. Образцы были подвергнуты рентгеновскому облучению различными дозами от вольфрам-ренийевой рентгеновской трубки. Последняя устанавливалась в режим работы с параметрами 40 кВ, 90 мА. Использование вольфрам-рениевого анода позволяло облучать образец квантами $K_{\alpha 1}$ и $K_{\beta 1}$ с энергиями 59,3 и 67,2 кэВ, соответственно. Калибровка источника рентгеновского излучения производилась по изменению порогового напряжения на МОП-структурах относительно такового на источнике гамма-излучения.

Экспозиционные дозы составляли (в 10^5 Р (рентген)):

для ZnTPP – 1,20; 2,65 и 4,51;

для ZnTPP- C_{60} – 0,62; 1,45 и 2,69.

Облучение и все измерения проводились при комнатной температуре (около 300 К).

Результаты и их обсуждение

Данные растровой электронной микроскопии. Морфология поверхности исходных пленок представлена на рис. 1. Видно, что пленки ZnTPP имеют развитый припо-

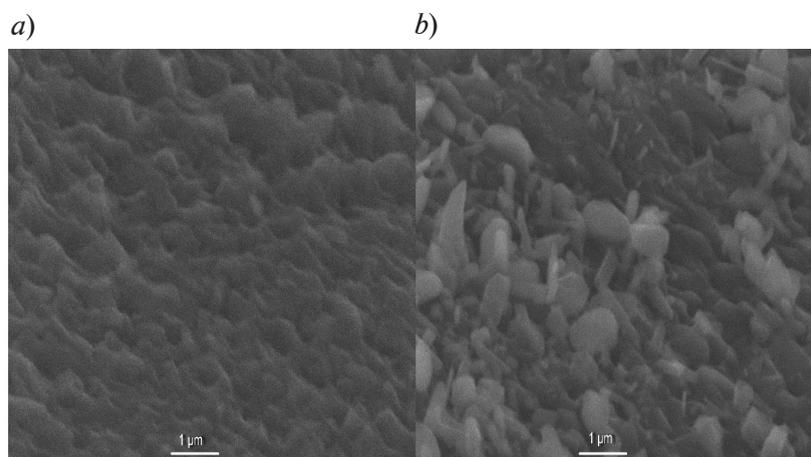


Рис. 1. Морфология поверхности пленок ZnTPP (a) и ZnTPP- C_{60} (b) по данным растровой электронной микроскопии

верхностный рельеф; их поверхностный слой представляет собой упорядоченную, плотную и хорошо выраженную совокупность кристаллитов. Анализ морфологии пленки как во вторичных, так и в упруго отраженных электронных потоках показал отсутствие посторонних включений и неоднородностей при хорошей воспроизводимости результатов.

На рис. 1, *b*, видно, что пленки ZnTPP- C_{60} имеют более развитую поверхность, по сравнению с ZnTPP, и представляют собой двухфазную систему с поверхностными включениями второй фазы в виде наностержней. Вторая фаза выражена характерным габитусом порфириновых кристаллов и следует законам кристаллографии. Полученную морфологию поверхности можно объяснить температурными условиями получения пленок и разницей в температуре испарения фуллерена C_{60} и цинк-тетрафенилпорфирина ZnTPP. Поскольку испаритель и нагреватель подложки в методе горячей стенки представляет собой довольно массивную графитовую конструкцию, после прекращения нагрева остывание пленок происходило медленно. При этом из остатка шихты испарялся порфирин, обладающий меньшей температурой испарения. Кристаллизация в виде наностержней сопровождалась слабым взаимодействием с подложкой и происходила при малом количестве кристаллических зародышей, чему способствовала сохраняющаяся высокая температура подложки.

Исследование состава образцов. Экспериментальные результаты, полученные методом энергодисперсионного анализа,

подтверждают представленные выше объяснения. Найденные данные были перенормированы для исключения вклада от кремниевой подложки. Характеристический пик Si, вызванный данной подложкой, присутствует в спектрограммах при используемых ускоряющих напряжениях первичного электронного пучка порядка 8 кэВ, так как проникающая способность такого пучка намного превышает толщину исследуемых пленок. Использование ускоряющих напряжений первичного электронного пучка ниже 8 кэВ нецелесообразно, так как это влечет за собой резкий спад чувствительности метода. Последний не позволяет детектировать водород (поскольку в его атоме отсутствуют электронные переходы), присутствующий в составе исследуемых органических материалов, и его весовой вклад в конечный результат; тем самым в измерения неизбежно вносится систематическая погрешность. Для удобства экспериментальные результаты энергодисперсионного микроанализа были нормированы на стехиометрический состав (см. таблицу).

Использованное нормирование позволяет анализировать отклонения экспериментальных результатов от расчетных по закладке; полное совпадение результатов со стехиометрическим составом должно давать в таблице значение 1,00. Отклонения в сторону обеднения дают значения меньше единицы, обогащение характеризуется значением больше единицы. Из данных таблицы можно заключить, что полученная пленка ZnTPP является практически стехиометрической, и это означает, что при изготовлении пленок происходил неразру-

Таблица

Результаты определения состава исследуемых соединений

Соединение	Элементный состав, отн. ед.		
	Zn	C	N
ZnTPP	0,99	1,05	0,99
ZnTPP- C_{60}	1,24	0,95	1,52

Примечания. 1. Использован метод энергодисперсионного анализа. 2. Представлены отношения полученных экспериментальных значений к стехиометрическому составу исследуемых тонкопленочных образцов.

шающий перенос состава исходной шихты в пленку.

Незначительное содержание кислорода (около 0,041 вес. % для ZnTPP и 0,088 вес. % для композита) не представлено в таблице и может быть связано со свободным кислородом и кислородом в парах воды, адсорбированных на поверхности свежизготовленной пленки после ее удаления из вакуумной камеры; полученный результат совсем не обязательно свидетельствует об окислении образцов. Большее содержание кислорода в композитных пленках может быть связано с более развитой поверхностью образца.

Для пленки нанокompозита ZnTPP-C₆₀ наблюдаются значительные отклонения от расчетного значения состава по заложенной шихте. Представленные данные показывают обеднение полученных пленок по углероду с одновременным обогащением по цинку и азоту, т. е. их обогащение по порфириновой фазе, что соответствует электронно-микроскопическим наблюдениям порфириновых кристаллов в виде второй фазы (см. рис. 1, *b*). Согласно расчетам, в пленке содержится примерно 38 % фуллерена вместо 50%-ой начальной закладки по массе. Полученные результаты согласуются с данными для других типов композитных пленок, полученными нами ранее [14].

Рентгенодифрактометрический анализ. Уточнение структуры пленок проводилось путем указанного анализа образцов, выращенных на кремниевой подложке (рис. 2, *a*), на слоистой ориентирующей подложке — свежем сколе слюды-мусковита (рис. 2, *b*) и на бромистом калии (рис. 2, *c*). В работах [26, 27] было показано, что молекулярный кристалл ZnTPP может иметь различную структуру, т. е. проявлять полиморфизм. Исходная поликристаллическая шихта, согласно данным работы [28], состоит из кристаллов, обладающих триклинной сингонией. Однако пленки, полученные авторами указанной работы в неравновесных условиях, имеют аморфную структуру, и в их дифрактограммах проявляется только гало на углах рассеяния 2θ от 7 до 20°.

В работе [29] исследованы процессы образования полиморфных фаз и показано, что энергия образования кристаллических фаз различных сингоний классифицируется по степени уменьшения абсолютных значений энергий кристаллических решеток следующим образом:

$$P1 > I4/m > P2_1/n,$$

причем энергии первых двух структурных модификаций близки и существенно (на 15 кДж/моль) выше, чем третьей, отвечающей моноклинной сингонии. В диапазоне температур 443 – 493 К в исходном образце со структурой $I4/m$ происходит зародышеобразование и рост кристаллической фазы $P2_1/n$. Таким образом, в наших образцах можно ожидать образования структурно-совершенных упорядоченных структур, отвечающих минимуму энергии.

На рис. 2, *a* представлена экспериментальная дифрактограмма образцов пленок на кремниевой подложке Si (111). В связи с малой толщиной пленки, основной вклад дают пики, соответствующие подложке; для кремния это пик с углом рассеяния 2θ , равным 28,6°. Видно, что на дифрактограммах пленок ZnTPP имеется широкий пик, находящийся в диапазоне 13 – 14°, что отвечает нанокристаллической составляющей пленки, а также пик в районе 26,1°, что отвечает кристаллам ZnTPP.

Для композита положение пиков несколько смещено, малые интенсивности и ограниченное число зафиксированных пиков не позволяют достоверно определить преобладающий тип кристаллической решетки, однако большое число линий в диапазоне значений 2θ , равном 25 – 27°, скорее соответствуют ячейке $P1$. Возможно, тонкая структура вплоть до интенсивного кремниевого пика вызвана наличием различных кристаллических составляющих в пленке ZnTPP-C₆₀.

Анализ структуры на диэлектрических ориентирующих подложках слюды-мусковита и бромистого калия производился с целью уточнения полученных результатов, и степень кристаллическости пленки здесь оказалась выше. Количество кристаллографических линий от подложки

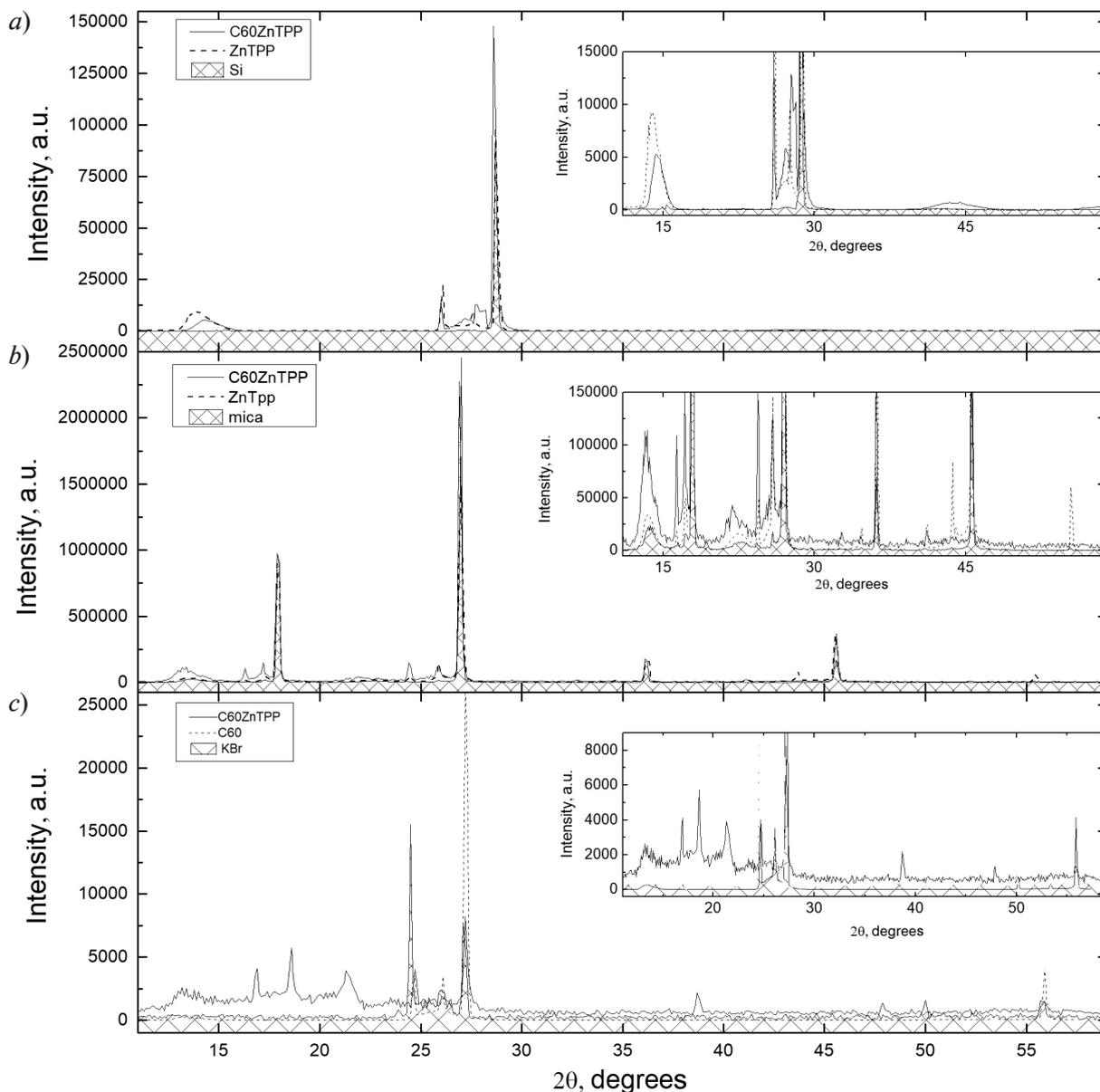


Рис. 2. Дифрактограммы пленок ZnTPP и ZnTPP-C₆₀, выращенных на различных подложках: кремниевой (а), слюды-мусковита (b) и KBr (c). Фон и пики, обусловленные рентгеновской дифракцией от подложек, заштрихованы

слюды в данном случае было гораздо больше, чем от кремниевой подложки и KBr-подложки, и эти линии в значительной степени перекрывали более слабые пики, отвечающие тонкой пленке, однако после их вычитания (на рис. 2 пики подложки заштрихованы) можно выделить набор линий от нанокompозита: 10,9°; 13,2°; 16,3°; 17,2°, 21,9° и 24,4°. На подложке KBr набор линий кристаллической структуры композита

следующий: 13,2°; 16,8°; 17,2°; 21,3°; 38,7° и 47,8°.

В случае тонкой пленки оценивать относительную интенсивность пиков при использовании метода Дебая – Шеррера сложнее, так как в отличие от порошка следует учитывать возможность текстурирования этой пленки. Однако наличие на диэлектрических подложках пика при значении $2\theta = 16 - 17^\circ$ скорее всего исключает

наличие фазы со структурой $P2_1/n$, поскольку для нее в этой области интенсивность линии минимальна [29]. По-видимому, при наших условиях изготовления пленок на подложках осаждается кристаллическая фаза, однако она принадлежит не самой энергетически выгодной сингонии, скорее всего это $P1$.

Спектральные зависимости фотолюминесценции. Поскольку в ранее упомянутой работе [19] было установлено, что рентгеновское облучение меняет спектр поглощения ниже края НОМО-LUMO, то для изучения изменений электронного спектра был выбран метод фотолюминесценции.

На рис 3, *a* представлены спектральные зависимости оптической плотности для ZnTPP как для раствора в толуоле, так и для твердого тела (пленка). Спектры растворов ZnTPP на рис. 3 имеют особенности [30, 31], которые уже хорошо изучены. В спектрах поглощения порфиринов, помимо сильной полосы (полоса Core, или *B*-зона на длинах волн 350 – 400 нм) от электронных разрешенных переходов (матричный элемент не равен нулю), также содержится так называемая *Q*-зона, представляющая

собой совокупность полос в видимой области. В случае симметрии молекулы D_{4h} (металлопорфирин) эта зона должна быть представлена двумя полосами. *Q*-зона является квазизапрещенной, но не по признаку симметрии, а по признаку циклического сопряжения [32] и, как следствие, выражена слабо. На экспериментальных спектрах поглощения в *Q*-зоне присутствуют две полосы: их длины волн составляют 550 и 590 нм. Первая вызвана электронно-колебательным (вибронным) повторением и является более интенсивной вследствие того, что колебания выступают как возмущающий фактор, снимающий квазизапрет. Слабая полоса при 590 нм в спектре поглощения вызвана электронным переходом. При этом разность частот в спектре поглощения (590 и 550 нм на рис. 3, *a*) всегда должна быть меньше, чем в спектре испускания (600 и 650 нм на рис. 3, *b*).

Для пленок позиции пиков поглощения в спектре остались прежними, при этом видно расщепление вибронного пика при 550 нм на две составляющие. На рис 3, *b* представлены спектры фотолюминесценции пленок и раствора в толуоле. Следует

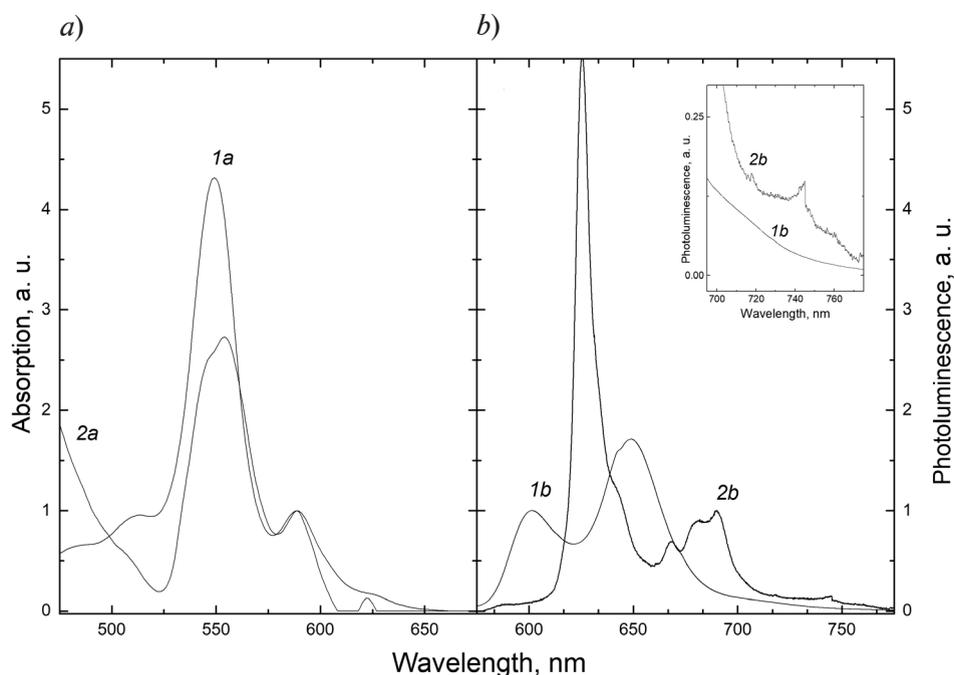


Рис. 3. Спектры оптической плотности (*a*) и фотолюминесценции (*b*) растворов ZnTPP в толуоле (*1a*, *1b*) и пленок ZnTPP толщиной 300 нм на подложке Si (111) (*2a*, *2b*)

отметить зеркальную симметрию по положению и интенсивности спектров поглощения и испускания для растворов, которая обусловлена принадлежностью полос поглощения и испускания одному электронному переходу, на который налагаются колебания; другими словами, оба спектра принадлежат колебательной структуре одного электронного перехода [32].

Однако для тонких пленок положение и форма пиков фотолюминесценции не соответствуют таковым для пиков, относящихся к раствору ZnTPP.

Во-первых, спектр фотолюминесценции пленок смещен в длинноволновую область примерно на 30 нм. Батохромное смещение связано, по данным работы [33], со стэкинг-взаимодействием π - π в делокали-

зованной системе электронов макроцикла при образовании упорядоченной фазы порфирина, в основном в форме нековалентно связанных димеров $(ZnTPP)_2$.

Во-вторых, для твердотельной фазы нарушена зеркальная симметрия спектров излучения и поглощения по интенсивности, и наиболее интенсивной в спектре излучения становится линия, связанная с электронным переходом, ранее квазизапрещенным.

В-третьих, на спектре фотолюминесценции пленок, по сравнению с растворами, проявляется новый длинноволновый пик излучения при 745 нм, связанный, по-видимому, с фосфоресценцией. Ранее отмечалось, что растворы металлопорфиринов обладают фосфоресценцией, но только при низких температурах. Введение в органиче-

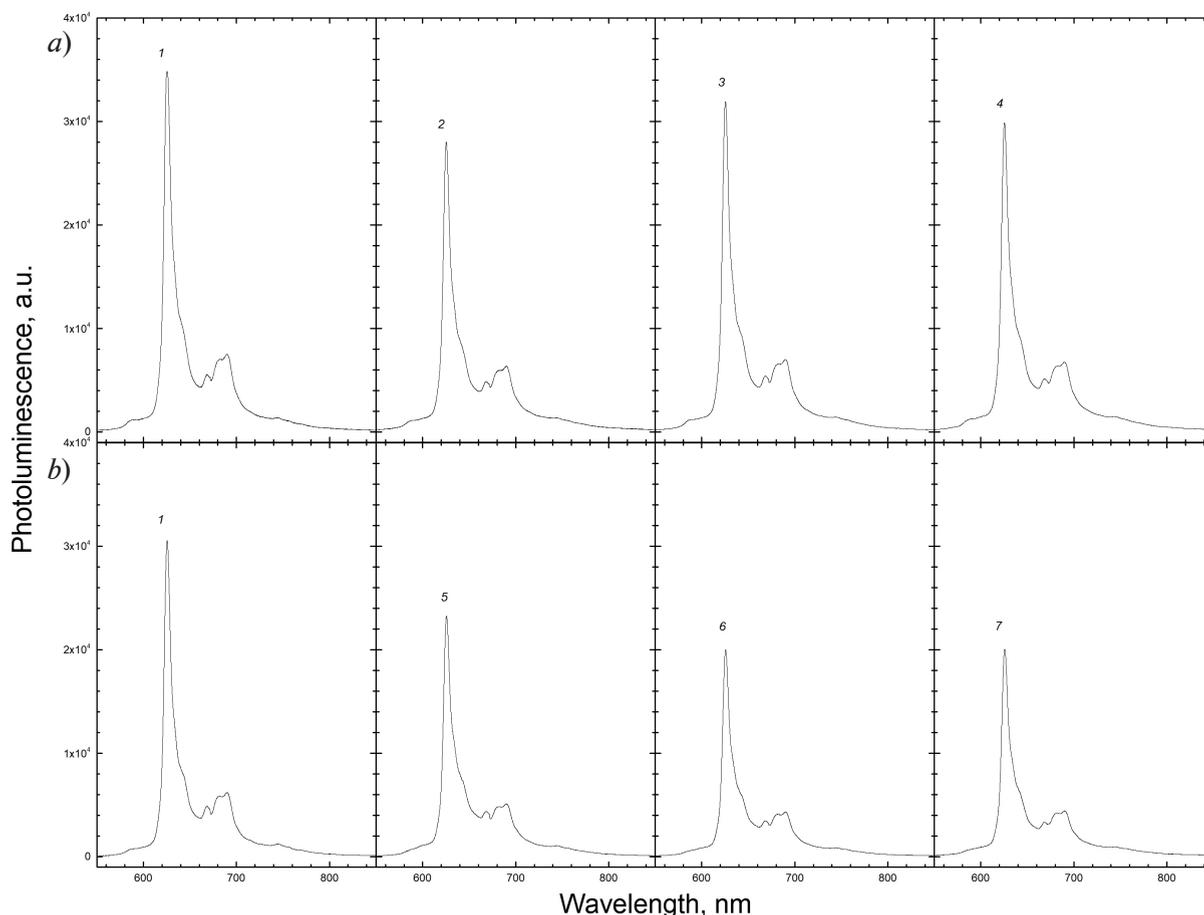


Рис. 4. Спектры фотолюминесценции пленок ZnTPP (a) и ZnTPP-C₆₀ (b) до облучения (1) и после рентгеновского облучения различными дозами (в 10⁵ Р): 1,20 (2); 2,65 (3); 4,51 (4); 0,62 (5); 1,45 (6); 2,69 (7)

скую молекулу тяжелого или парамагнитного атома приводит к «перемешиванию» волновых функций синглетных и триплетных состояний со снятием интеркомбинационного запрета, и, как следствие, к возрастанию вероятности синглет-триплетных переходов. Из возбужденного состояния молекула может релаксировать не только путем конверсии в основное состояние, но и безызлучательно перейти в метастабильное триплетное состояние [32]. При этом спин-орбитальное взаимодействие служит причиной, нарушающей интеркомбинационный запрет. Из полученных данных можно сделать вывод, что нарушение интеркомбинационного запрета может быть вызвано образованием различного рода структур, например таких, как порфириновые димеры.

Влияние рентгеновского излучения на фотолюминесценцию образцов. Спектры фотолюминесценции порфириновых и композитных образцов, зарегистрированные до и после их облучения соответствующими дозами, представлены на рис. 4. Видно, что интенсивность фотолюминесценции для чисто порфиринового образца ZnTPP

(рис. 4, *a*) выше, чем для нанокompозитного образца ZnTPP-C₆₀ (рис. 4, *b*). Это объясняется проявлением сильных акцепторных свойств фуллерена и переносом фотовозбужденного заряда на фуллереновую молекулу в нанокompозите ZnTPP-C₆₀ [5]. Более слабое изменение интенсивности фотолюминесценции, чем полученное в работе [5], в данном случае связано с образованием второй фазы и обеднением нанокompозита в отношении фуллерена, по сравнению с его стехиометрическим составом. Для всех исследуемых образцов после рентгеновского облучения первой дозой наблюдалось падение интенсивности фотоэмиссии при сохранении в спектре положения линий и их формы. Для выяснения поведения интенсивности фотолюминесценции образцов после их дальнейшего облучения, полученные спектры были разложены на составляющие линии излучения формы Лоренца и построены дозовые зависимости суммарной относительной интенсивности спектральных линий флуоресценции, вызванных как электронными, так и вибранными переходами на энергетических шкалах (рис. 5), а также линий фосфоресценции.

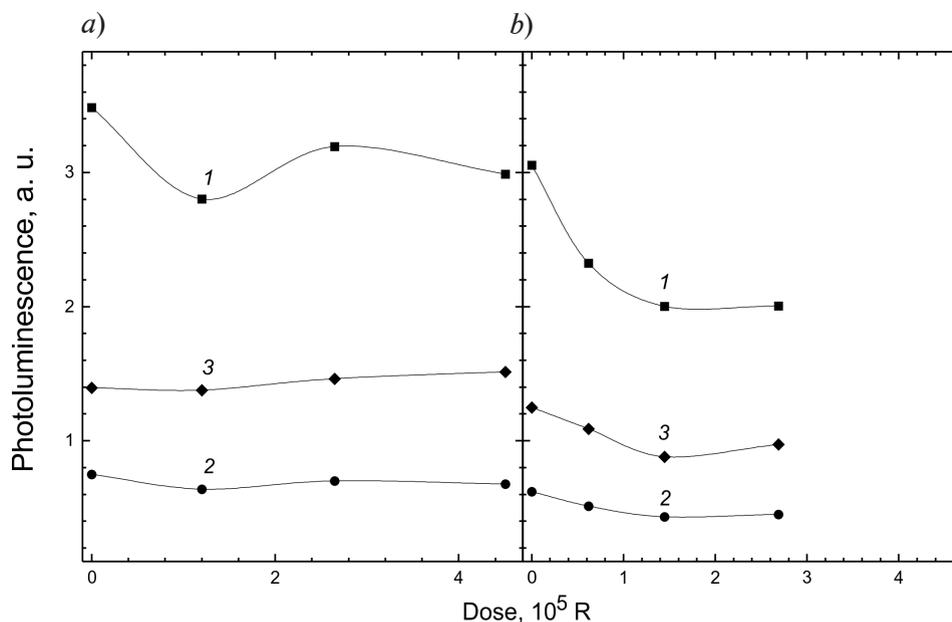


Рис. 5. Зависимости относительной интенсивности полос флуоресценции (1, 2) и фосфоресценции (3) от дозы рентгеновского излучения для образцов ZnTPP (*a*) и ZnTPP-C₆₀ (*b*). Представлены данные для пиков, обусловленных электронными (1) и электронно-колебательными (2) переходами

На графиках видно, что дозовые зависимости фотолюминесценции различаются для электронной и электронно-колебательной составляющих спектра, причем как для пленок чистого ZnTPP, так и композита. Интенсивность электронно-колебательной составляющей постепенно убывает на 10 – 15 % по мере роста дозы облучения. Что касается электронной составляющей полосы флуоресценции, то дозовая зависимость ее относительной интенсивности выражена слабее для чистого ZnTPP, чем для композитного материала. Если для пленок ZnTPP интенсивность излучательного электронного перехода после падения на 20 % практически восстанавливается, то для пленок композитных материалов падение интенсивности более существенно (на 50 %) и носит монотонный характер.

Объяснить такой вид полученных дозовых зависимостей можно, исходя из следующих предположений.

Для чистого ZnTPP влияние рентгеновского излучения в данном диапазоне доз оказывается слабым и ведет в целом к незначительному падению интенсивности фотоэмиссии, связанному с ростом дефектов, способствующих безызлучательной рекомбинации. При этом относительный вклад фосфоресценции несколько растет.

Для композитных пленок отмечается более сильное падение интенсивности флуоресценции, обусловленной электронным излучательным переходом (до 50 %), что, по-видимому, связано с тем, что облучение ведет к росту вероятности эффекта тушения люминесценции ввиду переноса энергии фотовозбуждения носителя на фуллерен.

Таким образом, можно предположить, что появление радиационных дефектов в исследуемом композитном соединении (при облучении в выбранном диапазоне доз) приводит к росту вероятности как интеркомбинационного перехода, так и к росту вероятности переноса фотовозбуждения носителя на акцепторную молекулу фуллерена. Эффект должен проявляться сильнее при увеличении поверхности границ раздела двух фаз.

Заключение

Представлены результаты исследований тонких пленок цинк-тетрафенилпорфирина (ZnTPP) и нанокompозитных пленок цинк-тетрафенилпорфирина с фуллереном (ZnTPP-C₆₀), изготовленных в квазиравновесных условиях.

Исследованы как морфология поверхности объектов методом растровой электронной микроскопии, так и структура этих пленок рентгенодифрактометрическим методом. Совокупность данных методов позволила установить образование кристаллической пленки ZnTPP на кремниевой подложке и наличие двухфазной системы в пленках ZnTPP-C₆₀ при фазовом соотношении 1,3 : 1,0 по массе.

Методом энергодисперсионного микроанализа были обнаружены частичные потери фуллереновой фазы в нанокompозитных пленках ZnTPP-C₆₀, по сравнению с расчетным значением.

Различия в спектрах оптического поглощения и фотолюминесценции в растворах ZnTPP и в полученной пленке ZnTPP свидетельствуют о формировании упорядоченной фазы. Получены данные о кристаллической структуре пленок с образованием решетки типа P1. Показано проявление фосфоресценции в кристаллических пленках ZnTPP уже при комнатной температуре.

Исследованы изменения спектров фотолюминесценции тонких пленок ZnTPP и нанокompозитных пленок ZnTPP-C₆₀ после рентгеновского облучения дозами от $1 \cdot 10^5$ до $3 \cdot 10^5$ Р. Установлено, что крупнокристаллические пленки чистого ZnTPP достаточно стабильны к воздействию данных доз рентгеновского излучения.

В случае композитных пленок ZnTPP-C₆₀ дозовые зависимости различаются для электронного и электронно-колебательного вкладов в интенсивность фотолюминесценции. Значительное (до 50 %) падение интенсивности полосы фотолюминесценции, обусловленной электронным переходом, скорее всего, связано с ростом вероятности переноса фотовозбуждения носителя на молекулу фуллерена и, соответственно, с ро-



стом вероятности эффекта тушения фотолюминесценции. При этом относительная интенсивность электронно-колебательной полосы в спектре фотолюминесценции

композитных пленок слабо зависит от радиационной дозы, что может объясняться достаточно высокими значениями постоянных времени этих процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Dennler G., Scharber M.C., Brabec C.J.** Polymer-fullerene bulk-heterojunction solar cells // *Advanced Materials*. 2009. Vol. 21. No. 13. Pp. 1323–1338.
2. **Peumans P., Yakimov A., Forrest S.R.** Small molecular weight organic thin-film photodetectors and solar cells // *Journal of Applied Physics*. 2003. Vol. 93. No. 7. Pp. 3693–3723.
3. **Katz E.A.** Nanostructured materials for solar energy conversion. Ed. T. Soga. Amsterdam: Elsevier, 2006. 600 p.
4. **Mazzone G., Alberto M.E., De Simone B.C., Marino T., Russo N., Walter M.G., Rudine A.B., Wamser C.C.** Porphyrins and phthalocyanines in solar photovoltaic cells // *J. Porphyrins Phthalocyanines*. 2010. Vol. 14. No. 7. Pp. 759–792.
5. **Елистратова М.А., Захарова И.Б., Романов Н.М., Паневин В.Ю., Квятковский О.Е.** Спектральная зависимость фотолюминесценции тонких пленок молекулярных комплексов $ZnTPP-C_{60}$ и $CuTPP-C_{60}$ // *Физика и техника полупроводников*. 2016. Вып. 9. С. 1213–1219.
6. **Guolun Z., Wu J., Wang Y., Li R., Xu J., Sun J.** Photo- and electro-luminescent properties of 5,10,15,20-tetra-*p*-tolyl-21H,23H-porphine doped poly[2-methoxy-5-(2'-ethylhexyloxy)-1,4-phenylenevinylene] films // *Thin Solid Films*. 2009. Vol. 517. No. 11. Pp. 3340–3344.
7. **Wrobel D., Siejak A., Siejak P.** Photovoltaic and spectroscopic studies of selected halogenated porphyrins for their application in organic solar cells // *Solar Energy Materials and Solar Cells*. 2010. Vol. 94. No. 3. Pp. 492–500.
8. **Chen Y., Li G., Pandey R.K.** Synthesis of bacteriochlorins and their potential utility in photodynamic therapy (PDT) // *Current Organic Chemistry*. 2004. Vol. 8. No. 12. Pp. 1105–1134.
9. **Durantini J., Marisa G.M., Funes S.M., Durantini E.N., Fungo F., Dittrich T., Otero L., Gervaldo M.** Synthesis and characterization of porphyrin electrochromic and photovoltaic electropolymers // *Organic Electronics*. 2012. Vol. 13. No. 4. Pp. 604–614.
10. **Seo K.D., Lee M.J., MinSong H., Seok H., Hwan K., Kima K.** Novel *D*- π -*A* system based on zinc porphyrin dyes for dye-sensitized solar cells: Synthesis, electrochemical, and photovoltaic properties // *Dyes and Pigments*. 2012. Vol. 94. No. 1. Pp. 143–149.
11. **Muthukumar P., Abraham J.S.** Highly sensitive detection of HCl gas using a thin film of meso-tetra(4-pyridyl)porphyrin coated glass slide by optochemical method // *Sensors and Actuators. B: Chemical*. 2011. Vol. 159. No. 1. Pp. 238–244.
12. **Elistratova M.A., Zakharova I.B., Kvyatkovskii O.E., Zakharchuk I., Lähderanta E., Makarova T.L.** Electronic structure, optical and magnetic properties of tetraphenylporphyrins-fullerene molecular complexes // *J. Phys. Conference Series*. 2016. Vol. 690. P. 012012.
13. **Захарова И.Б., Зиминов В.М., Романов Н.М., Квятковский О.Е., Макарова Т.Л.** Оптические и структурные свойства пленок фуллере-на с добавлением теллурида кадмия // *Физика твердого тела*. 2014. № 5. С. 1024–1029.
14. **Романов Н.М., Захарова И.Б.** Состав и структура тонких пленок на основе металлопорфириновых комплексов // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2016. № 2 (242). С. 9–18.
15. **Fratoddi I., Battocchio C., D'Amato R., Di Egidio G.P., Ugo L., Polzonetti G., Russo M.V.** Diethynyl-Zn-porphyrin-based assemblies: optical and morphological studies of nanostructured thin films // *Mat. Sci. Eng.* 2003. Vol. 23. No. 6. Pp. 867–871.
16. **Konenkamp R., Priebe G., Pietzak B.** Carrier mobilities and influence of oxygen in C_{60} films // *Phys. Rev. B. Condensed Matter and Materials Physics*. 1999. Vol. 60. No. 16. Pp. 11804–11808.
17. **Антина Е.В., Баланицева Е.В., Березин М.Б.** Окислительная деструкция порфиринов и металлопорфиринов в политермальных условиях // *Журнал общей химии*. 2011. Т. 81. № 6. С. 1029–1037.
18. **Kim H., Kim W., Mackeyev Y., Lee G.-S., Kim H.-J., Tachikawa T., Hong S., Lee S., Kim J., Wilson L.J., Majima T., Alvarez P.J.J., Choi W., Lee J.** Selective oxidative degradation of organic pollutants by singlet oxygen-mediated photosensitization: tin porphyrin versus C_{60} aminofullerene systems // *Environ Sci. Technol.* 2012. Vol. 46. No. 17. Pp. 9606–9613.
19. **El-Nahass M.M., Ammar A.H., Atta A.A., Farag A.A.M., El-Zaidia E.F.M.** Influence of X-ray irradiation on the optical properties of CoMTPP thin films // *Optics Commun.* 2011. Vol. 284. No. 9. Pp. 2259–2263.

20. Manas D., Manas M., Stanek M., Ovsik M., Bednarik M., Mizera A., Navratil J. Micromechanical properties of surface layer of HDPE modified by beta irradiation // International Journal of Mechanics. 2014. Vol. 8. Pp. 150–157.
21. Basiuk V.A., Albarrán G., Basiuk E.V., Saniger J.-M. Stability of interstellar fullerenes under high-dose γ -irradiation: new data // Advances in Space Research. 2005. Vol. 36. No. 2. Pp. 173–177.
22. Elistratova M.A., Zakharova I.B., Romanov N.M. X-ray radiation influence on photoluminescence spectra of composite thin films based on C_{60} -CdTe. J. Phys. Conf. Ser. 2015. Vol. 586. P. 012002.
23. Cataldo F., Ursinib O., Angelinib G. Radiation-cured polyisoprene/ C_{60} fullerene nanocomposite. Part 2: Synthesis in decalin // Radiation Physics and Chemistry. 2008. Vol. 77. No. 6. Pp. 742–750.
24. Todd A.M., Zhua T., Zhang F., Zhang C.U., Berger A.D., Xu J. Performance degradation of P3HT:PCBM polymer/fullerene photovoltaic cells under gamma irradiation // ECS Transactions. 2009. Vol. 25. No. 11. Pp. 103–111.
25. Романов Н.М., Захарова И.Б., Lähderanta E. Диагностика тонких пленок фуллерен/теллурид кадмия и их стабильности под действием рентгеновского излучения методом ИК-спектроскопии // Оптический журнал. 2017. Т. 84. № 12. С. 50–55.
26. Perlovich G.L., Golubchikov O.A., Klueva M.E. Thermodynamics of porphyrin sublimation // J. Porphyrins Phthalocyanines. 2000. Vol. 4. No. 8. Pp. 699–706.
27. Byrn M.P., Curtis C.J., Hsiou Y., Khan S.I., Sawin P.A., Tendick S.K., Strouse C.E. Porphyrin sponges: conservative of host structure in over 200 porphyrin-based lattice clathrates // J. Am. Chem. Soc. 1993. Vol. 115. No. 21. Pp. 9480–9497.
28. Zeyada H.M., Makhlof M.M., Ali M.A. Structural, optical and dispersion properties of 5,10,15,20-tetraphenyl-21H,23H-porphyrin zinc thin films // J. Appl. Phys. 2016. Vol. 55. No. 2. Pp. 022601–022608.
29. Perlovich G.L., Zielenkiewicz W., Kaszkur Z., Utzig E., Golubchikov O.A. Thermophysical and structural properties of crystalline solvates of tetraphenylporphyrin and their zinc, copper and cadmium metallo-complexes // Thermochimica Acta. 1998. Vol. 311. No. 1-2. Pp. 163–171.
30. Кузнецова Р.Т., Ермолина Е.Г., Гадилов Р.М., Майер Г.В., Семенишин Н.Н., Русакова Н.В., Коровин Ю.В. Люминесценция металло-комплексов хелат-замещенного тетраметилпорфирина // Химия высоких энергий. 2010. Т. 44. № 2. С. 134–138.
31. Gouterman M. Optical spectra and electronic structure of porphyrins and related rings // The Porphyrins. Vol. 3. Ed. D. Dolphin. New York: Academic Press, 1978. Pp. 161–165.
32. Гуринович Г.П., Севченко А.Н., Соловьев К.Н. Спектроскопия порфиринов // Успехи физических наук. 1963. Т. 79. Вып. 2. С. 173–234.
33. Zhang X.-L., Jiang J.-W., Liu Y.-T., Lou S.-T., Gao C.-L., Jin Q.-Y. Identifying the assembly configuration and fluorescence spectra of nanoscale zinc-tetraphenylporphyrin. aggregates with scanning tunneling microscopy // Scientific Reports. 2016. Vol. 6. March 07. Art. 22756. Pp. 227561–227567.

Статья поступила в редакцию 06.02.2018, принята к публикации 03.03.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

РОМАНОВ Николай Михайлович – аспирант кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
nikromanov.90@gmail.com

ЗАХАРОВА Ирина Борисовна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
zakharova@rphf.spbstu.ru

ЕЛИСТРАТОВА Марина Анатольевна – младший научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
marina.elistratova@mail.ioffe.ru

ЛАХДЕРАНТА Эрkki — доктор наук, профессор Лаппеенрантского технологического университета, г. Лаппеенранта, Финляндия.

Skinnarilankatu 34, 53850, Lappeenranta, Finland
Erkki.Lahderanta@lut.fi

REFERENCES

- [1] **G. Dettle, M.C. Scharber, C.J. Brabec**, Polymer-fullerene bulk-heterojunction solar cells, *Advanced Materials*. 21 (13) (2009) 1323–1338.
- [2] **P. Peumans, A. Yakimov, S.R. Forrest**, Small molecular weight organic thin-film photodetectors and solar cells, *J. Appl. Phys.* 93 (7) (2003) 3693–3723.
- [3] **E.A. Katz**, Nanostructured materials for solar energy conversion, Ed. T. Soga, Elsevier, Amsterdam, 2006.
- [4] **G. Mazzone, M.E. Alberto, B.C. de Simone, et al.**, Porphyrins and phthalocyanines in solar photovoltaic cells, *J. Porphyrins Phthalocyanines*. 14 (7) (2010) 759–792.
- [5] **M.A. Elistratova, I.B. Zakharova, N.M. Romanov, et al.**, Photoluminescence spectra of thin films of ZnTPP-C₆₀ and CuTPP-C₆₀ molecular complexes, *Semiconductors*. 50 (9) (2016) 1191–1197.
- [6] **Z. Guolun, J. Wu, Y. Wang, et al.**, Photo- and electroluminescent properties of 5,10,15,20-tetra-*p*-tolyl-21H,23H-porphine doped poly[2-methoxy-5-(2'-ethylhexyloxy)-1,4-phenylenevinylene] films, *Thin Solid Films*. 517 (11) (2009) 3340–3344.
- [7] **D. Wrobel, A. Siejak, P. Siejak**, Photovoltaic and spectroscopic studies of selected halogenated porphyrins for their application in organic solar cells, *Solar Energy Materials and Solar Cells*. 94 (3) (2010) 492–500.
- [8] **Y. Chen, G. Li, R.K. Pandey**, Synthesis of bacteriochlorins and their potential utility in photodynamic therapy (PDT), *Current Organic Chemistry*. 8 (12) (2004) 1105–1134.
- [9] **J. Durantini, G.M. Marisa, S.M. Funes, et al.**, Synthesis and characterization of porphyrin electrochromic and photovoltaic electropolymers, *Organic Electronics*. 13 (4) (2012) 604–614.
- [10] **K.D. Seo, M.J. Lee, H. MinSong, et al.**, Novel *D-π-A* system based on zinc porphyrin dyes for dye-sensitized solar cells: Synthesis, electrochemical, and photovoltaic properties, *Dyes and Pigments*. 94 (1) (2012) 143–149.
- [11] **P. Muthukumar, J.S. Abraham**, Highly sensitive detection of HCl gas using a thin film of mesotetra(4-pyridyl)porphyrin coated glass slide by optochemical method, *Sensors and Actuators. B. Chemical*. 159 (1) (2011) 238–244.
- [12] **M.A. Elistratova, I.B. Zakharova, O.E. Kyatkovskii, et al.**, Electronic structure, optical and magnetic properties of tetraphenylporphyrins-fullerene molecular complexes, *J. Phys., Conference Series*. 690 (2016) 012012.
- [13] **I.B. Zakharova, V.M. Ziminov, N.M. Romanov, et al.**, Optical and structural properties of fullerene films doped with cadmium telluride, *Physics of the Solid State*. 56 (5) (2014) 1064–1070.
- [14] **N.M. Romanov, I.B. Zakharova**, The composition and the structure of thin films based on metalporphyrin complexes, *St. Petersburg Polytechnical University Journal, Physics and Mathematics*. (2) (2016) 1–7.
- [15] **I. Fratoddi, C. Battocchio, R. D'Amato, et al.**, Diethynyl-Zn-porphyrin-based assemblies: optical and morphological studies of nanostructured thin films, *Mat. Sci. Eng.* 23 (6) (2003) 867–871.
- [16] **R. Konenkamp, G. Priebe, B. Pietzak**, Carrier mobilities and influence of oxygen in C₆₀ films, *Phys. Rev. B. Condensed Matter and Materials Physics*. 60 (16) (1999) 11804–11808.
- [17] **E.V. Antina, E.V. Balantseva, M.B. Berezin**, Oxidative degradation of porphyrins and metalloporphyrins under polythermal conditions, *Russian Journal of General Chemistry*. 81 (6) (2011) 1222–1230.
- [18] **H. Kim, W. Kim, Y. Mackeyev, et al.**, Selective oxidative degradation of organic pollutants by singlet oxygen-mediated photosensitization: tin porphyrin versus C₆₀ aminofullerene systems, *Environ Sci. Technol.* 46 (17) (2012) 9606–9613.
- [19] **M.M. El-Nahass, A.H. Ammar, A.A. Atta, et al.**, Influence of X-ray irradiation on the optical properties of CoMTPP thin films, *Optics Commun.* 284 (9) (2011) 2259–2263.
- [20] **D. Manas, M. Manas, M. Stanek, et al.**, Micromechanical properties of surface layer of HDPE modified by beta irradiation, *Intern. J. Mech.* 8 (2014) 150–157.
- [21] **V.A. Basiuk, G. Albarrón, E.V. Basiuk, J.-M. Saniger**, Stability of interstellar fullerenes under high-dose γ -irradiation: new data, *Advances in Space Research*. 36 (2) (2005) 173–177.
- [22] **M.A. Elistratova, I.B. Zakharova, N.M. Romanov**, X-ray radiation influence on photoluminescence spectra of composite thin films based on C₆₀<CdTe>, *J. Phys., Conf. Ser.* 586 (2015) 012002.
- [23] **F. Cataldo, O. Ursinib, G. Angelinib**, Radiation-cured polyisoprene/C₆₀ fullerene nanocomposite, Part 2, Synthesis in decalin, *Rad. Phys. Chem.* 77 (6) (2008) 742–750.

[24] **A.M. Todd, T. Zhua, F. Zhang, et al.**, Performance degradation of P3HT:PCBM polymer/fullerene photovoltaic cells under gamma irradiation, *ECS Trans.* 25 (11) (2009) 103–111.

[25] **N.M. Romanov, I.B. Zakharova, E. Lähderanta**, Diagnostics of thin films of fullerene / cadmium telluride and their stability under X-ray radiation by IR spectroscopy // *Optical Journal.* 84 (12) (2017) 50–55.

[26] **G.L. Perlovich, O.A. Golubchikov, M.E. Klueva**, Thermodynamics of porphyrin sublimation, *J. Porphyrins Phthalocyanines.* 4 (8) (2000) 699–706.

[27] **M.P. Byrn, C.J. Curtis, Y. Hsiou, et al.**, Porphyrin sponges: conservative of host structure in over 200 porphyrin-based lattice clathrates, *J. Am. Chem. Soc.* 115 (21) (1993) 9480–9497.

[28] **H.M. Zeyada, M.M. Makhlof, M.A. Ali**, Structural, optical and dispersion properties of 5,10,15,20-tetraphenyl-21H,23H-porphyrin zinc thin films, *J. Appl. Phys.* 55 (2) (2016) 022601–022608.

[29] **G.L. Perlovich, W. Zielenkiewicz, Z. Kaszkur, et al.**, Thermophysical and structural properties of crystalline solvates of tetraphenylporphyrin and their zinc, copper and cadmium metallo-complexes, *Thermochimica Acta.* 311 (1-2) (1998) 163–171.

[30] **R.T. Kuznetsova, E.G. Ermolina, R.M. Gadirov, et al.**, Luminescence of metal complexes of chelate substituted tetraphenylporphyrin, *High Energy Chemistry.* 44 (2) (2010) 134–138.

[31] **M. Gouterman**, Optical spectra and electronic structure of porphyrins and related rings, *The Porphyrins*, Vol. 3, Ed. D. Dolphin, Academic Press, New York (1978) 161–165.

[32] **G.P. Gurinovich, A.N. Sevchenko, K.N. Solov'ev**, The spectroscopy of the porphyrins, *Soviet Physics Uspekhi.* 6 (1) (1963) 67–105.

[33] **X.-L. Zhang, J.-W. Jiang, Y.-T. Liu, et al.**, Identifying the assembly configuration and fluorescence spectra of nanoscale zinc-tetraphenylporphyrin aggregates with scanning tunneling microscopy, *Sci. Rep.* 6 (2016) 227561–227567.

Received 06.02.2018, accepted 03.03.2018.

THE AUTHORS

ROMANOV Nikolay M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
nikromanov.90@gmail.com

ZAKHAROVA Irina B.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
zakharova@rphf.spbstu.ru

ELISTRATOVA Marina A.

Ioffe Institute of RAS
26 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
marina.elistratova@mail.ioffe.ru

LÄHDERANTA Erkki

Lappeenranta University of Technology
Skinnarilankatu 34, 53850 Lappeenranta, Finland
Erkki.Lahderanta@lut.fi



DOI: 10.18721/JPM.11204

УДК 535.37 54-78 539.2 541.65/.654

ВОЗДЕЙСТВИЕ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ НА ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЮ НАНОКОМПОЗИТОВ ПРОВОДЯЩЕГО ПОЛИМЕРА МЕН-PPV С КВАНТОВЫМИ ТОЧКАМИ СУЛЬФИДА СВИНЦА

Н.М. Романов^{1,2}, С.Ф. Мусихин¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Лаппеенрантский технологический университет, Лаппеенранта, Финляндия

Исследовано воздействие гамма-квантов на фотолюминесценцию тонких пленок проводящего полимера МЕН-PPV, квантовых точек (КТ) PbS и наноккомпозитов МЕН-PPV/PbS. Тонкие пленки были получены методом центрифугирования. Образцы подвергались облучению следующими экспозиционными дозами, Гр: 0; $1,84 \cdot 10^4$; $4,18 \cdot 10^4$; $6,73 \cdot 10^4$. Установлено немонотонное снижение интенсивности фотолюминесценции облученного полимера МЕН-PPV с увеличением дозы, что может быть связано с протеканием двух разнонаправленных конкурирующих процессов: деструкция полимерных цепей молекул и их сшивка. В процессе облучения гамма-квантами происходит существенное изменение структуры полимера. Интенсивность фотолюминесценции КТ PbS после облучения указанными дозами падает приблизительно в два раза; при этом происходит сдвиг максимума интенсивности в коротковолновую область, что связано с изменением энергетической структуры КТ.

Ключевые слова: проводящий полимер; квантовая точка; МЕН-PPV; сульфид свинца; фотолюминесценция; гамма-квант

Ссылка при цитировании: Романов Н.М., Мусихин С.Ф. Воздействие гамма-излучения на люминесценцию наноккомпозитов проводящего полимера МЕН-PPV с квантовыми точками сульфида свинца // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 41 – 48. DOI: 10.18721/JPM.11204

GAMMA-INDUCED EFFECT ON THE LUMINESCENCE OF NANOCOMPOSITES OF MCH-PPV CONDUCTIVE POLYMER WITH LEAD SULPHIDE QUANTUM DOTS

N.M. Romanov^{1,2}, S.F. Musikhin¹

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

² Lappeenranta Technological University, Lappeenranta, Finland

Gamma radiation effect on the photoluminescence of thin films of conductive polymer МЕН-PPV, PbS quantum dots (QDs) and МЕН-PPV–PbS (QDs) nanocomposite have been studied. Thin films were obtained by centrifugation. Samples were irradiated with exposure doses (in Gy): 0; $1.84 \cdot 10^4$; $4.18 \cdot 10^4$; $6.73 \cdot 10^4$. Photoluminescence of the polymer МЕН-PPV was established to change nonmonotonically with an increase in doses, which might be due to running the oppositely directed, competing processes under the action of gamma quanta, namely destruction and cross-linking of polymer chains. Significant polymer's restructuring took place under gamma rays. Photoluminescence intensity of PbS QDs fell approximately twofold after irradiation with doses mentioned above, the intensity maximum shifting to the short-wavelength region. This behavior was due to a change in the energy structure of the QDs. The effect of gamma quanta on the QDs photoluminescence was analyzed.

Key words: conductive polymer; quantum dot; МЕН-PPV; PbS; photoluminescence; gamma quantum

Citation: N.M. Romanov, S.F. Musikhin, Gamma-induced effect on the luminescence of nanocomposites of МЕН-PPV conductive polymer with lead sulphide quantum dots, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 41 – 48. DOI: 10.18721/JPM.11204

Введение

Наноконпозиты на основе проводящих полимеров и полупроводниковых нанокристаллов являются перспективными материалами для разработки оптоэлектронных приборов с гибкой настройкой их параметров [1].

Различные сочетания проводящих полимеров и полупроводниковых наночастиц (квантовых точек (КТ)) позволяют задать необходимые оптические свойства наноконпозитов [2 – 4]. Вместе с тем варьирование размера КТ разных материалов позволяет обеспечить необходимый оптический спектр наноконпозита и его свойства. Дополнительное управление оптическими свойствами наноконпозитов можно осуществлять посредством воздействия ионизирующим излучением, в частности гамма-излучением. Гамма-кванты могут влиять как на материал полимерной матрицы, так и на полупроводниковые наночастицы. Гамма-излучение, в силу своих физических особенностей, имеет сильную проникающую способность. Взаимодействие гамма-квантов с веществом может выражаться в электронном возбуждении, электронной ионизации, рождении электронно-дырочной пары [5].

В работах [6 – 8] рассмотрено влияние гамма-облучения на квантовые точки CdS, CdSe/ZnS и CsPbBr₃. Проанализированы возможные механизмы их деградации. В работе [6] было показано, что облучение гамма-квантами изменяет размер мицелл КТ и органической «шубы» вокруг них, причем изменения размеров вследствие облучения зависят от условий получения конкретных КТ. Показано уменьшение размера КТ как функции уровня гидратизации мицелл и полученной дозы. Авторы работы делают вывод, что с помощью γ -облучения можно изменять размер квантовых точек CdS и, как следствие, последовательно изменять их параметры и свойства (интенсивность, время жизни и положение полосы флуоресценции).

В работе [7] рассмотрено влияние гамма-излучения от источника ¹³⁷Cs на фотолюминесцентные свойства коллоидных квантовых точек CdSe/ZnS. Оценена их оптическая деградация как функция дозы облучения. Авторы работы связывают уменьшение постоянной времени фотолюминесценции с рекомбинацией экситонных состояний. В то же время падение квантовой эффективности объясняется безызлучательными процессами, которые не связаны с экситонными состояниями, а представляют собой захват возбужденных носителей на дефекты, создаваемые облучением. В целом отмечена радиационная нестойкость данных квантовых точек.

В работе [8] было рассмотрено влияние гамма-излучения от источника ¹³⁷Cs на перспективные перовскитные КТ CsPbBr₃. Было показано, что КТ CsPbBr₃ существенно более стабильны к воздействию γ -излучения, чем коммерческие образцы КТ CdSe/ZnS, традиционно используемые для тех же задач. Для описания наблюдаемых процессов деградации, в работе сделано предположение, что дозовая зависимость спада люминесценции связана не только с изменением распределения частиц по размерам, но и с образованием центров безызлучательной рекомбинации, возникающих в результате высокоэнергетического воздействия на материал. Авторы предлагают возможность использования нанокристаллов CsPbBr₃ в качестве различных биосенсоров *in vivo* в условиях повышенного радиационного фона, возникающего при противоопухолевой терапии.

В ряде работ было рассмотрено влияние гамма-облучения на различные полимеры. В работе [9] показана возможность создания термически стабильного полимера посредством радиационной сшивки, где модифицированный полимер образовывался при сшивании коротких мономерных звеньев исходного полимера. Рассмотрены пороговые дозы начала необратимых изменений и



дозы полного окисления фрагментированных звеньев, а также изменение фундаментальных физических и химических свойств полимеров, таких как величина запрещенной зоны.

Очень противоречивые, но важные результаты были получены в работе [10]. В ней изучены изменения молекулярного веса полимера вследствие гамма-облучения вследствие сшивания (удлинения) и разделения (укорачивания) основной полимерной цепи, в зависимости от экспозиционной дозы облучения. Показано, что оба процесса происходят одновременно, но с разной вероятностью. Это усложняет количественную оценку и прогнозирование конечных свойств материала. Особо отметим, что в настоящее время существует промышленно применяемая технология использования радиационной сшивки полимеров для создания изоляции для глубоководных проводов с требуемыми эксплуатационными свойствами, а также создание материалов для ортопедических целей [11].

В свою очередь, влияние гамма-облучения на нанокompозиты полимер – КТ практически не изучено и требует детального рассмотрения.

В данной работе впервые исследована деградация фотолюминесцентных свойств нанокompозитов полимера МЕН-PPV с квантовыми точками сульфида свинца PbS под действием гамма-облучения, а также впервые исследовано влияние этого облучения на КТ PbS.

Экспериментальная часть

Образцы изготавливались из промышленно доступного порошка полимера МЕН-PPV (поли[2-метокси-5-(2-этилгексилокси)-1,4-фениленвинилен], $(C_{18}H_{28}O_2)_n$) производства компании **Sigma Aldrich co** средней молекулярной массой порядка 40.000 – 70.000. Квантовые точки PbS были синтезированы по методу, идентичному тому, который использовали в работе [4]. КТ были синтезированы из металлоорганического раствора, основой которого служил оксид свинца **PbO**, растворенный в олеиновой кислоте $C_{18}H_{34}O_2$. В данный раствор вводился бис-триметилсилилсульфид в

триоктилфосфине.

Следует отметить, что в работе [4] была показана возможность использования данных КТ для создания нанокompозита полимер – КТ, а также рассмотрены возможные области применения нанокompозитов.

В данной работе для получения тонких пленок полимера МЕН-PPV, КТ PbS, а также их смеси был приготовлен их раствор в толуоле. Раствор наносился на стеклянные подложки методом центрифугирования (технология спин-коутинга). Известно, что центрифугирование не должно приводить к заметной деструкции макромолекул [12]. Спинер позволяет изменять параметры (скорость вращения, ускорение и т. п.) с большой точностью, благодаря чему можно получать тонкие пленки заданной толщины.

Исходный промышленный порошок полимера МЕН-PPV (масса около 10 мг) был растворен в толуоле (для полного растворения полимера раствор был помещен в ультразвуковую ванну на 20 мин). КТ PbS и смесь (полимер МЕН-PPV + КТ PbS) были приготовлены в толуоле. Стеклянные подложки были предварительно обработаны в ультразвуковой ванне, наполненной изопропиловым спиртом, в течение 10 мин. Нанесение пленок полимера МЕН-PPV, КТ PbS и их смеси производилось методом центрифугирования на стеклянные подложки.

Возбуждение фотолюминесценции образца проводилось полупроводниковым лазером с рабочей длиной волны $\lambda = 405$ нм и мощностью 50 мВт, работающим в непрерывном режиме. Спектры фотолюминесценции были зарегистрированы с помощью автоматизированной установки **Horiba Jobin Yvon**, в состав которой входят монохроматор **FHR 640** с дифракционной решеткой 1200 штр/мм и детектор **Symphony II 1024*256 Cryogenic Open-Electrode CCD**.

Источником гамма-излучения служил радионуклид цезия-137 с энергией квантов 661 кэВ. Облучение осуществлялось в квазизамкнутой кислородсодержащей камере. Образцы облучались однородным потоком гамма-квантов, что достигалось путем использования 84 источников излучения. В нашем случае применение цезиевого ис-

точника гамма-квантов (^{137}Cs) имеет ряд преимуществ, по сравнению с кобальтовым источником ^{60}Co , главным из которых является меньшая энергия квантов и меньшая проникающая способность; это позволяет обеспечить больше актов единичных взаимодействий. Другими словами, линейный коэффициент воздействия у изотопа цезия больше, чем у изотопа кобальта, при прочих равных условиях.

Исследованные тонкие пленки получили следующие экспозиционные дозы, Гр: 0; $1,84 \cdot 10^4$; $4,18 \cdot 10^4$; $6,73 \cdot 10^4$.

Все облучения и измерения проводились при комнатной температуре.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Вид спектра фотолюминесценции нанокompозита «проводящий полимер – КТ» складывается как из спектра люминесценции проводящего полимера, так и из спектра люминесценции квантовых точек, а также от их совместной зонной энергетической диаграммы. На рис. 1 приведены спектры люминесценции пленок полимера МЕН-PPV, КТ PbS и нанокompозита (МЕН-PPV)-КТ PbS (нанесены на стеклянную подложку), зарегистрированные после воздействия на них различных доз гамма-излучения.

Облучение чистого полимера МЕН-PPV гамма-квантами приводит к различным изменениям полимерных цепей, которые проявляются в изменении спектров люминесценции. Гамма-облучение разрывает случайным образом связи C – C и C – H, а в присутствии кислорода приводит также к окислительной деградаци с образованием различных функциональных групп [10].

На рис. 1, *a* представлены спектры фотолюминесценции гамма-облученного полимера МЕН-PPV. Видно, что при дозе облучения $1,84 \cdot 10^4$ Гр интенсивность свечения резко снижается, а при дальнейшем увеличении дозы растет с последующим незначительным снижением интенсивности. Кроме того, наблюдается уширение спектра со смещением максимума интенсивности в сторону коротких длин волн и с незначительным уширением в направлении длин-

ных волн при дозах $4,18 \cdot 10^4$ и $6,73 \cdot 10^4$ Гр.

Такой характер изменения спектра люминесценции можно связать со структурными изменениями, происходящими в полимере. При малых дозах облучения основную роль играет сшивка полимерных цепей [9], которая способствует распаду возбужденного при активации экситона. Сшивка облегчает переход электрона или дырки на соседнюю полимерную цепь с соответствующим распадом экситона и последующей безызлучательной рекомбинацией. Кроме того, возникающие дефекты способствуют образованию центров безызлучательной рекомбинации, достижение которых электронами и дырками осуществляется достаточно быстро по длинным сопряженным участкам цепей. Дальнейшее увеличение дозы облучения приводит к укорочению сопряженных участков цепей, что выражается в смещении максимума интенсивности люминесценции в сторону коротких длин волн. Это приводит также к затруднению распада экситонов за счет перехода электронов или дырок на соседние сопряженные участки или соседние полимерные цепи и к росту интенсивности люминесценции. Поскольку перенос электронов и дырок с одного сопряженного участка на другой или на соседнюю цепь происходит по прыжковому механизму, то этот процесс затрудняется при увеличении разброса по длине сопряженных участков и соответствующего увеличения разброса по энергии [13]. В результате интенсивность люминесценции возрастает. При дальнейшем увеличении дозы растет число дефектов, а, следовательно, и число центров безызлучательной рекомбинации и происходит постепенное снижение интенсивности люминесценции.

На рис. 1, *b* представлены спектры люминесценции КТ PbS при различных дозах облучения. Пик люминесценции с ростом дозы облучения смещается в коротковолновую область спектра, а ширина пика растет. Интенсивность люминесценции существенно падает при дозе облучения $1,84 \cdot 10^4$ Гр, а затем незначительно возрастает с ростом дозы. Причиной подобных явлений может служить целый ряд процессов,

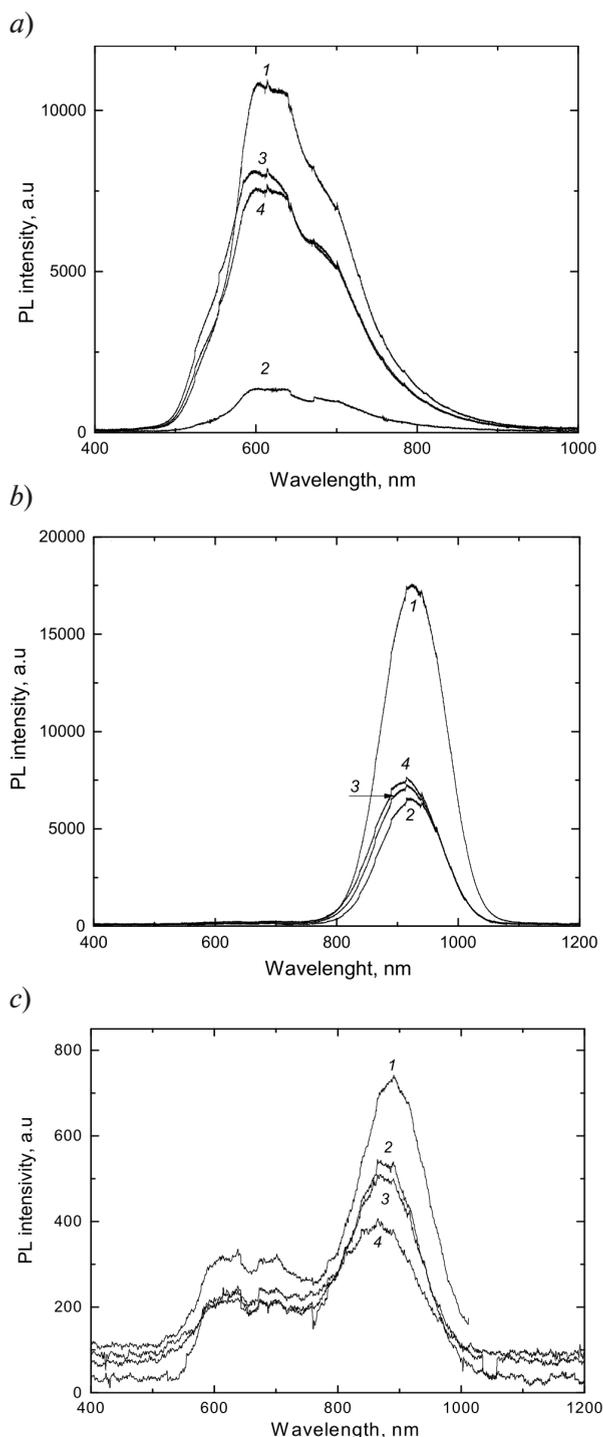


Рис. 1. Спектры фотолюминесценции чистого полимера МЕН-PPV (a), КТ PbS (b), нанокompозита «полимер МЕН-PPV – КТ PbS» (c), нанесенных на стеклянные подложки; зарегистрированы после воздействия различных доз гамма-облучения, Гр: 0 (1); $1,84 \cdot 10^4$ (2); $4,18 \cdot 10^4$ (3); $6,73 \cdot 10^4$ (4)

происходящих в коллоидных КТ при облучении гамма-квантами. Облучение может влиять на размеры КТ [6]. В самих КТ возможно образование дефектов, приводящих к росту безызлучательной рекомбинации. Дефекты, аналогичные таковым в полимерных цепях, могут возникать и в области «шубы» органических молекул, окружающих КТ. В сочетании с атомами кислорода этот процесс может приводить к образованию центров захвата электрического заряда. В результате вокруг КТ образуется окружающий ее электрический заряд. Независимо от знака заряда, это приводит к смещению уровней размерного квантования КТ и увеличению эффективной ширины запрещенной зоны, а это, в свою очередь, вызывает смещение пика люминесценции в коротковолновую область. Уширение спектра обусловлено либо увеличением разброса по размерам КТ, либо разбросом по величине электрического заряда, окружающего КТ.

На рис. 1, с приведены спектры люминесценции нанокompозита «МЕН-PPV – КТ PbS». Видно, что при образовании этого соединения интенсивность люминесценции полимера существенно снижается, а интенсивность люминесценции КТ при этом остается достаточно высокой.

Этот эффект обусловлен особенностями зонной диаграммы нанокompозита (рис. 2). Электроны и дырки, возбуждаемые в полимерной матрице, захватываются в квантовые точки и рекомбинируют с испусканием квантов инфракрасного излучения. В результате интенсивность люминесценции полимерной матрицы падает, а у КТ возрастает. Облучение гамма-квантами наиболее заметно влияет на интенсивность люминесценции КТ, с ростом дозы облучения интенсивность люминесценции падает. При дозе $6,73 \cdot 10^4$ Гр она падает вдвое, по сравнению с необлученным образцом. С ростом дозы гамма-облучения интенсивность люминесценции полимерной матрицы тоже снижается, но не столь значительно, как у КТ. Значительное падение интенсивности люминесценции КТ обусловлено не только усилением безызлучательной рекомбинации в КТ, но и изменением условий захвата электронов и дырок из полимер-

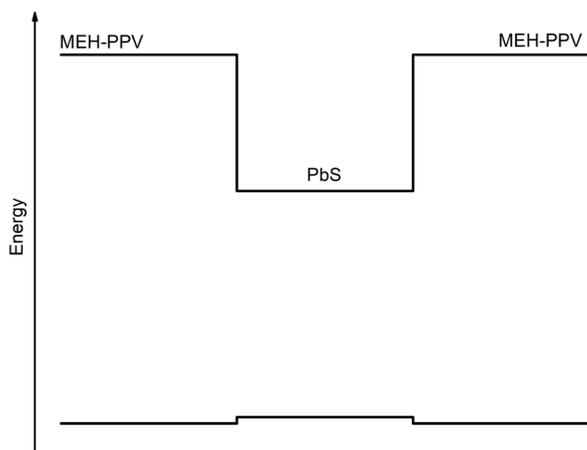


Рис. 2. Зонная диаграмма для нанокompозита «МЕН-PPV – КТ PbS»

ной матрицы. Смещение же пика люминесценции КТ в коротковолновую область спектра свидетельствует о смещении уровня размерного квантования КТ в сторону больших значений энергии и уменьшении глубины квантовой ямы для электронов и дырок. Уменьшение этой глубины для дырок может привести к тому, что эта глубина станет совсем малой либо такая яма вовсе исчезнет.

Проанализируем более подробно зонную диаграмму нанокompозита на рис. 2. В ее центре располагается квантовая яма, соответствующая КТ PbS, а линии справа и слева от нее соответствуют уровням LUMO и НОМО полимера МЕН-PPV. Уменьшение глубины квантовой ямы существенно снижает вероятности захвата и удержания дырок внутри КТ. Вероятность захвата одного из типов носителей в КТ снижается также ввиду наличия электрического заряда, окружающего КТ. Вследствие указанных факторов люминесценция

КТ значительно снижается. Снижение люминесценции полимерной матрицы обусловлено как ростом числа дефектов, так и усилением межсистемного перехода между синглетным и триплетным состояниями экситонов в полимере. Вероятность этого перехода возрастает при наличии тяжелых (с большим номером атомного номера Z) примесных атомов в полимерной матрице [14]. Последние, в частности атомы свинца, могут появиться, если при поглощении квантовой точкой гамма-кванта происходит выброс такого атома из КТ в полимерную матрицу.

Заключение

В работе зарегистрированы и проанализированы спектры фотолюминесценции гамма-облученных объектов – нанокompозита «МЕН-PPV – КТ PbS» и его составных частей. На этой основе можно сделать следующие заключения.

Гамма-облучение приводит к немонотонному уменьшению фотолюминесценции полимера МЕН-PPV, что может быть связано с протеканием в нем разнонаправленных конкурирующих процессов, а именно – деструкция полимерных цепей молекул и их сшивка. При этом в полимере происходят существенные структурные изменения.

Фотолюминесценция квантовой точки PbS после облучения различными дозами в диапазоне $(1,84 - 6,73) \cdot 10^4$ Гр падает приблизительно в два раза, при этом происходит сдвиг максимума ее интенсивности в коротковолновую область; это означает изменение энергетической структуры КТ.

Люминесценция гамма-облученного нанокompозита определяется его энергетической зонной структурой, которая меняется в зависимости от поглощенной им дозы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bakueva L., Musikhin S., Sargent E.H., Ruda H.E., Shik A. Luminescence and photovoltaic effects in polymer-based nanocomposites // Handbook of Organic-Inorganic Hybrid Materials and Nanocomposites. Vol. 2. USA: American Scientific Publishers, 2003. Pp. 181–215.
2. McDonald S.A., Cyr P.W., Levina L., Sargent E.H. Photoconductivity from PbS-

nanocrystal/semiconducting polymer composites for solution-processible, quantum-size tunable infrared photodetectors // Appl. Phys. Lett. 2004. Vol. 85. No. 11. Pp. 2089–2091.

3. Kim J.Y., Voznyy O., Zhitomirsky D., Sargent E.H. 25th Anniversary article: colloidal quantum dot materials and devices: A quarter century of advances // Adv. Mater. 2013. Vol. 25. No. 36.



Pp. 4986–5010.

4. **Bakueva L., Musikhin S., Hines M.A., Chang T.-W.F., Tzolov M., Scholes G.D., Sargent E.H.** Size-tunable infrared 1000 – 1600 nm electroluminescence from PbS quantum-dot nanocrystals in a semiconducting polymer // *Appl. Phys. Lett.* 2003. Vol. 82. No. 17. Pp. 2895–2897.

5. **El-Mallawany R., Abousehly A., El-Rahamani A.A., Yousef E.** Radiation effect on the ultrasonic attenuation and internal friction of tellurite glasses // *Materials Chemistry and Physics.* 1998. Vol. 52. No. 2. Pp. 161–165.

6. **Bekasova O.D., Revina A.A., Rusanov A.L., Kornienko E.S., Kurganov V.I.** Effect of gamma-ray irradiation on the size and properties of CdS quantum dots in reverse micelles // *Radiation Phys. and Chem.* 2013. Vol. 92. November. Pp. 87–92.

7. **Withers N.J., Sankar K., Akins B.A., Memon T.A., Gu T., Gu J., Smolyakov G.A., Greenberg M.R., Boyle T.J., Osiński M.J.** Rapid degradation of CdSe/ZnS colloidal quantum dots exposed to gamma irradiation // *Applied Physics Letters.* 2008. Vol. 93. No. 17. P. 173101.

8. **Матюшкин Л.Б., Романов Н.М.** Влияние гамма-облучения на фотolumинесценцию нанокристаллов CsPbBr₃ и CdSe/ZnS // *Оптический журнал.* 2018. Т. 85. № 2. С. 72–74.

9. **Siddhartha S.A., Dev K., Raghuvanshi S.K., Krishna J.B.M., Wahab M.A.** Effect of gamma radiation on the structural and optical properties

of Polyethyleneterephthalate (PET) polymer // *Radiation Phys. and Chem.* 2012. Vol. 81. No. 4. Pp. 458–462.

10. **Tidjani A., Watanabe Y.** The dose-rate effect of irradiation on chemical and physical modifications. Gamma-oxidation of linear low-density polyethylene // *J. Polym. Sci. A: Polym. Chem.* 1995. Vol. 33. No. 3. Pp. 1455–1460.

11. **Oral E., Muratoglu O.K.** Radiation cross-linking in ultra-high molecular weight polyethylene for orthopaedic applications // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B.* 2007. Vol. 265. Pp. 18–22.

12. **Веттегрень В.И., Закревский В.А., Смирнов А.Н., Сударь Н.Т.** Образование проводящего канала в полимерной диэлектрической пленке под влиянием электрического поля // *Физика твердого тела.* 2010. Т. 52. Вып. 8. С. 1650–1655.

13. **Baranovskii S.D., Rubel O., Jansson F., Österbacka R.** Description of charge transport in disordered organic materials // *Grasser T., Meller G., Li L. (eds). Organic Electronics. Advances in Polymer Science.* Vol. 223. Berlin, Heidelberg: Springer, 2009.

14. **Bakueva L., Matheson D., Musikhin S., Sargent E.H.** Luminescence of pure and iodine doped PPV: internal energetic structure revealed through spectral signatures // *Synthetic Metals.* 2002. Vol. 126. No. 2–3. Pp. 207–211.

Статья поступила в редакцию 11.02.2018, принята к публикации 01.03.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

РОМАНОВ Николай Михайлович – аспирант кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
nikromanov.90@gmail.com

МУСИХИН Сергей Федорович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
musihin.sf@spbstu.ru

REFERENCES

[1] **L. Bakueva, S. Musikhin, E.H. Sargent, et al.** Luminescence and photovoltaic effects in polymer-based nanocomposites, *Handbook of Organic-Inorganic Hybrid Materials and Nanocomposites*, Vol. 2, American Scientific Publishers, USA (2003) 181–215.

[2] **S.A. McDonald, P.W. Cyr, L. Levina, E.H. Sargent,** Photoconductivity from PbS-

nanocrystal/semiconducting polymer composites for solution-processible, quantum-size tunable infrared photodetectors, *Appl. Phys. Lett.* 85 (11) (2004) 2089–2091.

[3] **J.Y. Kim, O. Voznyy, D. Zhitomirsky, E.H. Sargent,** 25th Anniversary article: colloidal quantum dot materials and devices: A quarter century of advances, *Adv. Mater.* 25 (3) (2013) 4986–5010.

- [4] **L. Bakueva, S. Musikhin, M.A. Hines, et al.**, Size-tunable infrared 1000–1600 nm electroluminescence from PbS quantum-dot nanocrystals in a semiconducting polymer, *Appl. Phys. Lett.* 82 (17) (2003) 2895–2897.
- [5] **R. El-Mallawany, A. Abousehly, A.A. El-Rahamani, F. Yousef**, Radiation effect on the ultrasonic attenuation and internal friction of tellurite glasses, *Materials Chemistry and Physics.* 52 (2) (1998) 161–165.
- [6] **O.D. Bekasova, A.A. Revina, A.L. Rusanov, et al.**, Effect of gamma-ray irradiation on the size and properties of CdS quantum dots in reverse micelles, *Radiation Phys. and Chem.* 92 (Nov.) (2013) 87–92.
- [7] **N.J. Withers, K. Sankar, B.A. Akins, et al.**, Rapid degradation of CdSe/ZnS colloidal quantum dots exposed to gamma irradiation, *Applied Physics Letters.* 93 (17) (2008) 173101.
- [8] **L.B. Matyushkin, N.M. Romanov**, Gamma-irradiation influence on photoluminescence of CsPbBr₃ and CdSe/ZnS nanocrystals, *Journal of Optical Technology.* 85 (2) (2018) 72–74.
- [9] **S.A. Siddhartha, K. Dev, S.K. Raghuvanshi, et al.**, Effect of gamma radiation on the structural and optical properties of Polyethyleneterephthalate (PET) polymer, *Radiation Phys. and Chem.* 81 (4) (2012) 458–462.
- [10] **A. Tidjani, Y. Watanabe**, The dose-rate effect of irradiation on chemical and physical modifications. Gamma-oxidation of linear low-density polyethylene, *J. Polym. Sci. A: Polym. Chem.* 33 (3) (1995) 1455–1460.
- [11] **E. Oral, O.K. Muratoglu**, Radiation cross-linking in ultra-high molecular weight polyethylene for orthopaedic applications, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. B.* 265 (2007) 18–22.
- [12] **V.I. Vettegren, V.A. Zakrevskii, A.N. Smirnov, N.T. Sudar'**, Electric-field-induced formation of a conducting channel in a dielectric polymer film, *Physics of the Solid State.* 52(8) (2010) 1774–1779.
- [13] **S.D. Baranovskii, O. Rubel, F. Jansson, R. Österbacka**, Description of charge transport in disordered organic materials, In: Grasser T., Meller G., Li L. (eds), *Organic Electronics*, 2009, *Advances in Polymer Science*, Vol. 223, Springer, Berlin, Heidelberg.
- [14] **L. Bakueva, D. Matheson, S. Musikhin, E.H. Sargent**, Luminescence of pure and iodine doped PPV: internal energetic structure revealed through spectral signatures, *Synthetic Metals.* 126 (2–3) (2002) 207–211.

Received 19.01.2018, accepted 24.01.2018.

THE AUTHORS

ROMANOV Nikolay M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
nikromanov.90@gmail.com

MUSIKHIN Sergey F.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
musihin.sf@spbstu.ru



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

DOI: 10.18721/JPM.11205

УДК 626

ПАРАДОКС ДЮПИОУ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ В ОДНОРОДНОЙ ПЕРЕМЫЧКЕ

Д.Д. Заборова, М.Р. Петриченко, Т.А. Мусорина

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Целью представленного исследования является определение расхода жидкости и формы депрессионной кривой в условиях фильтрации сквозь прямоугольную перемычку. В связи с этим используются апериодические решения предельной задачи Буссинеска. Предельная форма депрессионной кривой и значение разрыва депрессионной кривой получены из решения предельной задачи Буссинеска. Установлено, что образование депрессионной кривой и промежутка высачивания (конечный скачок непрерывности, или разрыв депрессионной кривой в точке минимума напора) на границе нижнего бьефа и пористой среды в перемычке конечной длины происходит за конечное время, пропорциональное квадрату длины перемычки. Поэтому в короткой перемычке точка выклинивания не успевает упасть в нижний бьеф за время, в течение которого депрессионная кривая коснется уровня воды в верхнем бьефе. В полубесконечной перемычке всегда за конечное время устанавливается непрерывная депрессионная кривая без промежутка высачивания.

Ключевые слова: фильтрация грунтовых вод; пористая среда; депрессионная кривая; промежуток высачивания

Ссылка при цитировании: Заборова Д.Д., Петриченко М.Р., Мусорина Т.А. Парадокс Дюпиоу и математическое моделирование нестационарной фильтрации в однородной перемычке // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 49 – 60. DOI: 10.18721/JPM.11205

THE DUPUIS PARADOX AND MATHEMATICAL SIMULATION OF UNSTEADY FILTRATION IN A HOMOGENEOUS CLOSING DIKE

D.D. Zaborova, M.R. Petritchenko, T.A. Musorina

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The aim of this study is to determine a flow rate and a shape of a depression curve in conditions of filtration through a rectangular closing dike using aperiodic solutions of the Boussinesq limit problem. We have established that the formation of this curve and the seepage area (the final jump of continuity or interruption of the curve at the minimum pressure point) on the border of the downstream and porous medium, in the closing dike of finite length, occurs for a finite amount of time proportional to the square of the closing dike length. Therefore, in the short closing dike, a cut-out point does not have time to fall into the downstream during the time, it takes for the depression curve to touch the water level in the upstream. The continuous curve

фильтрации и расхода [12]. В этой теории отсутствуют такие понятия, как разрывная депрессионная кривая и промежуток высачивания, так как в данном случае депрессионная кривая является гладкой, т. е. дифференцируемой в каждой точке.

Для вычисления высоты промежутка высачивания на границах области фильтрации используются искусственные приемы. Поэтому для определения формы депрессионной кривой и расхода жидкости через перемычку естественно использовать задачу на установления для решения нестационарной задачи Буссинеска.

Депрессионная кривая

В теории Дюпюи рассматривается фильтрационное движение воды с мгновенной средней скоростью v , которая, согласно формуле Дюпюи, выражается как

$$v = kJ,$$

где k – коэффициент фильтрации (в классической теории Дюпюи $k = \text{const}$); J – гидравлический уклон.

Последний определяется как

$$J := -\partial h / \partial s,$$

где $h = h(t, s)$ – глубина фильтрационного потока (t – время, s – горизонтальная координата).

Парадокс Дюпюи состоит в следующем противоречии. Пусть имеется однородная перемычка длиной L , пропускающая фильтрационный поток с отметки $h = H$ (справа) на отметку $h = h_e$ слева (см. рис. 1).

Депрессионная кривая (свободная поверхность фильтрационного потока), или предельная линия тока, должна касаться горизонтальной прямой в сечении $s = L$, поскольку грань $s = L$ (отрезок CD на рис. 1) представляет собой поверхность постоянного напора (живое сечение). Но тогда по формуле Дюпюи, в сечении $s = L$ получается, что скорость $v = 0$ и фильтрационный расход $q = 0$. В традиционной теории этот парадокс игнорируется и для построения депрессионной кривой используется условие неразрывности, трактуемое как дифференциальное уравнение относительно h :

$$\frac{dq}{ds} = \frac{d}{ds}(vh) = 0.$$

Депрессионная кривая $u = f(s)$ имеет следующий вид:

$$u = \sqrt{u_e^2 + \frac{s}{L}(1-u_e^2)}, \quad (1)$$

$$u := h/H \in (0 \leq u_e := h_e/H, 1).$$

Величина фильтрационного расхода выражается как

$$q = k \frac{H^2 - h_e^2}{2L},$$

причем вывод этой формулы не зависит от вида депрессионной кривой.

Логика рассуждений следующая.

Скорость фильтрации в среднем по длине перемычки следует выражению

$$v = k(H - h_e)/L;$$

и поэтому величину расхода можно получить, умножив среднюю по длине перемычки скорость на среднюю глубину h_m , вычисляемую как среднее арифметическое предельных глубин:

$$h_m = (1/2)(H + h_e).$$

Мы приходим сразу же к формуле Дюпюи для расхода.

Депрессионная кривая Дюпюи (см. формулу (1)) пересекает сечение $s = 0$ на отметке $h = h_e$ ($u = u_e$) и прямую $h = H$ ($u = 1$) в сечении $s = L$.

Другими словами, на параболе Дюпюи (1) выполняются следующие условия:

- a) отсутствие промежутка высачивания;
- b) в точке $s = L, h = H$ (точка C на рис. 1) депрессионная кривая Дюпюи не касается прямой $h = H$ (пунктирная прямая на рис. 1), поэтому эта кривая не может быть линией тока, ортогонально пересекающей живое сечение $s = L$.

Выполнение обоих указанных условий необходимо для существования фильтрационного потока. Именно в этом и есть суть парадокса Дюпюи.

Если объяснять возникновение парадокса особым характером (сингулярностью) точки $s = L, h = H$, то такое объяснение

следует признать несостоятельным.

В данной работе предлагается некоторая альтернативная схема, которая объясняет мгновенную конфигурацию депрессионной кривой переменным характером мгновенного фильтрационного расхода по длине пористой среды.

Суть объяснения состоит в следующем.

Пусть до начального момента времени $t = 0$ глубина фильтрационного потока равна H ($h = H$) в полуограниченном массиве $s > 0$, заполненном пористой средой. В момент времени $t = 0$ уровень жидкости в левом бьефе $s < 0$ мгновенно опускается от отметки $h = H$ до отметки $h = h_e$. Начинается истечение жидкости из пористой среды, где $s > 0$, в нижний бьеф, где $s < 0$. Депрессионная кривая деформируется (рис. 2). Ее начальная длина равна нулю и увеличивается с течением времени. В любой момент времени $t > 0$ левый конец депрессионной кривой пересекает вертикальный откос $s = 0$ на ординате $h = h_0$ (величина h_0 лежит в области $h_e < h_0 \leq H$), причем $dh_0/dt < 0$, а правый конец этой кривой касается прямой $h = H$ в сечении $s = L > 0$, причем $dL/dt > 0$. Левый конец депрессионной кривой падает вниз со скоростью $c_0 = -dh_0/dt$, а правый конец касается и скользит по пря-

мой $h = H$ со скоростью $c_\lambda := dL/dt$.

Другими словами, депрессионная кривая играет роль гибкого (деформируемого) непроницаемого «поршня», выдавливающего жидкость из пористой среды при повороте против часовой стрелки вокруг точки $s = L, h = H$. Если в момент времени $t = t_\lambda$ правый конец депрессионной кривой достигает сечения $s = L_\infty$ (L_∞ – длина перемычки), то дальнейшее движение правого конца прекращается, депрессионная кривая стабилизируется (полубесконечная перемычка срезается абсциссой $s = L_\infty$). На левом конце депрессионной кривой в этот момент времени возможны два случая:

1. Величина $h_0 > h_e$, и образуется конечный разрыв на левом конце депрессионной кривой (промежуток высачивания);
2. $h_0 \rightarrow h_e + 0$, и промежуток высачивания мал.

Первый случай реализуется, если за время $t = T_\lambda$ точка высачивания не успевает опуститься (упасть) на уровень воды в нижнем бьефе. Это возможно, если время T_λ мало, перемычка короткая и начальная разность уровней $H - h_e$ есть конечная величина.

Для реализации второго случая достаточно, чтобы перемычка была длинной и

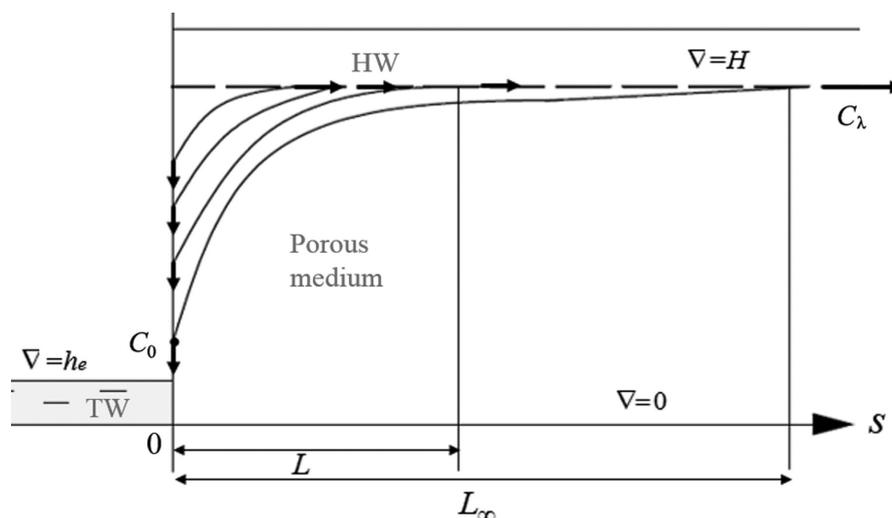


Рис. 2. Рассматриваемая система, на которой показано деформирование во времени депрессионной кривой:

ее правый конец скользит по прямой $h = H$ от нижнего бьефа (ТW) в верхний (НW), а левый скользит вниз (L_∞ – длина перемычки); C_0, C_λ – скорости движения левого и правого концов депрессионной кривой

начальная разность уровней $H - h_e$ была малой. Достаточные условия существования промежутка высачивания соответствуют результатам гидромеханической теории фильтрации.

Действительно, при неизменных прочих условиях высота промежутка высачивания тем больше, чем короче перемычка. При неизменной длине перемычки высота промежутка высачивания уменьшается вместе с величиной $H - h_e$, и для бесконечно тонкой перемычки высота промежутка высачивания $\Delta := h_0 - h_e$ получается равной $H - h_0$ ($\Delta = H - h_0$), т. е. $h_0 = H$.

Таким образом, предлагается рассматривать фильтрацию сквозь перемычку как нестационарное движение в области пористой среды, ограниченной подвижной (опускающейся и растягивающейся) депрессионной кривой.

Если же движение депрессионной кривой прекращается, наступает стационарная фильтрация.

Целью работы является определение расхода и мгновенной формы депрессионной кривой в условиях нестационарной фильтрации сквозь прямоугольную перемычку.

О решениях предельной задачи Буссинеска

Для вычисления интегральных характеристик фильтрации – расхода, высоты промежутка высачивания и формы депрессионной кривой необходимо интегрировать уравнение нестационарной фильтрации Буссинеска. Для плоского одномерного потока выполняется условие неразрывности:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(vh) = 0.$$

Предполагается, что в нестационарном движении справедлива формула Дюпюи

$$v = -k \cdot \partial h / \partial s,$$

и в этом случае выполняется равенство

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial s} \left(k \frac{\partial h}{\partial s} \right). \quad (2)$$

Уравнение (2) рассматривается в области $0 < s < L \leq L_\infty$, $t > 0$, причем предельные условия имеют вид

$$h(0, s) - H = h(t, 0) - h_0 = \left(\frac{\partial h}{\partial s} \right)_{s=0} = 0. \quad (3)$$

Если перейти к безразмерным координатам

$$\begin{aligned} u &:= h / H, u_e < u_0 < u < 1, \\ \tau &= kt / H > 0, \sigma = s / H, 0 < \sigma < \lambda \leq \lambda_\infty, \\ \lambda &:= L / H, \lambda_\infty = L_\infty / H, \end{aligned}$$

то вместо равенства (2) получается уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(u \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right), \quad (2a)$$

а вместо предельных условий (3) предельные условия вида

$$u(0, \sigma) - 1 = u(\tau, 0) - u_0(\tau) = \left(\frac{\partial u}{\partial \sigma} \right)_{\sigma=\lambda} = 0. \quad (3a)$$

Предельную задачу (2a), (3a) можно усложнить, если предположить, что коэффициент фильтрации есть функция напора, например

$$k = k_0 \cdot f(u) / u$$

с произвольной функцией $f(u)$.

В этом случае уравнение (2a) принимает вид

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(f(u) \frac{\partial u}{\partial \sigma} \right). \quad (2б)$$

Можно показать, что предельная задача (2б), (3a) равносильна следующей типичной предельной задаче Крокко:

$$2\varphi \frac{d^2 \varphi}{du^2} + f(u) = 0, \varphi(u) := \int_u^1 \zeta dz, \zeta := \frac{\sigma}{2\sqrt{\tau}},$$

$$\mathfrak{D}(\varphi) = (u : u_0 < u < 1), \left(\frac{d\varphi}{du} \right)_{u=u_0} = \varphi(1) = 0.$$

Решения типичной предельной задачи Крокко известно в терминах слабых решений (или слабых аппроксимаций решений). Например, пусть $u_0 = 0$. Тогда получается, что

$$\begin{aligned} \varphi^2(u) &= \int_u^1 F(v) dv + \int_0^u \ln \frac{u}{v} \cdot F(v) dv - \\ &\quad - \int_0^1 \ln \frac{1}{v} F(v) dv, \end{aligned}$$

где

$$F(u) := \int_0^u f(v)dv$$

— первообразная функция для $f(u)$.

В частности, если $f(u) = u$ (классический случай, коэффициент фильтрации есть постоянная величина), то из предыдущей формулы следует, что

$$\varphi(u) = 1 / 3\sqrt{1-u^3},$$

и далее получается такое выражение для мгновенной депрессионной кривой:

$$\zeta := -\frac{d\varphi}{du} = \frac{u^2}{2\sqrt{1-u^3}}. \quad (4)$$

Пусть $c := c(\tau, \sigma) = -\partial u / \partial \tau \geq 0$ есть скорость снижения депрессионной кривой и $c_0 := c(\tau, 0) = -du_0 / d\tau \geq 0$ — скорость снижения (падения) левого конца этой кривой (в долях коэффициента фильтрации k).

Распределение скорости снижения депрессионной кривой по ее длине зададим в виде бинома:

$$c(\tau, \sigma; \lambda) = c_0(\tau)(1 - \sigma / \lambda)^\alpha. \quad (4a)$$

Вместо уравнения (2а), с учетом выражения (4а), получим следующее уравнение:

$$\frac{d}{d\sigma} \left(u \frac{du}{d\sigma} \right) = -c_0(1 - \sigma / \lambda)^\alpha, \quad (2b)$$

его решение имеет вид

$$\theta(\tau, \sigma) := u \frac{\partial u}{\partial \sigma} = \frac{c_0 \lambda}{\alpha + 1} (1 - \sigma / \lambda)^{\alpha+1}, \quad (5)$$

где $\theta = \theta(\tau, \sigma)$ — безразмерный расход жидкости (в долях kH^2/L).

Второе интегрирование приводит к выражению

$$u^2 / 2 = u_0^2 / 2 + \frac{c_0 \lambda^2}{(\alpha + 1)(\alpha + 2)} \times [1 - (1 - \sigma / \lambda)^{\alpha+2}]. \quad (5a)$$

Следовательно, мгновенная депрессионная кривая (5а) отличается от параболы Дюпюи и совпадает с параболой Дюпюи (1) при $\alpha = -1$.

Для расхода θ получаем, в силу решения (5), такое выражение:

$$\theta(\tau, \sigma) = \frac{1 - u_0^2}{2\lambda} (\alpha + 2)(1 - \sigma / \lambda)^{\alpha+1}. \quad (5b)$$

В итоге величина расхода изменяется от максимального значения $\theta_0(\tau)$ в сечении $\sigma = 0$, которая выражается как

$$\theta_0(\tau) := \theta(\tau, 0) = \frac{(\alpha + 2)(1 - u_0^2)}{2\lambda},$$

до нуля в сечении $\sigma = \lambda$.

Средняя по длине перемычки величина расхода $\theta_m(\tau)$, в силу выражения (5b), имеет вид

$$\theta_m(\tau) = \frac{1 - u_0^2}{2\lambda} \quad (6)$$

и совпадает со значением расхода по Дюпюи, если $u_0 = u_e$ и $\lambda = L$.

Таким образом, показано, что среднее значение расхода не зависит от величины параметра α и формально совпадает с расходом по Дюпюи.

Важным для дальнейших выкладок является такой прием. Вводится понятие о толщине фильтрационного пограничного слоя как о толщине слоя пористой среды, примыкающей к сечению $\sigma = 0$ ($\zeta = 0$), в котором локализовано конечное изменение напора, а именно — пусть δ — толщина фильтрационного пограничного слоя:

$$\delta = \frac{\lambda}{2\sqrt{\tau}}.$$

Поэтому, по определению, толщина фильтрационного пограничного слоя определяется следующим образом:

$$\forall \zeta > \delta, \exists \varepsilon(\zeta) > 0 \Rightarrow 1 - \varepsilon < u < 1.$$

На рис. 3 показана толщина фильтрационного пограничного слоя для случая $u_0 > 0$.

Итак, согласно определению и с использованием уравнения Крокко, имеем:

$$\begin{aligned} \delta &:= \int_0^\infty (1 - u) d\zeta = (1 - u_0)\lambda(\tau) = \\ &= \int_0^1 (1 - u)(-\varphi''(u)) du = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{f(u)(1 - u)}{\varphi(u)} du. \end{aligned}$$

Можно доказать, что для любой сум-

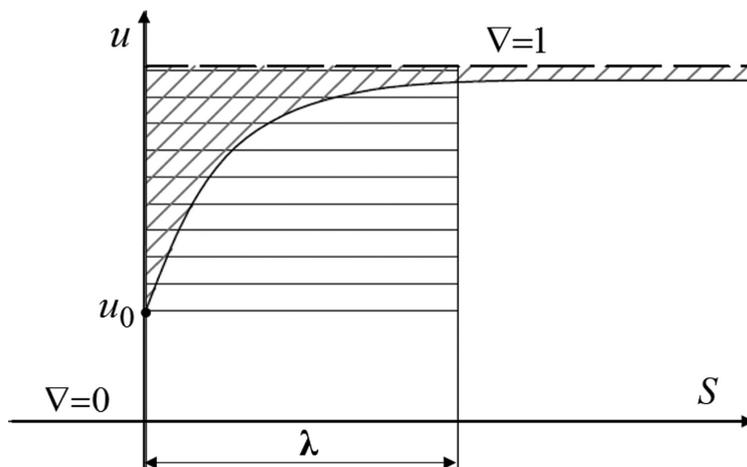


Рис. 3. Толщина фильтрационного пограничного слоя λ (заштрихованная область между пунктирной прямой и депрессионной кривой равна площади прямоугольника со сторонами $1 - u_0, \lambda$); $u_0 = h_0/H, \lambda = L/H$ – безразмерная длина перемычки

мируемой и ограниченной функции f толщина фильтрационного пограничного слоя $\delta < \infty$. Следовательно, безразмерная длина перемычки

$$\lambda = 2\delta\sqrt{\tau} = a\sqrt{\tau}, a = O(1),$$

и тогда

$$\Lambda = a\sqrt{T_\Lambda}.$$

Постоянная a ограничена, т. е. $a = O(1)$, поэтому, в силу выражения (6), величина расхода принимает вид

$$\begin{aligned} \theta_m(\tau) &= \frac{1 - u_0^2}{2a\sqrt{\tau}} = \\ &= \frac{1 - (1 - c_0\tau)^2}{2a\sqrt{\tau}} \xrightarrow{\tau \rightarrow T_\Lambda} \frac{2c_0T_\Lambda - c_0^2T_\Lambda^2}{2\Lambda}. \end{aligned}$$

При $c_0 = 1/T_\Lambda$ это выражение достигает максимума в форме

$$\theta_m(T_\Lambda) = \frac{1}{2\Lambda}, \quad (6a)$$

которая совпадает с расходом по Дюпюи.

Следовательно, можно сделать следующие заключения:

среднее по длине перемычки мгновенное значение расхода $\theta_m(\tau)$ не зависит от параметра α , т. е. от мгновенной формы депрессионной кривой;

предельное, при $\tau \rightarrow T_\Lambda - 0$, выраже-

ние для среднего по длине перемычки расхода совпадает с расходом по Дюпюи;

формула Дюпюи для расхода применима только в условиях установившейся фильтрации.

Основные интегральные соотношения

Из уравнения Дюпюи (2а) следует интегральное тождество, выражающее баланс расходов (вся жидкость, выдавливаемая опускающейся депрессионной кривой из перемычки, вытекает через сечение $s = 0$):

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^\lambda (1 - u) d\sigma = \theta_0(\tau) = \frac{c_0\lambda}{\alpha + 1}. \quad (7)$$

Приближенно положим, несколько преувеличив значение $\lambda(\tau)$, что

$$\int_0^\infty (1 - u) d\sigma = \frac{1 - u_0(\tau)}{2} \lambda(\tau).$$

Тогда получаем простое уравнение для λ^2 :

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda^2}{d\tau} &= n(1 + u_0), n(\alpha) = (1 - \alpha)(2 + \alpha) > 0, \\ -2 < \alpha < 1, \end{aligned} \quad (8)$$

причем $\lambda(0) = 0$.

Величина параметра $n(\alpha)$ изменяется от нуля при $\alpha = 1, -2$ до максимального значения $n = 9/4$ при $\alpha = -1/2$; среднее ариф-

метическое значение $n(\alpha)$ составляет $3/2$.

Тогда решение (8) принимает следующий вид:

$$\lambda^2(\tau) = n(\alpha) \left(2\tau - \int_0^\tau c_0(\omega)(\tau - \omega) d\omega \right). \quad (9)$$

Пусть $\lambda = \Lambda$, тогда величина τ достигает значения $\tau = T_\Lambda$. В силу выражения (9), параметры Λ, T_Λ и скорость $c_0(\tau)$ связаны следующим условием:

$$\Lambda^2 = n(\alpha) \left(2T_\Lambda - \int_0^{T_\Lambda} c_0(\tau)(T_\Lambda - \tau) d\tau \right); \quad (9a)$$

если же $u_0 = u_e$, то $\tau = T_\Delta$.

Следовательно,

$$1 - u_e - \int_0^{T_\Delta} c_0(\tau) d\tau = 0. \quad (9б)$$

Очевидно, что $c_0 \leq 1$; тогда из формул (9a), (9б), соответственно, получим следующее:

$$\begin{aligned} \Lambda^2 / n &= 2T_\Lambda - 1 / 2T_\Lambda^2, \quad T_\Lambda = 2 - \sqrt{4 - \frac{2\Lambda^2}{n}}, \\ T_\Lambda &= 2 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\Lambda^2}{2n}} \right) = \frac{\Lambda^2}{2n}, \\ T_\Delta &= 1 - u_e \leq 1, \end{aligned} \quad (10)$$

и, тогда, в силу выражения (6a), предельная величина среднего по длине перемычки расхода принимает вид

$$\lim_{\tau \rightarrow T_\Lambda} \theta_m = \frac{2}{\Lambda} - \sqrt{\frac{4}{\Lambda^2} - \frac{2}{n}} \leq \frac{\Lambda}{2n} = \frac{1 - u_0^2(T_\Lambda)}{2\Lambda}.$$

Для финального выражения ординаты левого конца депрессионной кривой получим:

$$u_0(T_\Lambda) = \sqrt{1 - \Lambda^2 / n}. \quad (6б)$$

Формулы (10) имеют смысл, если справедливо неравенство

$$\Lambda \leq \sqrt{2n} \leq \sqrt{9/2} = 2,121.$$

В противном случае перемычка считается длинной, т. е. $T_\Lambda = \infty$, и $u_0 \rightarrow u_e + 0$.

Если же $\Lambda \ll 1$, то

$$T_\Lambda = \frac{\Lambda^2}{2n} < T_\Delta = 1 - u_e.$$

Следовательно, в короткой перемычке правый конец депрессионной кривой достигает уровня воды в верхнем бьефе быстрее, чем точка выклинивания депрессионной кривой упадет на уровень воды в нижнем бьефе.

Пусть $\tau = T_\Delta = \Lambda^2 / (2n)$, и тогда справедливо выражение

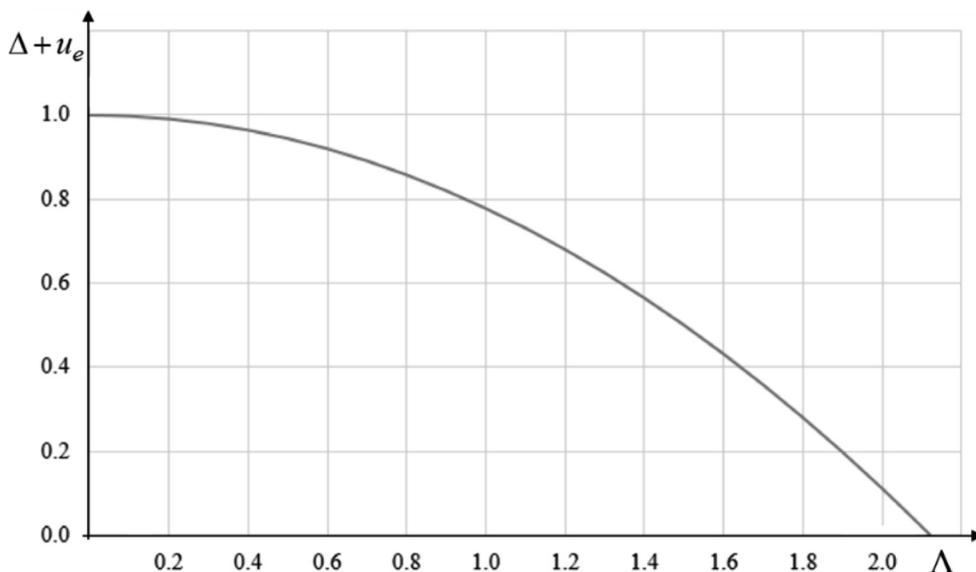


Рис. 4. График зависимости высоты промежутка высачивания Δ от длины перемычки $\Lambda = L_\infty / H$ при фиксированном уровне u_e

$$u_0(T_\Lambda) = 1 - \Lambda^2 / (2n),$$

$$\Delta(T_\Lambda) := u_0(T_\Lambda) - u_e = 1 - u_e - \Lambda^2 / (2n).$$

Окончательно получаем формулу

$$\Delta = 1 - u_e - \Lambda^2 / (2n) = 1 - u_e - 2 / 9\Lambda^2.$$

Пусть $\Lambda \rightarrow +0$, тогда $\Delta = 1 - u_e$. График зависимости $\Delta = \Delta(\Lambda)$ представлен на рис. 4. При значении $\Lambda > (9/2)^{1/2}$ полагаем $\Delta = 0$.

Отметим, что возможно улучшение оценок. А именно, в силу справедливости решения (9), имеем:

$$\lambda^2 = n(2\tau - \tau^2 / 2). \quad (11)$$

Пусть $\tau = 2 = T_\Lambda$. Тогда длина перемычки λ достигает максимального значения $\lambda = \Lambda$, при этом $\Lambda^2 = 2n = 9/2$. Эта оценка Λ совпадает с предыдущей. Если мы формально положим $T_\Lambda = 2$ в формуле (11), то получим, что $\Lambda^2 = 4n = 9$.

Итак, перемычка считается длинной, если

$$9/2 < \Lambda^2 < 9, \text{ т. е. } 2,12 < \Lambda < 3,00,$$

и в среднем значение $\Lambda = 2,52$. Эти оценки близки к оценкам, полученным в гидромеханической теории, где при $\Lambda \approx 2,7, \dots, 2,8$ промежуток высачивания исчезает практически при всех значениях u_e [12, 16].

Выводы

На основании определения расхода и

формы депрессионной кривой в условиях фильтрации сквозь прямоугольную перемычку можно сделать следующие заключения:

высота промежутка высачивания Δ однозначно определяется длиной перемычки. В короткой перемычке, когда $\Delta = 1 - u_e$, высота промежутка высачивания определяется только уровнем жидкости в нижнем бьефе;

установление промежутка высачивания происходит за время $T_\Lambda = O(\Lambda^2)$ и поэтому в короткой перемычке это время меньше времени падения точки выклинивания T_Λ в нижний бьеф, т. е. $T_\Lambda < T_\Lambda$;

в длинной перемычке точка выклинивания успевает упасть в нижний бьеф за время T_Λ , меньшее, чем время T_Λ касания правым концом депрессии верхнего бьефа;

высота промежутка высачивания в процессе установления монотонно уменьшается от значения $1 - u_e$ в момент времени $\tau = 0$ до значения $\Delta(T_\Lambda) \geq 0$.

Предложенная альтернативная схема, объясняющая мгновенную конфигурацию депрессионной кривой переменным характером нестационарности фильтрационного расхода по длине пористой среды, вполне оправдана и позволяет получить новые важные результаты, в частности величину промежутка высачивания, мгновенный локальный и средний фильтрационный расход.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Губкина Е.В., Монахов В.Н. Фильтрация жидкости со свободными границами в неограниченных областях // Прикладная механика и техническая физика. 2000. Т. 41. № 5 (243). С. 188–195.
2. Марголин В.М. Исследование основных параметров противифльтрационных конструкций // Промышленное и гражданское строительство. 2014. № 12. С. 73–76.
3. Пургина Д.В., Строкова Л.А., Кузеванов К.И. Моделирование гидрогеологических условий для обоснования противооползневых мероприятий на участке набережной реки Камы в городе Перми // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2016. Т. 327. № 1. С. 116–127.
4. Стрелков А.К., Теплых С.Ю., Бухман Н.С., Саргсян А.М. Анализ и характеристика фильтрации поверхностного стока в балластной призме железнодорожного пути // Водоснабжение и санитарная техника. 2015. № 12. С. 63–72.
5. Терлеев В.В., Никоноров А.О., Того И. и др. Гистерезис водоудерживающей способности почвы на примере песчаных почв // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 2 (70). С. 84–92.
6. Орлов В.Т., Зайцев О.И., Локтионова Е.А. Оценка размеров области загрязнения естественных грунтовых вод инфильтрационным потоком // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2013. № 6 (11). С. 28–33.
7. Косиченко Ю.М. Развитие исследований

в области применения новых материалов для противодиффузионных целей // Пути повышения эффективности орошаемого земледелия. 2015. № 58-2. С. 21–27.

8. **Ищенко А.В., Соколов А.С.** Гидравлическая модель водопроницаемости бетонопленочного противодиффузионного покрытия канала // Мелиорация и водное хозяйство. Матер. научн.-практ. конф. Москва, 29–30 марта 2016. С. 73–77.

9. **Куваев А.А., Пашковский И.С., Поздняков С.П., Рошаль А.А. В.М.** Шестаков и развитие современных идей гидрогеодинамики // Вестник Московского университета. Сер. 4. Геология. 2009. № 1. С. 58–62.

10. **Сольский С.В., Самофалов Д.П., Булганин Е.В., Семанина Е.П.** Обоснование методики оценки параметров водной эрозии откосов глубоких котлованов // Изв. Всерос. НИИ гидротехники им. Б.Е. Веденеева. 2015. № 278. С. 95–106.

11. **Брумштейн Ю.М.** Анализ возможных подходов к методам компьютерного моделирования некоторых специальных задач геофильтрации // Известия ВолгГТУ. Сер. Актуальные проблемы управления, вычислительной техники и информатики в технических системах. Межвуз. сб. научн. статей. 2014. Вып. 22. № 25 (152). С. 5–11.

12. **Гиргидов А.Д.** Время понижения уров-

Статья поступила в редакцию 12.02.2018, принята к публикации 01.03.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЗАБОРОВА Дарья Дмитриевна – аспирантка кафедры гидравлики и прочности Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
zaborova-dasha@mail.ru

ПЕТРИЧЕНКО Михаил Романович – доктор технических наук, заведующий кафедрой гидравлики и прочности Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
fonpetrich@mail.ru

МУСОРИНА Татьяна Александровна – аспирантка кафедры гидравлики и прочности Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
flamingo-93@mail.ru

REFERENCES

[1] **E.V. Gubkina, V.N. Monakhov**, Filtration of a liquid with free boundaries in unbounded regions, J. Appl. Mech. Tech. Phys. 41 (5(243)) (2000) 930–936.

ня грунтовой воды при строительстве котлована // Инженерно-строительный журнал. 2012. № 4(30). С. 52–56.

13. **Подольский В.А.** Применение метода конечных элементов для решения профильной задачи расчета изменения положения депрессионной кривой // Горный информ.-анал. бюл. (научно-технический журнал). 2007. № 4. С. 58–60.

14. **Афонин А.А.** Математическое моделирование реальных нелинейных задач фильтрации со свободной границей // Известия ЮФУ. Технические науки. 2006. № 3 (58). С. 260–264.

15. **Подольский В.А.** Расчет положения свободной поверхности при нестационарной фильтрации методом конечных элементов // Горный информ.-анал. бюл. (научно-технический журнал). 2007. № 4. С. 63–67.

16. **Мемарианфард М.Е., Анискин Н.А.** Расчет фильтрации в грунтовых плотинах и основаниях с учетом анизотропии // Вестник МГСУ. 2009. № 51. С. 125–128.

17. **Чагиров П.С., Кадет В.В.** Новый метод определения границ применимости закона Дарси // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4-3. С. 1243–1244.

18. **Кадет В.В., Максименко А.А.** Принципы аналитического описания течения жидкости в решеточных моделях пористых сред // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 2000. № 1. С. 79–83.

- [3] **D.V. Purgina, L.A. Strokova, K.I. Kuzevanov**, Modeling hydrogeological conditions for antilandslide measures justification on the plot of the Kama river embankment in Perm, Bulletin of the Tomsk Polytechnic University, Geo Assets Engineering. 327 (1) (2016) 116–127.
- [4] **A.K. Strelkov, D.Yu. Teplykh, N.S. Bukhman, A.M. Sargsyan**, Analysis and specifications of filtration of surface runoff from railway track ballast section, Water Supply and Sanitary Technique. (12) (2015) 63–72.
- [5] **V.V. Terleev, A. Nikonorov, I. Togo, et al.**, Nysteretic water-retention capacity of sandy soil, Magazine of Civil Engineering. (2 (70)) (2017) 84–92.
- [6] **V.T. Orlov, O.I. Zaytsev, E.A. Loktionova**, Assessment of pollution area's sizes natural ground waters infiltration stream, Construction of Unique Buildings and Structures. 2013. (6 (11)) (2013) 28–33.
- [7] **Yu.M. Kosichenko**, Razvitiye issledovaniy v oblasti primeneniya novykh materialov dlya protivofiltratsionnykh tseley [The progress of studies in advance materials applications for impervious purpose], Puti povysheniya effektivnosti oroshayemogo zemledeliya [The ways for improving the efficiency of irrigated farming]. (58-2) (2015) 21–27.
- [8] **A.V. Ishchenko, A.S. Sokolov**, Gidravlicheskaya model vodopronitsayemosti betonoplenochnogo protivofiltratsionnogo pokrytiya kanala [A hydraulic model of the water permeability of a concrete-film impervious coating of a canal], In: Melioratsiya i vodnoye khozyaystvo. Materialy nauchno-prakticheskoy konferentsii [Reclamation and water industry, Conference proceedings] (2016) 73–77.
- [9] **A.A. Kuvayev, I.S. Pashkovsky, S.P. Pozdnyakov, A.A. Roshal, V.M. Shestakov** and the development of modern hydrogeodynamic ideas, Moscow University Geology Bulletin. (1) (2009) 54–58.
- [10] **S.V. Solsky, D.P. Samofalov, E.V. Bulganin, E.P. Semanina**, Justification of the method to assess the parameters of ablation of the slopes of deep pits, Bull. of B.E. Vedeneev VINIG. (278) (2015) 95–106.
- [11] **Yu.M. Brumshteyn**, Analysis of possible approaches to methods of computer modelling for some special geofiltration problems, Izvestiya Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2014. 22 (25 (152)) 5–11.
- [12] **A.D. Girgidov**, The time of groundwater free surface lowering before foundation pit construction, Magazine of Civil Engineering. (4(30)) (2012) 52–56.
- [13] **V.A. Podolsky**, Primeneniye metoda konechnykh elementov dlya resheniya profilnoy zadachi rascheta izmeneniya polozheniya depressionnoy krivoy [An application of the finite element method to a solution of a profile problem on a changing position of a depression curve], Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal) [The Mining Informational-Analytical Bulletin]. (4) (2007) 58–60.
- [14] **A.A. Afonin**, Matematicheskoye modelirovaniye realnykh nelineynykh zadach filtratsii so svobodnoy granitsey [Mathematical simulation of real nonlinear problems on filtration with a free boundary], Izvestiya YuFU. Tekhnicheskkiye nauki. 2006. (3 (58)) (2006) 260–264.
- [15] **V.A. Podolsky**, Raschet polozheniya svobodnoy poverkhnosti pri nestatsionarnoy filtratsii metodom konechnykh elementov [The calculation of a free surface position in the non-stationary filtration using the finite element method], Gornyy informatsionno-analiticheskiy byulleten (nauchno-tekhnicheskii zhurnal) [The Mining Informational-Analytical Bulletin]. (4) (2007) 63–67.
- [16] **M.E. Memarianfard, N.A. Aniskin**, Raschet filtratsii v gruntovykh plotinakh i osnovaniyakh s uchetom anizotropii [The calculation of filtration in the earth dams and bases with allowance for anisotropy], Vestnik MGSU. (S1) (2009) 125–128.
- [17] **P.S. Chagirov, V.V. Kadet**, A New method for determining the applicability of the Darcy law, Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo. (4-3) (2011) 1243–1244.
- [18] **V.V. Kadet, A.A. Maksimenko**, Printsipy analiticheskogo opisaniya techeniya zhidkosti v reshetochnykh modelyakh poristyykh sred [Principles of analytical description of a flow in lattice models of porous media], Fluid Dynamics. 35 (1) (2000) 79–83.

Received 12.02.2018, accepted 01.03.2018.

THE AUTHORS

ZABOROVA Dariya D.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

zaborova-dasha@mail.ru

PETRITCHENKO Mikhail R.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

fonpetrich@mail.ru

MUSORINA Tatiana A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

flamingo-93@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.11206

УДК 517.946

ПРЯМАЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Д.С. Аниконов, Д.С. Коновалова

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация

Настоящая статья посвящена теме исследования решений дифференциальных уравнений в частных производных с разрывными коэффициентами при старших производных. Кроме самостоятельного математического интереса, это направление весьма актуально для теории зондирования неизвестных сред, составленных из различных веществ. Рассматриваются прямая и обратные задачи, для первой из которых доказана теорема существования и единственность решения. Для обратных задач доказана единственность решения. При выводе формул для решения прямой задачи использовано интегро-дифференциальное уравнение, которое следует из физических законов. Смысл обратных задач состоит в определении точки стыка различных материалов и скоростей распространения волн. Конструктивный характер доказательства позволил нам построить соответствующий численный алгоритм.

Ключевые слова: дифференциальное уравнение; разрывной коэффициент; зондирование неизвестных сред; прямая и обратная задачи

Ссылка при цитировании: Аниконов Д.С., Коновалова Д.С. Прямая и обратная задачи для волнового уравнения с разрывными коэффициентами // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 61 – 72. DOI: 10.18721/JPM.11206

DIRECT AND INVERSE PROBLEMS FOR A WAVE EQUATION WITH DISCONTINUOUS COEFFICIENTS

D.S. Anikonov, D.S. Konovalova

Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russian Federation

The present article is devoted to the studies in solutions of partial differential equations with discontinuous coefficients for the highest derivatives. This line of investigation is not only of purely academic interest for mathematicians, but plays an important part in the theory of sounding of unknown media composed of various substances. The direct and inverse problems have been considered. The theorem of existence and of the solution-uniqueness was proved for the first of them. For inverse problems, the uniqueness of the solution was proved.

The integro-differential equation, which is a consequence of the physical laws, was used for solving the direct problem in the derivation of formulae. The meaning of the inverse problems lies in determination of a junction point of different materials and a wave velocity. The used nature of the proof allows us to construct an appropriate numerical algorithm.

Key words: differential equation; discontinuous coefficient; sounding of unknown media; direct and inverse problems

Citation: D.S. Anikonov, D.S. Konovalova, Direct and inverse problems for a wave equation with discontinuous coefficients, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 61 – 72. DOI: 10.18721/JPM.11206

Введение

В настоящее время область исследования дифференциальных уравнений в частных производных с разрывными коэффициентами развита пока еще недостаточно. Вместе с тем мы можем указать на ряд работ подобного типа [1 – 12].

В нашей работе в полуплоскости

$$R_2^+ = ((x, t), -\infty < x < \infty, t > 0)$$

рассматривается задача Коши:

$$\alpha(x) \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial t^2} - \beta(x) \frac{\partial^2 U(x, t)}{\partial x^2} = f(x, t), \quad (1)$$

$$(x, t) \in R_2^+, \alpha(x), \beta(x) > 0,$$

$$U(x, 0) = \varphi(x), U_t(x, 0) = \psi(x). \quad (2)$$

Мы предполагаем, что функция $\varphi(x)$ имеет непрерывные производные до второго порядка включительно, а $\psi(x)$ имеет непрерывную первую производную. Функция $f(x, t)$ имеет непрерывные частные производные первого порядка при $(x, t) \in R_2^+$.

Задача (1), (2) (прямая) состоит в нахождении $U(x, t)$ при заданных функциях $\alpha(x), \beta(x), \varphi(x), \psi(x), f(x, t)$. Ее физический смысл состоит в описании процесса поперечных колебаний струны или продольных колебаний стержня.

При постоянных значениях α и β решение этой задачи хорошо известно и представляется формулой Даламбера. Мы рассматриваем случай разрывных коэффициентов $\alpha(x), \beta(x)$, который соответствует струне или стержню, составленным из различных материалов.

В частном случае, когда $f = 0$, наши результаты для прямой задачи аналогичны выводам, анонсированным в сообщениях [8, 9]. Отметим также работы [10 – 12], содержащие различные обобщения формулы Даламбера. Из указанных ссылок мы используем только работу [10, С. 75 – 77], где задача типа (1), (2) записана в форме

интегро-дифференциального уравнения для обобщенного решения в классе кусочно-гладких функций. Что касается обратных задач в этой статье, то пока мы не можем указать на близкие результаты других авторов.

Работа содержит значительное число громоздких вычислений. При этом мы подробно приводим только наиболее принципиальную часть из них, а для других аналогичных действий ограничиваемся указаниями схемы соответствующего анализа.

Обозначения, определения и постановка прямой задачи

В уравнении (1) функции $\alpha(x), \beta(x)$ считаются кусочно-постоянными, т. е.

$$\alpha(x) = \alpha_1, \beta(x) = \beta_1, \quad x < x_0;$$

$$\alpha(x) = \alpha_2, \beta(x) = \beta_2, \quad x \geq x_0,$$

где x_0 – фиксированное число; $\alpha_i, \beta_i, i = 1, 2$ – положительные числа.

Далее будем использовать следующие обозначения:

$$\gamma_i = \sqrt{\alpha_i \beta_i}, \quad a_i = \sqrt{\beta_i} / \sqrt{\alpha_i},$$

$$i = 1, 2, \quad \alpha(x) = \sqrt{\beta(x)} / \sqrt{\alpha(x)}.$$

Для первых производных произвольной функции $\omega(x, t)$ по x и по t , кроме традиционных обозначений, будет использоваться также запись $\partial_1 \omega(x, t), \partial_2 \omega(x, t)$. В краткой записи левая часть уравнения (1) обозначается $LU(x, t)$.

В полуплоскости R_2^+ выделим следующие подмножества:

G_1 – область между прямыми $t = 0$ и $x = x_0 - a_1 t$;

G_2 – область между прямыми $t = 0$ и $x = x_0 + a_2 t$;

G_3 – область между прямыми $x = x_0 + a_2 t$ и $x = x_0$;

G_4 – область между прямыми $x = x_0$ и $x = x_0 - a_1 t$;

$$G_0 = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4.$$

На границах между областями $G_i, i = 1, \dots, 4$ выпишем условия сопряжения:

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} \partial_2 U(x, t) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} \partial_2 U(x, t), \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} \beta_1 \partial_1 U(x, t) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} \beta_2 \partial_1 U(x, t), \quad (4)$$

$$\{\partial_2 U(x, t) - a_1 \partial_1 U(x, t)\} = 0, \quad x = x_0 - a_1 t, \quad (5)$$

$$\{\partial_2 U(x, t) + a_2 \partial_1 U(x, t)\} = 0, \quad x = x_0 + a_2 t. \quad (6)$$

В условиях (5), (6) и далее фигурные скобки означают скачки функций в граничных точках, когда из предельного значения для $(x, t) \in G_i$ вычитается предельное значение той же функции при $(x, t) \in G_j, i > j$. Далее мы покажем, что условия (3) – (6) являются следствием закона Гука и закона сохранения импульса.

Решение задачи (1), (2) ищется в классе функций, непрерывных в R_2^+ и кусочно-гладких, таких, что $U(x, t)$ имеет в G_0 все частные производные до второго порядка включительно, равномерно непрерывные на пересечении каждой области $G_i, i = 1, \dots, 4$, с кругом любого радиуса и с центром в начале координат. Функцию из этого класса назовем обобщенным решением задачи (1), (2), если она удовлетворяет уравнению (1) в G_0 и условиям (2) – (6).

Далее в работе используются криволинейные интегралы только второго рода. Для кривой с началом в точке P и концом в точке Q используется обозначение (PQ) .

Если кривая является границей односвязной ограниченной области, то принята ориентация, когда при перемещении точки по кривой область расположена слева.

Условимся текущие точки областей $G_i, i = 1, \dots, 4$, обозначать $M_i = (x, t)$. Выполним следующие построения. Возьмем произвольную точку $M_1 = (x, t) \in G_1$ и, используя текущие переменные (ξ, τ) , проведем через M_1 две прямые:

$$\xi - x = a_1(\tau - t),$$

$$\xi - x = -a_1(\tau - t).$$

Первая из них пересекает горизонтальную ось системы координат в точке $A_1 = (0, x - a_1 t)$, а вторая – в точке $B_1 = (0, x + a_1 t)$. Треугольник с вершинами A_1, M_1, B_1 обозначим $G(M_1)$. Аналогично этому, для произвольной точки $M_2 = (x, t) \in G_2$ используем прямые

$$\xi - x = a_2(\tau - t),$$

$$\xi - x = -a_2(\tau - t)$$

и получаем точки

$$A_2 = (0, x - a_2 t), \quad B_2 = (0, x + a_2 t)$$

и треугольник $G(M_2)$.

В областях G_3, G_4 построение более сложное. Пусть $M_3 = (x, t) \in G_3, X_0 = (x_0, 0)$ (рис. 1). Рассмотрим прямые

$$\xi - x = -a_2(\tau - t),$$

$$\xi - x = a_2(\tau - t).$$

Первая из них пересекает ось Ox в

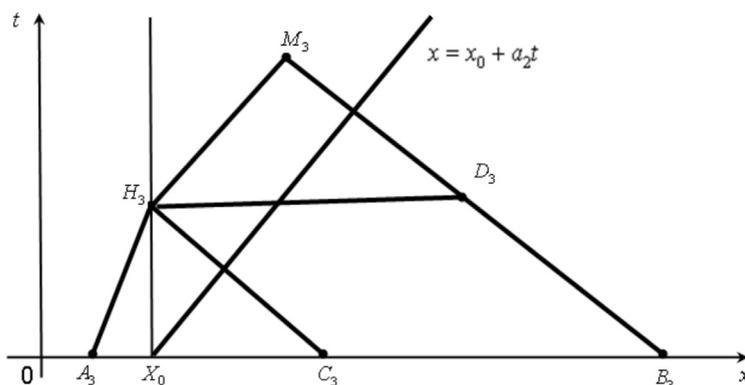


Рис. 1. Иллюстрация к построению функции $U(x, t)$ для произвольной точки $M_3 = (x, t) \in G_3$

точке $B_3 = (0, x + a_2 t)$, а вторая пересекает линию $\xi = x_0$ в точке $H_3 = (x_0, h_3)$, где $h_3 = t - (x - x_0) / a_2$.

Далее через точку H_3 проводим прямую

$$\xi - x_0 = a_1(\tau - h_3),$$

которая пересекает ось Ox в точке $A_3 = (0, x_0 - a_1 h_3)$.

Четырехугольник с вершинами A_3, H_3, M_3, B_3 обозначим через $G(M_3)$. Из точки H_3 проведем горизонтальную прямую, которая пересекает прямую

$$\xi - x = -a_2(\tau - t)$$

в точке $D_3 = (2x - x_0, h_3)$.

Кроме того, проведем прямую

$$\xi - x_0 = -a_2(\tau - h_3),$$

которая пересекает ось Ox в точке $C_3 = (0, x_0 + a_2 h_3)$.

Треугольник с вершинами A_3, C_3, H_3 обозначим через $G(H_3)$. В области G_4 для произвольной точки $M_4 = (x, t) \in G_4$ построение вполне аналогично (рис. 2). А именно, используем прямые

$$\xi - x = a_1(\tau - t),$$

$$\xi - x = -a_1(\tau - t),$$

Первая из них пересекает ось Ox в точке $A_4 = (0, x - a_1 t)$, а вторая пересекает линию $\xi = x_0$ в точке $H_4 = (x_0, h_4)$, где $h_4 = t + (x - x_0) / a_1$.

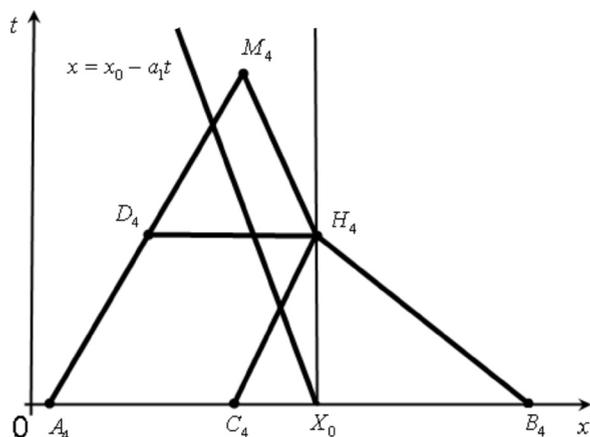


Рис. 2. Иллюстрация к построению функции $U(x, t)$ для произвольной точки $M_4 = (x, t) \in G_4$

Далее через точку H_4 проведем прямую

$$\xi - x_0 = -a_2(\tau - h_4),$$

которая пересекает ось Ox в точке $B_4 = (0, x_0 + a_2 h_4)$. Четырехугольник с вершинами A_4, M_4, H_4, B_4 обозначим через $G(M_4)$. Дополнительно проведем прямую

$$\xi - x_0 = a_1(\tau - h_4),$$

которая пересекает ось Ox в точке $C_4 = (0, x_0 - a_1 h_4)$. Треугольник с вершинами C_4, H_4, B_4 обозначим через $G(H_4)$.

Существование и единственность решения прямой задачи

Будем обозначать значения функции $U(x, t)$ в G_i через $U_i(x, t)$, $i = 1, \dots, 4$.

Теорема 1. При всех сделанных предположениях существует единственное обобщенное решение задачи (1), (2), представленное в виде формул

$$\begin{aligned}
 U_i(M_i) &= \frac{U(A_i) + U(B_i)}{2} + \\
 &+ \frac{1}{2\gamma_i} \int_{(A_i B_i)} \alpha_i \psi(\xi) d\xi + \frac{1}{2\gamma_i} \int_{G(M_i)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau, \quad (7) \\
 & \quad i = 1, 2; \\
 U_3(M_3) &= \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} U(A_3) + U(B_3) + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} U(C_3) \right] + \\
 &+ \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \int_{(A_3 C_3)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi + \right. \\
 &+ \left. \int_{(A_3 B_3)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi \right] + \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \times \right. \\
 &\times \int_{G(H_3)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \left. \int_{G(M_3)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau \right]; \\
 U_4(M_4) &= \\
 &= \frac{1}{2} \left[\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} U(A_4) + U(B_4) + \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} U(C_4) \right] + \\
 &+ \frac{1}{2\gamma_1} \left[\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \int_{(A_4 C_4)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi + \right. \\
 &+ \left. \int_{(A_4 B_4)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi \right] + \frac{1}{2\gamma_1} \int_{G(H_4)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \int_{G(M_4)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau; \quad (9)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \int_{(A_4 B_4)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi \left. \right] + \frac{1}{2\gamma_1} \left[\frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} \times \right. \\
 & \times \int_{G(H_4)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \left. \int_{G(M_4)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau \right]. \quad (9)
 \end{aligned}$$

Доказательство. Проведем доказательство в три этапа.

1. *Способ получения формул (7) – (9).* Отметим, что в областях G_1 и G_2 решение дается классической формулой Даламбера. Теперь обратим внимание на область G_3 . В книге [10, С. 75 – 77] рассматривается задача, совпадающая по смыслу с задачей (1), (2), но при других ограничениях. Именно, вместо уравнения (1) исследуется интегродифференциальное уравнение относительно функции $u(x, t)$:

$$\begin{aligned}
 & \int_{\partial G} \alpha(\xi) \partial_2 u(\xi, \tau) d\xi + \beta(\xi) \partial_1 u(\xi, \tau) d\tau + \\
 & + \int_G f(\xi, \tau) d\xi d\tau = 0. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Кроме того, заданы начальные данные:

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x). \quad (11)$$

В равенстве (10) G – произвольная ограниченная односвязная область в R_2^+ , а ее граница ∂G – кусочно-гладкая кривая класса C^1 . Функция $u(x, t)$ непрерывна в R_2^+ , а ее частные производные $\partial_1 u(x, t)$, $\partial_2 u(x, t)$ кусочно непрерывны с возможными разрывами первого рода на некоторых линиях. При этом допускается наличие разрывов внутри G , а также возможен случай, когда линия разрывов совпадает с частью ∂G , и тогда в качестве производных $\partial_1 u(\xi, \tau)$, $\partial_2 u(\xi, \tau)$ в уравнении (10) берутся их предельные значения изнутри области G . Отметим, что уравнение (10) является следствием законов Гука и сохранения импульса. Соответственно, и выводы, полученные из (10), также являются следствием этих законов.

Возьмем произвольную точку $M_3 = (x, t) \in G_3$ и используем уравнение (10) относительно четырехугольника $G(M_3)$ (см. рис. 1). Криволинейные интегралы по линиям $(M_3 H_3)$, $(H_3 A_3)$, $(A_3 B_3)$, $(B_3 M_3)$ обо-

значим соответственно через I_1, I_2, I_3, I_4 . Прямыми и несложными вычислениями получаем равенства

$$I_1 = \gamma_2(u(H_3) - u(M_3)),$$

$$I_2 = \gamma_1(u(A_3) - u(H_3)),$$

$$I_3 = \int_{(A_3 B_3)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi,$$

$$I_4 = \gamma_2(u(B_3) - u(M_3)).$$

Кроме того, используем равенство (10) для треугольника $G(H_3)$. Обозначим криволинейные интегралы по линиям $(H_3 A_3)$, $(A_3 C_3)$, $(C_3 H_3)$ соответственно через J_1, J_2, J_3 и, аналогично предыдущему, имеем:

$$J_1 = \gamma_1(u(A_3) - u(H_3)),$$

$$J_2 = \int_{(A_3 C_3)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi,$$

$$J_3 = \gamma_2(u(C_3) - u(H_3)).$$

Далее используем равенство (10) для $G(M_3)$ и $G(H_3)$ и, учитывая вычисления для $I_1, I_2, I_3, I_4, J_1, J_2, J_3$, получаем для $u(M_3)$ выражение, совпадающее с правой частью равенства для $U_3(M_3)$. Отождествляя $u(x, t)$ и $U_3(x, t)$, приходим к формуле (8). Рассуждения для $U_4(x, t)$ имеют совершенно аналогичный характер. При этом в равенстве (10) используются четырехугольник $G(M_4)$ и треугольник $G(H_4)$.

2. *Существование решения прямой задачи.* Вычислим пределы $U(x, t)$ при аргументах, стремящихся к точкам на линиях

$$x - x_0 = a_2 t, \quad x - x_0 = -a_1 t, \quad x = x_0.$$

Если использовать выражения для $A_i, B_i, C_i, H_i, i = 1, \dots, 4$, через (x, t) , то легко видеть, что пределы функций $U_i(x, t)$ в указанных точках совпадают, т. е. функция $U(x, t)$, представленная формулами (7) – (9), непрерывна в R_2^+ .

Теперь проверим, что $U_i(x, t)$ удовлетворяют уравнению (1) в $G_i, i = 1, \dots, 4$. Отметим, что функции $U_1(x, t), U_2(x, t)$ представлены классической формулой Даламбера, поэтому в проверке не нуждаются. Из этого же факта следует и вы-

полнение условий (2) для $U(x, t)$. Для нас удобно исследовать формулу (8) по частям, а именно –

$$U_3(x, t) = U_{3,\varphi}(x, t) + U_{3,\psi}(x, t) + U_{3,f}(x, t),$$

где

$$U_{3,\varphi}(x, t) = \frac{1}{2} \left[\frac{2\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \varphi(x_0 - a_1 h_3) + \varphi(x + a_2 t) + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \varphi(x_0 + a_2 h_3) \right],$$

$$h_3 = t - (x - x_0) / a_2, \quad (x, t) \in G_3; \quad (12)$$

$$U_{3,\psi}(x, t) = \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \int_{(A_3, C_3)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi + \int_{(A_3, B_3)} \alpha(\xi) \psi(\xi) d\xi \right]; \quad (13)$$

$$U_{3,f}(x, t) = \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \int_{G(H_3)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau + \int_{G(M_3)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau \right]. \quad (14)$$

Вычислим производные функции $U_{3,\varphi}(x, t)$:

$$\frac{\partial U_{3,\varphi}(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[\frac{-2\gamma_1 a_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \varphi'(x_0 - a_1 h_3) + a_2 \varphi'(x + a_2 t) + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} a_2 \varphi'(x_0 + a_2 h_3) \right], \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 U_{3,\varphi}(x, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{2\gamma_1 a_1^2}{\gamma_1 + \gamma_2} \varphi''(x_0 - a_1 h_3) + a_2^2 \varphi''(x + a_2 t) + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} a_2^2 \varphi''(x_0 + a_2 h_3) \right]; \quad (16)$$

$$\frac{\partial U_{3,\varphi}(x, t)}{\partial x} = \frac{1}{2} \left[\frac{2\gamma_1 a_1}{(\gamma_1 + \gamma_2) a_2} \varphi'(x_0 - a_1 h_3) + \varphi'(x + a_2 t) - \right.$$

$$\left. - \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \varphi'(x_0 + a_2 h_3) \right]; \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 U_{3,\varphi}(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{2} \left[\frac{2\gamma_1 a_1^2}{(\gamma_1 + \gamma_2) a_2^2} \varphi''(x_0 - a_1 h_3) + \varphi''(x + a_2 t) + \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \varphi''(x_0 + a_2 h_3) \right]. \quad (18)$$

Используя равенства (16), (18), запишем:

$$LU_{3,\varphi}(x, t) = \varphi''(x_0 - a_1 h_3) \left[\frac{\gamma_1 a_1^2 \alpha_2}{\gamma_1 + \gamma_2} - \frac{\gamma_1 a_1^2 \beta_2}{(\gamma_1 + \gamma_2) a_2^2} \right] + \varphi''(x + a_2 t) \left[\frac{a_2^2 \alpha_2}{2} - \frac{\beta_2}{2} \right] + \varphi''(x_0 + a_2 h_3) \left[\frac{a_2^2 \alpha_2 (\gamma_2 - \gamma_1)}{2(\gamma_1 + \gamma_2)} - \frac{\beta_2 (\gamma_2 - \gamma_1)}{2(\gamma_1 + \gamma_2)} \right].$$

Легко убедиться в том, что в правой части последнего равенства все выражения в квадратных скобках равны нулю, т. е. $LU_{3,\varphi}(x, t) = 0, (x, t) \in G_3$.

Далее вычислим частные производные функции $U_{3,\psi}(x, t)$:

$$\frac{\partial U_{3,\psi}(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} (\alpha_1 a_1 \psi(x_0 - a_1 h_3) + \alpha_2 a_2 \psi(x_0 + a_2 h_3)) + \alpha_1 a_1 \psi(x_0 - a_1 h_3) + \alpha_2 a_2 \psi(x + a_2 t) \right]; \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 U_{3,\psi}(x, t)}{\partial t^2} = \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} (-\alpha_1 a_1^2 \psi'(x_0 - a_1 h_3) + \alpha_2 a_2^2 \psi'(x_0 + a_2 h_3)) \right] + \frac{1}{2\gamma_2} [-\alpha_1 a_1^2 \psi'(x_0 - a_1 h_3) + \alpha_2 a_2^2 \psi'(x + a_2 t)]; \quad (20)$$

$$\frac{\partial U_{3,\psi}(x,t)}{\partial x} = \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \times \right. \\ \left. \times \left(-\frac{\alpha_1 a_1}{a_2} \psi(x_0 - a_1 h_3) - \alpha_2 \psi(x_0 + a_2 h_3) \right) - \right. \\ \left. - \frac{\alpha_1 a_1}{a_2} \psi(x_0 - a_1 h_3) + \alpha_2 \psi(x + a_2 t) \right]; \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 U_{3,\psi}(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{2\gamma_2} \left[\frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \times \right. \\ \left. \times \left(-\alpha_1 \frac{a_1^2}{a_2^2} \psi'(x_0 - a_1 h_3) + \alpha_2 \psi'(x_0 + a_2 h_3) \right) \right] + \\ + \frac{1}{2\gamma_2} \left[-\alpha_1 \frac{a_1^2}{a_2^2} \psi'(x_0 - a_1 h_3) + \alpha_2 \psi'(x + a_2 t) \right]. \quad (22)$$

Из равенств (20), (22) следует, что $LU_{3,\psi}(x,t) = 0$. Теперь исследуем выражение $U_{3,f}(x,t)$. Сначала рассмотрим интеграл $F(x,t)$, который представим в виде суммы двух слагаемых:

$$F(x,t) = F_1(x,t) + F_2(x,t),$$

где $F_1(x,t)$ – интеграл от $f(\xi, \tau)$ по треугольнику с вершинами H_3, M_3, D_3 , а $F_2(x,t)$ – интеграл от той же функции по оставшейся части $G(M_3)$. Следовательно,

$$F_1(x,t) = \int_{\frac{h_3 x - a_2(t-\tau)}{h_3}}^{\frac{t x + a_2(t-\tau)}{h_3}} \int_{\frac{h_3 x + a_2(t-\tau)}{h_3}}^{\frac{t x + a_2(t-\tau)}{h_3}} f(\xi, \tau) d\xi d\tau, \quad (23)$$

$$F_2(x,t) = \int_{\frac{t x - a_1(h_3 - \tau)}{h_3}}^{\frac{t x + a_2(t-\tau)}{h_3}} \int_{\frac{h_3 x + a_2(t-\tau)}{h_3}}^{\frac{t x + a_2(t-\tau)}{h_3}} f(\xi, \tau) d\xi d\tau. \quad (24)$$

Вычислим частные производные от $F_1(x,t)$ и $F_2(x,t)$:

$$\frac{\partial F_1(x,t)}{\partial t} = - \int_{\frac{x - a_2(t-h_3)}{h_3}}^{\frac{x + a_2(t-h_3)}{h_3}} f(\xi, h_3) d\xi + \\ + \int_{\frac{h_3}{h_3}}^t [a_2 f(x + a_2(t - \tau), \tau) + \\ + a_2 f(x - a_2(t - \tau), \tau)] d\tau; \quad (25)$$

$$\frac{\partial^2 F_1(x,t)}{\partial t^2} = - \int_{x_0}^{2x-x_0} \partial_2 f(\xi, h_3) d\xi + 2a_2 f(x,t) - \\ - a_2 f(2x - x_0, h_3) - a_2 f(x_0, h_3) +$$

$$+ \int_{\frac{h_3}{h_3}}^t a_2^2 [\partial_1 f(x + a_2(t - \tau), \tau) - \\ - \partial_1 f(x - a_2(t - \tau), \tau)] d\tau; \quad (26)$$

$$\frac{\partial F_2(x,t)}{\partial t} = \int_{x_0}^{2x-x_0} f(\xi, h_3) d\xi + \\ + \int_0^{h_3} [a_2 f(x + a_2(t - \tau), \tau) + \\ + a_1 f(x_0 - a_1(h_3 - \tau), \tau)] d\tau; \quad (27)$$

$$\frac{\partial^2 F_2(x,t)}{\partial t^2} = \\ = - \int_{x_0}^{2x-x_0} \partial_2 f(\xi, h_3) d\xi + a_2 f(2x - x_0, h_3) + \\ + a_1 f(x_0, h_3) + \int_0^{h_3} [a_2^2 \partial_1 f(x + a_2(t - \tau), \tau) - \\ - a_1^2 \partial_1 f(x - a_1(t - \tau), \tau)] d\tau.$$

Из последнего равенства и формулы (26) следует, что

$$\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial t^2} = 2a_2 f(x,t) + (a_1 - a_2) f(x_0, h_3) + \\ + \int_{\frac{h_3}{h_3}}^t a_2^2 [\partial_1 f(x + a_2(t - \tau), \tau) - \\ - \partial_1 f(x - a_2(t - \tau), \tau)] d\tau + \\ + \int_0^{h_3} [a_2^2 \partial_1 f(x + a_2(t - \tau), \tau) - \\ - a_1^2 \partial_1 f(x - a_1(h_3 - \tau), \tau)] d\tau.$$

Аналогичными прямыми вычислениями получаем равенство

$$\frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2} = \left[\frac{a_1}{a_2^2} - \frac{1}{a_2} \right] f(x_0, h_3) + \\ + \int_{\frac{h_3}{h_3}}^t [\partial_1 f(x + a_2(t - \tau), \tau) - \\ - \partial_1 f(x - a_2(t - \tau), \tau)] d\tau + \\ + \int_0^{h_3} [a_2^2 \partial_1 f(x + a_2(t - \tau), \tau) -$$

$$-\frac{a_1^2}{a_2^2} \partial_1 f(x - a_1(h_3 - \tau), \tau) \Big] d\tau.$$

Используя полученные формулы для вторых производных функции $F(x, t)$, убеждаемся в том, что $LF(x, t) = f(x, t)$.

Теперь рассмотрим интеграл $\Phi(x, t)$ от $f(\xi, \tau)$ по треугольнику $G(H_3)$, т. е.

$$\Phi(x, t) = \int_0^{h_3 x_0 + a_2(h_3 - \tau)} \int_{x_0 - a_1(h_3 - \tau)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau.$$

Вычислим производные от функции $\Phi(x, t)$:

$$\frac{\partial \Phi(x, t)}{\partial t} = \int_0^{h_3} [a_2 f(x_0 + a_2(h_3 - \tau), \tau) + a_1 f(x_0 - a_1(h_3 - \tau), \tau)] d\tau; \quad (28)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, t)}{\partial t^2} = (a_1 + a_2) f(x_0, h_3) + \int_0^{h_3} [a_2^2 \partial_1 f(x_0 + a_2(h_3 - \tau), \tau) - a_1^2 \partial_1 f(x_0 - a_1(h_3 - \tau), \tau)] d\tau;$$

$$\frac{\partial^2 \Phi(x, t)}{\partial x^2} = \left(\frac{a_1}{a_2^2} + \frac{1}{a_2} \right) f(x_0, h_3) + \int_0^{h_3} \left[\partial_1 f(x_0 + a_2(h_3 - \tau), \tau) - \frac{a_1^2}{a_2^2} \partial_1 f(x_0 - a_1(h_3 - \tau), \tau) \right] d\tau.$$

Отсюда следует, что $L\Phi(x, t) = 0, (x, t) \in G_3$.

Объединяя полученные результаты вычислений, приходим к равенству

$$LU_{3,f}(x, t) = f(x, t), \quad (x, t) \in G_3.$$

Принимая во внимание ранее полученные равенства

$$LU_{3,\varphi}(x, t) = 0, \quad LU_{3,\psi}(x, t) = 0,$$

имеем $LU_3(x, t) = f(x, t)$.

Совершенно аналогичным образом получается равенство

$$LU_4(x, t) = f(x, t), \quad (x, t) \in G_4.$$

К этому же выводу можно прийти путем замены переменной $x' = 2x_0 - x$ и использованием уже полученных результатов. Тем самым доказано, что функция $U(x, t)$ удовлетворяет уравнению (1) в G_0 и условиям (2).

Свойства (3) – (6) нетрудно вывести из полученных равенств для $\partial_1 U(x, t), \partial_2 U(x, t)$. Следовательно, функция $U(x, t)$, представленная формулами (7) – (9), является обобщенным решением задачи (1), (2).

3. *Единственность решения прямой задачи.* Для доказательства указанной единственности возьмем два решения задачи (1), (2) и обозначим их разность $V(x, t)$. Рассмотрим функции

$$v_1(x, t) = \partial_2 V(x, t) + a(x) \partial_1 V(x, t),$$

$$v_2(x, t) = \partial_2 V(x, t) - a(x) \partial_1 V(x, t).$$

Нетрудно проверить, что выполняются следующие равенства:

$$\begin{aligned} \partial_2 v_1(x, t) - a(x) \partial_1 v_1(x, t) &= 0, \\ \partial_2 v_2(x, t) + a(x) \partial_1 v_2(x, t) &= 0, \end{aligned} \quad (29)$$

$$v_i(x, 0) = 0, \quad i = 1, 2, \quad (x, t) \in G_0.$$

Условимся обозначать $v_1(x, t), v_2(x, t), V(x, t)$ для $x < x_0$ через $v_1^-(x, t), v_2^-(x, t), V^-(x, t)$, а для $x \geq x_0$ – через $v_1^+(x, t), v_2^+(x, t), V^+(x, t)$.

Из условий (5), (6) следует непрерывность функций $v_1^+(x, t), v_2^-(x, t)$. Следовательно, из системы (29) имеем

$$v_1^+(x, t) = v_2^-(x, t) = 0.$$

Для произвольной точки H на полуоси $(x_0, t), t > 0$, выполняются следующие равенства:

$$v_1^+(H) = \partial_2 V^+(H) + a_2 \partial_1 V^+(H) = 0,$$

$$v_2^-(H) = \partial_2 V^-(H) - a_1 \partial_1 V^-(H) = 0.$$

Отсюда, с учетом непрерывности $\partial_2 v_2(x, t)$ при $x = x_0$, а также условия (4), следует, что $v_1(x, t), v_2(x, t)$ непрерывны в точке H . Таким образом, приходим к равенствам

$$v_1(x, t) = v_2(x, t) = 0,$$

$$\partial_1 V(x, t) = 0, \quad \partial_2 V(x, t) = 0,$$

где $V(x, t) = \text{const}$.

Поэтому в силу условия $V(x, 0) = 0$ имеем $V(x, t) = 0$, $(x, t) \in R_2^+$, что и означает единственность решения прямой задачи.

Теорема 1 доказана.

Постановка обратных задач и их исследование

В работе рассматриваются две обратные задачи.

Задача 1. Зная решение прямой задачи $U(x, t)$ на лучах (x_1, t) , (x_2, t) , (x_3, t) , $t > 0$, где фиксированные точки x_i , $i = 1, 2, 3$, удовлетворяют неравенствам $x_1 < x_0$, $x_2, x_3 > x_0$, определить числа x_0 , a_1 , a_2 .

Задача 2. Имея значения $U(x_i, t)$, $i = 2, 3$, при фиксированных точках $x_2, x_3 > x_0$, найти x_0 , a_2 .

Обе задачи относятся к теории зондирования неизвестных сред, когда определяются некоторые их параметры. В данном случае искомыми являются точка стыка различных материалов (x_0) и скорости распространения волн (a_i) . Вторая задача отличается от первой меньшим объемом известных данных и, соответственно, меньшим количеством определяемой информации.

Теорема 2. Каждая из обратных задач 1, 2 имеет не более одного решения, если выполнено условие

$$\varphi'(x_0)(\beta_1 - \beta_2) \neq 0. \quad (30)$$

Доказательство. Прежде всего проведем анализ производной $\partial_2 U(x, t)$ при фиксированном x , $x \neq x_0$, $t > 0$. Для определенности будем считать, что $x > x_0$. Тогда луч (x, t) , $t > 0$, лежит в областях G_2 и G_3 , пересекая границу между ними в точке

$$P = (x, (x - x_0) / a_2).$$

Анализ $\partial_2 U(x, t)$ при $(x, t) \in G_3$ уже выполнен при доказательстве теоремы 1, и его результаты представлены формулами (15), (19), (25), (27).

Теперь проведем аналогичный анализ для $\partial_2 U(x, t)$, $(x, t) \in G_2$. Используя равенство (7) для $i = 2$, представим $U_2(x, t)$ в виде суммы

$$U_2(x, t) = U_{2,\varphi}(x, t) + U_{2,\psi}(x, t) + U_{2,f}(x, t),$$

где

$$U_{2,\varphi}(x, t) = \frac{\varphi(x - a_2 t) + \varphi(x + a_2 t)}{2};$$

$$U_{2,\psi}(x, t) = \frac{1}{2\gamma_2} \int_{x - a_2 t}^{x + a_2 t} \alpha_2 \psi(\xi) d\xi;$$

$$U_{2,f}(x, t) = \frac{1}{2\gamma_2} \int_0^t \int_{0, x - a_2(t-\tau)}^{x + a_2(t-\tau)} f(\xi, \tau) d\xi d\tau.$$

Вычисляя производные по t от этих функций и переходя к пределу $(x, t) \rightarrow P$, получаем:

$$\frac{\partial U_{2,\varphi}(P)}{\partial t} = \frac{a_2}{2} (\varphi'(2x - x_0) - \varphi'(x_0)); \quad (31)$$

$$\frac{\partial U_{2,\psi}(P)}{\partial t} = \frac{1}{2} (\psi(2x - x_0) + \psi(x_0)); \quad (32)$$

$$\frac{\partial U_{3,f}(P)}{\partial t} = \frac{a_2}{2\gamma_2} \int_0^{(x-x_0)/a_2} [f(2x - x_0 - a_2\tau, \tau) + f(x_0 + a_2\tau, \tau)] d\tau. \quad (33)$$

Используя равенства (25), (27), (28), получаем предельное значение $\partial_2 U_{3,f}(x, t)$ в точке P :

$$\frac{\partial U_{3,f}(P)}{\partial t} = \frac{a_2}{2\gamma_2} \int_0^{(x-x_0)/a_2} [f(2x - x_0 - a_2\tau, \tau) + f(x_0 + a_2\tau, \tau)] d\tau. \quad (34)$$

Переходя к пределу $(x, t) \rightarrow P$, $(x, t) \in G_3$ в равенствах (15), (19), (25), (27), (28) и сравнивая полученные выражения в правых частях равенств (15) и (31), (19) и (32), (33) и (34), приходим к следующему выводу:

$$\begin{aligned} \partial_2 U_{3,\psi}(P) &= \partial_2 U_{2,\psi}(P), \\ \partial_2 U_{3,f}(P) &= \partial_2 U_{2,f}(P); \\ \partial_2 U_{3,\varphi}(P) - \partial_2 U_{2,\varphi}(P) &= \\ &= \varphi'(x_0)(\beta_2 - \beta_1) / (\gamma_2 + \gamma_1). \end{aligned}$$

Таким образом, слагаемые функции $U(x, t)$, содержащие $\psi(x)$ и $f(x, t)$, имеют непрерывные производные по t . Слагаемое, содержащее функцию $\varphi(x)$, имеет в точке P разрывную производную по t , т. е.

$$\left\{ \frac{\partial U}{\partial t}(P) \right\} = \varphi'(x_0) \frac{\beta_2 - \beta_1}{\gamma_2 + \gamma_1}. \quad (35)$$

Совершенно аналогичными рассуждениями убеждаемся в том, что для случая

$x < x_0$ выполняется равенство

$$\left\{ \frac{\partial U}{\partial t}(Q) \right\} = \varphi'(x_0) \frac{\beta_1 - \beta_2}{\gamma_2 + \gamma_1}, \quad (36)$$

где Q есть точка пересечения луча (x, t) ($t > 0$) и прямой $\xi - x_0 = -a_1\tau$.

Заметим, что, как и в теореме 1, можно использовать замену переменной $x' = 2x_0 - x$ и вывести равенство (36) из равенства (35).

Обозначим через P_2, P_3 точки пересечения прямой $\xi - x_0 = a_2\tau$ и лучей $(x_2, t), (x_3, t), t > 0$. Из свойства (35) следует, что $\partial_2 U(x_2, t), \partial_2 U(x_3, t)$ имеют разрывы только при $(x_2, t) = P_2, (x_3, t) = P_3$ соответственно. Таким образом, точки P_2, P_3 по данным задачи определяются однозначно. Следовательно, x_0 и a_2 определяются единственным образом, что означает единственность решения задачи 2.

Используя задание $U(x_1, t), t > 0$, и равенство (36), убеждаемся в том, что $\partial_2 U(x_1, t)$ имеет разрыв только в точке P_1 , которая есть пересечение прямой $\xi - x_0 = -a_1\tau$ и луча $(x_1, t), t > 0$. Из единственности определения P_1, x_0 следует единственность определения числа a_1 .

Тем самым теорема 2 доказана.

Отметим, что если условие (30) выполнено, то, используя доказательство теоре-

мы 2, легко построить соответствующие алгоритмы.

Замечание. Поскольку в обратных задачах функция $\varphi(x)$ не задана, но требуется выполнение неравенства $\varphi'(x_0) \neq 0$, теорема 2 имеет условный характер. Чтобы придать этой теореме конструктивный вид, достаточно постулировать неоднородность среды ($\beta_1 \neq \beta_2$) и дополнительно задать функцию $\varphi(x)$.

Заключение

В работе рассмотрено одномерное волновое уравнение, описывающее поперечные колебания неоднородной струны или продольные колебания неоднородного стержня. Поставлена прямая задача об определении функции колебаний в общем случае, когда начальное состояние, начальная скорость и сила внешнего воздействия известны и достаточно произвольны. Доказана теорема существования и единственности решения поставленной задачи и для него приведены простые и явные формулы. Дополнительно рассмотрены две обратные задачи о нахождении точки стыка различных материалов и скоростей распространения волн. Доказана теорема единственности решения обратных задач при условии выполнения некоторого неравенства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Petrova G., Popov B. Linear transport equations with discontinuous coefficients // Communications in Partial Differential Equations. 1999. Vol. 24. No. 9–10. Pp. 1849–1873.
2. Bouchut F., Jame F. One-dimensional transport equations with discontinuous coefficients // Journal Nonlinear Analysis. Theory, Methods and Applications. 1998. Vol. 32. No. 7. Pp. 891–933.
3. Куликовский А.Г., Свешникова Е.И., Чугайнова А.П. Математические методы изучения разрывных решений нелинейных гиперболических систем уравнений // Лекционные курсы НОЦ. Вып. 16. М.: Изд. Математического института им. В.А. Стеклова РАН, 2010. 122 с.
4. Tadmor E. Local error estimates for discontinuous solutions of nonlinear hyperbolic equations // SIAM J. Numer. Anal. 1991. Vol. 28. No. 4. Pp. 891–906.
5. Калиткин Н.Н. Численные методы. М.: Наука, 1978. 512 с.
6. Гельфанд И.М. Некоторые задачи теории квазилинейных уравнений // Успехи математических наук. 1959. Т. XIV. Вып. 2 (86). С. 87–158.
7. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985. 255 с.
8. Ильин В.А. Формула типа Даламбера для продольных колебаний бесконечного стержня, состоящего из разной плотности и разной упругости // Доклады Академии наук. 2009. Т. 427. № 4. С. 466–468.
9. Ильин В.А. Формула типа Даламбера для поперечных колебаний бесконечного стержня, состоящего из двух участков разной плотности // Доклады Академии наук. 2009. Т. 427. № 5. С. 609–611.

10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977. 735 с.

11. Салехов Г.С. Обобщение формул Даламбера и Пуассона // Успехи математических

наук. 1947. Т. 2. Вып. 4(20). С. 175–182.

12. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М.: Изд-во МГУ, 2004. 416 с.

Статья поступила в редакцию 20.02.2018, принята к публикации 01.03.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АНИКОНОВ Дмитрий Сергеевич – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией условно-корректных задач Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация.

630090, Российская Федерация, г. Новосибирск, ул. Коптюга, 4
anik@math.nsc.ru

КОНОВАЛОВА Дина Сергеевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории условно-корректных задач Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация.

630090, Российская Федерация, г. Новосибирск, ул. Коптюга, 4
dsk@math.nsc.ru

REFERENCES

[1] G. Petrova, V. Popov, Linear transport equations with discontinuous coefficients, Communications in Partial Differential Equations. 24 (9–10) (1999) 1849–1873.

[2] F. Bouchut, F. Jame, One-dimensional transport equations with discontinuous coefficients, Journal Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Applications. 32 (7) (1998) 891–933.

[3] A.G. Kulikovskiy, E.I. Sveshnikova, A.P. Chugaynova, Matematicheskiye metody izucheniya razryvnykh resheniy nelineynykh giperbolicheskikh sistem uravneniy [Mathematical methods of studies in discontinuous solutions of systems of nonlinear hyperbolic equations], SEC lecture course, Iss. 16 (2010), MIAN, Moscow.

[4] E. Tadmor, Local error estimates for discontinuous solutions of nonlinear hyperbolic equations, SIAM J. Numer. Anal. 28 (4) (1991) 891–906.

[5] N.N. Kalitkin, Chislennyye metody [Numerical methods], Nauka, Moscow, 1978.

[6] I.M. Gel'fand, Some problems of analysis and differential equations, Uspekhi Mat. Nauk. 14 (2(86)) (1959) 87–158.

[7] A.F. Filippov, Differentsialnyye uravneniya s razryvnoy pravoy chastyu [Differential equations with discontinuous right-hand parts], Nauka, Moscow, 1985.

[8] V.A. P'in, A d'Alembert-type formula for longitudinal oscillations of an infinite rod consisting of two segments with different densities and elasticities, Doklady Mathematics. 80 (1) (2009) 613–615.

[9] V.A. Ilin, A d'Alembert-type formula for transverse oscillations of an infinite rod consisting of two segments with different densities, Doklady Mathematics. 80 (1) (2009) 624–626.

[10] A.N. Tikhonov, A.A. Samarskiy, Uravneniya matematicheskoy fiziki [Mathematical physics equations], Nauka, Moscow, 1977.

[11] G.S. Salekhov, A generation of formulas of d'Alembert and Poisson, Uspekhi Mat. Nauk. 2 (4(20)) (1947) 175–182.

[12] A.G. Sveshnikov, A.N. Bogolyubov, V.V. Kravtsov, Lektsii po matematicheskoy fizike [Lectures on mathematical physics], MSU, Moscow, 2004.

Received 20.02.2018, accepted 01.03.2018.

THE AUTHORS

ANIKONOV Dmitriy S.

Sobolev Institute of Mathematics

4 Acad. Koptyug Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation
anik@math.nsc.ru

KONOVALOVA Dina S.

Sobolev Institute of Mathematics

4 Acad. Koptuyug Ave., Novosibirsk, 630090, Russian Federation

dsk@math.nsc.ru

DOI: 10.18721/JPM.11207

УДК 533.9

АСИММЕТРИЧНЫЙ БАРЬЕРНЫЙ РАЗРЯД В ПУЛЬСИРУЮЩЕМ РЕЖИМЕ

Д.Г. Коренюгин¹, А.М. Марциновский²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе приведены результаты исследования асимметричного барьерного разряда в воздухе при атмосферном давлении. Разрядная система состояла из полусферического электрода малого радиуса и плоскостного электрода, с диэлектрическим покрытием на обоих элементах. Разряд возбуждался цугом почти синусоидальных затухающих колебаний, который подавался на электроды с заданной частотой. Обнаружено, что в исследованном диапазоне напряжений 7 – 15 кВ всегда реализуется предпочтительная для биологических применений однородная лавинная форма разряда, в отличие от случая проводящей полусферы, когда в идентичных условиях возбуждалась только стримерная форма. Установлено, что положительный и отрицательный (по знаку напряжения первого импульса цуга на малом электроде) разряды существенно различаются по своим характеристикам. Предложено объяснение этого явления, которое мы связываем с различием в накоплении и нейтрализации поверхностных зарядов на пластине и на полусфере.

Ключевые слова: барьерный разряд; цуг импульсов; лавинная и стримерная формы разряда

Ссылка при цитировании: Коренюгин Д.Г., Марциновский А.М. Асимметричный барьерный разряд в пульсирующем режиме // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 73 – 83. DOI: 10.18721/JPM.11207

AN ASYMMETRICAL DIELECTRIC BARRIER DISCHARGE IN THE PULSED MODE

D.G. Korenyugin¹, A.M. Martsinovsky²

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

² The Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russian Federation

The paper presents the results of an investigation of an asymmetric dielectric barrier discharge (DBD) in the air at atmospheric pressure. The discharge system consisted of a plane electrode and semispherical short-radius one, and the both were coated with dielectric. The discharge was excited by a train of almost sinusoidal damped oscillations which was applied to electrodes with a frequency of 1 kHz. It has been found that the preferable to biological applications homogeneous avalanche form of the DBD is always realized in the investigated voltage range 7 – 15 kV, whereas the streamer form of the discharge is excited under identical conditions in the case

of a conducting semisphere. It was also established that the positive and negative (according to the voltage sign of the first pulse of the train onto the small electrode) discharge differed greatly in their characteristics. An explanation for this difference has been proposed.

Key words: dielectric barrier discharge; pulse train; avalanche; streamer form; discharge mode

Citation: D.G. Korenyugin, A.M. Martsinovsky, An asymmetrical dielectric barrier discharge in the pulsed mode, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 73 – 83. DOI: 10.18721/JPM.11207

Введение

Барьерный разряд – это газовый разряд, который происходит в зазоре между электродами, где, как минимум, один из электродов имеет диэлектрическое покрытие. Такие разряды традиционно применяются для различных целей, причем, как правило, их разрядные системы имеют плоскопараллельную электродную конфигурацию. При достаточно узком межэлектродном зазоре (миллиметры) распределение электрического поля в области разряда можно считать однородным, так что данный вид барьерного разряда является симметричным, и он хорошо изучен. Однако для некоторых практических целей, связанных в основном с применением плазменных технологий в медицине, активно изучаются более сложные асимметричные барьерные разряды с неоднородным профилем распределения электрического поля. Разрядные системы таких барьерных разрядов обычно представляют собой ячейки, в которых один из электродов плоский, а другой может иметь произвольную форму. Наиболее часто встречаются электродные системы типа шар – плоскость, острие – плоскость.

Основной формой существования асимметричного барьерного разряда в воздухе при атмосферном давлении является его коронная стримерная форма [1, 2]; она и используется для практических целей. Но иногда применение разряда в этой форме нежелательно – в частности, в медицине и биологии, где нужно с помощью разряда за короткое время обработать (стерилизовать) на сравнительно большой площади открытые раны или бактериальные образцы [3 – 5]. Стримерная форма для этого недостаточно однородна, и стримеры в принципе могут повреждать живые ткани. В связи с этим большой интерес представ-

ляет поиск более стабильной однородной лавинной формы разряда. Так, по данным работы [6], оказалось, что при возбуждении асимметричного разряда в воздухе высоковольтными цугами напряжения, его однородная форма возникает в области частот цуга $f \approx 10$ МГц при межэлектродном расстоянии $L \leq 0,4$ см. Но при более низких частотах цуга и больших расстояниях (что существенно облегчает практическое применение) разряд всегда переходил в стримерную форму. Поэтому поиск режимов однородного асимметричного барьерного разряда, удобных для использования на практике, актуален, как и выяснение условий (и причин) существования лавинной и стримерной форм.

Цель настоящего исследования состояла в поиске оптимальных режимов асимметричного барьерного разряда с его однородной формой.

Данная работа продолжает изучение разряда такого типа, начатое в 2008 году для разрядной системы с одним диэлектрическим электродом [2, 7]. В соответствии с указанной целью, была поставлена задача перейти к системе с двумя диэлектрическими электродами и сравнить характеристики и закономерности разряда для двух случаев.

Методика эксперимента

Исследование асимметричного барьерного разряда в воздухе при атмосферном давлении проводилось в разрядной ячейке (рис. 1). Если ранее (см. работы [2, 7]) в такой ячейке в качестве малого электрода над плоскостью использовался металлический или жидкофазный (проводящий) электрод, то теперь на поверхность металлического сферического электрода 2 радиусом $r = 0,3$ см было нанесено непроводящее полимерное покрытие (ацетобутират целлю-

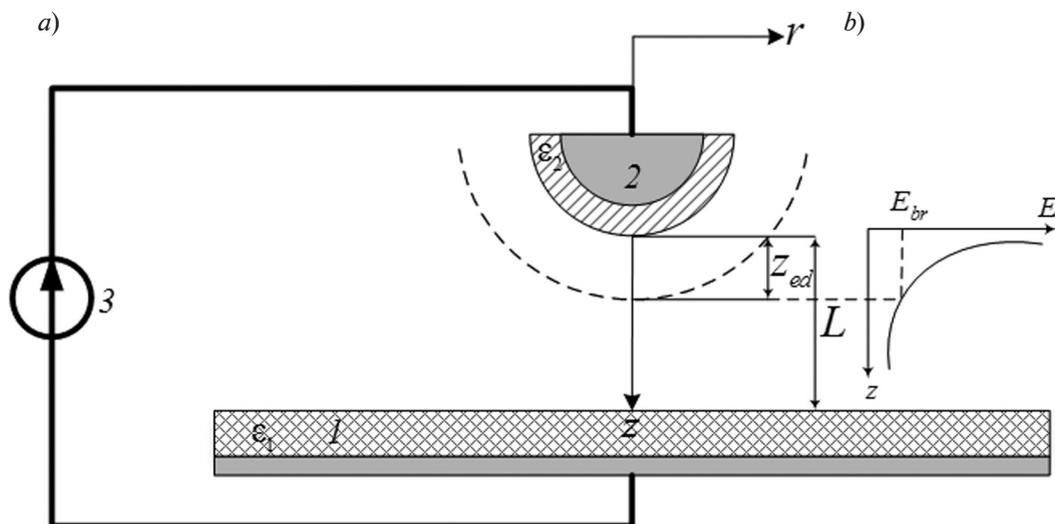


Рис. 1. Схематическое изображение разрядной ячейки (а) и распределения электрического поля в межэлектродном промежутке (b):

1 – плоская стеклянная пластина с проводящим покрытием, 2 – металлический сферический электрод с непроводящим полимерным покрытием, 3 – источник высоковольтных затухающих цугов почти синусоидального разнополярного напряжения; L , z_{ed} , E_{br} – характерные параметры барьерного разряда; z , r – координатная система; E – напряженность электрического поля; ϵ_1 , ϵ_2 – диэлектрические проницаемости покрытий электродов

лозы САВ-308) толщиной 0,075 см. Вторым электродом служила стеклянная пластина 1 толщиной 0,25 см с нанесенным на ее нижнюю поверхность полупрозрачным проводящим покрытием. Расстояние от шара до пластины $L = 0,25$ см. Внизу под пластиной размещалась камера, позволявшая получать изображение разряда с торца.

Типичное распределение электрического поля по кратчайшему расстоянию от сфе-

ры до пластины (в межэлектродном промежутке) для напряжений, использовавшихся при исследованиях, приведено на рис. 1, b. Поле, естественно, крайне неоднородное, так что в общем случае напряженность статического пробоя E_{br} (для воздуха $E_{br} \approx 30$ кВ/см [8]) достигается в межэлектродном промежутке на некотором расстоянии z_{ed} от поверхности сферического электрода.

Таблица

Значения параметров высоковольтных воздействий, приложенных к электродам

Параметр	Обозначение	Единица измерения	Значение параметра
Длительность цуга	τ_1	мкс	≈ 150
Период следования цугов	T_f	мс	1
Частота осциллирования импульсов в цуге	f	кГц	55
Длительность импульсов: первого последующих	τ_1 τ_k	мкс	4 8 – 9
Напряжение первого импульса	U_1	кВ	7 – 15
Затухание цуга	$U_1 : U_2 : U_3$	–	1,0 : 0,8 : 0,7

К электродам разрядной системы прикладывалась последовательность высоковольтных затухающих цугов почти синусоидального разнополярного напряжения (см. рис. 3) с параметрами, значения которых представлены в таблице. Генератор импульсного напряжения обеспечивал последовательности цугов как со значением $U_1 > 0$, так и $U_1 < 0$ относительно заземленного неплоского электрода.

Напряжение на разрядном промежутке измеряли с помощью калиброванной антенны, подключенной к осциллографу; затем низковольтные значения сигнала антенны переводили в высоковольтные (по градуировочному графику). Кроме того, напряжение можно было устанавливать по шкале регулирующей ручки, обычно с достаточной точностью ($\pm 0,2$ кВ). Измерение же тока разряда производили с использованием безиндуктивного резистивного шунта номиналом в 5 Ом, включенного между сферическим электродом и «землей». Более подробно установка описана в работах [2, 7].

Результаты эксперимента и их обсуждение

В ходе эксперимента было обнаружено, что применение полимерного покрытия на сферическом электроде, исключающего поступление зарядов из разрядного промежутка во внешнюю цепь и дополнительно ограничивающего ток лавин (в связи с необходимостью поддерживать ток смещения и в этом слое диэлектрика), привело к

радикальному изменению формы разряда. Если в опытах, описанных в работах [2, 7], для металлической либо жидкой проводящей полусферы реализовывалась исключительно стримерная форма асимметричного разряда, причем практически во всем диапазоне его исследованных параметров, то на сфере с диэлектрическим покрытием устойчиво наблюдалась его однородная лавинная форма в широком диапазоне напряжений цуга от 7 до 15 кВ для обеих полярностей.

На рис. 2 приведены типичные интегральные изображения форм разряда различной полярности для полусферы с покрытием и для полусферической поверхности капли проводящей жидкости. На рис. 2, *a* представлено изображение, которое было получено для отрицательного барьерного разряда, т. е. случая, когда на сферу прикладывался минус напряжения, а на пластину – плюс.

На рис. 2, *b* показано изображение, полученное для положительного барьерного разряда – когда прикладывалось напряжение обратной полярности. На рис. 2, *c* приведено изображение для эксперимента, описанного в работах [2, 7], для случая отрицательного асимметричного барьерного разряда. Напряжение первого импульса на капле U_1 составляло около 13 кВ. В последнем случае разряд существовал в стримерной форме.

Здесь следует отметить, что полярность коронного разряда (положительная и отри-

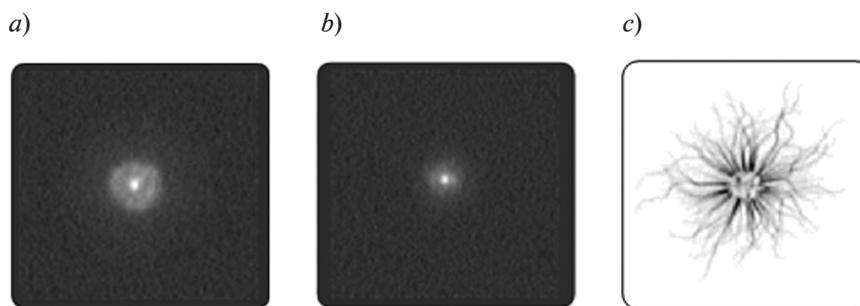


Рис. 2. Сравнение интегральных изображений форм разряда различной полярности для полусферы с покрытием (*a*, *b*) и для полусферической поверхности капли проводящей жидкости (*c*). Приведены данные для отрицательного (*a*, *c*) и положительного (*b*) асимметричных барьерных разрядов.

Характерные геометрические параметры разрядной системы во всех случаях одинаковы



цательная корона) принято определять по знаку напряжения острия (электрода с малой площадью), поскольку процессы возле него являются определяющими и зависят от знака напряжения. То же самое в значительной мере справедливо и для асимметричного барьерного разряда. Поэтому логично следовать тому же принципу, определяя положительный и отрицательный асимметричный барьерный разряды по знаку напряжения на сфере относительно плоского электрода. Для рассматриваемых условий, когда подается напряжение в виде цуга разнополярных импульсов, полагалось, что полярность определяется наиболее интенсивным первым импульсом, на котором чаще всего и развивается лавинный пробой.

При наблюдении разряда сбоку установлено, что он представляет собой светящийся конус от полусферы до пластины, с углом примерно в 30° для отрицательного разряда и вдвое меньшим — для положительного. При этом в первом случае интенсивное свечение распространялось вплоть до самой поверхности пластины, тогда как во втором свечение заметно ослабевало по направлению к пластине. В этом случае увеличение межэлектродного расстояния приводило к «отрыву» свечения от поверхности пластины.

Наблюдаемая картина разрядов однозначно свидетельствует о том, что для исследуемых условий во всем разрядном промежутке напряженность поля достаточно велика, чтобы не только обеспечивать продвижение лавин, но и их инициирование; соответственно профиль распределения электрического поля, приведенный на рис. 1, *b*, по-видимому, должен спадать к значению E_{br} более плавно.

Следует также отметить, что на самом деле лавинная форма является квазиоднородной или интегрально однородной формой разряда. Действительно, за время экспозиции (≈ 20 мс) при частоте следования цугов в 1 кГц успевает развиваться множество лавин, свечение от которых в сумме и дает однородную картину, регистрируемую детектором. Однако с практической точки зрения разряд даже в такой форме полно-

стью удовлетворяет всем необходимым требованиям (например, при использовании его для быстрой стерилизации).

Наши исследования показали, что, будучи близкими по виду и характеру свечения, разряды разных полярностей оказываются различными по своим условиям формирования.

На рис. 3 представлены электрические характеристики отрицательного асимметричного барьерного разряда (осциллограммы напряжения $U(t)$ и импульсного тока $I(t)$ при различных развертках по времени), типичные для диапазона напряжений U_1 от 7 до 12 кВ. Требуется некоторое пояснение к представленным графикам. Поскольку сферический электрод в использованной схеме был заземлен, осциллограф регистрировал напряжение на пластине относительно этого электрода («земли»). Чтобы показать напряжение на самом сферическом электроде относительно пластины, необходимо было поменять полярность напряжений и токов на осциллограммах.

Итак, как видно из рис. 3, в миллисекундном масштабе ток разряда в установившемся режиме представляет собой последовательность отдельных коротких импульсов разной полярности, которые различаются на порядок по амплитуде. При этом далеко не каждый цуг сопровождается появлением токового импульса.

Осциллограмма с наносекундной разверткой отдельных импульсов (рис. 3, *d*) имеет вид, типичный для лавинной формы разряда [9]. Этот результат, наряду с диапазоном значений максимальных токов импульсов (1 – 40 мА), также типичных для лавин, убедительно показывает, что мы имеем дело именно с лавинной (таунсендовской) формой разряда. Большинство лавин формируется на первых, самых мощных импульсах цуга; при этом чаще всего наблюдается либо пара импульсов тока (сначала отрицательной, затем положительной полярности, см. рис. 3, *b*), либо один импульс соответствующей полярности (рис. 3, *c*).

В отрицательном разряде лавины движутся от сферического электрода к пластине, в область уменьшающегося поля. Но, как уже отмечалось выше, характер разряд-

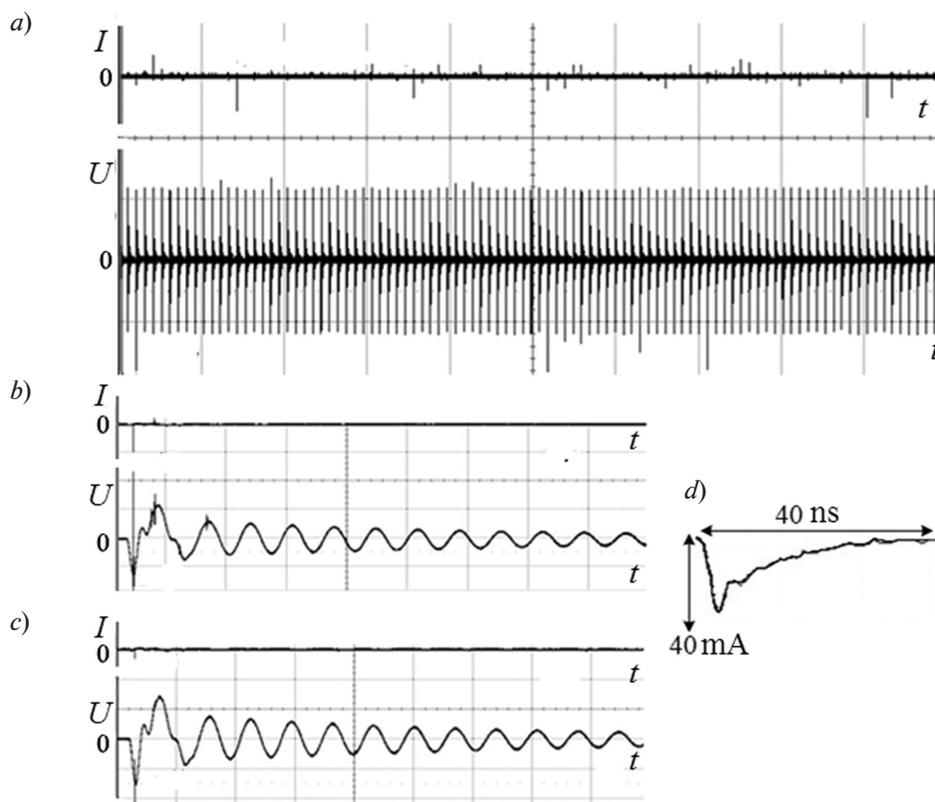


Рис. 3. Осциллограммы тока и напряжения, действующего на малом сферическом электроде отрицательного асимметричного барьерного разряда, при различных развертках во времени $\Delta t/n$. Зарегистрированы для последовательности цугов (a), а также для одиночного цуга: с парой импульсов (b) и с одним импульсом (c) тока; приведена также форма одиночного импульса тока разряда ($U_1 \approx 11,8$ кВ) (d); $\Delta t/n = 10$ мс/дел. (a), 10 мкс/дел. (b, c)

ного свечения показывает, что в рассматриваемых условиях практически все они достигают диэлектрической поверхности электрода, высаживая на ней отрицательный электронный заряд. Этот заряд создает электрическое поле, обратное внешнему, что препятствует формированию новых лавин даже в том случае, когда пробой происходит раньше того момента, когда высоковольтный импульс достигнет максимума, и напряжение после этого пробоя продолжает возрастать (рис. 3, c). Возрастание продолжается, так как для исследованного диапазона амплитуд импульсов перенапряжения невелики.

При переходе же к положительному импульсу, электрическое поле поверхностного заряда складывается с внешним полем, и таким образом результирующая напряжен-

ность в зазоре достигает пробивного значения. Это приводит к положительному пробую сразу после отрицательного практически в каждом случае (см. рис. 3, b). На рис. 3, a видно, что для всех относительно больших отрицательных импульсов тока наблюдается и положительный импульс, хотя и существенно меньший. Лишь в очень редких случаях положительный пробой сразу за отрицательным отсутствует (см. рис. 3, c). Это обусловлено, скорее всего, статистическим характером инициирования лавин свободными электронами.

Как видно из осциллограмм на рис. 3, b, развитие лавины приводит к выбросу сигнала на осциллограмме напряжения. Малая длительность выбросов указывает на то, что они действительно обусловлены лавинами, а не представляют случайную электромаг-



нитную наводку. Выброс может иметь как тот же знак, что импульс тока, так и противоположный. При этом не наблюдалось корреляции между амплитудой импульса тока и величиной выброса, а в некоторых случаях выбросы наблюдались и при отсутствии импульсов тока (например, на втором положительном полупериоде осциллограммы, см. рис. 3, *b*). В этом плане такие выбросы можно рассматривать как индикаторы лавин малой интенсивности. Лавинные наводки и обуславливают, по-видимому, небольшую флуктуацию амплитуды напряжения первого импульса цуга, наблюдаемую на осциллограмме рис. 3, *a*.

На рис. 4 приведены электрические характеристики положительного асимметричного барьерного разряда, примерно такого же, как отрицательного (см. рис. 3), но с превышением внешнего напряжения на

0,5 кВ. На рис. 4 видно, что при возбуждении разряда положительными импульсами ток разряда представляет собой последовательность практически только положительных импульсов, аналогичных по своим параметрам токовым импульсам при отрицательном разряде. Крайне редко (один раз на десяток осциллограмм) можно было «поймать» в миллисекундном диапазоне импульс отрицательной полярности только на втором, отрицательном, импульсе цуга (рис. 4, *c*). При этом, как видно из осциллограммы рис. 4, *a*, импульсы тока существуют только для некоторых высоковольтных цугов последовательности, хотя выбросы напряжения (без импульса тока) могут наблюдаться и на последующих отрицательных полупериодах (см. рис. 4). Обращает на себя внимание и наличие очень больших выбросов на осциллограмме на-

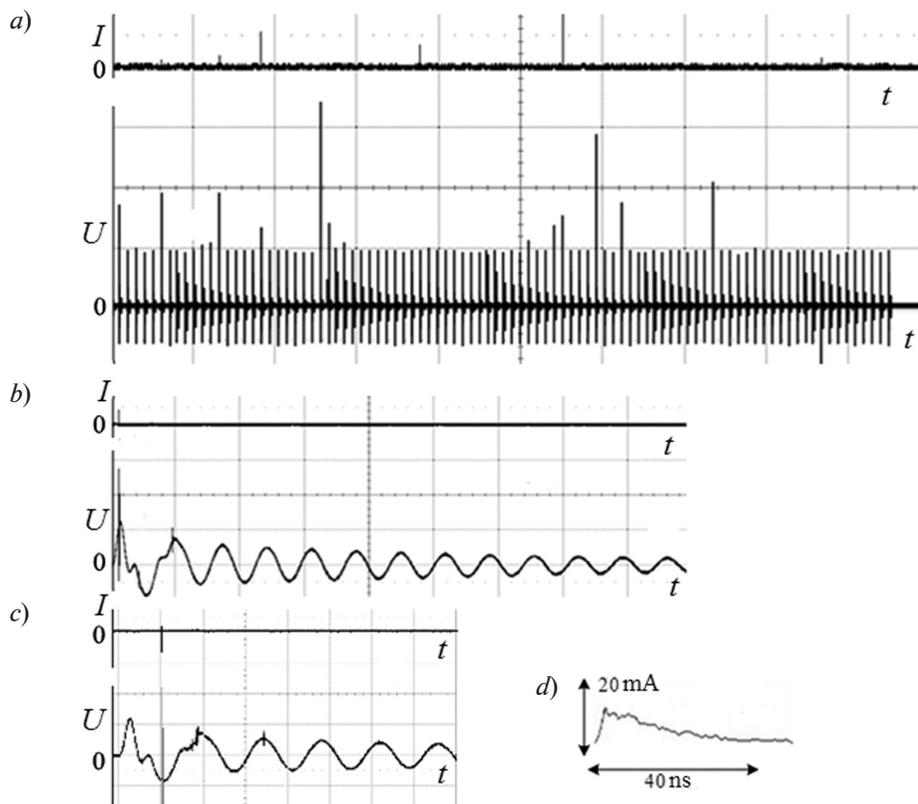


Рис. 4. Осциллограммы тока и напряжения при развитии положительного асимметричного барьерного разряда при различных развертках во времени $\Delta t/n$. Зарегистрированы для последовательности цугов (*a*) и для одиночного цуга (*b*, *c*); приведена также форма одиночного импульса тока разряда ($U_1 \approx 13,2$ кВ) (*d*); $\Delta t/n = 10$ мс/дел. (*a*), 10 мкс/дел. (*b*), 5 мкс/дел. (*c*)

пряжения вообще без выбросов тока, что не наблюдалось на отрицательном разряде.

Таким образом, имеется существенная разница между отрицательными и положительными асимметричными барьерными разрядами. При этом следует подчеркнуть, что пробой в одном и том же направлении, наблюдающиеся для положительного разряда, вообще говоря, противоречат самому принципу барьерного разряда. Дело в том, что прохождение тока при наличии диэлектрических слоев на электродах происходит, в конечном счете, благодаря накоплению зарядов на этих слоях, и в непрерывном режиме работы обязательно требуется фаза обратного тока для нейтрализации этих зарядов и накопления зарядов противоположного знака [8, 10].

Можно было бы предположить, что такая разница связана с различием процессов релаксации поверхностных и объемных зарядов в том и другом случае, но даже грубые оценки показывают, что эти процессы должны быть близки. Действительно, при развитии положительного барьерного разряда, «положительная» лавина, которая образовалась от первого импульса цуга, двигаясь от плоского электрода к сферическому, и вынося на сферу свой отрицательный электронный заряд, должна оставлять в межэлектродном промежутке такой же распределенный положительный заряд ионов («ионный чехол» лавины).

В течение оставшейся части периода первого импульса (≈ 2 мкс, см. рис. 4, *b*) положительные ионы перемещаются полем в противоположную от сферы сторону. Считая (для грубой оценки) среднюю по времени и пространству напряженность поля у поверхности равной около 20 кВ/см, при подвижности положительных ионов $1,25 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ [11], получим значение дрейфовой скорости приблизительно $2,5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$ и достаточно большое ($\approx 0,05$ мкс) удаление головной части чехла (где концентрация ионов максимальна) от поверхности сферы. Соответственно самый «хвост» ионного чехла попадает на поверхность плоского электрода, если лавина инициирована недалеко от него, и заряжает его положительно. Однако

(см. рис. 4, *b*) длительность второго, отрицательного, импульса (амплитуда которого почти такая же, как у положительного) в два раза больше, так что при обратном движении ионов к поверхности сферы за время этого импульса соответствующее удаление должно быть существенно большим, равным около 0,2 см. Так что уже к этому моменту основная часть положительного объемного заряда ионов должна попасть на поверхность сферы и нейтрализовать часть «высадившегося» там электронного заряда.

Далее, положительный и отрицательный импульсы цуга одинаковы по времени, и оставшееся небольшое ионное облако будет совершать затухающие колебания, расплываясь за счет диффузии, в первую очередь в радиальном направлении. Для взятого выше значения подвижности ионов при температуре $T = 300 \text{ К}$ коэффициент диффузии $D = 0,032 \text{ см}^2/\text{с}$, и характерное время расплывания (за которое размер облака увеличивается в $\sqrt{2}$ раз) при начальном радиусе облака 50 мкм составит $t \approx 200$ мкс, т. е. порядка длительности цуга. Затем размеры расплывания будут расти как \sqrt{t} , и масштаб $\approx 0,1$ см будет достигнут за время $t \approx 20$ мс. Вполне вероятно, что в этом процессе диффузионного расплывания исходной положительной лавины на сферический электрод добавится еще небольшое количество ионов, нейтрализующих отрицательный поверхностный заряд.

Таким образом, заряд одиночной лавины на электродах и в межэлектродном промежутке за период между цугами в основном нейтрализуется, но (и это принципиально) не весь. Так что следующие лавины той же полярности будут его увеличивать. Пока возросший после очередной лавины заряд не увеличит поле отрицательного импульса так, что произойдет пробой с «отрицательной» лавиной (она движется к пластине и выносит на нее отрицательный заряд электронов), с токовым импульсом отрицательной полярности (см. рис. 4, *c*), который нейтрализует накопленные заряды. Тот факт, что такие пробои в исследованных условиях наблюдались крайне редко, позволяет заключить, что, благодаря удачному сочетанию амплитуды



и формы импульсов цуга (короткий первый импульс), нейтрализация зарядов происходит достаточно эффективно сама по себе.

В принципе ненамного более сложная картина наблюдается и для отрицательного барьерного разряда, когда отрицательная лавина, сформированная на первом отрицательном импульсе цуга, двигается к пластине и переносит на нее свой электронный заряд, а ее «ионный чехол» перемещается к сферическому электроду. В этом случае, как отмечалось выше, обычно на середине второго, положительного, импульса (когда поле поверхностного заряда еще велико) формируется «положительная» лавина,двигающаяся к сферическому электроду. После того, как она передаст электроду свой электронный заряд, ее ионный чехол будет за время второй половины положительного импульса (≈ 4 мкс) двигаться под действием поля к пластине вместе с остатками «чехла» первой лавины, а затем, в течение третьего импульса (≈ 8 мкс), — снова к сферическому электроду. В результате движения второго чехла, за период третьего импульса основное количество его ионов должно достичь сферического электрода и нейтрализовать основную часть отрицательного заряда второй лавины.

Более сложная картина должна наблюдаться в тех режимах отрицательного барьерного разряда, когда лавины, двигаясь к плоскому электроду, не доходят до него из-за прекращения ионизации в слабом поле в этой части разрядного промежутка. В таком случае ток лавины поддерживается дрейфовым движением к пластине уже образовавшихся электронов. Но так как вероятность прилипания электронов в воздухе при атмосферном давлении к кислороду и азоту велика (частота прилипания составляет $2 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$ [8, 12]), они быстро превращаются в отрицательные ионы. Наличие объ-

емного заряда медленных отрицательных ионов, вообще говоря, значительно усложняет картину релаксации заряда, причем во всех случаях, когда они образуются.

Но поскольку для исследованных режимов асимметричного барьерного разряда характерно примыкание свечения от лавин к поверхности плоского электрода как в положительном, так и в отрицательном асимметричных барьерных разрядах, эффективности нейтрализации зарядов не должны сильно различаться. Более вероятно, что причина наблюдаемого различия связана с их асимметрией. В отрицательном разряде электронный заряд высаживается на пластине, где поле приложенного импульса напряжения минимально, и создаваемое зарядом дополнительное поле, складывающееся с полем второго, отрицательного, импульса, оказывается решающим фактором для лавинного пробоя на этом импульсе. И, наоборот, в положительном разряде лавина несет электронный заряд на сферический электрод, где напряженность поля приложенного импульса максимальна и добавка от поверхностного заряда мало влияет на формирование лавин.

Заключение

Полученные результаты по исследованию асимметричного барьерных разрядов, наряду с установлением ряда их важных закономерностей, указывают на возможность реализации их стабильной однородной (лавинной) формы, обладающей существенными преимуществами при практическом использовании. Скорее всего, реализация лавинной формы во многом связана с удачной формой питающего разряд напряжения, обеспечивающей эффективную взаимную компенсацию объемных и поверхностных зарядов, особенно для положительного разряда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chang J-S. Corona discharge processes // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1991. Vol. 19. No. 6. Pp. 1152–1166.
2. Коренюгин Д.Г., Никандров Д.С. Влияние электропроводности жидкофазного электрода на характеристики барьерно-поверхностного

- разряда // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2008. № 2 (55). С. 107–110.
3. Babaeva N.U., Kushner M.J. Intercellular electric fields produced by dielectric barrier discharge treatment of skin // J. Phys. D: Appl. Phys. 2009.

Vol. 43. No. 18. Pp. 185–206.

4. **Fridman G., Friedman G., Gutsol A., Shekhter A.B., Vasilets V.N., Fridman A.** Applied plasma medicine // *Plasma Process. Polym.* 2008. Vol. 5. No. 6. Pp. 503–533.

5. **Kuchenbecker M., Bibinov N., Kaemling A., Wandke D., Awakowicz P., Viol W.** Characterization of DBD plasma source for biomedical applications // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2009. Vol. 42. No. 4. P. 045213.

6. **Ayan H., Fridman G., Gutsol A., Vasilets V.** Nanosecond-pulsed uniform DBD // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 2008. Vol. 36. No. 2. Pp. 504–508.

7. **Коренюгин Д.Г.** Динамические характеристики барьерного разряда с жидкофазным

электродом // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2008. № 4 (62). С. 116–119.

8. **Райзер Ю.П.** Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.

9. **Ретер Г.** Электронные лавины и пробой в газах. М.: Мир, 1968. 390 с.

10. **Никандров Д.С., Цендин Л.Д.** Низкочастотный барьерный разряд в таунсендовском режиме // *ЖТФ.* 2005. Т. 75. № 10. С. 29–38.

11. **МакДаниель Е.В., Мэзон Е.А.** Подвижность и диффузия в газах. М.: Мир, 1976. 422 с.

12. **Месси Г.** Отрицательные ионы. М.: Мир, 1979. 592 с.

Статья поступила в редакцию 12.01.2018, принята к публикации 16.02.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОРЕНЮГИН Дмитрий Геннадиевич – старший преподаватель кафедры физической электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
polarisdsk@mail.ru

МАРЦИНОВСКИЙ Артемий Маркович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
amartsinovskiy@gmail.com

REFERENCES

[1] **J-S. Chang**, Corona discharge processes, *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 19 (6) (1991) 1152–1166.

[2] **D.G. Korenyugin, D.S. Nikandrov**, Influence of liquid electrode conductivity on dielectric barrier discharge characteristics, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems.* No. 2(55) (2008) 107–110.

[3] **N.U. Babaeva, M.J. Kushner**, Intercellular electric fields produced by dielectric barrier discharge treatment of skin, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 43 (18) (2009) 185–206.

[4] **G. Fridman, G. Friedman, A. Gutsol, et al.**, Applied plasma medicine, *Plasma Process. Polym.* 5 (6) (2008) 503–533.

[5] **M. Kuchenbecker, N. Bibinov, A. Kaemling, et al.**, Characterization of DBD plasma source for biomedical applications, *J. Phys. D: Appl. Phys.* 42 (4) (2009) 045213.

[6] **H. Ayan, G. Fridman, A. Gutsol, V. Vasilets**, Nanosecond-pulsed uniform DBD, *IEEE Trans. on*

Plasma Sci. 36 (2) (2008) 504–508.

[7] **D.G. Korenyugin**, Dynamic characteristics of dielectric barrier discharge with liquid (nonmetallic) electrode, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems.* No. 4 (62) (2008) 116–119.

[8] **Yu.P. Raizer**, Gas discharge physics, Springer-Verlag, Berlin, 1991.

[9] **H. Raether**, Electron avalanches and breakdown in gases, Butterworths, Washington, 1964.

[10] **D.S. Nikandrov, L.D. Tsendin**, Low frequency dielectric-barrier discharge in the Townsend mode, *Technical Physics.* 50 (10) (2005) 1284–1294.

[11] **E.W. McDaniel, E.A. Mason**, The mobility and diffusion of ions in gases, Wiley, New York, 1973.

[12] **H. Massey**, Negative ions, Cambridge U.P., Cambridge, 1976.

Received 12.01.2018, accepted 16.02.2018.

THE AUTHORS

KORENYUGIN Dmitriy G.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
polarisdk@mail.ru

MARTSINOVSKY Artemiy M.

The Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences
26 Polytekhnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation
amartsinovsky@gmail.com

DOI: 10.18721/JPM.11208

УДК 621.373.

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ СЕЧЕНИЯ АКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА ЛАЗЕРА НА УСИЛЕНИЕ ЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В.А. Кожевников, В.Е. Привалов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Разработан усовершенствованный метод расчета зависимости усиления излучения лазера от геометрии поперечного сечения его трубки. В связи с этим рассмотрено общее решение уравнения Гельмгольца. Однако точное решение в виде бесконечного ряда неудобно для практических приложений, поскольку создает возможности для ошибок. Потребности промышленного производства лазеров привели исследователей к необходимости заменять бесконечный ряд конечным при соответствующих расчетах. В статье предлагаются меры преодоления проблем, возникающих в таком случае. Нами получено приближенное решение уравнение Гельмгольца, удобное для практических расчетов, и разработан модифицированный метод нахождения коэффициентов разложения. Предлагаемый метод опробован на некоторых формах сечения лазерных трубок, допускающих независимый теоретический расчет. Продемонстрированы преимущества метода перед общепринятым, в частности доказано повышение точности расчетов.

Ключевые слова: лазер; активный элемент; усиление излучения; геометрия сечения трубки

Ссылка при цитировании: Кожевников В.А., Привалов В.Е. Влияние геометрии сечения активного элемента лазера на усиление его излучения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 84 – 95. DOI: 10.18721/JPM.11208

THE GEOMETRICAL EFFECT OF AN ACTIVE ELEMENT CROSS-SECTION ON THE LASER GAIN

V.A. Kozhevnikov, V.E. Privalov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

An improved method for calculating the dependence of a laser emission gain on the tube cross-section's geometry has been developed. In this connection the general solution of the Helmholtz equation was considered. But the solution in the form of an infinite series holds the potential for errors. In practice, a researcher has to replace the infinite series by a finite one. Some measures for solving the problems arising in this case were proposed. We have obtained an approximate solution of the Helmholtz equation that is convenient for practice, and a modified method for finding the coefficients of expansion has been developed. The method was tested for some cross-sectional forms that allowed independent theoretical calculation. As a result, the calculations accuracy was demonstrated to improve.

Key words: laser; active element; laser radiation gain; geometry of a tube cross-section

Citation: V.A. Kozhevnikov, V.E. Privalov, The geometrical effect of an active element cross-section on the laser gain, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 84 – 95. DOI: 10.18721/JPM.11208

Введение

Одна из задач специалистов по лазерам состоит в обеспечении максимальной мощности излучения при фиксированной длине активного элемента (АЭ). Последний в газоразрядных лазерах (ГРЛ) обычно имеет цилиндрическую форму, что связано с технологией стекольного производства. Уже в первые годы лазерной эпохи поиски резервов мощности ГРЛ порождали множество разных задач. Среди них возникал вопрос, является ли цилиндрическая геометрия АЭ оптимальной с точки зрения энергетики. Сначала изучались свойства прямоугольного сечения [1], затем эллиптического [2]. Эксперименты с гелий-неоновым лазером прямоугольного сечения показали соответствие модели его реальным свойствам [3]. Обнадеживающие результаты исследований привели к попыткам обобщения теоретической модели [4, 5]. На базе таких обобщений велись поиски и в наши дни [6, 7].

Следует отметить, что отечественная промышленность, не дожидаясь создания достоверных физических моделей, в 1960-е годы выпускала гелий-неоновые лазеры ОКГ-11 и ОКГ-12 не только с цилиндрическими, но и с прямоугольными, и эллиптическими АЭ. Надежда была на повышение мощности излучения вследствие высших типов колебаний в резонаторе.

Поиски не ограничивались выбором оптимального поперечного сечения АЭ. Более успешно продвигались модели оптимального продольного сечения [8, 9]. Они получили экспериментальное подтверждение и при этом заметный рост мощности лазерного излучения [10]. Однако влияющих на мощность факторов оказалось больше, чем ранее предполагалось. Сегодня обращает на себя внимание и тот факт, что модели не были аналитическими, а расчеты имели приближенный характер. Современный уровень вычислительной техники должен открыть новые подходы и обнаружить неучтенные возможности.

Данная статья начинает новый цикл работ, который позволит (как мы надеемся) глубже проникнуть в природу ГРЛ и найти дополнительные энергетические резервы.

Геометрическая часть коэффициента усиления лазера имеет следующий вид [1] (в этой статье ограничимся постоянным сечением по длине АЭ):

$$k = \frac{1}{S_0} \int_V k_0 \cdot f \, dV; \quad (1)$$

при этом функция $f(\mathbf{r})$, описывающая пространственное распределение коэффициента усиления среды, удовлетворяет уравнению Гельмгольца в области V :

$$\Delta f + \lambda^2 f = 0 \quad (2)$$

с граничным условием

$$f|_{\Gamma} = 0. \quad (3)$$

Здесь Γ — граница области, в которой ищется решение; S_0 — площадь поперечного сечения трубки; k_0 — усиление на оси системы.

Общее решение уравнения Гельмгольца

Рассмотрим уравнение (2) в цилиндрических координатах (r, ϕ, z) , считая из соображений симметрии, что зависимость от координаты z отсутствует. Воспользовавшись методом разделения переменных, получим, что общим решением уравнения при периодичности по полярному углу и ограниченности решения в окрестности $r = 0$ будет набор функций

$$f(r, \phi) = a_{k1} J_k(\lambda r) \cdot \cos(k\phi) + a_{k2} J_k(\lambda r) \cdot \sin(k\phi),$$

где $J_k(\lambda r)$ — функции Бесселя порядка k ; $k = 0, 1, 2, \dots$ (при $k = 0$ будет одна функция $a_0 J_0(\lambda r)$).

При этом граничному условию (3) при произвольном виде границы Γ области V (т. е. при произвольном сечении трубки), вообще говоря, будет удовлетворять ряд из подобных функций, а не какая-либо отдельная функция при некотором фиксированном значении k , т. е. общее решение уравнения (2) при наличии условия (3) будет иметь вид

$$f(r, \phi) = \sum_{k=0}^{\infty} \{a_{k1} J_k(\lambda r) \cdot \cos(k\phi) + a_{k2} J_k(\lambda r) \cdot \sin(k\phi)\}. \quad (4)$$

Подобный метод решения граничной задачи в виде разложений решения по точным решениям соответствующего дифференциального уравнения, в технической литературе часто называют методом Трефтца [11].

В данной статье мы предлагаем свою модификацию этого метода, которая позволяет получать решения с высокой точностью при относительно небольшой вычислительной сложности.

Приближенное решение уравнения Гельмгольца

При практических вычислениях мы вынуждены заменить бесконечный ряд конечным, взяв определенное количество слагаемых в выражении (4) и получив функцию $f^n(r, \phi)$:

$$f^n(r, \phi) = \sum_{k=0}^n \{a_{k1} J_k(\lambda r) \cdot \cos(k\phi) + a_{k2} J_k(\lambda r) \cdot \sin(k\phi)\}. \quad (5)$$

Функция (5), так же как и функция (4), точно удовлетворяет уравнению (2) (поскольку каждое слагаемое удовлетворяет этому уравнению), но граничному условию (3) она удовлетворяет уже приближенно.

Обозначим через ζ_k соответствующие функции из выражения (5), т. е.

$$\zeta_k(\lambda r, \phi) = J_k(\lambda r) \cdot \cos(k\phi)$$

или

$$\zeta_k(\lambda r, \phi) = J_k(\lambda r) \cdot \sin(k\phi),$$

и нормируем нашу функцию f (и, соответственно, функцию $f^n(r, \phi)$) на единицу при $r = 0$ (уравнение (2) и граничное условие (3) – однородные).

Поскольку $J_0(0) = 1$, $J_k(0) = 0$ при $k > 0$, то $a_0 = 1$ и

$$f^n(r, \phi) = \zeta_0(\lambda r, \phi) + \sum_{k=1}^n a_k \zeta_k(\lambda r, \phi). \quad (6)$$

Сформулируем теперь, что следует понимать под приближенным выполнением граничного условия (3).

Выберем на границе Γ некоторые N точек

$$\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$$

и потребуем равенства нулю суммы значений функции f^n в этих точках:

$$\sum_{j=1}^N f^n(\xi_j) = 0, \quad \xi_j \in \Gamma.$$

При практических вычислениях последнее равенство, в общем случае, мы сможем удовлетворить тоже только приближенно, поэтому строго сформулировать условие надо так: мы должны подобрать такие значения параметра λ и коэффициентов a_k в равенстве (6), чтобы значение модуля суммы было меньше некоторого заданного, очень малого, значения Δ :

$$\left| \sum_{j=1}^N f^n(\xi_j) \right| < \Delta, \quad \xi_j \in \Gamma. \quad (7)$$

Перебирать все возможные значения параметра λ и коэффициентов a_k крайне неэффективно, поэтому будем искать их методом приближений.

Первое приближение для параметра λ . В первом приближении наложим на λ такое условие:

$$\sum_{j=1}^N \zeta_0(\xi_j) \equiv \sum_{j=1}^N J_0(\lambda r_j) = 0, \quad (8)$$

где r_j – соответствующее значение полярной координаты r точки ξ_j .

На практике мы можем либо потребовать равенство нулю суммы в условии (8), приближенно с какой-то точностью, либо заменить функцию Бесселя J_0 приближенной, для которой уравнение (8) можно решить точно. Существует, например, вариант интерполировать ее полиномом второй степени (вторая степень удобна, поскольку в этом случае уравнение будет квадратным и легко решаемым; для более высоких степеней появились бы сложности с решением). Интерполяция функции полиномом всего лишь второй степени не должна вызывать сомнений, ибо это только первое приближение для параметра λ , которое будет уточняться в дальнейшем, а неудачный выбор первого приближения может привести только к вычислительной сложности по алгоритму, но не ухудшит итоговой точности. Итак, если $[r_{\min}, r_{\max}]$ – диапазон изменения координаты r для границы Γ , то мы можем

построить, например, интерполяционный многочлен Лагранжа второй степени для функции $\zeta_0(r)$ по узлам r_0, r_1, r_2 из диапазона $[r_{\min}, r_{\max}]$ [12]:

$$P(r) = \zeta_0(r_0) \frac{(r-r_1)(r-r_2)}{(r_0-r_1)(r_0-r_2)} + \zeta_0(r_1) \frac{(r-r_0)(r-r_2)}{(r_1-r_0)(r_1-r_2)} + \zeta_0(r_2) \frac{(r-r_0)(r-r_1)}{(r_2-r_0)(r_2-r_1)} = ar^2 + br + c,$$

где

$$a = \frac{\zeta_0(r_0)}{(r_0-r_1)(r_0-r_2)} + \frac{\zeta_0(r_1)}{(r_1-r_0)(r_1-r_2)} + \frac{\zeta_0(r_2)}{(r_2-r_0)(r_2-r_1)};$$

$$b = -\zeta_0(r_0) \frac{(r_1+r_2)}{(r_0-r_1)(r_0-r_2)} - \zeta_0(r_1) \frac{(r_0+r_2)}{(r_1-r_0)(r_1-r_2)} - \zeta_0(r_2) \frac{(r_0+r_1)}{(r_2-r_0)(r_2-r_1)};$$

$$c = \frac{\zeta_0(r_0) \cdot r_1 \cdot r_2}{(r_0-r_1)(r_0-r_2)} + \frac{\zeta_0(r_1) \cdot r_0 \cdot r_2}{(r_1-r_0)(r_1-r_2)} + \frac{\zeta_0(r_2) \cdot r_0 \cdot r_1}{(r_2-r_0)(r_2-r_1)}.$$

В качестве узлов интерполяции можно взять корни соответствующих полиномов Чебышёва:

$$r_k = \frac{r_{\max} + r_{\min}}{2} + \frac{r_{\max} - r_{\min}}{2} \cos\left(\frac{2k+1}{2n+2} \pi\right),$$

где $k = 0, 1, 2, \dots, n$ и $n = 2$ в нашем случае.

Подставляя это в (9), получаем уравнение относительно параметра λ :

$$\lambda^2 \cdot a \sum_{j=1}^N r_j^2 + \lambda \cdot b \sum_{j=1}^N r_j + \sum_{j=1}^N c = 0, \quad (9)$$

из которого находим первое приближение для λ как значение соответствующего положительного корня.

Если окажется, что для данного выбора точек $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ на границе Γ (т. е. соответствующих значений r_j) уравнение (9) не имеет положительных корней, то поскольку

как правило, выбор соответствующих граничных точек в задаче жестко не фиксирован, можно поменять приведенный выше набор точек и повторить алгоритм снова. Если же вдруг набор граничных точек жестко фиксирован по каким-то соображениям или после нескольких смен граничных точек мы все равно не можем получить параметр λ , то в качестве первого приближения для λ можно взять, например, такое значение, что

$$J_0(\lambda r_{mean}) = 0,$$

где r_{mean} — среднее значение r в сечении трубки, т. е. $\lambda = \lambda_1 / r_{mean}$, где $\lambda_1 = 2,4048$ — первый корень функции $J_0(x)$.

В таком случае нужно просто в дальнейшем увеличить интервал, где будут отыскиваться следующие приближения для параметра λ .

Первое приближение для коэффициентов a_k . Из граничного условия (3) следует, что ряд (6)

$$\zeta_0(\lambda r, \phi) + \sum_{k=1}^n a_k \zeta_k(\lambda r, \phi)$$

на границе Γ должен быть равен нулю, т. е. на границе Γ должно выполняться равенство

$$-\zeta_0(\lambda r, \phi) = \sum_{k=1}^n a_k \zeta_k(\lambda r, \phi); \quad (r, \phi) \in \Gamma. \quad (10)$$

Формулу (10) можно интерпретировать как аппроксимацию функции $-\zeta_0$ на границе Γ линейной комбинацией линейно-независимых функций ζ_k . Однако такую аппроксимацию удобнее сделать через ортонормированные (на границе Γ) функции, поэтому перейдем от набора линейно-независимых функций $\{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n\}$ к набору ортонормированных на границе Γ функций $\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n\}$ (собственно говоря, мы их и определяем только на границе).

Переход к ортонормированному набору можно осуществить, например, через процесс Грама — Шмидта. При этом скалярное произведение функций на границе Γ естественным образом определяется как

$$\langle \zeta_k, \zeta_s \rangle = \sum_{j=1}^N \zeta_k(\lambda r_j, \phi_j) \cdot \zeta_s(\lambda r_j, \phi_j);$$

$$\langle \Psi_k, \Psi_s \rangle = \sum_{j=1}^N \Psi_k(r_j, \phi_j) \cdot \Psi_s(r_j, \phi_j);$$

$$\langle \zeta_k, \Psi_s \rangle = \sum_{j=1}^N \zeta_k(\lambda r_j, \phi_j) \cdot \Psi_s(r_j, \phi_j),$$

а норма произвольной функции Y на границе Γ определяется следующим образом:

$$\|Y\| = \sqrt{\langle Y, Y \rangle}.$$

В процессе Грама – Шмидта вначале строятся ненормированные ортогональные функции $\{\tilde{Y}_k\}$, которые затем нормируются:

$$\Psi_k(r, \phi) = \tilde{Y}_k(r, \phi) / \|\tilde{Y}_k\|.$$

Построение выполняется следующим образом. В качестве первой функции \tilde{Y}_1 выбирают первую функцию ζ_1 . Точнее, значения этой функции \tilde{Y}_1 на множестве точек $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ на границе Γ определяются через значения первой функции ζ_1 на этом же множестве точек:

$$\tilde{Y}_1(\xi_j) \equiv \tilde{Y}_1(r_j, \phi_j) = \zeta_1(\lambda r_j, \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N;$$

$$\Psi_1(\xi_j) = \tilde{Y}_1(r_j, \phi_j) / \|\tilde{Y}_1\|.$$

Значения следующих функций находят-ся последовательно по формулам:

$$\tilde{Y}_i(\xi_j) \equiv \tilde{Y}_i(r_j, \phi_j) =$$

$$= \zeta_i(\lambda r_j, \phi_j) - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\langle \zeta_i, \tilde{Y}_k \rangle}{\langle \tilde{Y}_k, \tilde{Y}_k \rangle} \tilde{Y}_k(r_j, \phi_j), \quad (11)$$

$$j = 1, 2, \dots, N, \quad i = 2, \dots, n;$$

$$\Psi_i(\xi_j) = \tilde{Y}_i(r_j, \phi_j) / \|\tilde{Y}_i\|.$$

Получившийся набор функций Ψ_i ортонормирован на границе Γ , а поэтому любую функцию, в том числе и функцию $-\zeta_0$, можно разложить в ряд (аппроксимировать линейной комбинацией) этих функций:

$$-\zeta_0(\lambda r_j, \phi_j) = \sum_{k=1}^n \beta_k \Psi_k(r_j, \phi_j); \quad (12)$$

$$j = 1, 2, \dots, N, \quad (r_j, \phi_j) \in \Gamma.$$

При этом в силу ортонормированности системы $\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n\}$, несложно найти коэффициенты разложения β_k :

$$\beta_k = -\langle \zeta_0, \Psi_k \rangle = -\sum_{j=1}^N \zeta_0(\lambda r_j, \phi_j) \cdot \Psi_k(r_j, \phi_j).$$

Сравнивая уравнения (10) и (12), получаем равенство

$$\beta_1 \Psi_1(r_j, \phi_j) + \beta_2 \Psi_2(r_j, \phi_j) + \dots + \beta_n \Psi_n(r_j, \phi_j) =$$

$$= a_1 \zeta_1(\lambda r_j, \phi_j) + a_2 \zeta_2(\lambda r_j, \phi_j) + \dots \quad (13)$$

$$\dots + a_n \zeta_n(\lambda r_j, \phi_j),$$

которое должно выполняться для всех точек $j = 1, 2, \dots, N$.

С другой стороны, в силу своего построения, каждая из функций Ψ_k ($k = 1, 2, \dots, n$) является линейной комбинацией функций $\{\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_n\}$. Приравнивая теперь в равенстве (13) коэффициенты при одинаковых функциях $\zeta_k(\lambda r, \phi)$ слева и справа, получаем выражения для коэффициентов a_k . Подставляя первое приближение для λ в эти выражения, получаем первое приближение для коэффициентов a_k .

Эти выражения для коэффициентов a_k весьма громоздки и усложняются с ростом числа n в формуле (6). В Приложении 1 приведены выражения для a_k для случая $n = 5$.

Модифицированный метод нахождения коэффициентов a_k

При численных расчетах полученный набор функций $\{\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n\}$ бывает не точно ортогональным из-за ошибок округления, поскольку процесс Грама – Шмидта является численно неустойчивым [13]. Но этот процесс можно сделать более вычислительно-устойчивым, модифицировав его. Опишем предлагаемую процедуру модификации.

Первые две функции Ψ_1, Ψ_2 находятся так же:

$$\tilde{Y}_1(\xi_j) = \zeta_1(\lambda r_j, \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N;$$

$$\Psi_1(\xi_j) = \tilde{Y}_1(r_j, \phi_j) / \|\tilde{Y}_1\|;$$

$$\tilde{Y}_2(\xi_j) = \zeta_2(\lambda r_j, \phi_j) - \frac{\langle \zeta_2, \tilde{Y}_1 \rangle}{\langle \tilde{Y}_1, \tilde{Y}_1 \rangle} \tilde{Y}_1(r_j, \phi_j),$$

$$j = 1, 2, \dots, N;$$

$$\Psi_2(\xi_j) = \tilde{Y}_2(r_j, \phi_j) / \|\tilde{Y}_2\|.$$

А далее функции находятся следующим образом:

$$\zeta_3^{(1)}(\lambda r_j, \phi_j) = \zeta_3(\lambda r_j, \phi_j) - \frac{\langle \zeta_3, \tilde{Y}_1 \rangle}{\langle \tilde{Y}_1, \tilde{Y}_1 \rangle} \tilde{Y}_1(r_j, \phi_j),$$

$$j = 1, 2, \dots, N;$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_3(r_j, \phi_j) &= \zeta_3^{(1)}(\lambda r_j, \phi_j) - \\ &- \frac{\langle \zeta_3^{(1)}, \tilde{Y}_2 \rangle}{\langle \tilde{Y}_2, \tilde{Y}_2 \rangle} \tilde{Y}_2(r_j, \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N; \end{aligned}$$

$$\Psi_3(\xi_j) = \tilde{Y}_3(r_j, \phi_j) / \|\tilde{Y}_3\|$$

и в общем случае \tilde{Y}_k находятся по такому алгоритму:

$$\begin{aligned} \zeta_k^{(1)}(\lambda r_j, \phi_j) &= \zeta_k(\lambda r_j, \phi_j) - \\ &- \frac{\langle \zeta_k, \tilde{Y}_1 \rangle}{\langle \tilde{Y}_1, \tilde{Y}_1 \rangle} \tilde{Y}_1(r_j, \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \zeta_k^{(2)}(\lambda r_j, \phi_j) &= \zeta_k^{(1)}(\lambda r_j, \phi_j) - \\ &- \frac{\langle \zeta_k^{(1)}, \tilde{Y}_2 \rangle}{\langle \tilde{Y}_2, \tilde{Y}_2 \rangle} \tilde{Y}_2(r_j, \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N; \end{aligned}$$

.....;

$$\begin{aligned} \zeta_k^{(k-2)}(\lambda r_j, \phi_j) &= \zeta_k^{(k-3)}(\lambda r_j, \phi_j) - \\ &- \frac{\langle \zeta_k^{(k-3)}, \tilde{Y}_{k-2} \rangle}{\langle \tilde{Y}_{k-2}, \tilde{Y}_{k-2} \rangle} \tilde{Y}_{k-2}(r_j, \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N; \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_k(r_j, \phi_j) &= \zeta_k^{(k-2)}(\lambda r_j, \phi_j) - \\ &- \frac{\langle \zeta_k^{(k-2)}, \tilde{Y}_{k-1} \rangle}{\langle \tilde{Y}_{k-1}, \tilde{Y}_{k-1} \rangle} \tilde{Y}_{k-1}(r_j, \phi_j), \quad j = 1, 2, \dots, N; \end{aligned}$$

$$\Psi_k(\xi_j) = \tilde{Y}_k(r_j, \phi_j) / \|\tilde{Y}_k\|.$$

Этот модифицированный алгоритм при идеально точных вычислениях эквивалентен описанному выше (т. е. при идеально точных вычислениях функции (14) совпадают с соответствующими функциями (11)). Коэффициенты a_k находятся далее из равенства (13) аналогичным образом. В Приложении 2 приведены в качестве примера выражения для a_k для случая $n = 6$.

Для того чтобы определить, какой метод ортогонализации использовать — обычный или модифицированный — нужно проверить выполнение равенств

$$\langle \Psi_i, \Psi_k \rangle = \delta_{ik},$$

где δ_{ik} — символ Кронекера.

Наши расчеты для эллипса при $N = 400$ показывают, что эти равенства для значений i и k уже 5 и 6 выполняются примерно на 14 порядков точнее для модифицированного метода (при использовании 64-разрядных чисел с плавающей точкой).

Последующие приближения и расчет коэффициента усиления

После того, как мы нашли параметр λ и коэффициенты a_k в первых приближениях, мы можем составить по формуле (6) выражение для функции $f^n(r, \phi)$ и найти сумму (7) в первом приближении:

$$\Delta_1 = \left| \sum_{j=1}^N f^n(\xi_j) \right|, \quad \xi_j \in \Gamma.$$

Затем мы варьируем величину параметра λ — изменяем его на $\delta\lambda$. Для этого нового значения $\lambda + \delta\lambda$, по формулам (11) или (14) строим новую систему ортонормированных функций; для этой новой системы находим новые коэффициенты разложения β_k и затем из равенства (13) находим новые значения коэффициентов a_k . По новым значениям a_k находим сумму (7) — это будет Δ_2 . Затем все повторяем снова. Таким образом, перебирая возможные значения λ в окрестности первого приближения, мы в конце концов выберем то значение, при котором сумма (7) достигнет минимального значения. При этом количество точек N на границе можно также изменять (не забывая при этом заново находить первое приближение), пытаясь достигнуть нужной точности.

При этом необходимо отметить следующее. Из теории следует, что решение уравнения (2) с граничным условием (3) существует не при каком-то единственном значении, а при наборе значений λ (так называемом наборе собственных значений задачи). Основной вклад в усиление дает первое собственное значение λ . Если же сильно увеличивать интервал поиска первого приближения λ , то в дальнейшем, на следующих приближениях, мы можем

попасть не на первое, а на последующие собственные значения, поскольку приближенное численное значение суммы (7) для следующих собственных значений может оказаться ближе к нулю, чем для первого значения. В связи с этим нужно контролировать зависимость суммы (7) от значения λ , чтобы убедиться, что мы нашли первое собственное значение.

После того, как мы определили параметр λ и коэффициенты a_k с нужной точностью, мы можем определить коэффициент усиления (здесь и далее выбираем длину трубки равной единице):

$$k = \frac{1}{S_0} \iint_S k_0 f^n(r, \phi) r dr d\phi = \frac{1}{S_0} \left(\iint_S k_0 \zeta_0(\lambda r, \phi) r dr d\phi + \sum_{k=1}^n a_k \iint_S k_0 \zeta_k(\lambda r, \phi) r dr d\phi \right), \quad (15)$$

где S – поперечное сечение трубки площадью S_0 .

Продемонстрируем применение данного метода для сечений разной формы.

Случай прямоугольного сечения трубки

Пусть стороны прямоугольника равны a и b , причем $b \leq a$. Выберем начало отсчета полярной системы координат в центре прямоугольника и направим полярную ось (от которой отсчитывается полярный угол ϕ) параллельно большей стороне. Пусть θ – половина меньшего угла между диагоналями, и тогда больший угол между диагоналями равен $\pi - 2\theta$. Очевидно, что $\text{tg}\theta = b/a$. Тогда координаты (r, ϕ) вершин прямоугольника при нашем выборе системы координат будут выражаться как

$$\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}, \arctg \frac{b}{a} \right),$$

$$\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}, \pi - \arctg \frac{b}{a} \right),$$

$$\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}, \pi + \arctg \frac{b}{a} \right),$$

$$\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}, -\arctg \frac{b}{a} \right).$$

Поскольку уравнение прямой в полярных координатах имеет вид

$$r = p / \cos(\phi - \alpha),$$

где p – длина перпендикуляра к прямой из начала координат, α – полярный угол этого перпендикуляра, то из формулы (15) следует, что коэффициент усиления имеет вид

$$k = \frac{1}{ab} \left\{ \int_{-\arctg \frac{b}{a}}^{\arctg \frac{b}{a}} d\phi \int_0^{\frac{a}{2 \cos \phi}} r dr k_0 f^n(r, \phi) + \int_{\arctg \frac{b}{a}}^{\pi - \arctg \frac{b}{a}} d\phi \int_0^{\frac{b}{2 \sin \phi}} r dr k_0 f^n(r, \phi) + \int_{\pi - \arctg \frac{b}{a}}^{\pi + \arctg \frac{b}{a}} d\phi \int_0^{\frac{-a}{2 \cos \phi}} r dr k_0 f^n(r, \phi) + \int_{\pi + \arctg \frac{b}{a}}^{2\pi - \arctg \frac{b}{a}} d\phi \int_0^{\frac{-b}{2 \sin \phi}} r dr k_0 f^n(r, \phi) \right\}.$$

При выбранной нами системе координат, очевидно, существует симметрия при замене ϕ на $-\phi$, а это означает, что функция $f^n(r, \phi)$ должна быть четной по ϕ . Аналогично ничего не должно меняться по симметрии при замене ϕ на $\pi + \phi$. Это означает, что в качестве функции $\zeta_k(\lambda r, \phi)$ следует брать выражение

$$\zeta_k(\lambda r, \phi) = J_{2k}(\lambda r) \cdot \cos(2k\phi),$$

т. е. формула (6) примет следующий вид:

$$f^n(r, \phi) = J_0(\lambda r) + \sum_{k=1}^n a_{2k} J_{2k}(\lambda r) \cdot \cos(2k\phi). \quad (16)$$

Результаты расчетов по полученным формулам для прямоугольного сечения трубки при разном отношении сторон a/b ($b = 1$) для $N = 400$ точек на границе приведены в табл. 1. Для квадрата, когда $a/b = 1$,

Таблица 1

Расчетные значения основных параметров системы в зависимости от отношения сторон прямоугольного сечения трубки лазера

a/b	λ	a_2	a_4	a_6	a_8	a_{10}	a_{12}
1,00	4,44	0,00	-2,00	0,00	2,00	0,00	-1,93
1,10	4,25	0,19	-1,96	-0,56	1,86	0,92	-1,69
1,25	4,02	0,44	-1,81	-1,23	1,27	1,79	-0,51
1,50	3,78	0,77	-1,41	-1,85	-0,02	1,84	1,41
1,75	3,62	1,02	-0,97	-2,00	-1,06	0,92	2,04
2,00	3,51	1,20	-0,56	-1,87	-1,69	-0,16	1,60

Нормализованное расчетное значение коэффициента усиления лазера $k/k_0 = 0,405$ (k_0 – коэффициент усиления на оси системы) для всех приведенных значений отношения a/b

дополнительно существует симметрия при замене ϕ на $\phi + \pi / 2$, поэтому отличны от нуля только коэффициенты a_{4k} , что хорошо подтверждается расчетом.

Но для прямоугольника уравнение (2) с граничным условием (3) можно решить точно – в декартовой системе координат. Записав граничное условие (3) в виде

$$f(a / 2, y) = f(-a / 2, y) = f(x, b / 2) = f(x, -b / 2) = 0$$

и снова воспользовавшись методом разделения переменных, получим, что для пространственного распределения усиления $f(x,y)$ в случае трубки с прямоугольным сечением, общим решением уравнения (2), удовлетворяющим условию (3), будет функция

$$f(x, y) = C \cos\left(\frac{n\pi}{a} x\right) \cdot \cos\left(\frac{m\pi}{b} y\right),$$

а для значения параметра λ получаем выражение

$$\lambda_{n,m}^2 = \frac{n^2 \pi^2}{a^2} + \frac{m^2 \pi^2}{b^2}, \quad n = 1, 2, \dots; \quad m = 1, 2, \dots$$

Нормируя функцию f на единицу в центре сечения, получим $C = 1$. Для сравнения с результатами расчетов, представленных выше (данные для первого собственного числа λ), удобно взять составляющую, для которой $n = m = 1$. Тогда по формуле (1) можно вычислить коэффициент усиления для случая трубки с прямоугольным сечением:

$$k = \frac{1}{ab} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} k_0 \cos \frac{\pi x}{a} dx \cdot \cos \frac{\pi y}{b} dy = \frac{4}{\pi^2} k_0 = 0,405 k_0.$$

Сравнение полученного значения коэффициента с таковым в табл. 1 (нижняя графа), позволяет отметить отличное согласие результатов применения нашего метода (нахождение как коэффициента усиления, так и параметра λ) с точным решением.

Случай круглого сечения трубки

Для указанного сечения также можно получить точное решение. Если выбрать за начало отсчета полярной системы координат центр круга, то искомая функция не будет зависеть от полярного угла ϕ и уравнение (2) после замены аргумента $x = \lambda r$ превратится в уравнение для функции Бесселя нулевого порядка. Его общее решение будет иметь вид

$$f(r, \phi) = f(r) = a_0 J_0(\lambda r).$$

Снова нормируем функцию f на единицу в центре сечения, и тогда получаем, что $f(r) = J_0(\lambda r)$.

Граничное условие (3) для окружности радиуса a дает значение $J_0(\lambda a) = 0$, откуда следует, что произведение λa принимает значения

$$\lambda a = \lambda_1, \lambda_2, \dots,$$

где λ_k – k -й корень функции $J_0(x)$. Если учесть, что основной вклад в пространственное распределение усиления дает первая собственная функция, то $\lambda a = \lambda_1 = 2,4048$. Тогда по формуле (1) получаем следующее выражение для коэффициента усиления:

$$k = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a r dr k_0 J_0\left(\frac{\lambda_1}{a} r\right) = \frac{2k_0}{\lambda_1^2} J_1\left(\frac{\lambda_1}{a} r\right) \cdot \frac{\lambda_1}{a} r \Big|_0^a = \frac{2k_0}{\lambda_1} J_1(\lambda_1) = 0,432k_0.$$

Для проверки нашего алгоритма мы провели расчеты для круглого сечения трубки по общей формуле (15), которая в этом случае будет иметь вид

$$k = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^a r dr k_0 f^n(r, \phi).$$

Поскольку снова можно воспользоваться симметрией при замене угла ϕ углом $-\phi$ и углом $\pi + \phi$, в качестве функции $\zeta_k(\lambda r, \phi)$ опять можно взять

$$\zeta_k(\lambda r, \phi) = J_{2k}(\lambda r) \cdot \cos(2k\phi),$$

и для функции $f^n(r, \phi)$ можно воспользоваться формулой (16).

Отметим, что рассмотрение круглого сечения как раз является тем весьма редким случаем, когда первое приближение λ , очевидно, нельзя найти по формуле (9); поэтому выбираем в качестве первого приближения параметр $\lambda = \lambda_1 / a$ (на основании

аргументации, изложенной выше в разделе «Первое приближение λ »).

Результаты расчета для $N = 400$ точек на границе дает выполнение равенств

$$a_2 = a_4 = a_6 = a_8 = a_{10} = a_{12} = 0$$

с очень высокой точностью (коэффициенты a_k имеют порядок $10^{-16} - 10^{-21}$); при этом значения параметра λ и коэффициента усиления k также отлично согласуются с теоретическими.

Случай эллиптического сечения трубки

Аналитически точное выражение для коэффициента усиления лазера получить в указанном случае не удастся. Используем предлагаемый нами метод.

Выберем за начало отсчета полярной системы координат центр эллипса, а полярную ось направим вдоль его большей полуоси. Пусть c и d – полуоси эллипса ($d \leq c$), тогда уравнение эллипса будет иметь вид

$$r = \frac{cd}{\sqrt{c^2 \sin^2 \phi + d^2 \cos^2 \phi}}.$$

Тогда по формуле (15) коэффициент усиления будет следовать выражению

$$k = \frac{1}{\pi cd} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\frac{cd}{\sqrt{c^2 \sin^2 \phi + d^2 \cos^2 \phi}}} r dr k_0 f^n(r, \phi).$$

Для эллипса опять сохраняется симметрия при замене угла ϕ углом $-\phi$ и $\pi + \phi$, поэтому в качестве функции $\zeta_k(\lambda r, \phi)$ снова нужно взять

Таблица 2

Расчетные значения основных параметров системы в зависимости от отношения полуосей эллиптического сечения трубки лазера

c/d	k/k_0	λ	a_2	a_4	a_6	a_8	a_{10}
1,00	0,432	2,41	$<10^{-6}$	$<10^{-6}$	$<10^{-6}$	$<10^{-6}$	$<10^{-6}$
1,10	0,431	2,30	0,14	$2 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$<10^{-6}$	$<10^{-6}$
1,25	0,430	2,18	0,32	0,01	$2 \cdot 10^{-4}$	$<10^{-6}$	$<10^{-6}$
1,50	0,424	2,04	0,56	0,04	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$<10^{-6}$
1,75	0,416	1,95	0,75	0,08	$4 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$<10^{-6}$
2,00	0,408	1,89	0,89	0,13	0,01	$4 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-5}$

Примечания. 1. Значение $c/d = 1,00$ относится к круглому сечению трубки. 2. Все значения $a_{12} < 10^{-6}$. 3. Количество точек на границе $N = 400$.

$$\zeta_k(\lambda r, \phi) = J_{2k}(\lambda r) \cdot \cos(2k\phi),$$

и для функции $f^n(r, \phi)$ можно воспользоваться формулой (16).

Результаты расчетов для эллиптического сечения трубки лазера при разном отношении полуосей c/d ($d = 1$) для $N = 400$ точек на границе приведены в табл. 2 (там же приведен результат для круглого сечения при $c/d = 1$).

Заключение

В работе предложен усовершенствованный метод расчета коэффициента усиления лазерного излучения в зависимости от геометрии поперечного сечения трубки. Метод позволяет получать более общие и точные результаты по сравнению с имеющимися на настоящий день. В дальнейшем мы планируем использовать этот метод для расчета указанного коэффициента для других форм сечения активного элемента лазера.

Приложение 1

Выражения для коэффициентов a_k при $n = 5$ для классического метода Грама – Шмидта

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{\|\zeta_1\|}; \varepsilon = \frac{\langle \zeta_2, \Psi_1 \rangle}{\|\Psi_1\|^2}; \gamma_1 = \frac{\langle \zeta_3, \Psi_1 \rangle}{\|\Psi_1\|^2}; \\ \gamma_2 &= \frac{\langle \zeta_3, \tilde{Y}_2 \rangle}{\|\tilde{Y}_2\|^2}; \delta_1 = \frac{\langle \zeta_4, \Psi_1 \rangle}{\|\Psi_1\|^2}; \delta_2 = \frac{\langle \zeta_4, \tilde{Y}_2 \rangle}{\|\tilde{Y}_2\|^2}; \\ \delta_3 &= \frac{\langle \zeta_4, \tilde{Y}_3 \rangle}{\|\tilde{Y}_3\|^2}; \omega_1 = \frac{\langle \zeta_5, \Psi_1 \rangle}{\|\Psi_1\|^2}; \omega_2 = \frac{\langle \zeta_5, \tilde{Y}_2 \rangle}{\|\tilde{Y}_2\|^2}; \\ \omega_3 &= \frac{\langle \zeta_5, \tilde{Y}_3 \rangle}{\|\tilde{Y}_3\|^2}; \omega_4 = \frac{\langle \zeta_5, \tilde{Y}_4 \rangle}{\|\tilde{Y}_4\|^2}; \\ \beta_1 &= -\langle \zeta_0, \Psi_1 \rangle; \beta_2 = -\langle \zeta_0, \Psi_2 \rangle; \\ \beta_3 &= -\langle \zeta_0, \Psi_3 \rangle; \beta_4 = -\langle \zeta_0, \Psi_4 \rangle; \\ \beta_5 &= -\langle \zeta_0, \Psi_5 \rangle. \end{aligned}$$

Коэффициенты a_k при указанных обозначениях имеют следующий вид:

$$a_5 = \frac{\beta_5}{\|\tilde{Y}_5\|}; a_4 = \frac{\beta_4}{\|\tilde{Y}_4\|} - \frac{\beta_5 \omega_4}{\|\tilde{Y}_5\|};$$

$$a_3 = \frac{\beta_3}{\|\tilde{Y}_3\|} - \frac{\beta_4 \delta_3}{\|\tilde{Y}_4\|} + \frac{\beta_5 \omega_4 \delta_3 - \beta_5 \omega_3}{\|\tilde{Y}_5\|};$$

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{\beta_2}{\|\tilde{Y}_2\|} - \frac{\beta_3 \gamma_2}{\|\tilde{Y}_3\|} + \frac{-\beta_4 \delta_2 + \beta_4 \delta_3 \gamma_2 +}{\|\tilde{Y}_4\|} + \\ &+ (\beta_5 \omega_4 \delta_2 - \beta_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_2 + \beta_5 \omega_3 \gamma_2 - \\ &- \beta_5 \omega_2) / \|\tilde{Y}_5\|; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \beta_1 \alpha - \frac{\beta_2 \varepsilon \alpha}{\|\tilde{Y}_2\|} + \frac{-\beta_3 \gamma_1 \alpha + \beta_3 \gamma_2 \varepsilon \alpha}{\|\tilde{Y}_3\|} + \\ &+ (-\beta_4 \delta_1 \alpha + \beta_4 \delta_2 \varepsilon \alpha + \beta_4 \delta_3 \gamma_1 \alpha - \\ &- \beta_4 \delta_3 \gamma_2 \varepsilon \alpha) / \|\tilde{Y}_4\| + (\beta_5 \omega_4 \delta_1 \alpha - \beta_5 \omega_4 \delta_2 \varepsilon \alpha - \\ &- \beta_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_1 \alpha + \beta_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_2 \varepsilon \alpha - \beta_5 \omega_3 \gamma_2 \varepsilon \alpha + \\ &+ \beta_5 \omega_3 \gamma_1 \alpha + \beta_5 \omega_2 \varepsilon \alpha - \beta_5 \omega_1 \alpha) / \|\tilde{Y}_5\|. \end{aligned}$$

Приложение 2

Выражения для коэффициентов a_k при $n = 6$ для модифицированного метода Грама – Шмидта

Введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\langle \zeta_2, \tilde{Y}_1 \rangle}{\|\tilde{Y}_1\|^2}; \gamma_1 = \frac{\langle \zeta_3, \tilde{Y}_1 \rangle}{\|\tilde{Y}_1\|^2}; \gamma_2 = \frac{\langle \zeta_3^{(1)}, \tilde{Y}_2 \rangle}{\|\tilde{Y}_2\|^2}; \\ \delta_1 &= \frac{\langle \zeta_4, \tilde{Y}_1 \rangle}{\|\tilde{Y}_1\|^2}; \delta_2 = \frac{\langle \zeta_4^{(1)}, \tilde{Y}_2 \rangle}{\|\tilde{Y}_2\|^2}; \\ \delta_3 &= \frac{\langle \zeta_4^{(2)}, \tilde{Y}_3 \rangle}{\|\tilde{Y}_3\|^2}; \omega_1 = \frac{\langle \zeta_5, \tilde{Y}_1 \rangle}{\|\tilde{Y}_1\|^2}; \\ \omega_2 &= \frac{\langle \zeta_5^{(1)}, \tilde{Y}_2 \rangle}{\|\tilde{Y}_2\|^2}; \omega_3 = \frac{\langle \zeta_5^{(2)}, \tilde{Y}_3 \rangle}{\|\tilde{Y}_3\|^2}; \\ \omega_4 &= \frac{\langle \zeta_5^{(3)}, \tilde{Y}_4 \rangle}{\|\tilde{Y}_4\|^2}; \rho_1 = \frac{\langle \zeta_6, \tilde{Y}_1 \rangle}{\|\tilde{Y}_1\|^2}; \\ \rho_2 &= \frac{\langle \zeta_6^{(1)}, \tilde{Y}_2 \rangle}{\|\tilde{Y}_2\|^2}; \rho_3 = \frac{\langle \zeta_6^{(2)}, \tilde{Y}_3 \rangle}{\|\tilde{Y}_3\|^2}; \\ \rho_4 &= \frac{\langle \zeta_6^{(3)}, \tilde{Y}_4 \rangle}{\|\tilde{Y}_4\|^2}; \rho_5 = \frac{\langle \zeta_6^{(4)}, \tilde{Y}_5 \rangle}{\|\tilde{Y}_5\|^2}; \\ \beta_1 &= -\langle \zeta_0, \Psi_1 \rangle; \beta_2 = -\langle \zeta_0, \Psi_2 \rangle; \\ \beta_3 &= -\langle \zeta_0, \Psi_3 \rangle; \beta_4 = -\langle \zeta_0, \Psi_4 \rangle; \\ \beta_5 &= -\langle \zeta_0, \Psi_5 \rangle; \beta_6 = -\langle \zeta_0, \Psi_6 \rangle. \end{aligned}$$

Введенные обозначения аналогичны

приведенным в Приложении 1, но в соответствующих скалярных произведениях теперь присутствуют не только функции $\zeta_k(\lambda r, \phi)$, но и $\zeta_k^{(i)}(\lambda r, \phi)$.

Коэффициенты a_k при указанных обозначениях имеют следующий вид:

$$a_6 = \frac{\beta_6}{\|\tilde{Y}_6\|}; a_5 = \frac{\beta_5}{\|\tilde{Y}_5\|} - \frac{\beta_6 \rho_5}{\|\tilde{Y}_6\|};$$

$$a_4 = \frac{\beta_4}{\|\tilde{Y}_4\|} - \frac{\beta_5 \omega_4}{\|\tilde{Y}_5\|} + \frac{-\beta_6 \rho_4 + \beta_6 \rho_5 \omega_4}{\|\tilde{Y}_6\|};$$

$$a_3 = \frac{\beta_3}{\|\tilde{Y}_3\|} - \frac{\beta_4 \delta_3}{\|\tilde{Y}_4\|} + \frac{-\beta_5 \omega_3 + \beta_5 \omega_4 \delta_3}{\|\tilde{Y}_5\|} +$$

$$+ (-\beta_6 \rho_3 + \beta_6 \rho_4 \delta_3 + \beta_6 \rho_5 \omega_3 - \beta_6 \rho_5 \omega_4 \delta_3) / \|\tilde{Y}_5\|;$$

$$a_2 = \frac{\beta_2}{\|\tilde{Y}_2\|} - \frac{\beta_3 \gamma_2}{\|\tilde{Y}_3\|} + \frac{-\beta_4 \delta_2 + \beta_4 \delta_3 \gamma_2}{\|\tilde{Y}_4\|} +$$

$$+ (-\beta_5 \omega_2 + \beta_5 \omega_3 \gamma_2 + \beta_5 \omega_4 \delta_2 -$$

$$- \beta_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_2) / \|\tilde{Y}_5\| +$$

$$+ (-\beta_6 \rho_2 + \beta_6 \rho_3 \gamma_2 + \beta_6 \rho_4 \delta_2 - \beta_6 \rho_4 \delta_3 \gamma_2 +$$

$$+ \beta_6 \rho_5 \omega_2 - \beta_6 \rho_5 \omega_3 \gamma_2 - \beta_6 \rho_5 \omega_4 \delta_2 +$$

$$+ \beta_6 \rho_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_2) / \|\tilde{Y}_6\|;$$

$$a_1 = \frac{\beta_1}{\|\tilde{Y}_1\|} - \frac{\beta_2 \varepsilon}{\|\tilde{Y}_2\|} + \frac{-\beta_3 \gamma_1 + \beta_3 \gamma_2 \varepsilon}{\|\tilde{Y}_3\|} +$$

$$+ (-\beta_4 \delta_1 + \beta_4 \delta_2 \varepsilon + \beta_4 \delta_3 \gamma_1 - \beta_4 \delta_3 \gamma_2 \varepsilon) / \|\tilde{Y}_4\| +$$

$$+ (-\beta_5 \omega_1 + \beta_5 \omega_2 \varepsilon + \beta_5 \omega_3 \gamma_1 - \beta_5 \omega_3 \gamma_2 \varepsilon +$$

$$+ \beta_5 \omega_4 \delta_1 - \beta_5 \omega_4 \delta_2 \varepsilon - \beta_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_1 +$$

$$+ \beta_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_2 \varepsilon) / \|\tilde{Y}_5\| + (-\beta_6 \rho_1 + \beta_6 \rho_2 \varepsilon +$$

$$+ \beta_6 \rho_3 \gamma_1 - \beta_6 \rho_3 \gamma_2 \varepsilon + \beta_6 \rho_4 \delta_1 - \beta_6 \rho_4 \delta_2 \varepsilon -$$

$$- \beta_6 \rho_4 \delta_3 \gamma_1 + \beta_6 \rho_4 \delta_3 \gamma_2 \varepsilon + \beta_6 \rho_5 \omega_1 - \beta_6 \rho_5 \omega_2 \varepsilon -$$

$$- \beta_6 \rho_5 \omega_3 \gamma_1 + \beta_6 \rho_5 \omega_3 \gamma_2 \varepsilon - \beta_6 \rho_5 \omega_4 \delta_1 +$$

$$+ \beta_6 \rho_5 \omega_4 \delta_2 \varepsilon + \beta_6 \rho_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_1 -$$

$$- \beta_6 \rho_5 \omega_4 \delta_3 \gamma_2 \varepsilon) / \|\tilde{Y}_6\|.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Привалов В.Е., Фридрихов С.А. Зависимость мощности излучения He-Ne лазера от геометрии сечения разрядного промежутка // Журнал технической физики. 1968. Т. 37. № 12. С. 2080–2084.
2. Привалов В.Е., Юдин С.Ф. Влияние формы сечения разрядного промежутка на усиление активной среды газового лазера // Квантовая электроника. 1974. Т. 1. № 11. С. 2484–2487.
3. Привалов В.Е., Ходовой В.А. Экспериментальное исследование He-Ne лазера с разрядным промежутком прямоугольного сечения // Оптика и спектроскопия. 1974. Т. 37. № 4. С. 797–799.
4. Привалов В.Е., Юдин С.Ф. Влияние граничных условий на усиление активной среды газового лазера // Журнал прикладной спектроскопии. 1975. Т. 22. № 1. С. 42–46.
5. Привалов В.Е., Юдин С.Ф. Зависимость усиления излучения газового лазера от геометрии сечения разряда // Оптика и спектроскопия. 1978. Т. 45. № 2. С. 340–345.
6. Привалов В.Е. Геометрия газового разряда и усиление излучения лазера // Известия вузов.

- Физика. 2010. Т. 53. № 5. С. 80–90.
7. Привалов В.Е. Некоторые перспективы развития газоразрядных лазеров // Известия вузов. Физика. 2013. Т. 56. № 2-2. С. 246–253.
8. Привалов В.Е., Фридрихов С.А. Кольцевой газовой лазер // Успехи физических наук. 1969. Т. 97. Вып. 3. С. 377–402.
9. Привалов В.Е. He-Ne лазер с комбинированной разрядной трубкой // Электронная техника. 1971. Сер. 3. Газоразрядные приборы. № 3 (23). С. 29–31.
10. Федотов А.А., Черниговский В.В. К определению мощности излучения He-Ne ОКГ с конусообразной трубкой // Известия ЛЭТИ. 1974. Вып. 140. С. 74–77.
11. Михлин С.Г. Вариационные методы в математической физике. М.: Наука, 1970. 512 с.
12. Березин И.С., Жидков Н.П. Методы вычислений (в 2 тт.). Т. 1. М.: Физматлит, 1962, 464 с.
13. Higham N.J. Accuracy and stability of numerical algorithms (2nd ed.). Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002. 711 p.

Статья поступила в редакцию 26.02.2018, принята к публикации 20.03.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОЖЕВНИКОВ Вадим Андреевич – старший преподаватель кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vadim.kozhevnikov@gmail.com

ПРИВАЛОВ Вадим Евгеньевич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vaepriv@yandex.ru

REFERENCES

- [1] V.E. Privalov, S.A. Fridrikhov, Zavisimost moshchnosti izlucheniya He-Ne lazera ot geometrii secheniya razryadnogo promezhutka [The dependence of the He-Ne laser emission power on the cross-section geometry of a discharge gap], The Russian Journal of Applied Physics. 38 (12) (1968) 2080 – 2084.
- [2] V.E. Privalov, S.F. Yudin, Influence of the shape of a discharge-gap cross section on the gas-laser gain // Quantum Electronics. 1 (11) (1974) 2484–2487.
- [3] V.E. Privalov, V.A. Khodovoy, Eksperimentalnoye issledovaniye He-Ne lazera s razryadnym promezhutkom pryamougolnogo secheniya [An experimental investigation of a He-Ne laser with a rectangular cross-section discharge gap], Optics and Spectroscopy. 37 (4) (1974) 797–799.
- [4] V.E. Privalov, S.F. Yudin, Vliyaniye granichnykh usloviy na usileniye aktivnoy sredy gazovogo lazera [Influence of boundary conditions on the active medium gain of the gas-laser], J. Appl. Spectr. 22 (1) (1975) 42–46.
- [5] V.E. Privalov, S.F. Yudin, Zavisimost usileniya izlucheniya gazovogo lazera ot geometrii secheniya razryada [Gas-laser emission gain as a function of discharge cross-section geometry], Optics and Spectroscopy. 45 (2) (1978) 340–345.
- [6] V.E. Privalov, Gas-discharge geometry and studies in laser emission, Russian Physics Journal. 53 (5) (2010) 80 –90.
- [7] V.E. Privalov, Some prospects for the development of gas-discharge lasers, Russian Physics Journal. 56 (2-2) (2013) 246–253.
- [8] V.E. Privalov, S.A. Fridrikhov, The ring gas laser, Soviet Physics, Uspekhi. 12 (3) (1969) 153–167.
- [9] V.E. Privalov, He-Ne lazerskombinirovannoy razryadnoy trubkoy [He-Ne laser with a combined discharge tube] Elektronnaya tekhnika, Ser. 3: Gas charge devices. No. 3(23) (1971) 29–31.
- [10] A.A. Fedotov, V.V. Chernigovskiy, K opredeleniyu moshchnosty izlucheniya He-Ne OKG s konusoobraznoy trubkoy [About radiation power of He-Ne laser with a conic tube], Izvestiya LETI. (140) (1974) 74–77.
- [11] S.G. Mikhlin, Variatsionnyye metody v matematicheskoy fizike [Variational methods in mathematical physics], Nauka, Moscow, 1970.
- [12] I.S. Berezin, N.P. Zhidkov, Metody vychisleniy [Calculation methods, in 2 Vols]. Vol. 1, Fizmatlit, Moscow, 1962.
- [13] N.J. Higham, Accuracy and stability of numerical algorithms (2nd ed.), Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2002.

Received 26.02.2018, accepted 20.03.2018.

THE AUTHORS

KOZHEVNIKOV Vadim A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vadim.kozhevnikov@gmail.com

PRIVALOV Vadim E.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vaepriv@yandex.ru

DOI: 10.18721/JPM.11209

УДК 621.315

РЕЛАКСАЦИЯ ЗАРЯДА В ЧАСТИЧНО-КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПОЛИИМИДАХ R-ОДФО В УСЛОВИЯХ ПОВЫШЕННОЙ ВЛАЖНОСТИ

М.Э. Борисова¹, А.М. Камалов¹, И.Д. Орлов¹, В.Е. Смирнова²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Институт высокомолекулярных соединений РАН,

Санкт-Петербург, Российская Федерация

Изучены процессы релаксации заряда пленок полиимида R-ОДФО с разной степенью кристалличности. Выявлено влияние надмолекулярной структуры на процессы релаксации заряда в пленках в условиях повышенной влажности. Полученные экспериментальные данные проанализированы с позиций современных представлений о механизме релаксации заряда. Методом компьютерного моделирования сложные спектры токов термостимулированной деполяризации (ТСД) разложены на отдельные элементарные пики, которые описываются уравнениями кинетики первого порядка. Определены энергии активации токов ТСД.

Ключевые слова: полиимид; кристалличность; гигроскопичность; ловушка; моделирование; короноэлектрет

Ссылка при цитировании: Борисова М.Э., Камалов А.М., Орлов И.Д., Смирнова В.Е. Релаксация заряда в частично-кристаллических полиимидах R-ОДФО в условиях повышенной влажности // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 96 – 105. DOI: 10.18721/JPM.11209

CHARGE RELAXATION IN PARTIALLY CRYSTALLINE R-BAPB POLYIMIDES UNDER CONDITIONS OF ELEVATED HUMIDITY

M.E. Borisova¹, A.M. Kamalov¹, I.D. Orlov¹, V.E. Smirnova²

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

² Institute of Macromolecular Compounds of RAS, St. Petersburg, Russian Federation

The charge relaxation processes in the films based on R-BAPB polyimide with different degree of crystallinity have been studied. The supramolecular structure effect on the charge relaxation processes in the films under elevated humidity conditions was revealed. The obtained experimental data was analyzed in the context of the present-day knowledge of the charge relaxation mechanism. The complex spectra of the thermally stimulated depolarization currents (TSDC) were resolved into individual components and described by the first-order kinetics equations using computer simulation. The TSDC activation energies were calculated and interpreted in terms of the mechanism of release of charge carriers. It was shown that the increment of crystallinity degree of the polyimide films lead to a decrease in the electret state stability at elevated temperature and high humidity.

Key words: polyimide; crystallinity; hygroscopicity; trap; simulation; coronoelectret

Citation: M.E. Borisova, A.M. Kamalov, L.D. Orlov, V.E. Smirnova, Charge relaxation in partially crystalline R-BAPB polyimides under conditions of elevated humidity, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 96 – 105. DOI: 10.18721/JPM.11209

Введение

На фоне постоянного расширения областей применения полимерных электретов не ослабевает интерес ученых, ищущих способы замедлить процессы релаксации заряда в диэлектриках и повысить стабильность электретного состояния. Изменения свойств обычно добиваются путем модификации поверхности и структуры полимера, введения в него различных наполнителей [1 – 3]. С другой стороны, исследование процессов релаксации заряда в полимерных пленках интересно и потому, что поле заряженного диэлектрика оказывает влияние на электрические свойства всей системы изоляции, в которой он используется.

Полиимиды – класс полимеров, востребованный в промышленности в течение многих лет. Несмотря на свою высокую стоимость, полиимидные пленки получили широкое распространение благодаря своей термостойкости, высоким электрическим и механическим характеристикам [4]. Это побуждает исследователей разрабатывать новые типы полиимидов и модифицировать уже известные таким образом, чтобы повысить те или иные характеристики материала.

Как известно, одной из главных проблем использования полиимидов в электроизоляционных и электретных устройствах является их низкая стойкость к воздействию влаги [5, 6]. Если полиимидная изоляция находится во влажной среде длительное время, ее электроизоляционные свойства быстро ухудшаются, что выражается в росте проводимости изоляции и нестабильности емкости диэлектрика. Множество научных

работ посвящено исследованию и улучшению влажностных характеристик полиимидов.

Цель настоящего исследования – установить влияние влаги на процесс релаксации заряда в пленках полиимида Р-ОДФО с различной степенью кристалличности (СК), разработанного в Институте высокомолекулярных соединений РАН в целях создания термостойких термопластичных полиимидов, не уступающих зарубежным аналогам (PEEK, ULTEM, PPS).

Методика эксперимента

Объектами исследования являлись пленки полиимида Р-ОДФО (рис. 1) на основе 1,3-бис-(3,3'-4,4'-дикарбоксифеноксид)бензола (диангидрид Р) и 4,4'-бис-(4-аминофеноксид)бифенила (диамин ОДФО) со степенью кристалличности 0, 20 и 40 %.

В данной работе изучалось влияние надмолекулярной структуры материала Р-ОДФО на стабильность электретного состояния в условиях повышенной влажности окружающей среды.

Серию пленок полиимида Р-ОДФО с различной степенью кристалличности прогревали для удаления влаги и остаточного статического заряда в течение одного часа при температуре 160 °С, после чего выдерживали в эксикаторе в течение 24 ч при влажности 98 %. Вторая серия контрольных образцов не увлажнялась. Затем пленки заряжались в коронном разряде при отрицательной полярности коронирующего электрода и при нормальных условиях в воздушной среде. Такая зарядка обеспечивает образование электрета с гомозарядом,

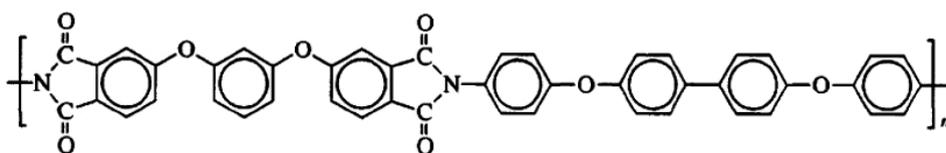


Рис. 1. Химическая формула полиимида Р-ОДФО

в котором носители заряда локализованы на энергетических уровнях (ловушках) в тонком приповерхностном слое диэлектрика [7, 8].

Релаксацию электрического заряда в полученных электретах изучали методом токов термостимулированной деполяризации (ТСД) при постоянной скорости нагрева образцов $\beta = dT / dt = 2 \text{ К/мин}$. Измерения проводились с блокирующим контактом между электродом и образцом. Для достижения блокирующего контакта прокладку из пленки ПТФЭ толщиной 40 мкм помещали на заряженную поверхность пленки. При этом направление тока деполяризации совпадало с направлением движения носителей сквозь объем образца.

Степень увлажнения образцов Γ рассчитывалась по приросту их массы (в процентах) после выдержки в среде с 98 %-ой

влажностью в течение определенного времени, согласно следующей формуле:

$$\Gamma = \frac{m - m_0}{m_0} \cdot 100\%,$$

где m_0 – начальная масса образца, m – масса образца после увлажнения.

Влажная среда создавалась в эксикаторе с водным раствором медного купороса.

Результаты исследования и их обсуждение

Изучение гигроскопичности образцов. Полученные зависимости прироста массы пленок с различной степенью кристалличности от времени увлажнения представлены на рис. 2. Видно, что гигроскопичность полиимидных пленок увеличивается по мере роста степени кристалличности материала. Максимальные степени увлажнения образцов представлены в табл. 1.

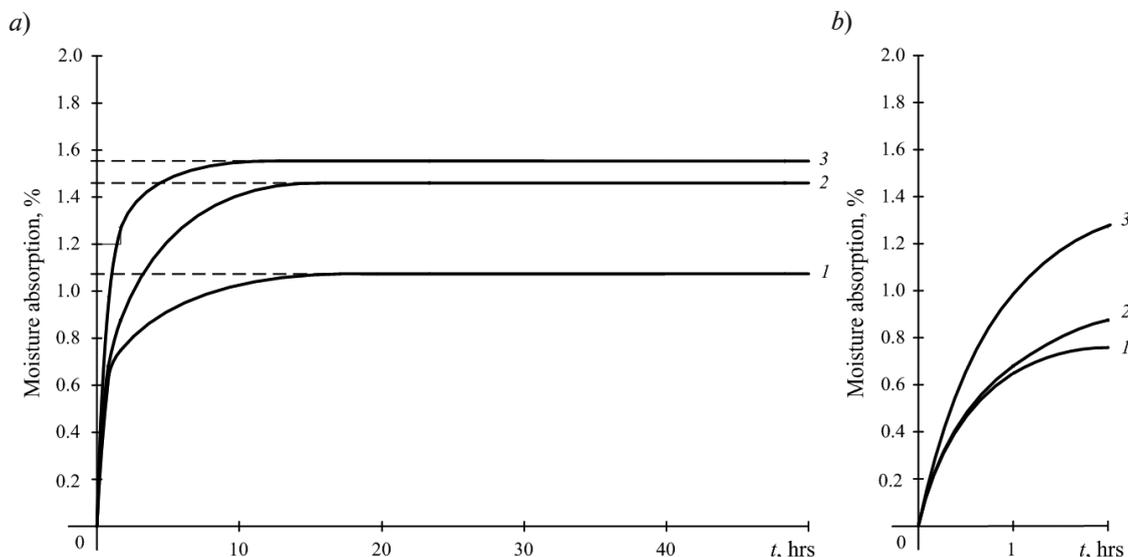


Рис. 2. Зависимости влагопоглощения пленок полиимида Р-ОДФО с разной степенью кристалличности (СК) от длительности увлажнения в интервалах (0 – 50) ч (а) и (0 – 2) ч (б); СК, %: 0 (1 – аморфный образец), 20 (2) и 40 (3)

Таблица 1

Максимальные значения гигроскопичности образцов полиимида Р-ОДФО с разной степенью кристалличности

Степень кристалличности, %	0 (аморфный)	20	40
Максимальная гигроскопичность, %	1,07	1,46	1,55



Полученные максимальные значения гигроскопичности оказались ниже, чем у образцов промышленного полиимида ПМ, гигроскопичность которых составляет 2,3–3,0 % [9].

Насыщение пленок полиимида влагой происходит за 10 – 18 ч; образцы с большей степенью кристалличности достигают состояния насыщения быстрее и адсорбируют больше влаги, чем аморфные. Повышение гигроскопичности можно объяснить увеличением границы раздела кристаллической и аморфной фаз материала. В области этой границы возникает дополнительный свободный объем. На рис. 3 представлены микрофотографии поверхности пленки аморфного образца и образца полиимида со степенью кристалличности 40 % (две степени увеличения). Как видно по фотографиям, при возрастании степени кристалличности полиимида его структура разрыхляется и степень гетерогенности материала увеличивается, что сопровождается увеличением количества микропор.

Изучение релаксации заряда. На рис. 4 представлены спектры токов ТСД увлажненных и неувлажненных пленок полиимида с разной степенью кристалличности. Сравнение этих спектров для двух серий пленок показывает, что увлажнение приводит к изменению характера кривой и смещению максимумов тока по температуре.

Полученные спектры ТСД имеют сложный характер, визуально являя собой кривые с одним или двумя максимумами. С увеличением степени кристалличности материала возрастает низкотемпературный пик. По всей вероятности, этот максимум вызван освобождением заряда с дополнительных уровней захвата, образующихся на границе раздела аморфной и кристаллической фаз.

Высокотемпературный максимум, как показано в работе [10], для всех полиимидных пленок (со степенью кристалличности 0, 20 и 40 %) обусловлен собственной проводимостью полиимида Р-ОДФО.

Как видно из экспериментальных кри-

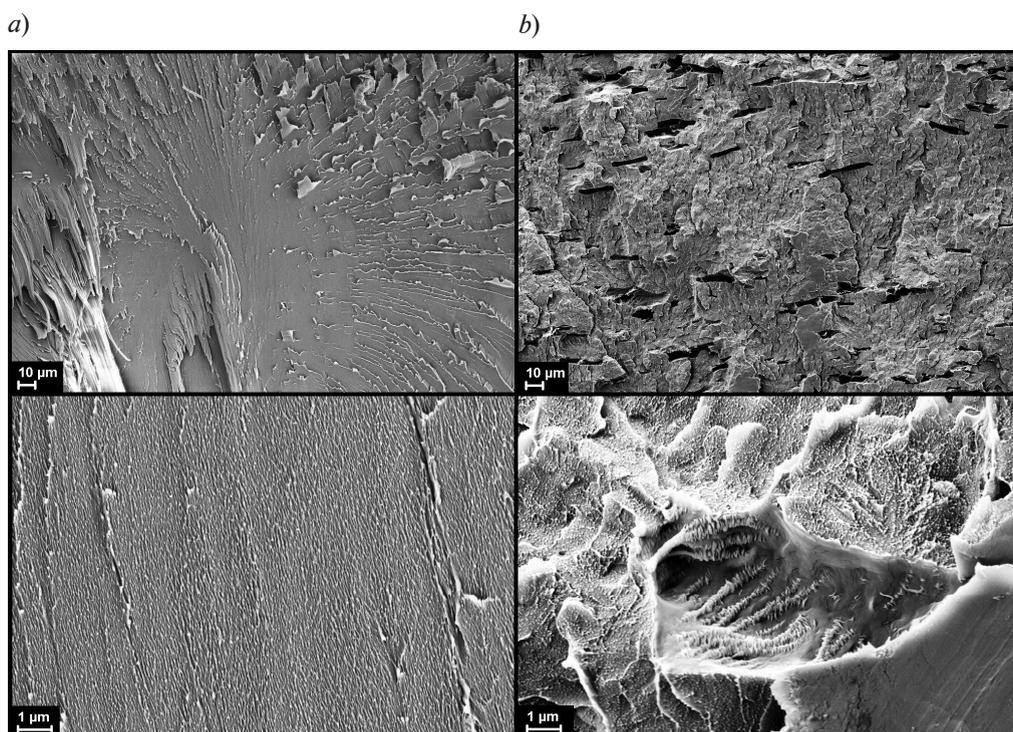


Рис. 3. Микрофотографии поверхности пленок полиимида Р-ОДФО с разной степенью кристалличности: *a* – аморфный образец, *b* – СК = 40%; приведены изображения с разным увеличением

вых, приведенных на рис. 4 (пунктирные линии), увлажнение образцов приводит к сокращению площади под кривой тока ТСД, т. е. уменьшению накопленного в образце заряда. При этом наиболее существенное изменение спектра наблюдается в низкотемпературной области. Это

можно объяснить тем, что сорбированная в образце влага создает новые уровни захвата, которые локализуются, в основном, в приповерхностных областях. Как известно, сорбированная вода может находиться в объеме полимеров в трех состояниях: свободном, средне- и прочносвязанном.

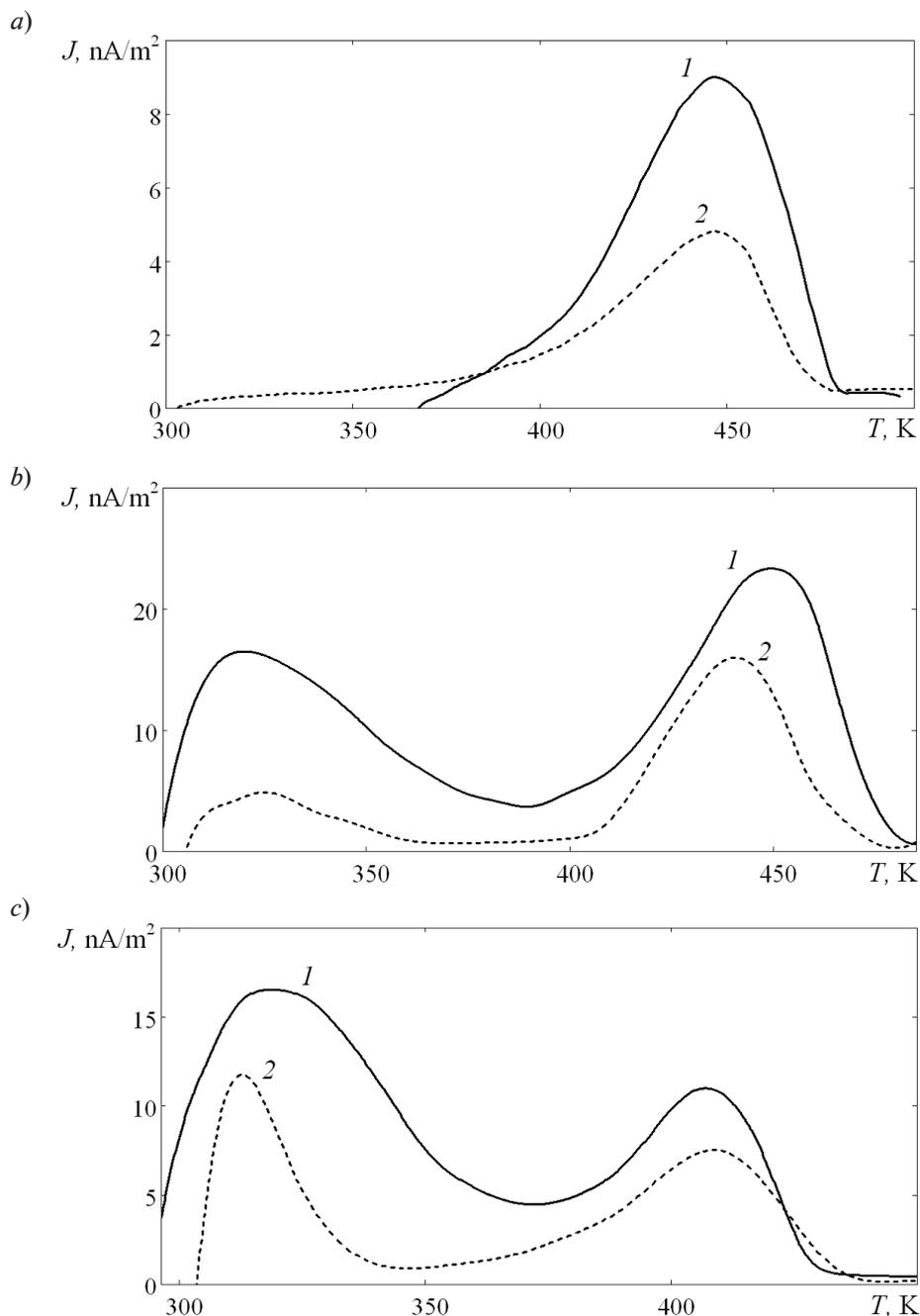


Рис. 4. Спектры токов ТСД прогретых (1) и увлажненных (2) образцов пленок полиимида с разной степенью кристалличности, %: 0 (a), 20 (b), 40 (c)



Каждое из этих состояний по-разному влияет на процессы накопления и релаксации заряда. Свободная вода в полимере увеличивает его проводимость, а вода в средне- и прочносвязанном состояниях образует новые уровни захвата, возникающие в результате разрушения имидных циклов по гидролитическому механизму. Такими уровнями захвата могут выступать отрицательно заряженные водородные вакансии, которые возникают в бензольных кольцах и группах COOH в результате действия воды. Кроме того, уровнями захвата могут выступать положительно заряженные группы NH⁺, которые также образуются вследствие разрушения имидных циклов полимера [5, 11 – 15].

Анализ токов термостимулированной деполяризации. Полученные спектры токов ТСД просушенных и увлажненных образцов анализировались методом «подгонки» на основе представлений о суперпозиции элементарных максимумов Дебая первого порядка $\sum_{1,2,3}^n J_n$. В этом случае величина плотности тока ТСД каждого максимума J_{TSD} описывается выражением

$$J_{TSD} = J_m \exp \left[\frac{W}{k} \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T} \right) \right] \times$$

$$\times \exp \left\{ - \frac{W}{k T_m^2} \int_{T_0}^T \exp \left[\frac{W}{k} \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T'} \right) \right] dT' \right\},$$

где плотность тока в максимуме J_m вычисляется как

$$J_m = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 \varepsilon_{lay} U_{e0}}{(\varepsilon h_{lay} + \varepsilon_{lay} h) \tau_m} \times \exp \left\{ - \frac{W}{k T_m^2} \int_{T_0}^{T_m} \exp \left[\frac{W}{k} \left(\frac{1}{T_m} - \frac{1}{T'} \right) \right] dT' \right\}.$$

Здесь ε_{lay} и h_{lay} – диэлектрическая проницаемость и толщина прокладки; k – постоянная Больцмана; T_0 , T' – начальная и конечная температуры соответственно; T_m – температура в максимуме плотности тока J_m ; ε , h – диэлектрическая проницаемость и толщина испытуемой пленки; U_{e0} – начальное значение электретной разности потенциалов; τ_m – время релаксации на температуре максимума; ε_0 – диэлектрическая постоянная.

Время релаксации описывается выражением

$$\tau = \tau_m \exp \left(\frac{W}{kT} - \frac{W}{kT_m} \right).$$

Расчет основан на характерных зна-

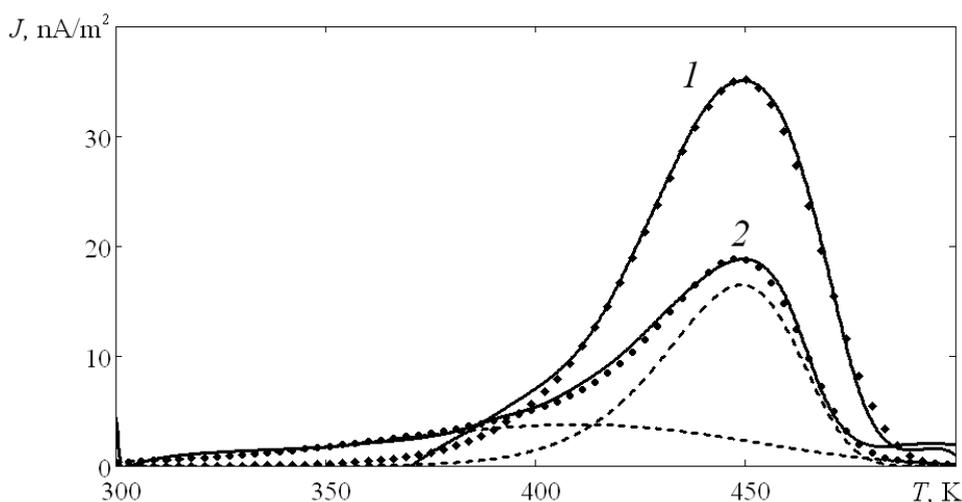


Рис. 5. Экспериментально измеренные (линии) и рассчитанные (точки) спектры токов ТСД для неувлажненной (1) и увлажненной (2) аморфных пленок полиимида. Для спектра 2 пунктиром показан результат разложения на элементарные составляющие (см. табл. 2, данные для второго образца)

Таблица 2

Основные параметры разложения экспериментальных спектров токов ТСД на элементарные составляющие для полиимидных пленок Р-ОДФО

Пленка		Положение пика T_m , К	Энергия активации W , эВ
СК, %	H ₂ O		
0	–	449	0,83
0	+	449	1,05
		410	0,30
20	–	448	0,93
		367	0,58
		337	0,52
		314	0,50
20	+	441	1,10
		367	0,58
		339	0,75
		321	0,70
40	–	407	1,00
		362	0,65
		333	0,61
		313	0,58
40	+	409	0,90
		348	0,50
		320	0,80
		312	1,20

Примечания. Нулевая степень кристалличности (СК) соответствует аморфной пленке; + H₂O означает ее увлажнение

чениях плотности тока в максимуме J_m и температуры максимума T_m , которые определяются по экспериментальным характеристикам токов ТСД; значение энергии активации W при этом варьируется.

В табл. 2 представлены результаты расчетов по описанному выше методу моделирования. На рис. 5 показан в качестве примера результат разложения спектров ТСД на элементарные составляющие для аморфных образцов.

В результате обработки экспериментальных данных с использованием методов математического моделирования количество элементарных дебаевских максимумов в спектрах ТСД возрастает. Установлено, что увлажнение пленок полиимида приводит к появлению дополнительных механизмов

релаксации, что сопровождается возникновением новых элементарных максимумов плотности тока на экспериментальных спектрах.

Заключение

По полученным результатам проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

полиимид Р-ОДФО, вне зависимости от степени кристалличности, менее гигроскопичен, чем используемый в промышленности полиимид марки ПМ (1,55 % у Р-ОДФО против 2,30 % у ПМ). Следовательно, этот материал целесообразно использовать в условиях повышенной влажности и температуры;

с увеличением степени кристалличности



полиимида Р-ОДФО от 0 до 40 % гигроскопичность пленок возрастает от 1,07 до 1,55 %, что приводит к снижению времени релаксации заряда. По всей вероятности, это обусловлено изменением структуры пленки, появлением большого количества микропор и увеличением свободного объема в полимере;

по мере увеличения степени кристалличности исследуемого объекта спектры токов ТСД усложняются: появляются и возрастают низкотемпературные максимумы, что говорит о смещении области релаксации заряда в сторону низких температур и меньшей стабильности электретных

свойств материала;

увлажнение исследуемого материала приводит к изменению механизмов релаксации заряда, что сопровождается трансформацией спектров токов ТСД. Так, у аморфного материала появляется плечо в области низких температур.

Таким образом, установлено влияние влаги на процесс релаксации заряда в пленках полиимида Р-ОДФО с различной степенью кристалличности (СК), разработанного в Институте высокомолекулярных соединений РАН. Этот материал рекомендуется использовать в условиях повышенной влажности и температуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Юдин В.Е., Светличный В.М. Влияние структуры и формы наночастиц наполнителя на физические свойства полиимидных композитов // Российский химический журнал. 2009. Т. 53. № 4. С. 75–85.
2. Yudin V.E., Svetlichny V.M., Shumakov A.N., Schechter R., Harel H., G. Marom. Morphology and mechanical properties of carbon fiber reinforced composites based on semicrystalline polyimides modified by carbon nanofibers // Composites: Part A. 2008. Vol. 39. No. 1. Pp. 85–90.
3. Itoh E., Iwamoto M. Electronic density of state in metal/polyimide Langmuir – Blodgett film interface and its temperature dependence // J. Appl. Phys. 1997. Vol. 81. No. 4. Pp. 1790–1797.
4. Bessonov M.I., Zubkov V.A. Polyamide acids and polyimides: Synthesis, transformations, and structure. London: CRC Press, 1993.
5. Галичин Н.А., Борисова М.Э. Влияние частичных разрядов на спектры токов термостимулированной деполяризации // Известия РГПУ им. А.И. Герцена. 2009. № 79. С. 120–127.
6. Галичин Н.А., Борисова М.Э. Влияние повышенной влажности на стабильность электретного состояния в полиимидных пленках // Электротехника. 2007. № 3. С. 24–28.
7. Gu Xu, Gryte C.C, Nowick A.S., Li S.Z., Pak Y.S., Greenbaum S.G. Dielectric relaxation and deuteron NMR of water in polyimide films // J. Appl. Phys. 1989. Vol. 66. No. 11. Pp. 5290–5297.
8. Tu N.R., Kao K.C. High-field electrical conduction in polyimide films // J. Appl. Phys. 1999. Vol. 85. No. 10. Pp. 7267–7275.
9. Raju G.G. Dielectrics in electric fields. New York: CRC Press, 2003. 568 p.
10. Борисова М.Э., Камалов А.М., Смирнова В.Е. Влияние степени кристалличности на релаксацию заряда в полиимидах Р-ОДФО // Высокмолекулярные соединения. А. 2018. Т. 60. № 3. С. 1–6.
11. He Z.Y., Du B.X., Li J., Xing Y.Q., Li A., et al. Surface charge behaviors of polyimide/Al₂O₃ nanocomposite films after water absorption // Proc. of the 1st Intern. Conf. on Dielectrics (ICD 2016). 3–7 July 2016. Montpellier (France). Pp. 301–304.
12. Melcher J., Daben Y., Arlt G. Dielectric effects of moisture in polyimide // IEEE Trans. Electr. Insulation. 1989. Vol. 24. No. 1. Pp. 31–38.
13. Галичин Н.А., Борисова М.Э. Влияние барьерного разряда на накопление влаги в полиимидных пленках. // Матер. XII Всерос. конф. по проблемам науки и высшей школы «Фундаментальные исследования и инновации в технических университетах». 14.05.2008, Санкт-Петербург. СПб.: Изд. СПбГПУ, 2008. С. 237–238.
14. Ma P., Zhang Y., Zheng F., An Z., Lei Q. Investigation of surface and bulk charge traps of polyimide film by using the photo-stimulated discharge method // Europhysics Letters. 2015. Vol. 109. No. 2. P. 27006.
15. Khazaka R., Locatelli M.L., Diahm S., Bidan P., Dupuy L., Grosset G. Broadband dielectric spectroscopy of BPDA/ODA polyimide films // J. Phys. D. Appl. Phys. 2013. Vol. 46. No. 6. P. 065501.

Статья поступила в редакцию 27.03.2018, принята к публикации 29.03.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БОРИСОВА Маргарита Эдуардовна – доктор технических наук, профессор кафедры техники высоких напряжений, электроизоляционной и кабельной техники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vladimir.l.borisov@gmail.com

КАМАЛОВА Алмаз Маратович – аспирант кафедры техники высоких напряжений, электроизоляционной и кабельной техники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
l.almaz.kamalov@gmail.com

ОРЛОВ Иван Денисович – студент Института энергетики и транспортных систем Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ivaorlov@yandex.ru

СМИРНОВА Валентина Евгеньевна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института высокомолекулярных соединений РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

199004, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 31
ves@hq.macro.ru

REFERENCES

- [1] V.E. Yudin, V.M. Svetlichnyy, Vliyanie struktury i formy nanochastits napolnitelya na fizicheskiye svoystva poliiimidnykh kompozitov [Influence of the structure and the shape of filler's nanoparticles on the physical properties of polyimide composites]. Rossiyskiy khimicheskiy zhurnal. 53 (4) (2009) 75–85.
- [2] V.E. Yudin, V.M. Svetlichnyi, A.N. Shumakov, et al., Morphology and mechanical properties of carbon fiber reinforced composites based on semicrystalline polyimides modified by carbon nanofibers, Composites: Part A. 39 (1) (2008) 85–90.
- [3] E. Itoh, M. Iwamoto, Electronic density of state in metal/polyimide Langmuir–Blodgett film interface and its temperature dependence, J. Appl. Phys. 81 (4) (1997) 1790–1797.
- [4] M.I. Bessonov, V.A. Zubkov, Polyamide acids and polyimides: Synthesis, transformations, and structure, CRC Press, London, 1993.
- [5] N.A. Galichin, M.E. Borisova, The influence of partial discharges on spectra of thermally stimulated depolarization currents, Izvestiya RGPU im. A.I. Gertsena. (79) (2009) 120–127.
- [6] N.A. Galichin, M.E. Borisova, Vliyanie povyshennoy vlazhnosti na stabilnost elektretного sostoyaniya v poliiimidnykh plenkach [The influence of elevated humidity on the electric state stability in polyimide films], Elektrotehnika. (3) (2007) 24–28.
- [7] Gu Xu, C.C. Gryte, A.S. Nowick, et al., Dielectric relaxation and deuteron NMR of water in polyimide films, J. Appl. Phys. 66 (11) (1989) 5290–5297.
- [8] N.R. Tu, K.C. Kao, High-field electrical conduction in polyimide films. J. Appl. Phys. 85 (10) (1999) 7267–7275.
- [9] G.G. Raju, Dielectrics in electric fields, CRC Press, New York, 2003.
- [10] M.E. Borisova, A.M. Kamalov, V.E. Smirnova, et al., The influence of crystallinity degree on the charge relaxation in R-BAPB polyimides, Polymer Science. 60A (3) (2018) 1–6.
- [11] Z.Y. He, B.X. Du, J. Li, et al., Surface charge behaviors of polyimide/Al₂O₃ nanocomposite films after water absorption, Proc. 1st Intern. Conf. on Dielectrics (ICD 2016), 3–7 July 2016, Montpellier (France) (2016) 301–304.
- [12] J. Melcher, Y. Daben, G. Arlt, Dielectric effects of moisture in polyimide, IEEE Trans. Electr. Insulation. 24 (1) (1989) 31–38.
- [13] N.A. Galichin, M.E. Borisova, Vliyanie baryernogo razryada na nakopleniye vlagi v poliiimidnykh plenkach [An influence of a barrier discharge on moisture accumulation in the polyimide films], Proc. of XII All-Russian Conf. on the Problems of Science and Higher School “Basic Research and Innovations in Technical Universities”, May 14, 2008, St. Petersburg,



Pp. 237–238.

[14] P. Ma, Y. Zhang, F. Zheng, et al., Investigation of surface and bulk charge traps of polyimide film by using the photo-stimulated discharge method, *Europhysics Letters*. 109 (2)

(2015) 27006.

[15] R. Khazaka, M.L. Locatelli, S. Diahm, et al., Broadband dielectric spectroscopy of BPDA/ODA polyimide films, *J. Phys. D, Appl. Phys.* 46 (6) (2013) 065501.

Received 27.03.2018, accepted 29.03.2018.

THE AUTHORS

BORISOVA Margarita E.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vladimirl.borisov@gmail.com

KAMALOV Almaz M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
l.almaz.kamalov@gmail.com

ORLOV Ivan D.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
ivaorlov@yandex.ru

SMIRNOVA Valentina E.

Institute of Macromolecular Compounds RAS

31 Bolshoy Ave. V.O., St. Petersburg, 199004, Russian Federation
ves@hq.macro.ru

DOI: 10.18721/JPM.11210

УДК 53.539.4; 53.537.58

ЭМИССИЯ ИОНОВ ПРИ РАЗРУШЕНИИ ПОЛИМЕРОВ

В.А. Пахотин¹, В.А. Закревский¹, Н.Т. Сударь², А.А. Апасеев²

¹ Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,

Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Российская Федерация

Приводятся результаты исследования эмиссии заряженных частиц при разрыве пленочных образцов полимеров в высоком вакууме. Закономерности эмиссии ионов на последних стадиях растяжения связаны с особенностями прорастания магистральной трещины. Проведен расчет траекторий движения ионов в трещине. Установлено, что в эксперименте регистрируются ионы, вылетевшие с поверхности образца в вершине растущей трещины. Сделаны оценки размера эмитирующей области и уровня эмиссионного тока. Обсуждаются механизмы образования низкомолекулярных ионов при разрушении полимеров.

Ключевые слова: эмиссия; ион; механоэмиссия; ионизация макромолекул; трещина

Ссылка при цитировании: Пахотин В.А., Закревский В.А., Сударь Н.Т., Апасеев А.А. Эмиссия ионов при разрушении полимеров // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 106 – 118. DOI: 10.18721/JPM.11210

THE ION EMISSION DURING THE FRACTURE OF POLYMERS

V.A. Pakhotin¹, V.A. Zakrevskii¹, N.T. Sudar², A.A. Apaseyev²

¹ Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russian Federation;

² Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The results of the study of charged particle emission in the course of the rupture of polymer film samples in the high vacuum have been presented. Regularities of ion emission at the last stages of the stretching are associated with peculiarities of the main crack's intergrowing. Calculations of ion-motion trajectories within the crack were carried out. It was established that the ions emitted from the crack tip on the sample surface were recorded experimentally while the crack growing. The emitting region size and the emission current level were estimated. Mechanisms of formation of low-molecular ions during polymer fracture were discussed.

Key words: emission, ion, mechanoemission, ionization of macromolecules, crack

Citation: V.A. Pakhotin, V.A. Zakrevskii, N.T. Sudar, A.A. Apaseyev, The ion emission during the fracture of polymers, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 106 – 118. DOI: 10.18721/JPM.11210

Введение

Экспериментальное и теоретическое изучение процессов, протекающих при прорастании магистральной трещины в полимерах, продолжительное время привлекает внимание исследователей [1 – 7]. Изуче-

нию теплофизических характеристик растущей трещины посвящены работы [1 – 3]. В статье [1] представлена физическая модель разогрева полимера вблизи вершины трещины и описаны эксперименты, результаты которых хорошо согласуются с пред-



сказаниями теории. В полиметилметакрилате изменение температуры со временем обусловлено последовательностью стадий растяжения и разрыва полимерных цепей в микрообластях размером около 130 мкм, расположенных на пути движения трещины [2]. Влияние тепла, выделяющегося при вязкопластическом сдвиге, на прочность полимера рассмотрено в работе [3]. Исследованию скорости прорастания магистральной трещины посвящены работы [4, 5]; при этом в [4] показана роль деформационного упрочнения в процессе распространения макроскопической трещины в полиолефинах. Экспериментально методом скоростной киносъемки установлено, что неравномерное движение трещины в пластине полиметилметакрилата наблюдается как при квазистатических, так и при импульсных воздействиях [5]. Методом оптической интерферометрии исследованы зоны разрушения в вершине трещины стеклообразных полимеров и показано, что размеры этой зоны могут составлять десятки микрон [6]. Вместе с тем вопрос о природе прочности полимеров остается актуальным, и для исследования процессов, протекающих при их разрушении (в частности, на молекулярном уровне), необходимо привлекать новые методики.

Деформирование и разрушение полимеров в вакууме сопровождается эмиссией (механоэмиссией) заряженных частиц (электронов и ионов). Эмиссия электронов при деформировании полимеров изучена достаточно подробно [7 – 9]. Исследованию механоэмиссии ионов уделялось гораздо меньше внимания. В работах [9 – 13] исследовалась эмиссия заряженных частиц как на предразрывных стадиях нагружения образцов, так и во время разрыва. В [9] исследования ограничивались в основном наполненными полимерами, разрушение которых происходит по межфазным границам, и после разрыва образца приводит к длительной постэмиссии положительных ионов. Эмиссия положительных ионов при деформировании полиэтилена на предразрывной стадии зарегистрирована в опытах, описанных в статьях [10, 11]. В работе [12] сообщается об обнаружении эмиссии как

положительных, так и отрицательных ионов при прорастании магистральной трещины в пленках ряда полимеров. Эмиссия положительных ионов также обнаружена в процессе разрушения аутогезионных соединений аморфных полимеров, сформированных при температурах ниже температуры стеклования объема [13].

В работах [8, 14, 15] было показано, что в механически напряженных полимерах, вследствие снижения энергии ионизации растянутых макромолекул, возможен переход электронов в глубокие ловушки с последующим распадом ослабленных межатомных связей в образовавшихся положительных макроионах. Можно полагать, что наблюдаемая механоэмиссия катионов связана с указанным разделением зарядов и с разрывом межатомных химических связей в напряженных макромолекулах. Предполагается [12], что образование анионов обусловлено тем, что в полимерах электроны могут захватываться атомными группами с положительным сродством к электрону. В работе [16] методом ЭПР показано, что при разрушении полипропилена в шаровой мельнице при 77 К, электроны захватываются молекулами акцептора (тетрацианоэтилен), специально введенного в объем полимера. Это свидетельствует о том, что часть электронов в областях, где протекает разрушение, прилипает к нейтральным молекулам с образованием отрицательных ионов.

По-видимому, положительные ионы эмитируются в виде низкомолекулярных фрагментов молекул. В работе [17], где изучали нагруженную цепочку атомов методом молекулярной динамики и использовали потенциал Морзе для описания межатомного взаимодействия, было установлено, что натянутая цепочка атомов распадается после освобождения на несколько фрагментов в результате распространения волны релаксации. Цепочка состояла из сорока атомов и натягивалась с силой, равной 0,99 от предела прочности межатомной связи. Первый разрыв цепочки был связан с суперпозицией импульсов растяжения – набегающего и отраженного от закрепленного конца. Распад оторвавшихся фрагментов

происходил в результате отражения волн от образовавшихся свободных концов и их интерференции.

Полимер вблизи растущей трещины нагревается до температуры $T = 500$ К [18, 19], а по данным работ [20, 21] – до $T > 1000$ К. Термодеструкция полиэтилентерефталата происходит с достаточно высокой скоростью при температуре $T \approx 560$ К [22]. Эмиссия ионов может быть обусловлена термодесорбцией низкомолекулярных фрагментов молекул с поверхности полимера.

Настоящая работа посвящена измерению интенсивности эмиссии ионов, возникающей при разрыве полимерных пленок различной толщины в вакууме, расчетам траекторий движения ионов. Наше исследование имеет целью определить возможности регистрации эмиссии ионов из трещины, а также оценить размеры эмитирующей области и уровня эмиссионного тока.

Методика эксперимента

Объектами исследования были промышленные пленки полиэтилентерефталата (ПЭТФ) и полиимида ПМ-1 (ПИ). Образцы имели форму двусторонней лопатки и закреплялись в вакуумной камере с помощью металлических зажимов и изолирующих втулок. Ширина рабочей части образцов составляла 1,0; 1,8 и 8 мм, а ее длина – 5 мм. Пленки ПЭТФ имели толщину 20 и 100 мкм, ПИ – 40 мкм. Деформирование образцов проводилось при комнатной температуре с постоянной скоростью 25 мм/с (образцы не имели надреза). Растяжение образцов осуществлялось в камере, изготовленной из нержавеющей стали, при давлении остаточных газов не более 10^{-7} мм рт. ст. и при комнатной температуре.

Измерение интенсивности эмиссии производилось в режиме счета частиц с использованием вторично-электронного умножителя ВЭУ-6 с заземленным катодом. Умножитель был расположен на расстоянии $L = 0,28$ м от образца, чтобы обеспечить возможность создания магнитного поля между образцом и детектором частиц. Поперечное магнитное поле создавалось

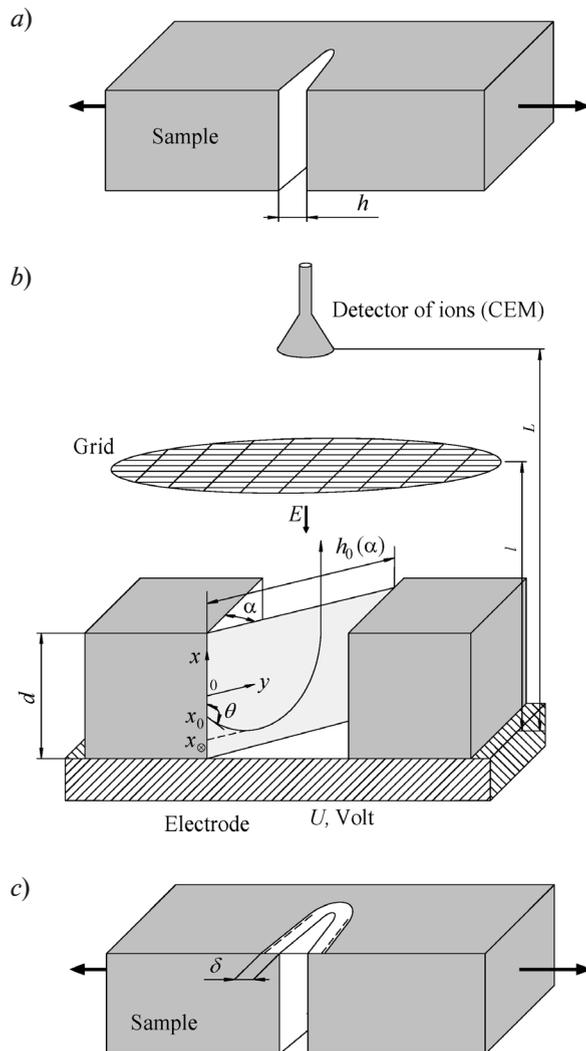


Рис. 1. Схемы, иллюстрирующие разрушение образца и эмиссию ионов из трещины в полимере: *a* – растягиваемый образец с магистральной трещиной; *b* – расположение элементов установки и параметры траектории ионов; *c* – эмитирующая область шириной δ на поверхности пленки

при измерении механоэмиссии двумя постоянными магнитами плоской формы для того, чтобы выделить ионную компоненту в потоке отрицательно заряженных частиц путем отклонения электронов этим полем.

В центральной области между магнитами индукция поля составляла 0,036 Тл.

Для обеспечения отбора эмиссионного тока частицы ускорялись в промежутке между изолированным электродом и заземлен-



ной сеткой, установленной на входе дрейфового пространства (пролетной трубы). Для этого на электрод подавался потенциал в 1000 В, знак которого совпадал со знаком заряда регистрируемых частиц. Расстояние между электродом и сеткой составляло $l = 22$ мм (рис. 1, *b*). Поскольку в установке был реализован лишь один канал регистрации, то при испытании одного образца была возможность регистрировать частицы только какого-либо одного знака заряда. Импульсы с детектора частиц усиливались и направлялись одновременно на интенсиметр с разрешением 1 мс и временной анализатор с разрешением 1 мкс. Интенсиметр, анализатор, средства их настройки и регулировки, а также средства визуализации временных зависимостей, в том числе диаграммы нагружения образца, реализованы на базе персонального компьютера с соответствующим программным обеспечением. Экспериментальная установка и система регистрации эмиссии более подробно описаны в статье [12]. Для определения истинной длительности и характера эмиссии при разрыве образца параллельно проводилась регистрация сигнала временным анализатором с разрешением 1 мкс, запускаемым импульсами, соответствующими зарождению магистральной трещины.

Экспериментальные данные и их обсуждение

Типичная зависимость эмиссии отрицательных частиц от времени t при деформировании пленки ПИ представлена на рис. 2. Такая эмиссия регистрировалась по числу импульсов J_m , генерированных за 1 мс.

Стрелками отмечены моменты разрыва. Для других полимеров наблюдались подобные зависимости $J_m(t)$. Как видно, при наличии магнитного поля, до момента разрыва пленки испускаются лишь отдельные отрицательные ионы (электроны не попадают в умножитель). Число же отрицательно заряженных частиц, испускаемых в момент разрыва, практически не зависит от того, приложено магнитное поле или нет. Этот факт указывает на то, что при прорастании трещины эмитируются отрицательные ионы, а электронная компонента эмиссии отсутствует.

Графики, подобные изображенным на рис. 2, *b*, были получены и при регистрации положительных ионов. В этом случае на электрод подавался положительный потенциал, и соответствующее тормозящее электрическое поле задерживало отрицательные частицы. Таким образом, при разрыве полимеров испускаются как положительные, так и отрицательные ионы. Как видно на рис. 2, эмиссионный всплеск при разрыве имеет длительность не более 1 мс.

Результаты определения истинной длительности и характера эмиссии при разрыве образцов пленок ПЭТФ различной толщи-

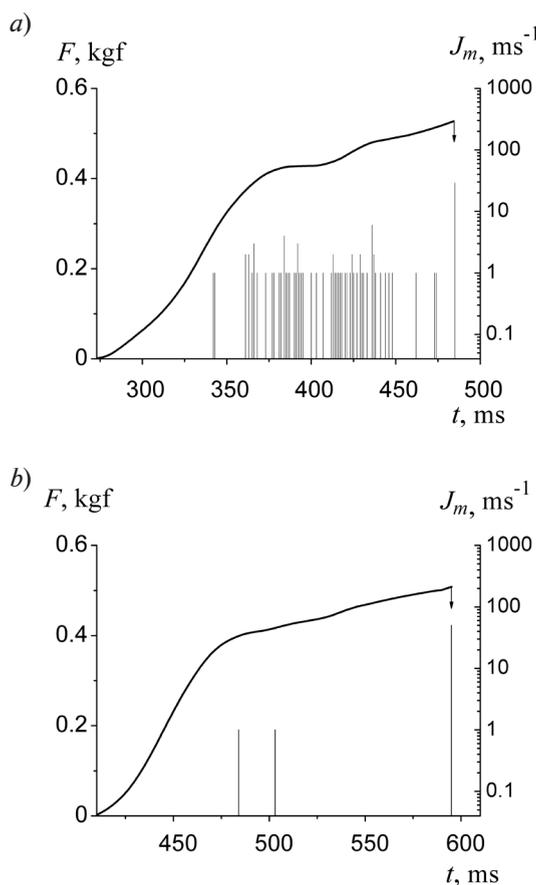


Рис. 2. Кинетика нагрузки F на образце пленки полиимида (линии со стрелками) и динамика эмиссии отрицательных частиц из образца при его растяжении (число импульсов J_m , регистрируемых за 1 мс – вертикальные отрезки), в отсутствие магнитного поля (*a*) и при его наложении (*b*).

Толщина образца – 40 мкм, ширина – 1,8 мм. Скорость растяжения 25 мм/с

ны, проводимые параллельно с экспериментами, описанными выше (см. рис. 2), представлены на рис. 3. Здесь изображена зависимость интенсивности J_μ эмиссии отрицательных ионов от времени. Как видно, интенсивность эмиссии для образцов, толщина которых отличается в пять раз, одинакова. Различаются только длительность эмиссии и соответственно общее число зарегистрированных ионов, поскольку образцы имеют разную ширину. С увеличением ширины образцов длительность эмиссии возрастает. Так, для образцов шириной 8 мм длительность эмиссии втрое больше, чем для образцов шириной 1 мм. Также хорошо видны паузы в эмиссии, число которых возрастает с увеличением ширины образца. Как показано в работе [12], резкое снижение интенсивности эмиссии ионов связано с торможением магистральной трещины. Время возникновения и длительность пауз эмиссии определяются физико-механическими свойствами полимера.

Эти результаты подтверждают вывод, сделанный ранее в работе [12]; в ней было показано, что наблюдаемая эмиссия ионов происходит только при движении трещины. Там же была предложена методика расчета эмиссионного тока с учетом площади поперечного сечения образца. С помощью предложенной методики была определена интенсивность эмиссии, которая была в хорошем согласии с результатами опытов.

Теперь рассмотрим наблюдавшееся в настоящей работе (см. рис. 3) отсутствие зависимости интенсивности ионной эмиссии от толщины пленки.

Расчет коэффициента выхода ионов из трещины

Для расчета тока эмиссии ионов необходимо определить коэффициент выхода ионов из трещины. Как следует из наших экспериментов, эмиссия ионов безинерционно следует за движением трещины. Об этом, в частности, свидетельствует быстрое начало и завершение паузы в интенсивности эмиссии, которые можно видеть на рис. 3. Эмиссия наблюдается уже в первые микросекунды после начала разрыва образца (старт прорастания магистральной трещи-

ны). За время $t_0 = 1$ мкс при скорости растяжения $V_d = 25$ мм/с края трещины разойдутся на расстояние $h = V_d t_0 = 0,025$ мкм. Поскольку за каждую микросекунду при прорастании трещины эмитируется приблизительно одно и то же число ионов, будем считать, что расстояние между стенками трещины вблизи ее вершины равно $h = 0,025$ мкм. В работе [12] была определена скорость распространения трещины в ПЭТФ, величина которой составила

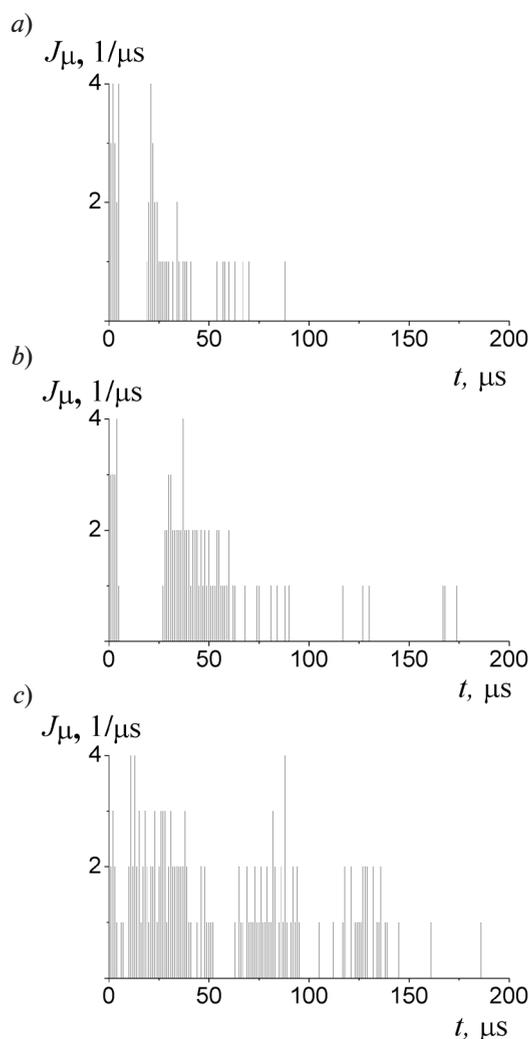


Рис. 3. Динамика интенсивности эмиссии отрицательных ионов (J_μ – число импульсов, регистрируемых за 1 мкс) при прорастании трещины в образцах ПЭТФ с разными значениями толщины d и ширины B : $a - d = 100$ мкм, $B = 1,0$ мм; $b - d = 20$ мкм, $B = 1,8$ мм; $c - d = 20$ мкм, $B = 8$ мм. Скорость растяжения пленок – 25 мм/с



$V_c = 40$ м/с (при расчете использовали длительность ионной эмиссии). Таким образом, за каждую микросекунду трещина должна продвигаться на 40 мкм (см. рис. 1, *a, b*).

Чтобы выяснить, регистрируются ли ионы, вылетевшие со стенок трещины, были рассчитаны все возможные траектории ионов, вылетевших с различных точек стенки трещины и под разными углами. Поскольку траектория вылета иона лежит в плоскости, проходящей через векторы начальной скорости и напряженности электрического поля, трехмерную задачу можно свести к двумерной путем перебора траекторий ионов, лежащих в указанных плоскостях. С этой целью решалось уравнение движения иона в плоскости, параллельной вектору \mathbf{E} и составляющей угол α со стенкой трещины. В результате решения получено уравнение для траектории частицы в прямоугольных координатах x, y с началом координат в точке $(d/2, 0)$ (см. рис. 1, *b*):

$$x(y) = x_0 + y \operatorname{ctg} \theta + \frac{y^2}{4 \sin^2 \theta} \frac{qE}{W}, \quad (1)$$

где x_0 – начальная координата вылета, θ – угол между вектором начальной скорости частицы и осью x , q – единичный заряд, $E = U/l$ – напряженность тянущего электрического поля (U – потенциал электрода, l – расстояние между электродом и сеткой), $W = kT$ – начальная энергия частицы (k – постоянная Больцмана).

Далее определяли число частиц N_e , покинувших трещину. Обозначим общее число эмитированных частиц через N_s , которое выражается как

$$N_s = n_x n_\theta n_\alpha, \quad (2)$$

где числа n равны числу точек, взятых для расчета по соответствующим координатам. Диапазоны изменения чисел n по координатам x_0 и θ очевидны.

Наибольшее значение угла α определяется скоростью движения трещины V_c :

$$\operatorname{tg} \alpha_m = \frac{2h}{V_c t_0} = \frac{2V_d}{V_c}. \quad (3)$$

Вылетевшими из трещины будем считать те ионы, траектории которых не пере-

секают противоположную стенку трещины и поверхность электрода. Поэтому первым условием для определения числа вылетевших из трещины ионов является следующее: $x(h_0) > d/2$. Вторым будет условие для точки поворота: $x_\infty > -d/2$. С учетом этих условий, для относительного числа вылетевших ионов будет справедлива формула

$$\eta_e(\alpha, \theta) = \frac{1}{N_s} \sum_1^{n_x} \Phi \left\{ \left[x[h_0(\alpha)] - \frac{d}{2} \right] \right\} \times \Phi \left[x_\infty(\theta) + \frac{d}{2} \right], \quad (4)$$

где Φ – функция единичного скачка, и

$$x_\infty(\theta) = x_0 - \frac{dW}{Uq} \cos \theta, \quad (5)$$

$$h_0 \alpha = \frac{V_d \cdot t_0}{\sin \alpha}. \quad (6)$$

Тогда коэффициент выхода ионов из трещины можно определить как

$$\eta = \frac{1}{N_s} \sum_1^{n_\alpha} \sum_1^{n_\theta} \eta_e(\alpha, \theta). \quad (7)$$

Результаты расчетов значений для $n_x = n_\theta = n_\alpha = 800$ представлены на рис. 4, где изображены угловые зависимости коэффициента выхода ионов. Видно, что трещину могут покинуть в основном ионы, вылетающие под острым углом к поверхности стенки трещины. Заметное влияние на $\eta_e(\alpha, \theta)$ оказывает начальная энергия ионов, в то время как тянущее поле влияет слабо. При проведении экспериментов обычно используется потенциал $U = 1000$ В, при этом значение η_e составляет примерно 10^{-5} . Вылет ионов под скользящими углами энергетически не выгоден вследствие притяжения иона к своему изображению. Но, как видно, и при углах, приближающихся к $\pi/2$, ионы не могут быть вытянуты из трещины даже при тепловой начальной скорости. Кроме того, между стенками трещины, вследствие неравномерного распределения образовавшихся на них зарядов, могут возникать электрические поля, направленные

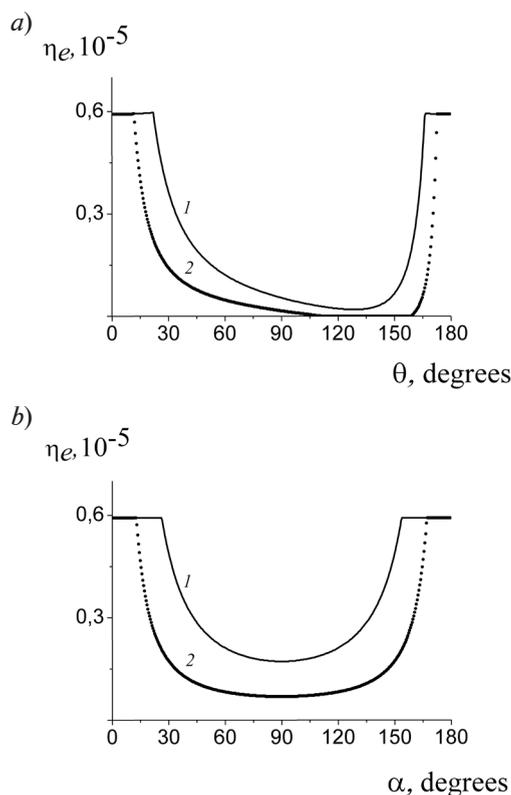


Рис. 4. Расчетные угловые зависимости коэффициентов выхода ионов из трещины $\eta_e(\theta)$ (a) и $\eta_e(\alpha)$ (b) при фиксированных значениях второго угла: $\alpha = 0,52^\circ$ (1), $0,97^\circ$ (2) (a) и $\theta = 0,52^\circ$ (1), $0,97^\circ$ (2) (b). Потенциал электрода $U = 1$ кВ, начальная энергия ионов $W = kT$, $T = 580$ К

перпендикулярно стенкам, которые при любой их направленности препятствуют вылету заряженных частиц из трещины. Если поле разгоняет ион, то он с большой вероятностью попадет на противоположную стенку. Тормозящее же поле создает дополнительный потенциальный барьер, препятствующий эмиссии иона с поверхности стенки трещины.

Несмотря на выбор благоприятных условий вылета ионов из трещины, полученное расчетное значение коэффициента выхода оказалось очень малым: $\eta \approx 0,01$.

Для корректной оценки интенсивности эмиссии ионов из трещины необходимо значение интенсивности, рассчитанное в работе [12] и составляющее 10 ион/мкс, умножить на величину η . Таким образом,

можно заключить, что регистрация ионов из трещины детектором, который расположен на расстоянии $L = 0,28$ м от образца, практически невозможна. Следовательно, при разрыве полимера нами регистрировались в основном частицы, вылетевшие с поверхности образца в вершине трещины.

Расчет интенсивности ионной эмиссии и оценка размера эмитирующей области

Поскольку интенсивные процессы разрушения макромолекул и выделения тепла протекают в основном в области вершины трещины, можно утверждать, что там же возникает и эмиссия ионов. Известно, что при развитии трещины интенсивные процессы разрушения, деформирования и разогрева протекают в области толщиной несколько десятков микрон [6].

Рассмотрим, в какой мере наши данные соответствуют этим представлениям. Обозначим через δ ширину эмитирующей области полимера, прилегающей к краю трещины (см. рис. 1, c). Предположим, что каждый разрыв макромолекулы дает один низкомолекулярный фрагмент (ион). Если рассматривать эмиссию ионов как термодесорбцию низкомолекулярных фрагментов с поверхности полимера, то для интенсивности эмиссии J справедливо следующее уравнение [23]:

$$J = v \cdot N_0 \cdot \exp\left(-\frac{\phi}{kT}\right), \quad (8)$$

где v – частотный фактор, N_0 – число образовавшихся ионов, ϕ – энергия активации (энергия отрыва иона).

Будем считать, что ионы вылетают только из слоя толщиной, приблизительно равной диаметру макромолекулы ($\phi = 1$ нм), с поверхности, обращенной к детектору. Для оценки величины N_0 предположим, что эмиссия происходит из объема полимера ΔV , образуемого за время Δt при движении трещины со скоростью V_c :

$$\Delta V = 2V_c \Delta t \phi \delta.$$

Для отрыва иона от поверхности полимера необходимо сообщить ему энергию, превышающую энергию взаимодействия заряда с наведенными диполями. Энергия,



необходимая для удаления единичного заряда q от поверхности диэлектрика, выражается следующим образом [24]:

$$\varphi \approx \frac{\varepsilon - 1}{16\pi\varepsilon_0(\varepsilon + 1)} \frac{q^2}{y}, \quad (9)$$

где ε — относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, ε_0 — электрическая постоянная, y — среднее расстояние между электрическим зарядом и поверхностью.

При условии изотропного испускания, доля частиц K , попадающих в детектор, равна отношению площади входного окна детектора S_d к площади сферы, имеющей радиус L :

$$K = \frac{S_d}{4\pi L^2}. \quad (10)$$

Оценка концентрации разрывов макромолекул, сделанная в работе [25] для ориентированных (в 5,5 раза) полимеров, дала значение $n \approx 10^{25} \text{ м}^{-3}$. В наших экспериментах неориентированные образцы разрывались приблизительно при двукратном удлинении. Дополнительно в вершине трещины развивается пластическая деформация, достигающая в ПЭТФ 60% [26]. Поэтому можно допустить, что при разрушении исследуемых нами образцов полимеров, концентрация разрывов макромолекул была того же порядка. Тогда величина $N_0 = n\Delta V$ и в детектор попадет только $N_0 K$ ионов. Приравнивая эту величину к регистрируемому значению N_μ (число ионов, эмитированных за 1 мкс), получим для δ выражение

$$\delta = \frac{N_\mu}{2nv\Delta tV_c l_0 K} \cdot \exp\left(\frac{\varphi}{kT}\right). \quad (11)$$

Как следует из данных, представленных на рис. 2 и 3, регистрируемая интенсивность ионной эмиссии составляет $1 - 4 \text{ мкс}^{-1}$. Поэтому при $\Delta t = 1 \text{ мкс}$, $y \approx 0,1 \text{ нм}$, $\varepsilon = 3$, $v = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ и температуре $T = 580 \text{ К}$ (начало процесса термодеструкции ПЭТФ [22]), получим значение $\delta \approx 20 \text{ мкм}$. Оно позволяет заключить, что область разрушенного материала вблизи поверхности разрыва простирается на де-

сятки микрон вокруг трещины. Следовательно, при прорастании магистральной трещины, на поверхности образца образуется узкая зона разрушения, примыкающая к ее краям.

Обсуждение результатов исследования

Как следует из сравнения рис. 2, a и b , при деформировании полимеров основной вклад в ток отрицательных частиц на предразрывной стадии вносят электроны. В момент разрыва (при прорастании магистральной трещины), т. е. при локализации процесса разрушения, доля ионной составляющей в токе отрицательных частиц становится определяющей, на что указывает слабое влияние магнитного поля на интенсивность эмиссии в момент разрыва образца. Выше было отмечено, что заряды в полимере образуются противоположно заряженными парами, поэтому число положительных ионов равно числу электронов. Не все ионы и электроны эмитируются с поверхности нагретого полимера. Интенсивность эмиссии положительных и отрицательных ионов одинакова. Электроны, которые могли бы эмитироваться, не регистрируются при прорастании трещины. Следовательно, в условиях локализации разрушения вероятность захвата электронов нейтральными фрагментами макромолекул увеличивается практически до единицы, по-видимому, вследствие увеличения концентрации продуктов распада напряженных полимерных цепей. Времена жизни для автораспадных состояний отрицательных ионов сложных молекул, образованных в результате прилипания электронов к соответствующим молекулам, определяются числом колебательных степеней свободы для этих молекул и составляют десятки микросекунд [27]. Поэтому заметная часть отрицательных ионов, вылетающих при распространении трещины, достигает детектора частиц. Захват электронов молекулами может происходить как в конденсированной, так и в газовой фазе. Прилипание электронов к молекулам в конденсированной фазе облегчено в силу увеличения возможных путей передачи энергии, обусловленных вза-

имодействием молекул. Поэтому сечение прилипания электрона к молекулам в конденсированной фазе значительно больше, чем в случае свободных молекул. Кроме того, облегчается переход из автораспадных в стабильные состояния, поскольку избыток энергии при переходе иона из автораспадного в стабильное состояние расходуется на возбуждение колебательных степеней свободы молекулы. Известно также, что сечение прилипания электрона к колебательно возбужденной молекуле значительно выше, чем к молекуле в основном состоянии. Следовательно, рост температуры при разрушении полимера и связанное с этим колебательное возбуждение молекул ведут к росту сечения и константы скорости прилипания электрона. Важным обстоятельством является то, что в процессе прилипания электронов к поверхностным молекулам полимера перераспределение энергии может облегчать десорбцию отрицательного иона [27].

Процессы прилипания электронов к атомным системам носят резонансный характер и протекают в интервале энергий электронов от десятков мэВ до единиц эВ. В условиях наших экспериментов – при напряжении $U = 1000$ В и расстоянии между сеткой и электродом 22 мм (см. рис. 1, *b*), электроны приобретают необходимую энергию уже вблизи поверхности полимера, где будет иметь место наибольший выход летучих продуктов [28]. По этой причине возможно прилипание электронов к молекулам и в газовой фазе. В этом случае, вследствие уменьшения числа возможных путей оттока энергии, ион может «не успеть» автостабилизироваться и распадется. Но, как правило, сложные электроотрицательные молекулы имеют стабильные отрицательные ионы.

Использование нового ионного источника, роль которого выполняет разрушаемый полимер, может дать возможность исследовать отрицательные ионы, которые невозможно создать с помощью традиционных ионных источников, используемых в масс-спектрометрии отрицательных ионов, где

ограничивающим фактором является давление паров исследуемого вещества [29].

Заключение

В результате проведенных экспериментальных и теоретических исследований показано, что при разрыве полимеров источниками ионов являются эмиссионные области вблизи вершины магистральной трещины. Эти области имеют ширину приблизительно 20 мкм и длину, определяемую скоростью распространения трещины. Выход ионов из глубины трещины составляет менее 1 %, вследствие чего площадь поперечного сечения образца слабо влияет на интенсивность эмиссии. Кинетика эмиссии ионов при разрыве образца полимера отражает особенности процесса прорастания макротрещины, которые зависят от свойств конкретного полимера.

Метод механоэмиссии ионов оказывается чрезвычайно продуктивным и позволяет получить новую информацию о характеристиках процессов, протекающих при разрушении полимеров.

Для уточнения механизмов эмиссии ионов большой интерес представляет измерение вольтамперных характеристик эмиссии, поскольку образование отрицательных ионов имеет резонансный характер. С целью развития представлений об исследуемом явлении в дальнейшем планируется также провести измерения в двухканальном режиме по синхронной регистрации противоположно заряженных частиц и их массовый анализ с помощью специального быстродействующего времяпролетного масс-спектрометра.

Исследование явления механоэмиссии имеет как чисто научное значение для физики прочности полимеров, так и важное прикладное значение для разработки различных датчиков физических полей, поскольку процесс ионизации напряженных макромолекул может влиять на работу различных электронных устройств [30, 31].

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ. Грант № 18-08-00401 А.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chen Y.T., Liu K.X.** Crack propagation in viscoplastic polymers: Heat generation in near-tip zone and viscoplastic cohesive model // *Appl. Phys. Lett.* 2015. Vol. 106. No. 6. P. 061908.
2. **Зархин Л.С., Маневич Л.И.** Теплофизика трещины, распространяющейся в полиметилметакрилате // *Высокомолекулярные соединения.* 2010. Т. 52. № 9. С. 1615–1622.
3. **Estevez R., Basu S., van der Giessen E.** Analysis of temperature effects near mode I cracks in glassy polymers // *Int. J. Fract.* 2005. Vol. 32. No. 3. Pp. 249–273.
4. **Deblieck R.A.C., van Beek D.J.M., Remerie K., Ward I.M.** Failure mechanisms in polyolefines: The role of crazing, shear yielding and the entanglement network // *Polymer.* 2011. Vol. 52. No. 14. Pp. 2979–2990.
5. **Смирнов И.В., Судьенков Ю.В.** Исследование динамики трещин в пластинах полиметилметакрилата при квазистатических и динамических нагрузках // *Журнал технической физики.* 2011. Т. 81. № 12. С. 114–117.
6. **Döll W.** Optical interference measurements and fracture mechanics analysis of crack tip craze zones // *Kausch H.-H. (Ed.) Crazing in polymers. Advances in polymer science.* Vol. 52/53. Berlin, Heidelberg: Springer, 1983. Pp. 105–168.
7. **Поляков А.М., Кротова Н.А.** Исследование интенсивности эмиссии механоэлектронов при отрыве и деформации пленок полимеров // *Доклады Академии наук СССР.* 1963. Т. 151. № 1. С. 130–133.
8. **Закревский В.А., Пахотин В.А.** Механизм механоэмиссии полимеров // *Физика твердого тела.* 1978. Т. 20. № 2. С. 371–377.
9. **Dickinson J.T., Donaldson E.E., Park M.K.** The emission of electrons and positive ions from fracture of materials // *J. Mat. Sci.* 1981. Vol. 16. No. 10. Pp. 2897–2908.
10. **Fuhrmann J., Scherer G.H., Hofmann R.** Exoemission of polymers induced by deformation and fracture: Description of the experimental method and preliminary results on polyethylene // *Polymer Commun.* 1986. Vol. 27. No. 6. Pp. 164–166.
11. **Закревский В.А., Пахотин В.А.** Эмиссия положительных ионов при растяжении полиэтилена // *Сб. научн. трудов. Тверь: Изд. Твер. гос. ун-та, 2001. Вып. 7. С. 112–115.*
12. **Закревский В.А., Пахотин В.А.** Эмиссия отрицательных и положительных ионов при разрыве полимеров // *Физика твердого тела.* 2010. Т. 52. № 6. С. 1083–1089.
13. **Voiko Yu.M., Zakrevskii V.A., Pakhotin V.A.** Chain scission upon fracture of autoadhesive joints formed from glassy poly(phenylene oxide) // *J. Adhesion.* 2014. Vol. 90. No. 7. Pp. 596–606.
14. **Закревский В.А., Пахотин В.А.** Автоионизационный механизм разрыва химических связей в макромолекулах // *Высокомолекулярные соединения. А.* 1981. Т. 23. № 3. С. 658–662.
15. **Закревский В.А., Пахотин В.А.** Ионизационные процессы при разрушении полимеров // *Механика композитных материалов.* 1981. № 1. С. 139–142.
16. **Sakaguchi M., Kinpara H., Hori Y., Shimada S., Kashiwabara H.** Ionic products from the mechanical fracture of solid polypropylene // *Polymer.* 1984. Vol. 25. No. 7. Pp. 944–946.
17. **Мелькер А.И., Михайлин А.И., Кузнецова Т.Е.** Дробление ангармонической цепочки атомов // *Механика композитных материалов.* 1979. № 4. С. 720–723.
18. **Егоров Е.А., Жиженков В.В., Савостин А.А., Томашевский Э.Е.** Экзотермические эффекты при разрыве полимеров // *Физика твердого тела.* 1975. Т. 17. № 1. С. 111–117.
19. **Егоров Е.А., Жиженков В.В., Безладнов С.Н., Соколов И.А., Томашевский Э.Е.** Локальные экзотермические эффекты при разрушении полиэтилентерефталата. Температурный профиль нагретой зоны // *Высокомолекулярные соединения. А.* 1980. Т. 22. № 3. С. 582–588.
20. **Dickinson J.T., Jensen L.C., Langford S.C., Dion R.P.** Temperature measurements of the gaseous emission during the fracture of polystyrene: a determination of the fracture energy and fracture surface temperature // *J. Polym. Sci. Part B: Polym. Phys.* 1994. Vol. 32. No. 4. Pp. 779–784.
21. **Зархин Л.С.** Энергетика низкомолекулярных продуктов механического разрушения полиметилметакрилата // *Высокомолекулярные соединения. А.* 2006. Т. 48. № 10. С. 1833–1848.
22. **Мадорский С.** Термическое разложение органических полимеров. М.: Мир, 1967. С. 287.
23. **Вудраф Д., Делчар Т.** Современные методы исследования поверхности. М.: Мир, 1989. 358 с.
24. **Добрецов Л.Н., Гомоюнова М.В.** Эмиссионная электроника. М.: Наука, 1966. С. 164.
25. **Годовский Ю.К., Папков В.С., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е., Слонимский Г.Л.** Энергетические эффекты, связанные с процессом разрушения полимеров // *Физика твердого тела.* 1971. Т. 13. № 8. С. 2289–2294.
26. **Кауш Г.** Разрушение полимеров. М.: Мир, 1981, 440 с.
27. **Илленбергер Е., Смирнов Б.М.** Прилипающие электрона к свободным и связанным молекулам // *Успехи физических наук.* 1998. Т. 168.

Вып. 7. С. 731–766.

28. **Регель В.Р., Муинов Т.М., Поздняков О.Ф.** Применение метода масс-спектрометрии для исследования механического разрушения полимеров // Физика твердого тела. 1962. Т. 4. № 9. С. 2468–2473.

29. **Туктаров Р.Ф.** Медленный распад отрицательных молекулярных ионов фторфуллеренов в процессе автоотщепления электронов // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90. № 7. С. 564–568.

30. **Закревский В.А., Пахотин В.А.** Влияние

механоиндуцированных ионизационных процессов в полимерных диэлектриках на шумы кабельных датчиков физических полей // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58. № 1. С. 62–68.

31. **Закревский В.А., Пахотин В.А.** Собственные шумы буксируемой кабельной совмещенной приемной антенны и оценка возможности ее использования в качестве датчика сейсмических волн // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2015. Т. 8. № 4. С. 61–66.

Статья поступила в редакцию 05.04.2018, принята к публикации 09.04.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПАХОТИН Владимир Александрович – доктор технических наук, старший научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
v.pakhotin@mail.ioffe.ru

ЗАКРЕВСКИЙ Владимир Александрович – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
v.zakrevsky@mail.ioffe.ru

СУДАРЬ Николай Тобисович – доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
sudar53@mail.ru

АПАСЕЕВ Алексей Александрович – студент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
aapaseev@bk.ru

REFERENCES

[1] **Y.T. Chen, K.X. Liu**, Crack propagation in viscoplastic polymers: Heat generation in near-tip zone and viscoplastic cohesive model, Appl. Phys. Lett. 106 (6) (2015) 061908.

[2] **L.S. Zarkhin, L.I. Manevich**, Thermophysics of a crack propagating in poly(methylmethacrylate), Polymer Sci. Ser. A. 52 (9) (2010) 942–948.

[3] **R. Estevez, S. Basu, E. van der Giessen**, Analysis of temperature effects near mode I cracks in glassy polymers, Int. J. Fract. 32 (3) (2005) 249–273.

[4] **R. Deblieck, D.J.M. van Beek, K. Remerie, I.M. Ward**, Failure mechanisms in polyolefines: The role of crazing, shear yielding and the entanglement network, Polymer. 52 (14) (2011) 2979–2990.

[5] **I.V. Smirnov, Yu.V. Sud'nikov**, Crack

dynamics in polymethyl methacrylate plates under quasi-static and dynamic loading, Techn. Phys. 56 (12) (2011) 1811–1814.

[6] **W. Döll**, Optical interference measurements and fracture mechanics analysis of crack tip craze zones, In: Kausch H.-H. (ed.) Crazing in Polymers, Advances in Polymer Science, Springer, Berlin, Heidelberg, 52/53 (1983) 105–168.

[7] **A.M. Polyakov, N.A. Krotova**, An investigation of mechanoelectron emission intensity when polymer films are torn off and deformed, Dokl. Akad. Nauk SSSR. 151 (1) (1963) 130–133.

[8] **V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin**, Mechanism of polymer mechanoemission, Phys. of the Solid State 20 (2) (1978) 371–377.

[9] **J.T. Dickinson, E.E. Donaldson, M.K. Park**,



The emission of electrons and positive ions from fracture of materials, *J. Mat. Sci.* 16 (10) (1981) 2897–2908.

[10] **J. Fuhrmann, G.H. Scherer, R. Hofmann**, Exoemission of polymers induced by deformation and fracture: Description of the experimental method and preliminary results on polyethylene, *Polymer Communications.* 27 (6) (1986) 164–166.

[11] **V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin**, Emissiya polozhitelnykh ionov pri rastyazhenii polietilena [Emission of positive ions during polyethylene tension], *Collection of sci. papers (in Russian)*, Tver State University, Tver, (7) (2001) 112–115.

[12] **V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin**, Emission of negative and positive ions at rupture of polymers, *Phys. of the Solid State.* 52 (6) (2010) 1155–1161.

[13] **Yu.M. Boiko, V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin**, Chain scission upon fracture of autoadhesive joints formed from glassy poly(phenylene oxide), *J. Adhesion.* 90 (7) (2014) 596–606.

[14] **V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin**, Autoionization mechanism of the rupture of chemical bonds in macromolecules, *Polymer Sci., Ser. A.* 23 (3) (1981) 741–746.

[15] **V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin**, Ionizatsionnyye protsessy pri razrushenii polimerov [Ionization processes in the polymers' rupture], *Mechanics of Composite Materials.* (1) (1981) 139–142.

[16] **M. Sakaguchi, H. Kinpara, Y. Hori, et al.**, Ionic products from the mechanical fracture of solid polypropylene, *Polymer.* 25 (7) (1984) 944–946.

[17] **A.I. Melker, A.I. Mikhaylin, T.E. Kuznetsova**, Drobniye anharmonicheskoy tseppochki atomov [Breaking the anharmonic atomic chain], *Mechanics of Composite Materials.* (4) (1979) 720–723.

[18] **E.A. Yegorov, V.V. Zhizhenkov, A.Ya. Savostin, et al.**, Exothermal effects during polymer fracture, *Phys. of the Solid State.* 17 (1) (1975) 111–117.

[19] **E.A. Yegorov, V.V. Zhizhenkov, S.N. Bezladnov, et al.**, Local exothermal heats of polyethylene terephthalate (pet) decomposition. The temperature profile in the heated zone, *Polymer Sci., Ser. A.* 22(3) (1980) 643–658.

[20] **J.T. Dickinson, L.C. Jensen, S.C. Langford, R.P. Dion**, Temperature measurements of the gaseous emission during the fracture of polystyrene: A determination of the fracture energy and fracture

surface temperature, *J. Polym. Sci., Part B: Polym. Phys.* 32 (4) (1994) 779–784.

[21] **L.S. Zarkhin**, Energetics of low-molecular-mass products of mechanical fracture of poly(methyl methacrylate), *Polymer Sci. Ser. A.* 48 (10) (2006) 1086–1097.

[22] **S.L. Madorsky**, Thermal degradation of organic polymers, National Bureau of Standards Washington, D.C., Interscience Publishers, A Division of John Wiley & Sons, Inc. New York . London . Sydney, 1964.

[23] **D.P. Woodruff, T.A. Delchar**, Modern techniques of surface science, *Solid State Sci. Series*, Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

[24] **L.N. Dobretsov, M.V. Gomoyunova**, Emission electronics, Transl. by I. Schechtman, Ed. by Y. Freundlich, T. Kom, Israel Program for Sci. Transl., 1971.

[25] **Yu. K. Godovskiy, V.S. Papkov, A.I. Slutsker, et al.**, Energetic effects bound up with the polymer's rupture process, *Phys. of the Solid State.* 13 (8) (1971) 2289–2294

[26] **H.-H. Kausch**, *Polymer fracture*, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin, Helderberg, New York, 1987.

[27] **E. Illenberger, B.M. Smirnov**, Electron attachment to atomic systems, *Phys. Usp.* 41 (4) (1998) 651–658.

[28] **V.R. Regel, T.M. Muinov, O.F. Pozdnyakov**, Primeneniye metoda mass-spektrometrii dlya issledovaniya mekhanicheskogo razrusheniya polimerov [An application of mass-spectrometry to studies in the mechanical polymer failure], *Phys. of the Solid State.* 4 (9) (1962) 2468–2473.

[29] **R.F. Tuktarov**, Slow decay of negative molecular fluorofullerene ions in the electron autodetachment process, *JETF Letters.* 90 (7) (2009) 515–518.

[30] **V.A. Zakrevskii, V.A. Pakhotin**, Effect of mechanically induced ionization processes in polymer insulators on the noise of cable sensors of physical fields, *J. Commun. Techn. Electronics.* 58 (1) (2013) 56–61.

[31] **V.A. Zakrevskiy, V.A. Pakhotin**, The intrinsic noise of towed cable combined receiving antenna and evaluation of possibilities of its use as a sensor seismic waves, *Fundamental and Applied Hydrophysics.* 8(4) (2015) 61–66.

Received 12.12.2017, accepted 14.12.2017.

THE AUTHORS

PAKHOTIN Vladimir A.

Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences

26 Polytekhnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation

v.pakhotin@mail.ioffe.ru

ZAKREVSKII Vladimir A.

Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences

26 Polytekhnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation

v.zakrevsky@mail.ioffe.ru

SUDAR Nikolay T.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

sudar53@mail.ru

APASEYEV Aleksey A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

aapaseev@bk.ru

DOI: 10.18721/JPM.11211

УДК 539.126.3

ИЗУЧЕНИЕ ЭФФЕКТА ГАШЕНИЯ СТРУЙ В СИСТЕМЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ СТОЛКНОВЕНИЙ ЯДЕР УРАНА НА ЭКСПЕРИМЕНТЕ ФЕНИКС

**П.В. Радзевич, А.Я. Бердников, Я.А. Бердников,
С.В. Жарко, Д.О. Котов**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Тщательное исследование столкновений тяжелых ионов на коллайдере RHIC привело к открытию нового состояния материи – сильно взаимодействующей кварк-глюонной плазмы (СКГП). Свойства СКГП изучаются при помощи измерения выходов частиц в области больших поперечных импульсов. Выходы π^0 -мезонов можно измерять с высокой точностью при большом значении поперечного импульса. Изучение π^0 -мезонов в разных сталкивающихся системах позволяет исследовать зависимость потерь энергии от длины пути в среде. Система ядер урана $U + U$ дает возможность исследовать несферическую геометрию столкновений тяжелых ионов с наибольшей плотностью энергии в центральных столкновениях. В данной работе приведены результаты эксперимента ФЕНИКС по измерению выходов π^0 -мезонов в системе сталкивающихся ядер $U + U$. Результаты представлены как функции p_T и центральности.

Ключевые слова: кварк-глюонная плазма; эффект гашения струй; фактор ядерной модификации

Ссылка при цитировании: Радзевич П.В., Бердников А.Я., Бердников Я.А., Жарко С.В., Котов Д.О. Изучение эффекта гашения струй в системе ультрарелятивистских столкновений ядер урана на эксперименте ФЕНИКС // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 119 – 129. DOI: 10.18721/JPM.11211

PHENIX EXPERIMENT: STUDY OF THE JET QUENCHING EFFECT IN THE ULTRARELATIVISTIC U+U COLLISIONS

**P.V. Radzevich, A.Ya. Berdnikov, Ya.A. Berdnikov,
S.V. Zharko, D.O. Kotov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

Extensive study of heavy ion collisions at RHIC has resulted in discovery of a new state of matter – strongly interacting quark-gluon plasma (sQGP). Measurements of high- p_T particles contribute to systematic study of sQGP properties. Yields of leading particle such as π^0 can be measured with high precision at high transverse momenta. Study of π^0 in different collision systems allows investigation of the path length dependence of energy loss in the medium. U+U presents an opportunity to

research non-spherical heavy ion collision system with highest energy density in central collisions. This paper presents the most recent PHENIX results on π^0 production in U+U collision system. Results are presented as functions of p_T and centrality.

Key words: quark gluon plasma; nuclear modification factor; jet quenching heavy ion collision

Citation: P.V. Radzevich, A.Ya. Berdnikov, Ya.A. Berdnikov, S.V. Zharko, D.O. Kotov, PHENIX experiment: Study of the jet quenching effect in the ultrarelativistic U+U collisions, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 119 – 129. DOI: 10.18721/JPM.11211

Введение

В 2005 году в экспериментах на релятивистском коллайдере тяжелых ионов (**Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC), БНЛ**) [1] было сделано заявление об открытии сильно взаимодействующей кварк-глюонной плазмы [2], образующейся в центральных столкновениях ультрарелятивистских тяжелых ядер. Сильно взаимодействующая кварк-глюонная плазма (СКГП) – состояние ядерной материи в экстремальных условиях (при плотности энергии порядка 1 ГэВ/фм³ и температуре около 170 МэВ), при которых кварки и глюоны, обладающие цветовым зарядом, перестают быть связанными внутри адронов и движутся свободно внутри объема порядка 10 фм³. Считается, что Вселенная проходила через такое состояние через микросекунды после Большого взрыва.

Целью эксперимента ФЕНИКС [3] сегодня является детальное изучение свойств СКГП, ее динамики и особенностей рождения и взаимодействия частиц различных типов.

Одним из основных признаков формирования СКГП является эффект гашения адронных струй, который проявляется в подавлении выхода высокоэнергетичных адронов в центральных ультрарелятивистских столкновениях тяжелых ядер. В области больших поперечных импульсов ($p_T > 5$ ГэВ/с) рождение адронов определяется процессами фрагментации, при которых высокоэнергетичные партоны вылетают из области столкновения и образуют адронные струи [4 – 6]. Таким образом, изучение степени подавления выхода адронов в области больших поперечных импульсов считается одним из лучших способов изучения свойств СКГП.

Чтобы изучить степень подавления выхода адронов в области больших поперечных импульсов, наиболее часто используют π^0 -мезоны. Это удобно потому, что спектры π^0 -мезонов можно измерять в широком диапазоне поперечных импульсов с малой погрешностью.

Особый интерес представляет система ультрарелятивистских ядер урана (U + U). Ядра урана имеют ярко выраженную несферическую форму, и вследствие этого система U + U имеет особую геометрию столкновения, по сравнению с симметричными (Au + Au, Cu + Cu, Pb + Pb) и несимметричными (Cu + Au) системами. Кроме того, центральные (U + U)-столкновения характеризуются самой большой энергетической плотностью, доступной на коллайдере RHIC. Изучение особенностей рождения нейтральных мезонов (π^0 -мезонов, в частности) позволяет лучше дискриминировать различные теоретические модели, описывающие свойства СКГП.

Постановка и описание задачи

Основная цель данной работы заключается в изучении особенностей рождения π^0 -мезонов в (U + U)-столкновениях при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 192$ ГэВ. Для этого необходимо получить и проанализировать следующие данные:

инвариантные спектры рождения π^0 -мезонов в зависимости от их поперечного импульса p_T и центральности (U + U)-столкновений;

факторы ядерной модификации π^0 -мезонов в зависимости от p_T и центральности.

Поперечный импульс p_T характеризует энергию взаимодействия в системе сталкивающихся ядер. Центральность служит одной из основных общих характеристик



взаимодействия; она показывает степень перекрытия налетающих друг на друга ядер с фиксированным прицельным параметром. Максимальная степень перекрытия соответствует центральным столкновениям (0 – 20 %), а минимальная – периферийным (60 – 80 %).

Методика исследования

Результаты исследования получены с помощью спектрометра ФЕНИКС (RHIC, БНЛ) [7]. Измерительная система эксперимента ФЕНИКС состоит из четырех спектрометрических плеч. Два мюонных плеча (северное и южное) расположены в области быстрот $1,2 < |\eta| < 2,4$; они регистрируют мюонное излучение. Восточное и западное центральные плечи (рис. 1), регистрируют электроны, фотоны и заряженные адроны. Центральные плечи состоят из двух дрейфовых камер 5, трех слоев падовых камер 7, восьми секторов электромагнитного калориметра 2, 3, РИЧ-детектора 4, времяпролетных камер 6, счетчика ядро-ядерных

столкновений 1 и других элементов.

Электромагнитный калориметр измеряет энергию и позиции фотонов, электронов и адронов, попавших в его акцептанс. На эксперименте ФЕНИКС используют два типа калориметров:

сцинтилляционный сэмплинг-калориметр PbSc (4 сектора в западном плече и 2 сектора в восточном плече);

калориметр Черенкова со свинцовым стеклом PbGl (2 сектора в восточном плече).

Эти калориметры обладают как достоинствами, так и недостатками, при этом их совокупное использование позволяет провести измерение с необходимой точностью и оценить систематические эффекты. Каждый сектор калориметра состоит из одинаковых башен, задающих их сегментацию.

Измерение выходов π^0 -мезонов производится в канале $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Энергии и импульсы фотонов измеряются в электромагнитном калориметре. Но адроны, попадая в активный объем детектора, могут терять энергию и образовывать адронные ливни.

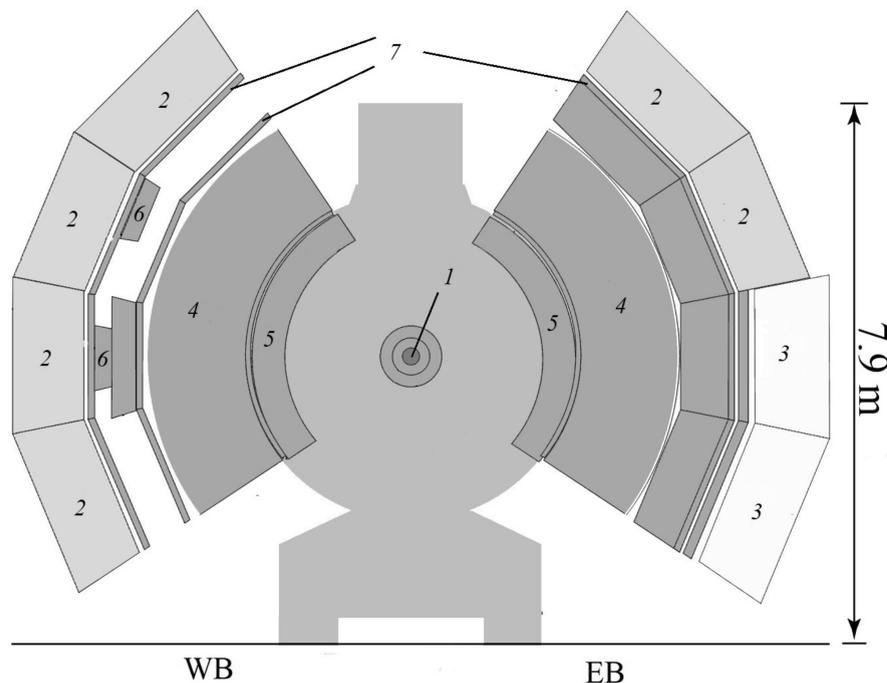


Рис. 1. Схема центральной части измерительной установки ФЕНИКС:

1 – счетчик ядро-ядерных столкновений; 2, 3 – электромагнитный калориметр (8 секторов); 4 – РИЧ-детектор; 5 – дрейфовые камеры; 6 – времяпролетные камеры; 7 – три слоя падовых камер; WB, EB – западное и восточное плечи (branches) установки

Электронные ливни, оставленные фотонами, можно выделять разными способами, а в данной работе для этой цели применяется метод дискриминации. Последний базируется на определении формы ливня.

Для разных видов детекторов используются различные количественные методы исследования. Анализ формы ливней, рожденных в электромагнитном калориметре PbSc, сводится к сравнению энерговыделения внутри башен с данными, полученными методом моделирования Монте-Карло. Сравнение выполняется с помощью метода χ^2 -соответствия энерговыделения внутри башен, ассоциированных с кластером — данным, полученным в моделировании Монте-Карло. Электромагнитная природа кластеров, восстановленных в электромагнитном калориметре PbSc, определяется с помощью неравенства $\chi^2 < 3$. Анализ формы ливней, рожденных в электромагнитном калориметре PbGl, производится с помощью анализа дисперсии кластеров. Электромагнитная природа кластеров, восстановленных в электромагнитном калориметре PbGl, определяется с помощью дискриминирующего неравенства.

Для дискриминации адронных кластеров используются дополнительные энергетические ограничения. Устанавливается нижний порог на энергию восстановленных кластеров:

$$E_\gamma > 400 \text{ МэВ},$$

так как средняя энергия, оставленная в калориметре заряженными адронами, $E \approx 300 \text{ МэВ}$.

Критерии отбора событий включают следующие условия:

исключение сегментов данных, не прошедших контроль качества данных с калориметра;

ограничение на вершину взаимодействия, которая в данной работе определялась неравенством

$$-20 < z_v < +20.$$

В интервале этого промежутка эффективность триггера была постоянной в цикле (U + U)-столкновений.

Измерение выходов π^0 -мезонов произ-

водится путем комбинирования фотонных кластеров, восстановленных в секторах калориметра, восстановления эффективных масс этих мезонов в зависимости от их поперечного импульса и построения фазовых распределений продуктов распада этих частиц.

Обработка данных производится с помощью математического пакета ROOT CERN 5.34. Проведение симуляций рождения мезонов методом Монте-Карло осуществляется с помощью пакета Geant 3.

Коллективные эффекты взаимодействия нуклонов в сталкивающихся ядрах ($A + A$) удобно описывать с помощью фактора ядерной модификации R_{AA} , равного отношению инвариантных выходов адронов в столкновениях ядер $A + A$ к инвариантным выходам тех же адронов в протон-протонных взаимодействиях ($p + p$), при этом отношение нормируется на число парных неупругих нуклон-нуклонных столкновений $\langle N_{coll} \rangle$:

$$R_{AA} = \frac{1}{\langle N_{coll} \rangle} \frac{dN_{AA}}{dN_{pp}}, \quad (1)$$

где dN_{AA} , dN_{pp} — выходы адронов в столкновениях соответственно ядер ($A + A$) и протонов ($p + p$) в заданном интервале поперечных импульсов.

Число парных неупругих нуклон-нуклонных столкновений определяется расчетом методом Монте-Карло по теории Глаубера, которая учитывает геометрию сталкивающихся ядер. Нормировка на данное число применяется на основе предположения о том, что адроны рождаются в элементарных партон-партонных взаимодействиях (взаимодействия описываются пертурбативной квантовой хромодинамикой). Если значение фактора ядерной модификации равно единице, то коллективные эффекты взаимодействия в системе сталкивающихся ядер не наблюдаются. Отличие значения величины фактора от единицы говорит либо о подавлении, либо об избытке выхода частиц.

Данные, которые удовлетворяют ограничениям на фотонные кластеры, восстановленные в электромагнитном калориметре, и ограничениям на события ядерных столкновений, используются для измере-

ния выходов π^0 -мезонов. Выходы нейтральных пионов измеряются отдельно в PbSc- и PbGl-подсистемах в канале $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$.

Первый шаг в измерении мезонных выходов — это построение распределения по эффективной массе двух гамма-квантов в зависимости от центральности сталкивающихся ядер U + U и от суммарного поперечного импульса двух гамма-квантов. Распределения по эффективной массе содержат полезный мезонный сигнал и комбинаторный фон (некоррелированный и коррелированный). Коррелированный фон содержит каналы распада других частиц, в конечном состоянии которых возникают гамма-кванты, а некоррелированный фон — это случайные комбинации пар гамма-квантов.

Форма некоррелированного фона может быть восстановлена с помощью методики смешивания событий. Для этого необходимо произвести комбинирование пар гамма-квантов, взятых из двух разных событий, но обладающих сходными характеристиками (вершина и центральность).

Далее для каждого класса центральности строятся распределения по эффективной массе со смешиванием событий (фон), которые нормируются на распределение по эффективной массе для реальных событий (фон + сигнал) и вычитаются из него.

Результаты и их обсуждение

Выходы нейтральных π^0 -мезонов в столкновениях ядер урана (U + U) при $\sqrt{s_{NN}} = 192$ ГэВ измерены в пяти классах по центральности (0 – 20 %, 20 – 40 %, 40 – 60 %, 60 – 80 %, 0 – 80 %) и в разных промежутках по поперечному импульсу. Нормировка распределения по эффективной массе $M_{\gamma\gamma}$ со смешиванием событий на распределение по эффективной массе для реальных событий производится в интервалах

$$0,080 < M_{\gamma\gamma} < 0,085 \text{ ГэВ}/c^2,$$

$$0,36 < M_{\gamma\gamma} < 0,40 \text{ ГэВ}/c^2.$$

Комбинаторный фон резко уменьшается с ростом поперечного импульса, что позволяет производить вычитание распределения по эффективной массе двух гамма-квантов типов сигнал + фон и фон в интервале

$$1 < p_T < 10 \text{ ГэВ}/c$$

по поперечному импульсу, а в оставшемся промежутке некоррелированный фон хорошо описывается вместе с остаточным коррелированным.

Результат вычитания двух распределений аппроксимируется функцией Гаусса для описания сигнала от восстановленных π^0 -мезонов и линейной функцией для описания остаточного коррелированного фона,

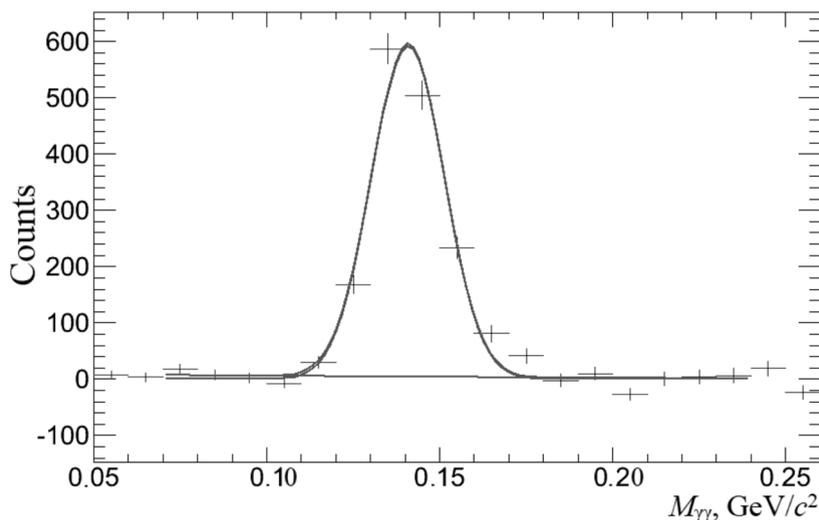


Рис. 2. Распределение по эффективной массе двух гамма-квантов после вычитания комбинаторного фона и аппроксимации; измерено в интервале 9,5 – 10,0 ГэВ/c (в центральных столкновениях) в подсистеме PbGl

в промежутке

$$0,07 < M_{\gamma\gamma} < 0,25 \text{ ГэВ}/c^2.$$

Выход π^0 -мезонов измеряется путем подсчета количества отсчетов и вычитания интеграла под линейной функцией; этот интеграл описывает остаточный коррелированный фон. Область подсчета числа отсчетов под функцией Гаусса и интегрирования линейной функции лежит в интервале

$$0,10 < M_{\gamma\gamma} < 0,17 \text{ ГэВ}/c^2.$$

Пример распределения по эффективной массе двух гамма-квантов после вычитания комбинаторного фона и аппроксимации изображены на рис. 2.

Анализ полученных экспериментальных данных позволяет получить информацию только о π^0 -мезонах, продукты распада которых попали в аксептанс детектора. Для определения истинных спектров частиц, рожденных в ядро-ядерных столкновениях, необходимо оценить эффективность восстановления этих частиц в детекторе. Для этого проводят Монте-Карло-моделирование прохождения мезонов через детекторную систему эксперимента и регистрацию продуктов их распада. В таком случае эффективностью восстановления является отношение числа частиц, восстановленных в детекторе в ходе моделирования, к числу первоначальных частиц.

Оцененные нами эффективности восстановления нейтральных пионов в секторах электромагнитного калориметра для разных центральностей столкновений ядер меди и золота представлены на рис. 3.

Зависимость инвариантных дифференциальных выходов π^0 -мезонов от поперечного импульса вычисляется с помощью следующей формулы:

$$dN_{AA}(p_T) = \frac{1}{2\pi p_T} \frac{N_{\pi^0}(p_T)}{N_{event} \Delta p_T \varepsilon_{rec}(p_T)}, \quad (2)$$

где N_{π^0} – выход нейтральных пи-мезонов (π^0), ε_{rec} – эффективность регистрации, N_{event} – количество анализируемых событий.

Инвариантные спектры π^0 -мезонов в зависимости от поперечного импульса для разных классов по центральности представлены на рис. 4. Из-за невозможности различить сигнал на уровне фона в области малых поперечных импульсов спектр нейтральных пионов (π^0) начинается с 2 ГэВ/с. Ограниченный объем статистических данных позволил измерить спектры π^0 -мезонов только до 16 ГэВ/с.

Факторы ядерной модификации нейтральных π^0 -мезонов были вычислены по формуле (1) с использованием двух различных наборов числа нуклонов, участвующих во взаимодействии N_{coll} в различных диапазонах по центральности (U+U)-столкновений, в широком диапазоне по-

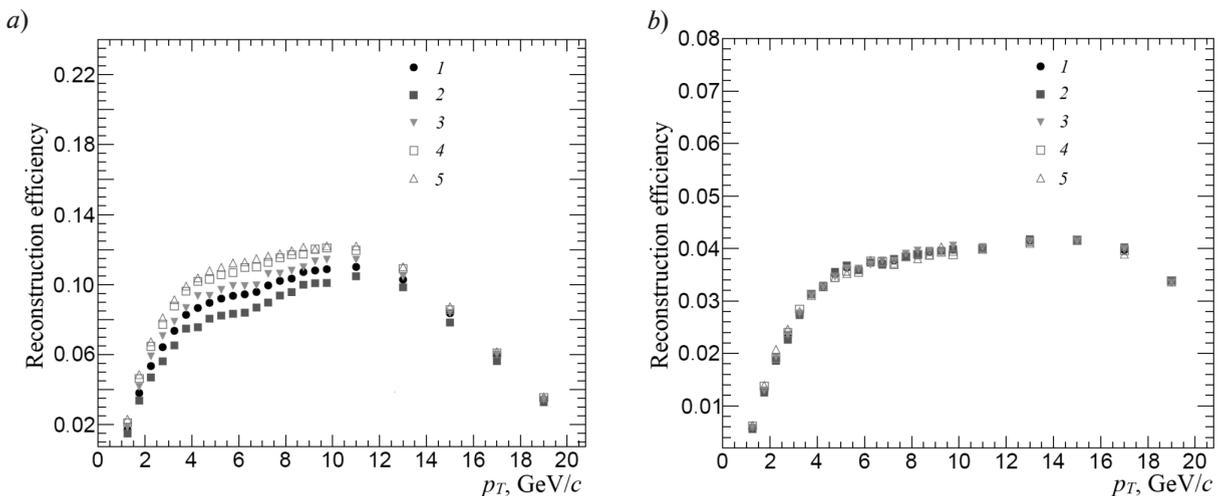


Рис. 3. Эффективности восстановления π^0 -мезонов в электромагнитных калориметрах PbSc (a) и PbPb (b) в зависимости от величины поперечного импульса для различных классов по центральности, %: 0 – 80 (1), 0 – 20 (2), 20 – 40 (3), 40 – 60 (4), 60 – 80 (5)

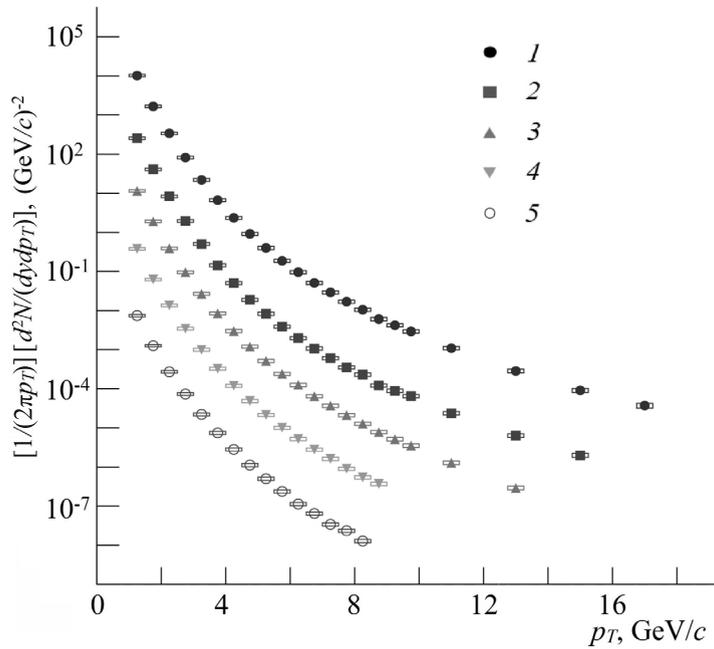


Рис. 4. Инвариантные спектры π^0 -мезонов по поперечному импульсу для различных классов по центральности (U+U)-столкновений при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 192$ ГэВ (нумерация маркеров соответствует таковой на рис. 3).

Здесь и далее условные обозначения на точках в виде вертикальных «усов» и серых горизонтальных «прямоугольников» отвечают статистическим и систематическим погрешностям измерений соответственно

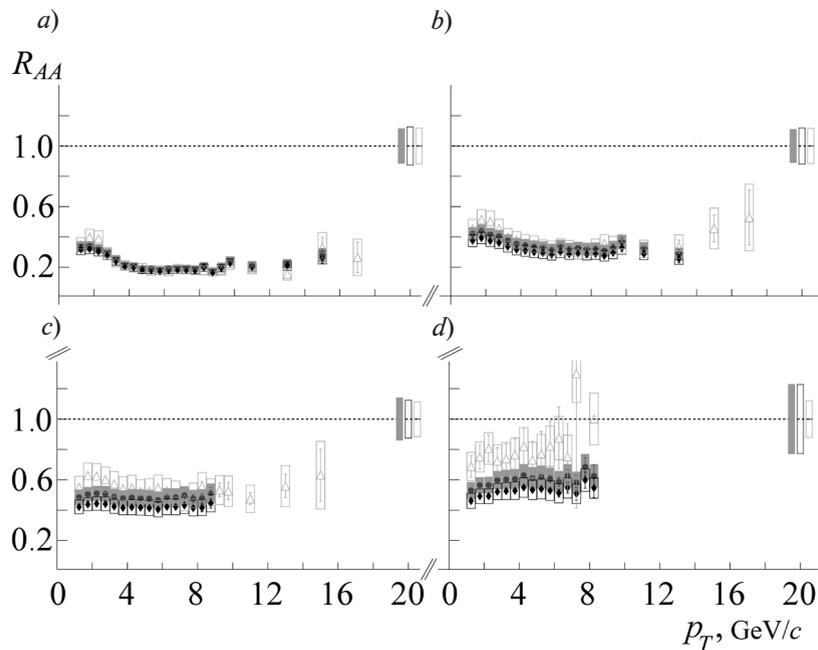


Рис. 5. Зависимости величины фактора ядерной модификации R_{AA} от поперечного импульса p_T для нейтральных пионов в (U+U)-взаимодействиях (круглые и ромбовидные маркеры) и (Au+Au)-взаимодействиях (треугольные маркеры) при значениях энергии 192 и 200 ГэВ соответственно (см. таблицу).

Прямоугольники против пунктирных линий указывают величину систематической погрешности N_{coll}

Таблица

Значения числа столкновений N_{coll} в зависимости от их центральности для различных типов взаимодействий (см. рис. 5)

Центральность, %	N_{coll}	Рис. 5
Au + Au (200 ГэВ)		
0 – 5	$1065,4 \pm 105,3$	a)
20 – 30	$373,8 \pm 39,6$	b)
40 – 50	$120,3 \pm 13,7$	c)
60 – 80	$20,4 \pm 5,9$	d)
U + U (вариант I), 192 ГэВ		
0 – 20	$934,5 \pm 97,5$	a)
20 – 40	$335,0 \pm 33,0$	b)
40 – 60	$95,9 \pm 13,0$	c)
60 – 80	$17,5 \pm 3,8$	d)
U + U (вариант II), 192 ГэВ		
0 – 20	$999,0 \pm 114,0$	a)
20 – 40	$375,0 \pm 45,0$	b)
40 – 60	$110,0 \pm 14,6$	c)
60 – 80	$19,7 \pm 4,4$	d)

Примечание. Наличие разных вариантов в столкновениях ядер урана обусловлено различной степенью деформации ядра урана при вычислении числа нуклонов N_{coll} в модели Глаубера [8 – 10].

перечного импульса, вплоть до 16 ГэВ/с. Использование двух различных наборов величины N_{coll} обусловлено различной степенью деформации ядра урана при вычислении числа нуклонов N_{coll} в модели Глаубера [8 – 10].

На рис. 5 изображены зависимости факторов ядерной модификации от поперечного импульса нейтральных пионов, измеренные в (U+U)- и (Au+Au)-столкновениях [11, 12] при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 192$ и 200 ГэВ, соответственно, и при близких значениях N_{coll} . Значения N_{coll} , соответствующие классам центральности, для которых изображены факторы ядерной модификации, приведены в таблице.

При больших значениях N_{coll} величины факторов ядерной модификации, измеренные в (U+U)- и (Au+Au)-системах, совпадают в пределах погрешности, что указывает на независимость степени подавления нейтральных пионов от геометрии области

перекрывания ядер. При малых значениях N_{coll} наблюдается небольшое различие в величинах факторов ядерной модификации, полученных в столкновениях ядер урана и золота.

Заключение

В эксперименте ФЕНИКС получены значения эффективности восстановления π^0 -мезонов для каждого вида электромагнитного калориметра и каждого промежутка по центральности как функции от поперечного импульса. Измерены инвариантные дифференциальные спектры и факторы ядерной модификации π^0 -мезонов в зависимости от величины поперечного импульса в четырех классах центральности (U+U)-столкновений при энергии в системе центра масс, равной 192 ГэВ. Выходы нейтральных пионов, измеренные в (U+U)- и (Au+Au)-столкновениях при значениях энергии 192 и 200 ГэВ, подавлены одинаково при боль-



шой величине парных нуклон-нуклонных столкновений ($N_{coll} > 90$), что указывает на независимость степени подавления от формы области перекрытия сталкивающихся ядер. Выход π^0 -мезонов в периферийных ($N_{coll} \approx 20$) (U+U)-столкновениях подавлен, возможно, сильнее, чем таковой в (Au+Au)-столкновениях. Тем не менее, при данной

точности измерений не представляется возможным уверенно разделить результаты, полученные в периферийных столкновениях урана и золота.

Результаты настоящей работы были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России 3.1498.2017/4.6.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adcox K, Adler S.S., Afanasiev S., et al. (PHENIX Collaboration), First three years of operation of RHIC // Nuclear Physics. A. 2005. Vol. 757. No. 1–2. Pp. 184–283.
2. Shuryak E. Physics of strongly coupled quark-gluon plasma // Prog. Part. Nucl. Phys. 2009. Vol. 62. January. Pp. 48–101.
3. Adare A., Afanasiev S., Aidala C., et al. (PHENIX Collaboration). PHENIX Collaboration // Nuclear Physics. A. 2017. Vol. 967. November. Pp. 996–1003.
4. Andrés C., Armesto N., Luzum M., Salgado C.A., Zurita P. Energy versus centrality dependence of the jet quenching parameter \hat{q} at RHIC and LHC: a new puzzle? // Eur. Phys. J. C. 2016. Vol. 76. No. 9. P. 475.
5. Casalderrey-Solana J., Mehtar-Tani Y., Salgado C.A., Tywoniuk K. New picture of jet quenching dictated by color coherence // Phys. Lett. B. 2013. Vol. 725. No. 4–5. Pp. 357–360.
6. Guang-You Qin, Majumder A. Parton transport via transverse and longitudinal scattering in dense media // Phys. Rev. C. 2013. Vol. 87. No. 2. P. 024909.
7. Harrison M., Ludlam T., Ozaki S. RHIC project overview // Nucl. Instr. Meth. 2003. Vol. 499. No. 2–3. Pp. 235–244.
8. Masui H., Mahanty B., Nu Xu. Predictions of Elliptic flow and nuclear modification factor from 200 GeV U + U collisions at RHIC // Phys. Lett. B. 2009. Vol. 679. No. 5. Pp. 440–444.
9. Adare A., Afanasiev S., Aidala C., et al. (STAR Collaboration). Azimuthal anisotropy in U + U and Au+Au collisions at RHIC // Phys. Rev. Lett. 2015. Vol. 115. No. 22. P. 222301.
10. Shou Q.Y., Ma Y.G., Sorensen P., et al. Parameterization of deformed nuclei for Glauber modeling in relativistic heavy ion collisions // Phys. Lett. B. 2015. Vol. 749. 7 October. Pp. 215–220.
11. Adare A., Afanasiev S., Aidala C., et al. (PHENIX Collaboration). Suppression pattern of neutral pions at high transverse momentum in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV and constraints on medium transport coefficients // Phys. Rev. Lett. 2008. Vol. 101. No. 23. P. 232301.
12. Miller M.L., Reyers K., Sanders S.J., Steinberg P. Glauber modeling in high energy nuclear collisions // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2007. Vol. 57. Pp. 205–243.

Статья поступила в редакцию 12.01.2018, принята к публикации 29.01.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

РАДЗЕВИЧ Павел Владиславович — аспирант кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
radzevichp@gmail.com

БЕРДНИКОВ Александр Ярославович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
alexber@phmf.spbstu.ru

БЕРДНИКОВ Ярослав Александрович — доктор физико-математических наук, профессор кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
berdnikov@spbstu.ru

ЖАРКО Сергей Вячеславович – аспирант кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
zharkosergey94@gmail.com

КОТОВ Дмитрий Олегович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
dmitriy.kotov@gmail.com

REFERENCES

- [1] **K. Adcox, S.S. Adler, S. Afanasiev, et al.** (PHENIX Collaboration), First three years of operation of RHIC, Nucl. Phys. A. 757 (1–2) (2005) 184–283.
- [2] **E. Shuryak**, Physics of strongly coupled quark-gluon plasma, Prog. Part. Nucl. Phys. 62 (Jan.) (2009) 48–101.
- [3] **A. Adare, S. Afanasiev, C. Aidala, et al.** (PHENIX Collaboration), PHENIX Collaboration, Nuclear Physics. A. 967 (Nov.) (2017) 996–1003.
- [4] **C. Andrés, N. Armesto, M. Luzum, et al.**, Energy versus centrality dependence of the jet quenching parameter \hat{q} at RHIC and LHC: a new puzzle? Eur. Phys. J. C: Part Fields. 76 (9) (2016) 475.
- [5] **J. Casalderrey-Solana, Y. Mehtar-Tani, C.A. Salgado, K. Tywoniuk**, New picture of jet quenching dictated by color coherence, Phys. Lett. B. 725 (4–5) (2013) 357–360.
- [6] **Guang-You Qin, A. Majumder**, Parton transport via transverse and longitudinal scattering in dense media, Phys. Rev. C. 87 (2) (2013) 024909.
- [7] **M. Harrison, T. Ludlam, S. Ozaki**, RHIC project overview, Nucl. Instr. Meth. 499 (2–3) (2003) 235–244.
- [8] **H. Masui, B. Mahanty, Nu Xu**, Predictions of Elliptic flow and nuclear modification factor from 200 GeV U + U collisions at RHIC, Phys. Lett. B. 679 (5) (2009) 440–444.
- [9] **A. Adare, S. Afanasiev, C. Aidala, et al.** (STAR Collaboration). Azimuthal anisotropy in U + U and Au+Au collisions at RHIC, Phys. Rev. Lett. 115 (22) (2015) 222301.
- [10] **Q.Y. Shou, Y.C. Ma, P. Sorensen, et al.**, Parameterization of deformed nuclei for Glauber modeling in relativistic heavy ion collisions, Phys. Lett. B. 749 (7 October) (2015) 215–220.
- [11] **A. Adare, S. Afanasiev, C. Aidala, et al.** (PHENIX Collaboration) Suppression pattern of neutral pions at high transverse momentum in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV and constraints on medium transport coefficients, Phys. Rev. Lett. 101 (23) (2008) 232301.
- [12] **M.L. Miller, K. Reygers, S.J. Sanders, P. Steinberg**, Glauber modeling in high energy nuclear collisions, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 57 (2007) 205–243.

Received 12.01.2018, accepted 29.01.2018.

THE AUTHORS

RADZEVICH Pavel V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
radzevichp@gmail.com

BERDNIKOV Alexander Ya.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
alexber@phmf.spbstu.ru

BERDNIKOV Yaroslav A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
berdnikov@spbstu.ru



ZHARKO Sergey V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
zharkosergey94@gmail.com

KOTOV Dmitriy O.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
dmitriy.kotov@gmail.com

УПРАВЛЕНИЕ ФАЗОВЫМ СДВИГОМ С ПОМОЩЬЮ ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВОГО ФАЗОВРАЩАТЕЛЯ

Д.В. Дикий, В.П. Акимов, А.А. Сочава, А.С. Черепанов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе исследуются специфические свойства волноводно-щелевого фазовращателя, который предлагается использовать в качестве управляемого ответвителя в распределительных устройствах фазированных антенных решеток с последовательным питанием и управлением $p-i-n$ -диодами. Рассмотрены характеристики волны, прошедшей через волновод, и их зависимости от положения и размеров щели, прорезанной в широкой стенке волновода. Показано, что путем изменения положения щели в продольном направлении в окне связи волноводов, а также путем перемещения ее зеркально относительно осевой линии волновода, удастся получить изменение фазового сдвига в 360 град. Исследования проведены методом компьютерного моделирования, а также экспериментально. Экспериментальные данные подтвердили результаты моделирования. Предложенный фазовращатель можно также использовать в распределительных устройствах в фазированных антенных решетках с фиксированным положением луча.

Ключевые слова: антенна; фазированная антенная решетка; фазовращатель; щель в волноводе; управляемый ответвитель

Ссылка при цитировании: Дикий Д.В., Акимов В.П., Сочава А.А., Черепанов А.С. Управление фазовым сдвигом с помощью волноводно-щелевого фазовращателя // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 130 – 138. DOI: 10.18721/JPM.11212

PHASE SHIFT CONTROL USING WAVEGUIDE-SLOT PHASE SHIFTER

D.V. Dikiy, V.P. Akimov, A.A. Sochava, A.S. Cherepanov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

Some specific electrical properties of a waveguide-slot phase shifter have been studied in the paper. We propose to use waveguide-slot phase shifter as a controlled coupler in the switchgears of phased arrays with series feeding and $p-i-n$ -diodes control. The characteristics of the waves transmitted through the waveguide and their dependences on the slot's position and dimensions were considered. The slot of special form was cut through the waveguide wide wall. We succeeded in obtaining the phase shift up to 360 degrees by the lengthwise variation in the slot's position in a coupling window and by the slot's displacement specularly relative to the waveguide's axis line. The study of the problem was conducted experimentally and by simulation technique. The simulation results were verified by experimental data. The proposed phase-shifter can be also used in switchgears of phased arrays with a locked beam.

Key words: waveguide; slot in waveguide; antenna; phased array; phase shifter

Citation: D.V. Dikiy, V.P. Akimov, A.A. Sochava, A.S. Cherepanov, Phase shift control using waveguide-slot phase shifter, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 130 – 138. DOI: 10.18721/JPM.11212

Введение

В последнее время все большее распространение в качестве антенн радиолокаторов различных диапазонов и применений получают фазированные антенные решетки (ФАР). Одним из вариантов построения ФАР являются решетки с последовательным питанием. Примером таких антенн могут служить ФАР, предложенные в работах [1 – 7]. Любая ФАР включает распределительное устройство, которое обеспечивает питание излучателей с нужной фазой и амплитудой.

В большинстве случаев для управления элементами ФАР используют фазовращатели с индивидуальной схемой

управления каждого элемента. ФАР с последовательным питанием использует ферритовый фазовращатель для формирования амплитудно-фазового распределения поля излучательных элементов. Схема управления ферритовым фазовращателем, как правило, громоздка и энергоемка [6, 8 – 10], что ограничивает область применения подобных устройств.

В данной работе исследуются характеристики волноводно-щелевого фазовращателя, который одновременно можно использовать в качестве управляемого ответвителя в распределительных устройствах ФАР с последовательным питанием и управлением $p-i-n$ -диодами.

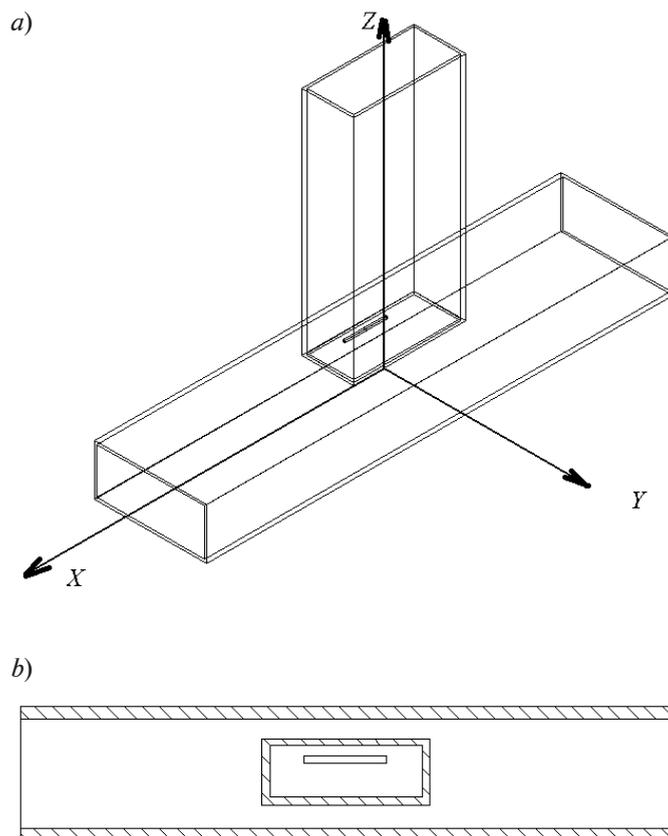


Рис. 1. Схематическое изображение волноводно-щелевого фазовращателя: *a* – общий вид, *b* – сечение в плоскости xu (плоскость контакта волноводов)

Конструкция фазовращателя и принцип его действия

Конструкция волноводно-щелевого фазовращателя приведена на рис. 1. Два волновода связаны продольной щелью, аналогичной той, которая используется в качестве излучателя волноводно-щелевой решетки.

Предлагаемая в данной работе идея заключается в том, что изменение расположения щели позволяет управлять фазовым сдвигом электромагнитного поля. Если менять продольное расположение щели, то меняется фаза поля. При перемещении щели в другую сторону от осевой линии до-

стигается дополнительный сдвиг фаз на 180 град. Если же отстроить щель от резонанса, то появляется возможность получить дополнительный фазовый сдвиг. Щели формируются включением или выключением $p-i-n$ -диодов.

Таким образом, мы получаем возможность электрического управления фазой ответвляемого электромагнитного поля.

Результаты моделирования

В этом разделе приводятся результаты моделирования волноводно-щелевого фазовращателя. На рис. 2, *a* приведены графики частотных зависимостей коэффици-

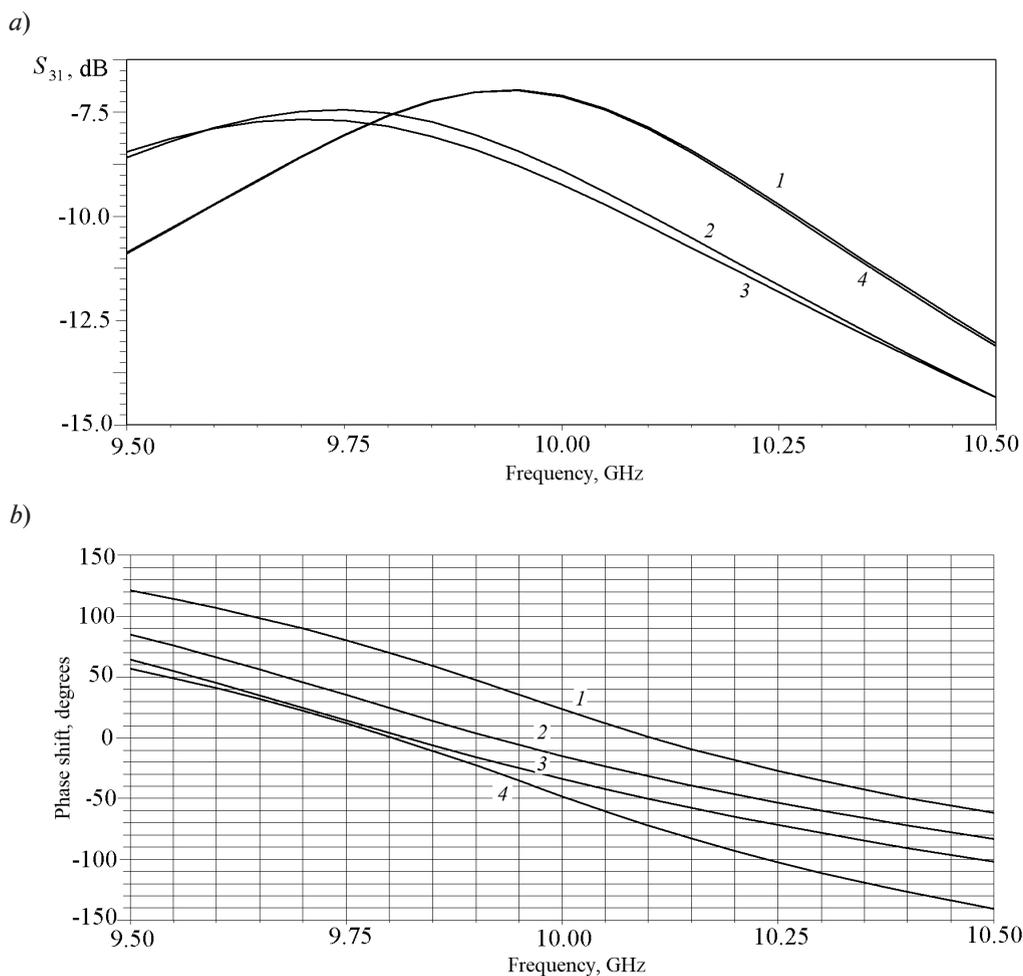


Рис. 2. Частотные зависимости коэффициента ответвления S_{31} (*a*) и фазового сдвига относительно входного терминала $\arg(S_{31})$ (*b*) для разных смещений центра щели по оси x относительно начала координат: -4 мм (кривая 1); 0 мм (2); $+2$ мм (3); $+4$ мм (4)

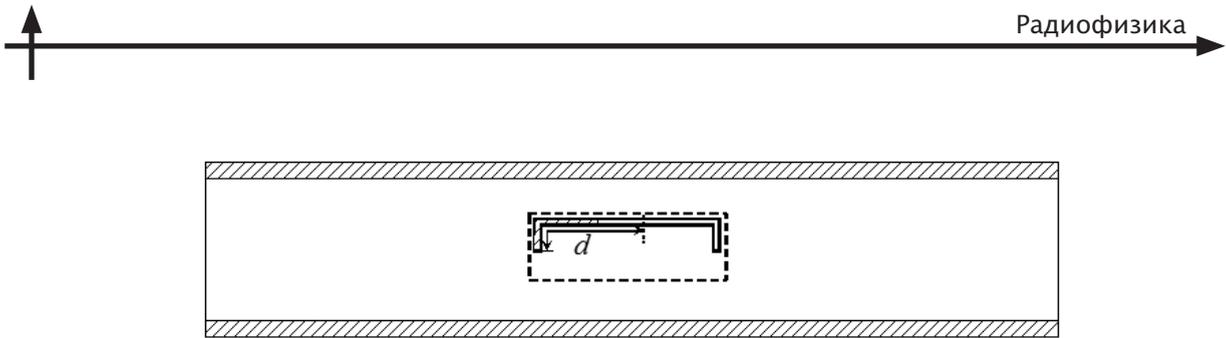


Рис. 3. Эскиз предлагаемой формы излучающей щели исследуемого фазовращателя (неизлучающая часть щели заштрихована)

ента ответвления S_{31} из основного тракта к излучателю для разных положений щели. Значения S_{31} обычно лежат в пределах $-(10-20)$ дБ. Эта величина определяется числом элементов антенны с последовательным питанием, а также формой желаемого амплитудного распределения. Коэффициент ответвления S_{31} можно изменять путем смещения щели по отношению к осевой линии волновода, а также путем его расстройки относительно резонанса. Как видно из графиков, резонансная частота немного возрастает при смещении центра щели относительно симметричного положения.

На рис. 2, *b* приведены частотные зависимости фазового сдвига электрического поля (относительно входного терминала) для тех же положений щели. Видно, что максимальный фазовый сдвиг на частоте 9,50 ГГц составляет 62° .

Чтобы увеличить фазовый сдвиг, предлагается использовать Г-образную щель

вблизи краев окна, связывающего волновода. На рис. 3 представлен эскиз щели исследуемого фазовращателя. Излучающие Г-образные щели формируются включением или выключением *p-i-n*-диодов в П-образной щели. Нами были промоделированы различные положения щели, включающие ее два крайних положения.

На рис. 4 представлен результат моделирования электрической компоненты поля, которая формируется на протяжении щели. Видно, что распределение амплитуды электрического поля на Г-образной щели остается близким к синусоидальному, как и на прямой щели.

На рис. 5, *a* приведены зависимости фазового сдвига двух Г-образных щелей от частоты электромагнитного излучения. Видно, что максимальный фазовый сдвиг составляет 177° , что достаточно для создания полноценного фазовращателя для сканирующей ФАР (с учетом 180-градусного сдвига щели, симметричной относительно

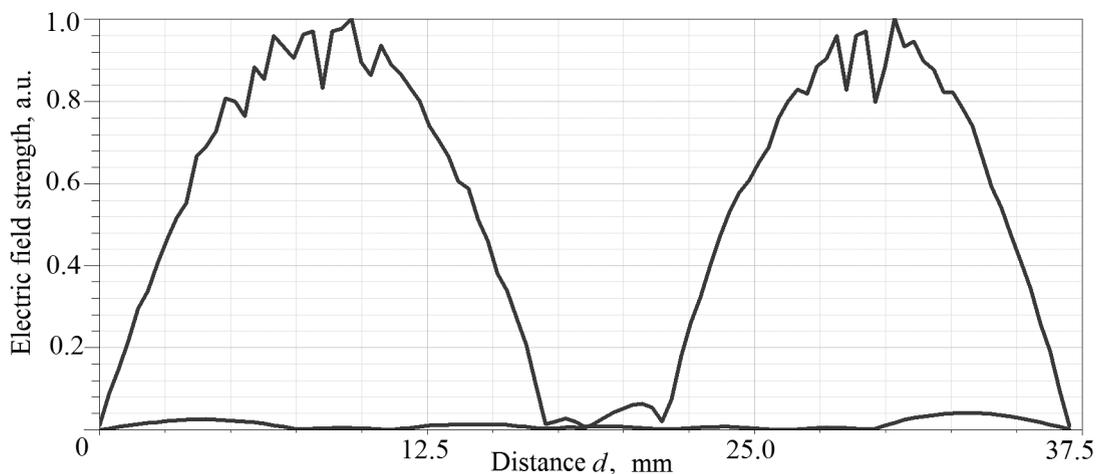


Рис. 4. Распределение электрического поля по Г-образной щели для двух состояний *p-i-n*-диодов (расстояние d показано на рис. 3)

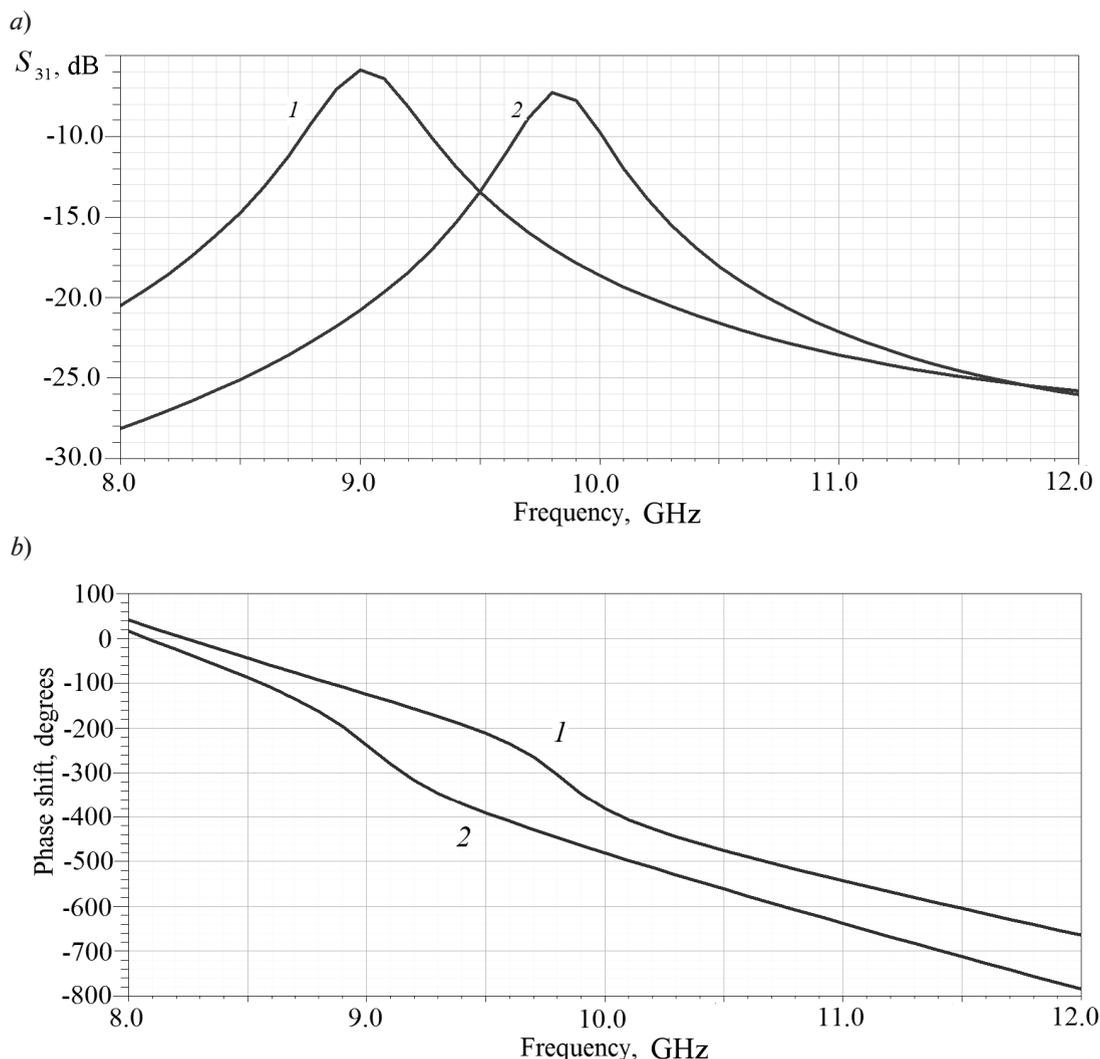


Рис. 5. Частотные зависимости коэффициента передачи (а) и фазового сдвига (б) двух Г-образных щелей для их крайнего левого (кривая 1) и крайнего правого (кривая 2) положений

оси волновода, максимальный фазовый сдвиг получается равным около 360°).

При этом коэффициент передачи S_{31} для двух вариантов щели (рис. 5, б) в рабочем диапазоне для двух положений щели отличается менее, чем на 10 дБ.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Для проверки результатов моделирования были изготовлены два макета фазовращателей и два комплекта щелей. Чтобы прорезать щель в первом комплекте, применяли технологию лазерной резки, а во втором – метод фрезеровки.

На рис. 6 приведены экспериментальные зависимости сдвига фаз от положения щели для макета № 1. Данные, представленные на графике рис. 6, б, – это результаты измерений для щелей, которые расположены по другую сторону от осевой линии волновода (нижний ряд), по сравнению со щелями на рис. 6, а (верхний ряд). Это дает дополнительный сдвиг фаз в 180° . В представленных на рисунке результатах это учтено (произведено вычитание 180° из данных на рис. 6, б). Поэтому, согласно теоретическим представлениям, кривые на рис. 6, б должны совпадать с кривыми на рис. 6, а. По различиям этих графиков

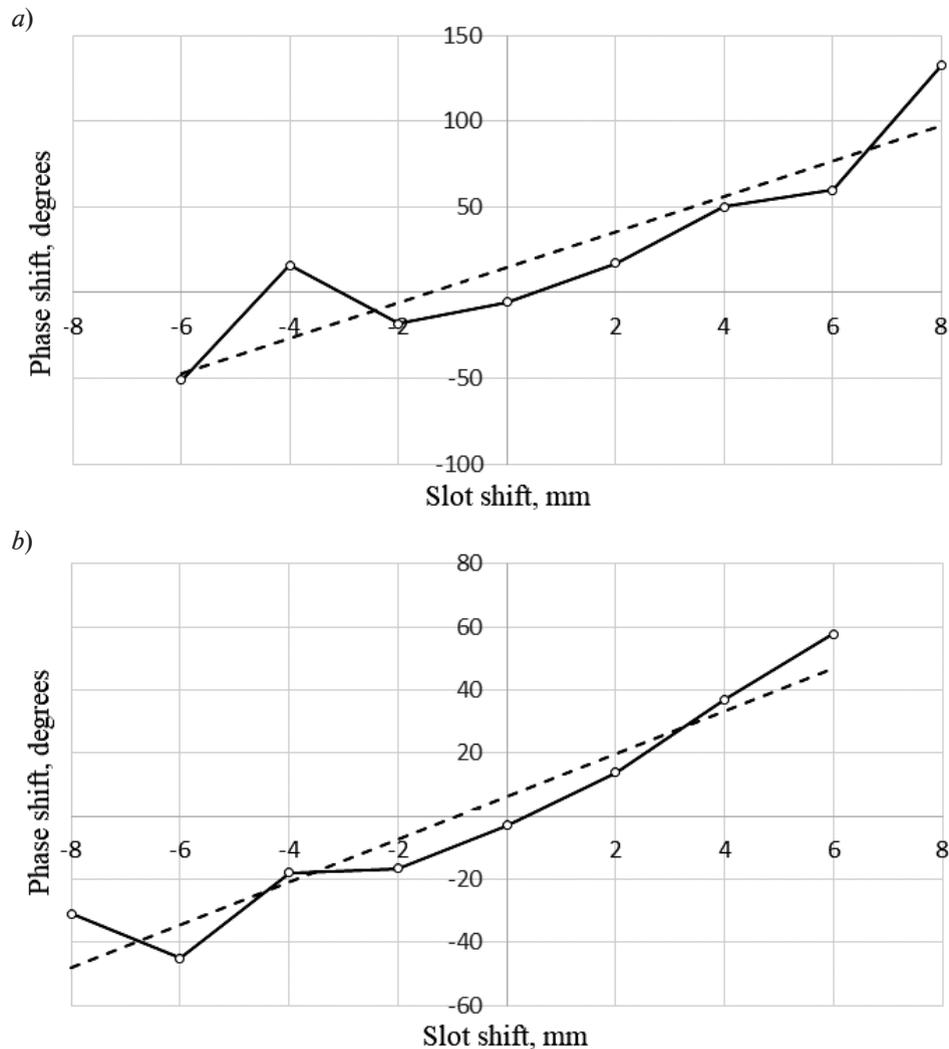


Рис. 6. Экспериментальные зависимости сдвига фазы от положения Г-образной щели в верхнем (а) и нижнем (б) рядах (см. пояснения в тексте) для экспериментального макета № 1 (см. рис. 7, а), а также линейные аппроксимации данных (пунктирные прямые). Частота СВЧ-излучения – 10 ГГц

можно судить о погрешности проведенных измерений, а также о погрешности позиционирования диафрагмы.

Фотографии обоих макетов приведены на рис. 7. Результаты измерений для макета № 2 оказались близкими к таковым для макета № 1, что доказало пригодность технологий как лазерной резки, так и фрезерования для прорезания Г-образных щелей.

Заключение

Исследованы специфические свойства волноводно-щелевого фазовращателя, ко-

торый предлагается использовать в качестве управляемого ответвителя в распределительных устройствах фазированных антенных решеток с последовательным питанием и управлением $p-i-n$ -диодами. Рассмотрены характеристики волны, прошедшей через волновод, и их зависимости от положения и размеров щели, прорезанной в широкой стенке волновода. Для проверки результатов моделирования изготовлены экспериментальные модели фазовращателя, которые снабжены Г-образными щелями. Проведены соответствующие измерения

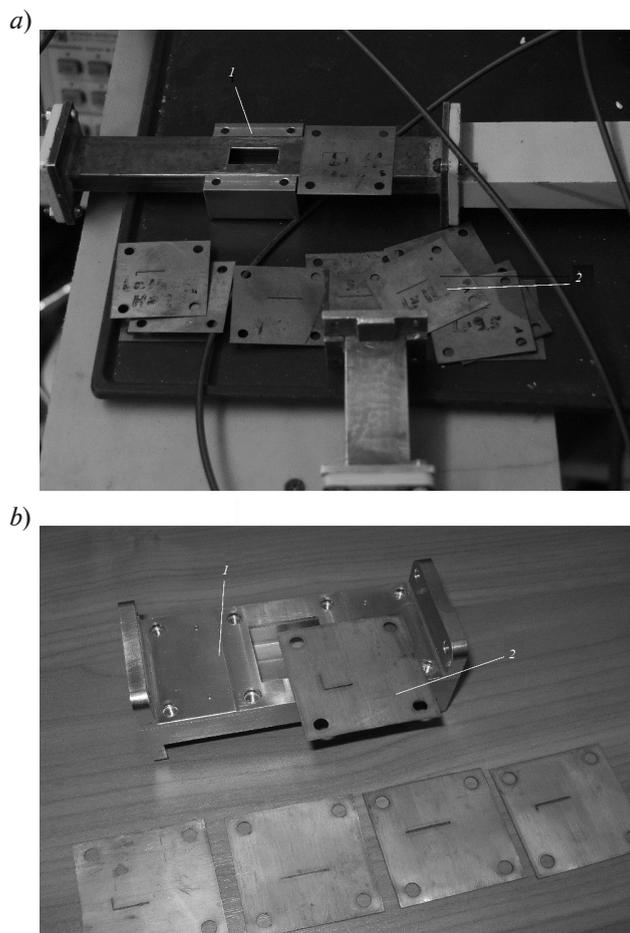


Рис. 7. Фотографии макетов № 1 (а) и № 2 (б) фазовращателей (1) и Г-образных щелей (2), которые крепятся на фазовращатели

характеристик для двух типов макетов.

Полученные экспериментальные данные в целом подтвердили результаты моделирования. Таким образом доказана прин-

ципальная возможность использования волноводно-щелевого фазовращателя в качестве элемента распределительного устройства ФАР с последовательным питанием.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуревич Г.А., Богомаз Н.А. Невзаимные фазовые сдвиги и коэффициент затухания в волноводе с ферритовой пластиной // Радиотехника и электроника. 1958. Т. 3. № 9. С. 1133 – 1343.
2. Гуревич А.Г. Ферриты на сверхвысоких частотах. М.: Физматгиз, 1960. 408 с.
3. Зайцев Э.Ф., Черепанов А.С., Гуськов А.Б. Новые электрически сканирующие антенны миллиметрового диапазона волн // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2003. № 4. С. 3–12.
4. Черепанов А.С., Гузенко К.В., Крутов И.А. Щелевая интегральная фазированная антенная решетка // Научно-технические ведомости

- СПбГПУ. Сер. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2012. № 2 (145). С. 41–45.
5. Зайцев Э.Ф., Черепанов А.С., Гуськов А.Б. Новые антенны миллиметрового диапазона волн с электрическим сканированием // Научно-технические ведомости СПбГТУ. 2001. № 2 (24). С. 47–52.
6. Воскресенский Д.И., Грановская Р.А., Давыдова Н.С. и др. Антенны и устройства СВЧ. Проектирование фазированных антенных решеток. М.: Радио и связь, 1981. 432 с.
7. Вендик О.Г., Парнес М.Д. Антенны с электрическим сканированием. Введение в теорию. Под ред. Л.Д. Бахраха. М.: Сайнс-пресс,

2002. 232 с.

8. **Вендик О.Г., Парнес М.Д.** Фазовращатели сканирующих антенн для радаров обзора территорий // Беспроводные технологии. 2006. № 2. С. 26–28.

9. **Vendik O., Vasiliev A., Parnes M.** Low cost ferroelectric phase shifter for a higher microwave power level // IEEE COMCAS 2009. The

International IEEE Conference on Microwaves, Communication, Antennas and Electronic Systems. Tel-Aviv, Israel. 2009.

10. **Безуглов А.А., Литвинов А.В., Мищенко С.Е., Шацкий В.В.** Эволюционный метод многокритериального фазового синтеза линейной антенной решетки // Радиотехника. 2017. № 6. С. 251–260.

Статья поступила в редакцию 19.01.2018, принята к публикации 13.02.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ДИКИЙ Дмитрий Валерьевич – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
diwil@mail.ru

СОЧАВА Александр Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
sochava@mail.ru

ЧЕРЕПАНОВ Андрей Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ASCherSPb@mail.ru

REFERENCES

[1] **G.A. Gurevich, N.A. Bogomaz**, Nonreciprocal phase shifts and a decay factor in the phase-plate-loaded waveguide, *J. Commun., Techn. & Electron.* 3 (9) (1958) 1133–1343.

[2] **A.G. Gurevich**, Ferrity na sverkhvysokikh chastotakh [Microwave ferrite devices], Fizmatgiz, Moscow, 1960.

[3] **E.F. Zaytsev, A.S. Cherepanov, A.B. Guskov**, New electrically scanning antennas of millimeter wave range, *Radioelectronics and Communication Systems.* 46 (4) (2003) 3–12.

[4] **A.S. Cherepanov, K.V. Guzenko, I.A. Kroutov**, The slot integrated phased array, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science, Telecommunications and Control Systems.* No. 2 (145) (2012) 41–45.

[5] **E.F. Zaytsev, A.S. Cherepanov, A.B. Guskov**, New millimeter-wave electrically scanned antennas, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal.* (2) (2001) 47–52.

[6] **D.I. Voskresenskiy, R.A. Granovskaya, N.S. Davydova, et al.**, Antenny i ustroystva SVCh. *Proyektirovaniye fazirovannykh antennykh reshetok*

[Antennas and microwave devices. Designing the phased arrays], *Radio i svyaz*, Moscow, 1981.

[7] **O.G. Vendik, M.D. Parnes**, Antenny s elektricheskim skanirovaniem. *Vvedeniye v teoriyu.* Pod red. L.D. Bakhrakha [Electrically scanned antennas, An introduction to the theory, Ed. by L.D. Bakhrakh], Science-Press, Moscow, 2002.

[8] **O.G. Vendik, M.D. Parnes**, Fazovrashchateli skaniruyushchikh antenn dlya radarov obzora territoriy [Phase shifters of scanning antennas for territory-looking radars], *Wireless Technologies (Rus.).* (2) (2006) 26–28.

[9] **O. Vendik, A. Vasiliev, M. Parnes**, Low cost ferroelectric phase shifter for a higher microwave power level, *IEEE COMCAS 2009, The International IEEE Conference on Microwaves, Communication, Antennas and Electronic Systems*, Tel-Aviv, Israel (2009).

[10] **A.A. Bezuglov, A.V. Litvinov, S.E. Mishchenko, V.V. Shatskiy**, The evolutionary method of multi-criteria phase synthesis of linear array antenna, *Radioengineering.* (6) (2017) 251–260.

Received 16.01.2018, accepted 30.01.2018.

THE AUTHOR

DIKIY Dmitriy V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
diwil@mail.ru

AKIMOV Valeriy P.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
valeri_akimov@mail.ru

SOCHAVA Alexander A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
sochava@mail.ru

CHEREPANOV Andrey S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
ASCherSPb@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.11213

УДК 538.911; 539.1.03

КАНАЛИРОВАНИЕ УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧАСТИЦ В КРИСТАЛЛЕ АЛМАЗА

К.Б. Агапьев¹, В.К. Иванов¹, А.В. Король², А.В. Соловьев²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Научно-исследовательский центр мезобионаносистем (MBN),
Франкфурт-на-Майне, Германия

В работе представлены результаты численного моделирования процессов каналирования ультрарелятивистских электронов и позитронов с энергией 270 МэВ в кристаллах алмаза. С помощью пакета прикладных программ MBN Explorer были определены траектории заряженных частиц, падающих на кристалл длиной 20 мкм вдоль кристаллографической плоскости (110). Получены параметры каналирования и спектры излучения позитронов и электронов для случаев падения этих частиц на прямой и на периодически изогнутый кристаллы алмаза.

Ключевые слова: периодически искривленный кристалл алмаза; каналирование; ультрарелятивистская частица; излучение при каналировании

Ссылка при цитировании: Агапьев К.Б., Иванов В.К., Король А.В., Соловьев А.В. Каналирование ультрарелятивистских частиц в кристалле алмаза // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 139 – 150. DOI: 10.18721/JPM.11213

CHANNELING OF ULTRARELATIVISTIC PARTICLES IN A DIAMOND CRYSTAL

K.B. Agapev¹, V.K. Ivanov¹, A.V. Korol², A.V. Solov'yov²

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

² MBN Research Center UG, Frankfurt am Main, Germany

The numerical simulation results on the channeling of ultrarelativistic electrons and positrons with the energy of 270 MeV in a diamond crystal are presented in the paper. Using the pack of applied codes MBN Explorer [1, 2], the trajectories of the charged particles have been determined for the particles' falling on the 20 μm-length crystal, along (110) crystallographic plane. The channeling parameters and radiation spectra of electrons and positrons were obtained computationally for the cases of the charged particles' incidence on a straight diamond crystal and a periodically bent one.

Key words: periodically bent diamond crystal; channeling; ultrarelativistic particle; channeling radiation

Citation: K.B. Agapev, V.K. Ivanov, A.V. Korol, A.V. Solov'yov, Channeling of ultrarelativistic particles in a diamond crystal, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 139 – 150. DOI: 10.18721/JPM.11213

Введение

Процессы взаимодействия заряженных частиц с веществом, в частности кристаллическим, уже многие годы исследуются экспериментаторами и теоретиками. Целью этих исследований является определение таких характеристик взаимодействия, как длина пробега частиц в веществе, их энергетические потери, спектры излучений и другие [2].

В последние годы большое внимание уделяется процессам каналирования в кристаллах, когда заряженные частицы, попадая в потенциальный «канал», определяемый электростатическими силами, распространяются вдоль кристаллографических плоскостей или осей. Такие частицы, захваченные в канал прямого кристалла, могут пробегать значительные расстояния, превышающие среднюю длину пробега в аморфной мишени, вследствие значительно меньшей потери энергии на своем пути [3]. Для электронов канал пролегает вдоль рядов атомов или ионных цепочек кристалла, в то время как для позитронов он располагается в пространстве между рядами атомов. Стабильность движения частиц вдоль каналов определяется малым значением энергии поперечного движения, по сравнению с величиной электростатического барьера.

Будучи захваченной в канал, частица испытывает осцилляции в плоскости, поперечной направлению распространения частицы, что приводит к излучению при ее каналировании [4]. Это излучение определяется поперечной энергией каналирующей частицы, и в зависимости от типа кристалла и его ориентации меняется его интенсивность. При этом осцилляционное излучение не когерентно и имеет широкий энергетический спектр [5 – 9].

Каналирование может также происходить в изогнутых кристаллах, которые часто используются для поворота пучков заряженных частиц, ускоренных до релятивистских энергий [10]. Перемещение частицы складывается из двух компонент: ее осцилляционное движение в канале и ее распространение вдоль средней линии искривленного канала. Стабильность по-

следней компоненты движения в таком искривленном канале достигается при дополнительном условии, а именно – радиус кривизны R должен значительно превышать критическую величину R_c , определяемую продольной энергией частицы [10]. Такое движение релятивистской частицы при каналировании в изогнутом канале приводит к дополнительному излучению синхротронного типа. Интенсивность и частота синхротронного излучения зависят от типа и энергии каналирующих частиц, а также от характеристик кристалла [11 – 18].

Исследование синхротронного излучения представляет несомненный интерес в связи с концепцией кристаллического ондулятора (см., например, работу [18] и ссылки в ней). Возможность каналирования заряженных релятивистских частиц в периодически изогнутом кристалле (кристаллическом ондуляторе) может дать новый источник монохроматического излучения с энергией от сотен кэВ до нескольких МэВ.

В связи с идеей создания кристаллического ондулятора, в последние годы в ряде лабораторий проводятся эксперименты по измерению параметров каналирования и характеристик спектров излучения ультра-релятивистских позитронов [19 – 21] и электронов [22, 23] в прямых и изогнутых кристаллах кремния и алмаза. Теоретические работы по исследованию процессов каналирования в этих кристаллах проводятся с использованием недавно разработанного пакета прикладных программ MBN Explorer [1, 2]. Применимость этого пакета для описания процессов каналирования электронов и позитронов была проверена в расчетах для аморфного и кристаллического кремния [2, 24 – 26].

Поскольку в настоящее время проводятся эксперименты по измерению спектров излучения электронов в периодически изогнутом кристалле алмаза [27], представляет несомненный интерес теоретическая интерпретация экспериментальных результатов.

В связи с вышеизложенным, целью данной работы является теоретический анализ каналирования ультра-релятивистских элек-

тронов и позитронов с энергией 270 МэВ как в прямом, ориентированном вдоль кристаллографической плоскости (110) кристалле алмаза, так и в периодически изогнутом кристалле алмаза.

Моделирование процесса каналирования электронов и позитронов в прямых, изогнутых и периодически изогнутых каналах выполнялось нами с помощью универсального пакета вычислительных программ MBN Explorer [1, 2].

Метод расчета в рамках пакета MBN Explorer

Трехмерное моделирование прохождения ультрарелятивистских частиц через кристаллическую среду осуществляется с помощью алгоритма молекулярной динамики, реализованного в пакете вычислительных программ MBN Explorer [2]. Характеристики движения высокоэнергетических частиц внутри кристалла были получены путем интегрирования релятивистских уравнений движения. При построении траектории частицы производилось пошаговое динамическое моделирование кристаллической среды [2].

Для описания движения ультрарелятивистских частиц применимо квазиклассическое приближение, и, поскольку квантовые поправки малы, можно ограничиться уравнениями классической релятивистской механики:

$$\dot{\mathbf{p}} = q\mathbf{E}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ – внешнее электростатическое поле; q – заряд частицы, а \mathbf{p} – ее релятивистский импульс, определяемый обычным выражением:

$$\mathbf{p} = m\gamma\dot{\mathbf{r}} = m\gamma\mathbf{v},$$

где m , \mathbf{r} , \mathbf{v} – масса частицы, ее радиус-вектор и скорость, соответственно; γ – релятивистский фактор,

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \gg 1$$

(c – скорость света).

При интегрировании уравнения (1) используются начальные условия для координат налетающей частицы и ее скорости: $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(0)$ и $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}(0)$.

В модуле MBN Explorer, связанном с каналированием, электростатическое поле вычисляется как

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Здесь электростатический потенциал $U(\mathbf{r})$ представляет собой сумму атомных потенциалов U_{at} :

$$U(\mathbf{r}) = \sum_j U_{at}(\mathbf{p}_j), \quad (3)$$

где $\mathbf{p}_j = \mathbf{r} - \mathbf{R}_j$ (\mathbf{R}_j – радиус-вектор j -го атома, \mathbf{p} – координата в плоскости, перпендикулярной направлению движения).

Формально суммирование выполняется по всем атомам кристалла. Однако, если учитывать быстрое уменьшение $U_{at}(\mathbf{p}_j)$ с расстоянием, то можно ввести предельное расстояние ρ_{\max} , дальше которого вклад атомного потенциала $U_{at}(\mathbf{p}_j)$ пренебрежимо мал. Поэтому для данной точки наблюдения \mathbf{r} сумма может быть ограничена теми атомами, которые расположены внутри сферы радиуса ρ_{\max} . Для поиска таких атомов используется алгоритм связанных ячеек, реализованный в MBN Explorer, который подразумевает разбиение кристалла на ячейки и рассмотрение только ближайших к частице атомов. Описанная схема используется для расчета силы $q\mathbf{E}$, действующей на каждом шаге интегрирования.

Для моделирования движения частиц вдоль кристаллографической плоскости с индексами Миллера ($k l m$) используется следующая процедура [28]. Вводится симуляционный бокс размерами $L_x \times L_y \times L_z$, внутри которого вводится кристаллическая решетка. Ось z ориентирована вдоль направления распространения пучка и параллельна плоскости ($k l m$), ось y направляется перпендикулярно этой плоскости. Радиус-векторы узлов решетки $\mathbf{R}_j^{(0)}$ ($j = 1, 2, \dots, N$) генерируются в соответствии с типом ячейки Браве кристалла, при этом используются заранее определенные значения трансляционных векторов [18].

Когда узловые точки внутри симуляционного бокса определены, векторы положения атомных ядер генерируются с учетом их тепловых колебаний. Последние приводят к случайному смещению Δ_j от узловых

положений; эти положения определяются нормальным распределением около среднеквадратичной амплитуды тепловых колебаний [29].

Интегрирование уравнений движения начинается при $t = 0$, когда частица «входит» в кристалл при значении координаты $z = 0$. Начальные координаты x_0 и y_0 выбираются в центральной части плоскости (xy), в пределах $\Delta x = 2d$, $\Delta y = d$ (d – межплоскостное расстояние плоскостей ($k l m$)), случайным образом, с помощью генератора случайных чисел. Начальная скорость v_0 частицы ориентирована вдоль оси z , т. е. она имеет компоненты $v_0 (0, 0, v_{0z})$.

Для моделирования распространения частицы через кристалл конечной толщины L в MBN Explorer используется так называемый динамический симуляционный бокс [2, 18] как новый тип граничных условий. Внутри этого бокса движется частица, взаимодействующая с атомами, лежащими внутри обрезающей сферы. Для оптимизации численной процедуры размеры бокса L_x, L_y, L_z выбираются в 3 – 5 раз больше, чем ρ_{\max} . Как только расстояние l от частицы до ближайшей грани становится близким к ρ_{\max} ($l \approx \rho_{\max}$), создается новый симуляционный бокс того же размера с геометрическим центром, совпадающим (приблизительно) с положением частицы. Чтобы избежать скачков в изменении силы, действующей на частицу, положения атомов, расположенных на пересечении старого и нового симуляционных боксов, не изменяются. В остальной части нового бокса позиции атомных ядер генерируются по описанной выше схеме. Моделирование прерывается, когда z -координата частицы становится равной толщине кристалла L .

Аналогичный процесс выполняется при моделировании искривленных каналов в изогнутом кристалле.

Расчет траекторий электронов и позитронов

С помощью пакета программ MBN Explorer было произведено моделирование траекторий электронов и позитронов энергией 270 МэВ, падающих вдоль кристаллографических плоскостей (110) на кристаллы алмаза. Расчеты были выполнены для

прямого кристалла и периодически изогнутого по косинусу; длина кристаллов – 20 мкм. Амплитуда изогнутости кристалла составляла 2,5 Å, длина периода изогнутости – 5 мкм. С помощью генератора случайных чисел было построено по 6 тыс. траекторий для электронов в прямом кристалле алмаза, ориентированном вдоль кристаллографической плоскости (110), и в периодически изогнутом кристалле. Столько же траекторий было получено для позитронов в тех же кристаллах. Траектории были проанализированы и усреднены для расчета параметров каналирования в кристалле.

В обычном кристалле алмаза мы имеем дело с прямыми каналами, обусловленными периодическим расположением его атомов. Ширина канала определяется межатомным расстоянием и составляет величину $d = 1,26$ Å. Частицы, захваченные в прямые каналы с малой поперечной энергией, реже покидают такие каналы. В силу того, что кристалл короткий, позитроны чаще всего проходят по каналу через весь прямой кристалл, электроны же чаще сталкиваются с атомами решетки и вылетают из канала. Это связано с тем, что позитроны движутся между атомами кристалла, где их удерживает отталкивающее взаимодействие с ионами решетки. Электроны же движутся по траекториям, подобным винтовым линиям, в непосредственной близости от ядер, поэтому они существенно чаще сталкиваются с ними и вылетают из канала.

Траектории заряженных частиц при каналировании в изогнутых кристаллах становятся более сложными и разнообразными. В качестве примера на рис. 1 приведено несколько типичных траекторий электронов и позитронов в периодически изогнутых кристаллах алмаза. Тонкие сплошные линии на изображениях показывают границы каналов; по вертикальной оси откладывается расстояние y в плоскости, перпендикулярной направлению движения (расстояние измеряется в единицах межатомного расстояния d). На этом рисунке можно увидеть основные особенности и характеристики движения частиц в кристалле: режимы каналирования, деканалирования,

реканалирования [18]. Под реканалированием понимается процесс, когда частица, двигаясь вне канала, может испытывать столкновение и, вследствие этого, может быть захвачена каким-либо каналом.

На рис. 1, *a* представлена только одна траектория электрона, проходящая кристалл в одном канале. Такие траектории по статистике выглядят как исключение из общего числа траекторий. Остальные представленные траектории соответствуют более обычному движению электронов в режимах деканалирования и нерегулярного реканалирования на коротких участках различных каналов.

Сравнение траекторий, представленных на рис. 1 *a* и *b*, показывает, что позитроны каналируют значительно лучше, чем электроны, причем такая картина наблюдается как для прямого, так и для изогнутого кристаллов. Лишь небольшая часть позитронов из тех, которые были изначально захвачены в канал, вылетает из него, большая же часть проходит сквозь весь кристалл через один канал. Поэтому интенсивность синхротронного излучения в периодически изогнутом кристалле должна быть выше.

Отметим, что амплитуда колебаний позитронов внутри канала может быть различной, однако поперечные колебания

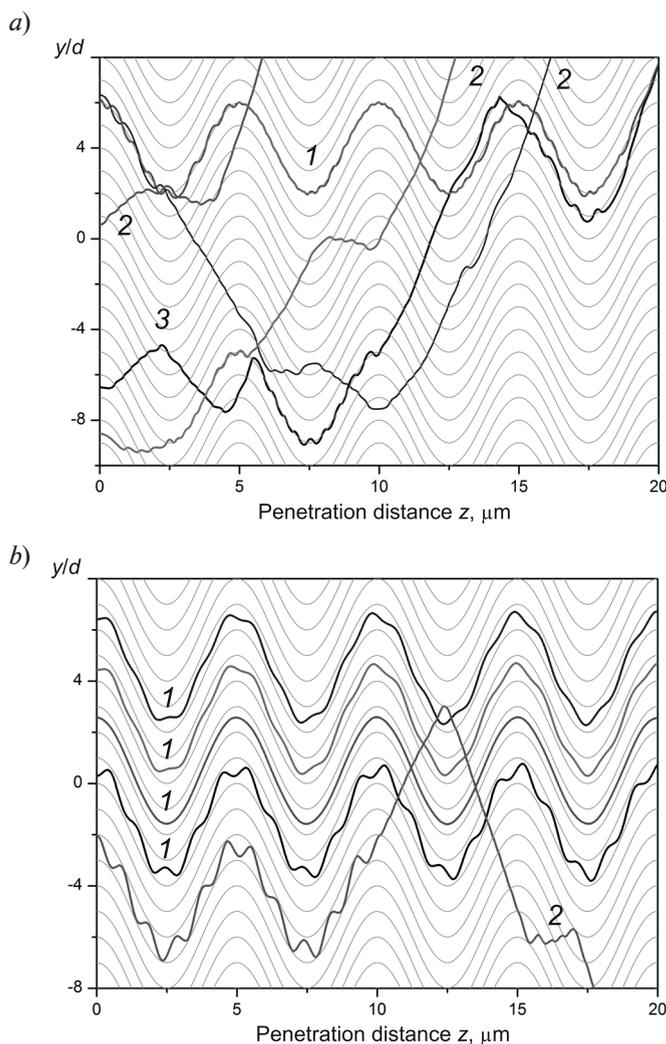


Рис. 1. Траектории электронов (*a*) и позитронов (*b*) с энергиями 270 МэВ в периодически изогнутом кристалле алмаза длиной 20 мкм. Показаны режимы каналирования (кривые 1), деканалирования (2) и реканалирования (3) В кристалле межатомное расстояние $d = 1,26 \text{ \AA}$

являются практически изохронными, их период остается почти неизменным, что соответствует гармоническим колебаниям. Следовательно, все позитроны излучают энергию примерно на одной длине волны, и их пик каналирующего излучения оказывается более узким и интенсивным, в отличие от максимума интенсивности излучения для электронов.

Статистический анализ вычисленных траекторий позволил получить основные параметры, характеризующие каналирование заряженных частиц (представлены в таблице).

Коэффициент захвата частиц A (acceptance) представляет собой отношение числа частиц N_{acc} , попавших в канал при попадании в кристалл, к числу всех падающих частиц N_0 :

$$A = N_{acc} / N_0.$$

Приведенные в таблице значения относятся к коэффициенту захвата при падении частиц вдоль оси z .

Остальные параметры связаны со средними расстояниями или временами нахождения заряженных частиц в одном или не-

скольких каналах. Длина каналирования L_{ch} определяется как среднее расстояние, которое частица прошла в канале за все время движения в кристалле. Длина реканалирования L_{rech} – среднее расстояние, пройденное частицами в каналах в процессах реканалирования (попадание в новый канал в результате столкновения).

В таблице представлены еще два параметра, называемые длиной проникновения [1, 18]. Первый, обозначенный как L_{p1} , определяет среднее расстояние, пройденное частицей, попавшей в первоначальный канал при входе в кристалл, то есть расстояние от входа до точки деканалирования внутри кристалла. Вторая длина проникновения, L_{p2} , определяется как среднее расстояние, пройденное частицей в одном канале, включая те каналы, в которые частица захватывается в результате реканалирования.

В связи с тем, что кристалл достаточно короткий (20 мкм), позитроны, захваченные в канал, проходят практически весь кристалл в том же канале; они имеют большие длины проникновения, каналирования и реканалирования, а также больший

Таблица

Параметры каналирования частиц в прямом и периодически изогнутом кристаллах алмаза

Параметр	Обозначение	Прямой кристалл		Периодически изогнутый кристалл	
		Э	П	Э	П
Коэффициент захвата частиц	A	0,695	0,957	0,511	0,888
Длина каналирования	L_{ch} , мкм	9,039	18,664	6,058	17,173
Длина реканалирования	L_{rech} , мкм	4,184	6,083	5,979	7,529
Длина проникновения	L_{p1} , мкм	5,431	19,068	4,303	18,819
	L_{p2} , мкм	4,551	18,013	3,599	16,373

Обозначения: Э, П – электроны и позитроны соответственно.

Примечания. 1. Длина обоих кристаллов алмаза – 20 мкм. 2. Частицы обоих типов падают на кристаллы с энергией 270 МэВ вдоль кристаллографических плоскостей (110). 3. Прямой кристалл ориентирован вдоль кристаллографической плоскости (110).

коэффициент захвата A .

Электроны значительно чаще испытывают столкновения с ионами решетки, так как их траектории проходят в непосредственной близости от ионов, и, как результат, часто вылетают из канала.

Спектры излучения электронов и позитронов

Анализ полученных временных зависимостей координат $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ и скоростей $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ частиц позволяет получить спектральные характеристики излучения этих частиц.

Для вычисления спектрально-углового распределения излучаемой энергии $d^3E / (\hbar d\omega d\Omega)$ (ω — частота излучаемого фотона, Ω — телесный угол), В.Н. Байер и В.М. Катков развили квазиклассическое приближение, детали которого можно найти в работе [30].

В рамках квазиклассического приближения спектральное распределение энергии, излученной ультрарелятивистской частицей в направлении \mathbf{n} , определяется следующим выражением [30]:

$$\frac{d^3E}{\hbar d\omega d\Omega} = \alpha \frac{q^2 \omega^2}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 e^{i\omega'(\psi(t_1) - \psi(t_2))} \times \left[\left(1 + (1 + u^2) \left(\frac{v_1 v_2}{c^2} - 1 \right) \right) + \frac{u^2}{r^2} \right], \quad (4)$$

где $\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры, q — заряд частицы в единицах элементарного заряда,

$$\psi(t) = t - \mathbf{nr}(t)/c.$$

Величины ω' и u учитывают радиационную отдачу:

$$\omega' = (1 + u)\omega, \quad u = \frac{\hbar\omega}{\varepsilon - \hbar\omega}. \quad (5)$$

Спектральное распределение излучаемой энергии $dE / (\hbar d\omega)$ получается путем численного интегрирования значений $d^3E / (\hbar d\omega d\Omega)$ по заданным интервалам углов φ и θ . В приведенных ниже результатах мы ограничивались учетом фотонов, излученных в пределах апертуры 0,2 мрад. Иными словами, в спектрах излучения мы учитывали пучок фотонов, который лежит

в конусе с параметрами $\varphi[0; 2\pi]$ и $\theta[0; \theta_0]$.

Таким образом, мы получаем спектр излучения для каждой вычисленной траектории и усредняем по ансамблю этих траекторий.

На рис. 2, *a* представлены спектры излучения электронов в прямом и изогнутом кристаллах. Широкий максимум (кривая 1) при энергии больше 0,4 МэВ определяется вкладом в интенсивность излучения, связанного с осцилляциями электрона в плоскости, поперечной направлению движения частицы (CR). Уменьшение интенсивности этого максимума в периодически изогнутом кристалле (кривая 2) связано с большими потерями числа каналирующих электронов.

На рис. 2, *b* показаны спектры излучения позитронов в прямом и изогнутом кристаллах. Максимум CR (кривая 1) здесь более узкий и высокий ввиду того, что частота поперечных колебаний всех позитронов при распространении в канале примерно одинакова.

При каналировании в изогнутом кристалле, как видно из рис. 2, *a* и *b* (кривые 2), при энергии квантов порядка 130 кэВ наблюдается максимум интенсивности излучения, отсутствующий в прямом кристалле. Появление этого максимума связано с движением частицы в периодически изогнутом кристалле, когда заряженная частица движется вдоль средней линии изогнутого канала. Частота квантов излучения связана с периодом кривизны канала и продольной энергией заряженной частицы. Это излучение когерентно, имеет небольшую спектральную ширину и, поскольку оно аналогично излучению в ускорителях на свободных электронах и позитронах, проходящих через периодически ориентированное магнитное поле, оно носит название ондуляторного излучения. Поскольку в работе рассматриваются электроны и позитроны одинаковой энергии, то положение ондуляторного пика на спектрах излучения одинаково. Однако интенсивность излучения позитронов на порядок выше, чем для электронов, вследствие гармоничности колебаний и большей длины каналирования позитронов.

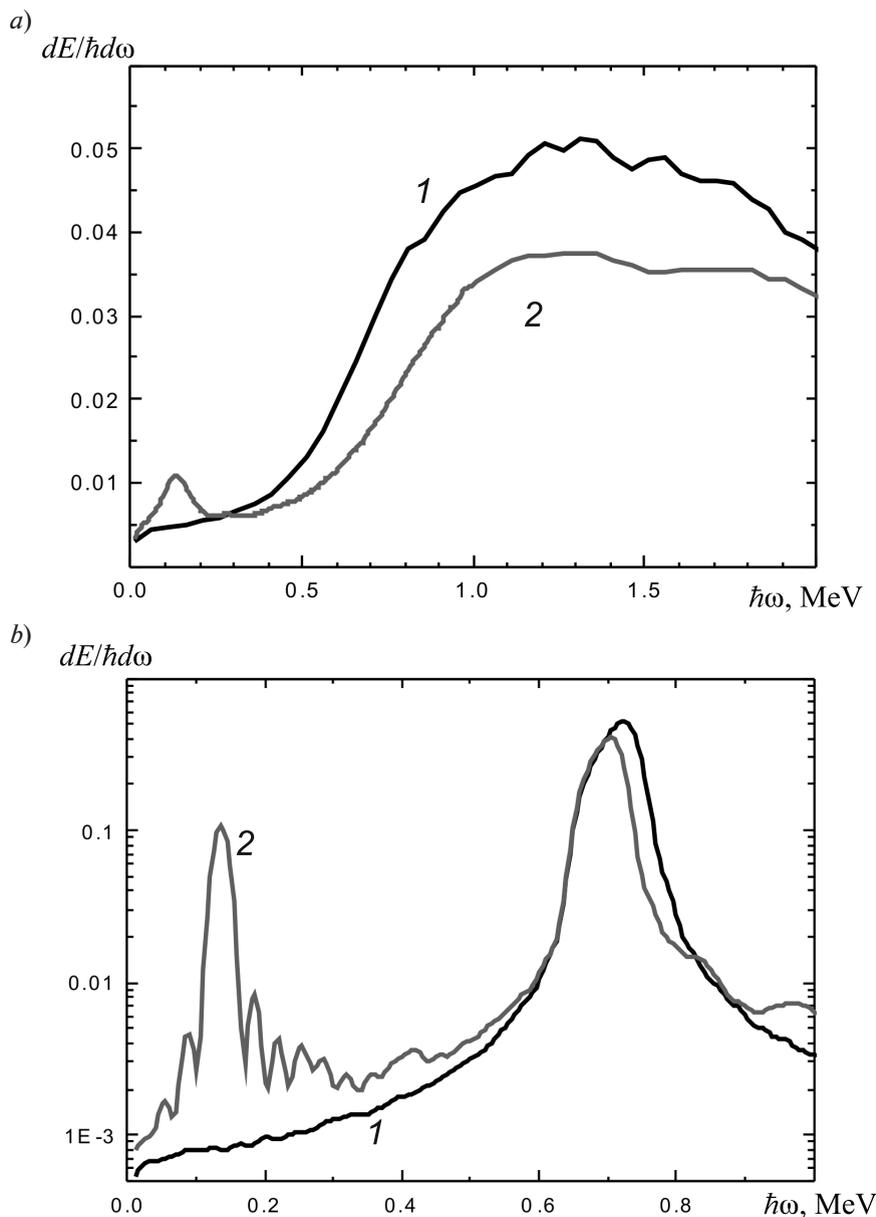


Рис. 2. Спектры излучения $dE/(\hbar d\omega)$ электронов (a) и позитронов (b) в прямом (1) и в периодически изогнутом (2) кристаллах алмаза длиной $L = 20$ мкм, ориентированных вдоль кристаллографической плоскости (110)

Заключение

С помощью пакета прикладных программ MBN Explorer [1, 2] проведено численное моделирование траекторий ультррелятивистских заряженных частиц в прямом и изогнутом кристаллах алмаза при падении электронов и позитронов вдоль кристаллографической плоскости (110). Координаты входа частиц в поперечной

плоскости выбирались с помощью генератора случайных чисел. Статистическая обработка полученных траекторий позволила определить параметры каналирования электронов и позитронов с энергией 270 МэВ в кристалле алмаза длиной 20 мкм. Показано, что позитроны имеют больший коэффициент захвата в канал и пробегают существенно большие расстояния в кристаллическом канале по сравнению с электронами.

Рассчитанный спектр излучения электронов и позитронов в квазиклассическом приближении при каналировании в периодически изогнутом кристалле состоит из двух основных областей. Высокоэнергетический максимум интенсивности связан с синхротронным излучением частиц при осцилляционном движении в канале; тот же максимум получен при каналировании в прямом кристалле. Низкоэнергетический максимум в области 130 кэВ появляется при движении частиц в периодически изогнутом канале и имеет ондуляторную природу. Это излучение когерентно и, несмотря на малое число периодов изогнутого кристалла (4 периода), имеет заметную интенсивность, что представляет интерес для возможного создания лазера

[17, 18, 31].

Полученные параметры каналирования и рассчитанные спектры излучения представляют интерес в связи с проводимыми в настоящее время экспериментами по каналированию электронов в прямых и изогнутых кристаллах в университете Майнца (Германия) [27].

Благодарности

Авторы работы выражают благодарность коллективу Суперкомпьютерного центра СКЦ «Политехнический» за предоставление вычислительных ресурсов для проведения расчетов и фонду Александра Гумбольдта (Германия) за частичную поддержку работы в рамках гранта, направленного на поддержку связей научных групп.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Solov'yov I.A., Yakubovich A.V., Nikolaev P.V., Volkovets I., Solov'yov A.V. MesoBioNano explorer – a universal program for multiscale computer simulations of complex molecular structure and dynamics // *J. Comp. Chem.* 2012. Vol. 33. No. 30. Pp. 2412–2439.
2. Sushko G.B., Bezchastnov V.G., Solov'yov I.A., Korol A.V., Greiner W., Solov'yov A.V. Simulation of ultrarelativistic electrons and positrons channeling in crystals with MBN explorer // *J. Comp. Phys.* 2013. Vol. 252. November 1. Pp. 404–418.
3. Lindhard J., Winther A., Dan K. Influence of crystal lattice on motion of energetic charged particles // *Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* 1965. Vol. 34. No. 14. Pp. 1–64.
4. Kumakhov M.A. On the theory of electromagnetic radiation of charged particles in a crystal // *Phys. Lett. A.* 1976. Vol. 57. No. 1. Pp. 17–18.
5. Andersen J.U., Bonderup E., Pantell R.H. Channeling radiation // *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 1983. Vol. 33. Pp. 453–504.
6. Bak J., Ellison J.A., Marsh B., Meyer F.E., ..., Suffert M. Channeling radiation from 2–55 GeV/c electrons and positrons: (I). Planar case // *Nucl. Phys. B.* 1985. Vol. 254. Pp. 491–527.
7. Bak J., Ellison J.A., Marsh B., Meyer F.E., ..., Suffert M. Channeling radiation from 2 to 20 GeV/c electrons and positrons (II): Axial case // *Nucl. Phys. B.* 1988. Vol. 302. Pp. 525–558.
8. Базылев В.А., Жеваго Н.К. Генерация интенсивного электромагнитного излучения релятивистскими частицами // *Успехи физических наук.* 1982. Т. 137. Вып. 4. С. 605–662.
9. Kumakhov M.A., Komarov F.F. Radiation from charged particles in solids. New York: AIP, 1989.
10. Tsyganov E.N. Estimates of cooling and bending processes for charged particles penetration through a monocrystal. Fermilab preprint TM-682, Fermilab, Batavia, 1976. Fermilab Preprint TM-684. Fermilab, Batavia, 1976.
11. Kaplin V.V., Vorobev S.A. On the electromagnetic radiation of channeled particles in a curved crystal // *Phys. Lett. A.* 1978. Vol. 67. No. 2. Pp. 135–137.
12. Bashmakov Yu.A. Radiation and spin separation of high-energy positrons channeled in bent crystals // *Radiat. Effects and Defects in Solids.* 1981. Vol. 56. No. 1-2. Pp. 55–60.
13. Taratin A.M., Vorobiev S.A. Quasi-synchrotron radiation of high-energy positrons channeled in bent crystals // *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* 1989. Vol. 42. No. 1. Pp. 41–45.
14. Arutyunov V.A., Kudryashov N.A., Samsonov V.M., Strikhanov M.N. Radiation of ultrarelativistic charged particles in a bent crystal // *Nucl. Phys. B.* 1991. Vol. 363. Pp. 283–300.
15. Таратин А.М. Каналирование частиц в изогнутом кристалле // *Физика элементарных частиц и атомного ядра.* 1998. Т. 29. Вып. 5. С. 1063–1118.
16. Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W. Coherent radiation of an ultrarelativistic charged

particle channeling in a periodically bent crystal // J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys. 1998. Vol. 24. No. 5. Pp. L45–L53.

17. **Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.** Photon emission by an ultrarelativistic particle channeling in a periodically bent crystal // Int. J. Mod. Phys. E. 1999. Vol. 8. No. 1. Pp. 49–100.

18. **Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.** Channeling and radiation in periodically bent crystals. 2nd ed. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2014.

19. **Baranov V.T., Bellucci S., Biryukov V.M., Britvich G.I., ..., Zapolsky V.N.** Preliminary results on the study of radiation from positrons in a periodically deformed crystal // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2006. Vol. 252. No. 1. Pp. 32–35.

20. **Backe H., Krambrich D., Lauth W., Buonomo B., Dabagov S.B., Mazzitelli G., Quintieri L., Lundsgaard H.J., Uggerhoj U.I., Azadegan B., Dizdar A., Wagner W.** Future aspects of X-ray emission from crystal undulators at channeling // Nuovo Cimento. C. 2011. Vol. 34. No. 4. Pp. 175–180.

21. **Backe H., Kunz P., Lauth W., Rueda A.** Planar channeling experiments with electrons at the 855 MeV Mainz Microtron MAMI // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2008. Vol. 266. No. 17. Pp. 3835–3851.

22. **Backe H., Krambrich D., Lauth W., Lundsgaard H.J., Uggerhoj U.I.** X-ray emission from a crystal undulator – Experimental results at channeling of electrons // Nuovo Cimento. C. 2011. Vol. 34. No. 4. Pp. 157–165.

23. **Backe H., Krambrich D., Lauth W., Andersen K.K., Lundsgaard H.J., Uggerhoj U.I.** Channeling and radiation of electrons in silicon single crystals and Si_{1-x}Ge_x crystalline undulators // J. Phys.: Conf. Series. 2013. Vol. 438. Conf. 1. P. 012017.

24. **Sushko G.B., Korol A.V., Greiner W.,**

Solov'yov A.V. Sub-GeV electron and positron channeling in straight, bent and periodically bent silicon crystals // J. Phys.: Conf. Series. 2013. Vol. 438. Conf. 1. P. 012018.

25. **Полозков Р.Г., Иванов В.К., Сушко Г.Б., Король А.В., Соловьев А.В.** Каналирование ультрарелятивистских позитронов в изогнутых кристаллах алмаза // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2015. № 2 (218). С. 167–178.

26. **Korol A.V., Bezchastnov V.G., Sushko G.B., Solov'yov A.V.** Simulation of channeling and radiation of 855 MeV electrons and positrons in a small-amplitude short-period bent crystal // Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B. 2016. Vol. 387. Pp. 41–53.

27. **Lauth W., Backe H., Barrett R., et al.** Channeling experiments with electrons at the Mainz Microtron MAMI // 4th Intern. Conf. “Dynamics of Systems on the Nanoscale” (DySoN 2016). October 03 – 07, 2016. Bad Ems, Germany. Book of Abstracts, 2016. P. 63.

28. **Molière G.** Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen I Einzelstrahlung am abgeschirmten Coulomb-Feld // Z. Naturforsch. A. 1947. Bd. 2a. S.133–145.

29. **Gemmel D.S.** Channeling and related effects in the motion of charged particles through crystals // Rev. Mod. Phys. 1974. Vol. 46. No. 1. Pp. 129–227.

30. **Baier V.N., Katkov V.M., Strakhovenko V.M.** Electromagnetic processes at high energies in oriented single crystals. Singapore: World Scientific, 1998.

31. **Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.** Channeling of positrons through periodically bent crystals: on the feasibility of crystalline undulator and gamma-laser // Int. J. Mod. Phys. E. 2004. Vol. 13. No. 5. Pp. 867–916.

Статья поступила в редакцию 23.03.2018, принята к публикации 23.03.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АГАПЬЕВ Кирилл Борисович – студент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
syr96@mail.ru

ИВАНОВ Вадим Константинович – доктор физико-математических наук, профессор Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ivanov@physics.spbstu.ru

КОРОЛЬ Андрей Владимирович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Научно-исследовательского центра мезобионаносистем (MBN), г. Франкфурт-на-Майне, Германия.
60438, Germany, Frankfurt am Main, Altenhoferallee, 3
korol@mbnexplorer.com

СОЛОВЬЕВ Андрей Владимирович – доктор физико-математических наук, директор Научно-исследовательского центра мезобионаносистем (MBN), г. Франкфурт-на-Майне, Германия.
60438, Germany, Frankfurt am Main, Altenhoferallee, 3
solovyov@mbnresearch.com

REFERENCES

- [1] **I.A. Solov'yov, A.V. Yakubovich, P.V. Nikolaev, I. Volkovets, A.V. Solov'yov**, MesoBioNano explorer – a universal program for multiscale computer simulations of complex molecular structure and dynamics, *J. Comp. Chem.* 33 (30) (2012) 2412–2439.
- [2] **G.B. Sushko, V.G. Bezchastnov, I.A. Solov'yov, et al.**, Simulation of ultrarelativistic electrons and positrons channeling in crystals with MBN explorer, *J. Comp. Phys.* 252 (2013) (November 1) 404–418.
- [3] **J. Lindhard, A. Winther, K. Dan**, Influence of crystal lattice on motion of energetic charged particles, *Vidensk. Selsk. Mat. Fys. Medd.* 34 (14) (1965) 1–64.
- [4] **M.A. Kumakhov**, On the theory of electromagnetic radiation of charged particles in a crystal, *Phys. Lett. A.* 57 (1) (1976) 17–18.
- [5] **J.U. Andersen, E. Bonderup, R.H. Pantell**, Channeling radiation, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 33 (1983) 453–504.
- [6] **J. Bak, J.A. Ellison, B. Marsh, F.E. Meyer, ..., M. Suffert**, Channeling radiation from 2–55 GeV/c electrons and positrons: (I). Planar case, *Nucl. Phys. B.* 254 (1985) 491–527.
- [7] **J. Bak, J.A. Ellison, B. Marsh, F.E. Meyer, ..., M. Suffert**, Channeling radiation from 2 to 20 GeV/c electrons and positrons (II): Axial case, *Nucl. Phys. B.* 302 (1988) 525–558.
- [8] **V.A. Bazylev, N.K. Zhevago**, Intense electromagnetic radiation from relativistic particles, *Sov. Phys. Usp.* 25 (8) (1982) 565–595.
- [9] **M.A. Kumakhov, F.F. Komarov**, Radiation from charged particles in solids, AIP, New York, 1989.
- [10] **E.N. Tsyganov**, Estimates of cooling and bending processes for charged particles penetration through a monocrystal, Fermilab preprint TM-682, Fermilab, Batavia, 1976. Fermilab Preprint TM-684. Fermilab, Batavia, 1976.
- [11] **V.V. Kaplin, S.A. Vorobev**, On the electromagnetic radiation of channeled particles in a curved crystal, *Phys. Lett. A.* 67 (2) (1978) 135–137.
- [12] **Yu.A. Bashmakov**, Radiation and spin separation of high energy positrons channeled in bent crystals, *Radiat. Effects and Defects in Solids.* 56 (1-2) (1981) 55–60.
- [13] **A.M. Taratin, S.A. Vorobiev**, Quasi-synchrotron radiation of high-energy positrons channeled in bent crystals, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* 42 (1) (1989) 41–45.
- [14] **V.A. Arutyunov, N.A. Kudryashov, V.M. Samsonov, M.N. Strikhanov**, Radiation of ultrarelativistic charged particles in a bent crystal, *Nucl. Phys. B.* 363 (1991) 283–300.
- [15] **A.M. Taratin**, Particle channeling in a bent crystal, *Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei.* 29 (5) (1998) 437–462.
- [16] **A.V. Korol, A.V. Solov'yov, W. Greiner**, Coherent radiation of an ultrarelativistic charged particle channeling in a periodically bent crystal, *J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys.* 1998. Vol. 24 (5) (1998) L45–L53.
- [17] **A.V. Korol, A.V. Solov'yov, W. Greiner**, Photon emission by an ultrarelativistic particle channeling in a periodically bent crystal, *Int. J. Mod. Phys. E.* 8 (1) (1999) 49–100.
- [18] **A.V. Korol, A.V. Solov'yov, W. Greiner**, Channeling and radiation in periodically bent crystals, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2014.
- [19] **V.T. Baranov, S. Bellucci, V.M. Biryukov, G.I. Britvich., ..., V.N. Zapolsky**, Preliminary results on the study of radiation from positrons in a periodically deformed crystal, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* 252 (1) (2006) 32–35.
- [20] **H. Backe, D. Krambrich, W. Lauth, et al.**, Future aspects of X-ray emission from crystal undulators at channeling, *Nuovo Cimento. C.* 34 (4) (2011) 175–180.
- [21] **H. Backe, P. Kunz, W. Lauth, A. Rueda**, Planar channeling experiments with electrons at the 855 MeV Mainz Microtron MAMI, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* 266 (17) (2008) 3835–3851.
- [22] **H. Backe, D. Krambrich, W. Lauth, et al.**, X-ray emission from a crystal undulator – experimental results at channeling of electrons, *Nuovo Cimento. C.* 34 (4) (2011) 157–165.

[23] **H. Backe, D. Krambrich, W. Lauth, et al.**, Channeling and radiation of electrons in silicon single crystals and $\text{Si}_{1-x}\text{Ge}_x$ crystalline undulators, *J. Phys.: Conf. Series.* 438 (2013) 012017.

[24] **G.B. Sushko, A.V. Korol, W. Greiner, et al.**, Sub-GeV electron and positron channeling in straight, bent and periodically bent silicon crystals, *J. Phys.: Conf. Series.* 438 (2013) 012018.

[25] **R.G. Polozkov, V.K. Ivanov, G.B. Sushko, et al.**, Channeling of ultrarelativistic positrons in bent diamond crystals, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics.* No. 2(218) (2015) 167–178.

[26] **A.V. Korol, V.G. Bezchastnov, G.B. Sushko, A.V. Solov'yov**, Simulation of channeling and radiation of 855 MeV electrons and positrons in a small-amplitude short-period bent crystal, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. B.* 387 (2016) 41–53.

[27] **W. Lauth, H. Backe, R. Baret, et al.**, Channeling experiments with electrons at the Mainz

Microtron MAMI, In: 4th Intern. Conf. “Dynamics of Systems on the Nanoscale” (DySoN 2016), October 03–07, 2016, Bad Ems, Germany, *Book of Abstracts*, 2016, P. 63.

[28] **G. Molière**, Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen I Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-Feld, *Z. Naturforschg. A* 2 (1947) 133–145.

[29] **D.S. Gemmel**, Channeling and related effects in the motion of charged particles through crystals, *Rev. Mod. Phys.* 46 (1) (1974) 129–227.

[30] **V.N. Baier, V.M. Katkov, V.M. Strakhovenko**, Electromagnetic processes at high energies in oriented single crystals, World Scientific, Singapore, 1998.

[31] **A.V. Korol, A.V. Solov'yov, W. Greiner**, Channeling of positrons through periodically bent crystals: on the feasibility of crystalline undulator and gamma-laser, *Int. J. Mod. Phys. E.* 13 (5) (2004) 867–916.

Received 23.03.2018, accepted 23.03.2018.

THE AUTHORS

AGAPEV Kirill B.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
cyr96@mail.ru

IVANOV Vadim K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
ivanov@physics.spbstu.ru

KOROL Andrey V.

MBN Research Center UG
Altenhoferallee 3, 60438 Frankfurt am Main, Germany
korol@mbnexplorer.com

SOLOV'YOV Andrey V.

MBN Research Center UG
Altenhoferallee 3, 60438 Frankfurt am Main, Germany
solovyov@mbnresearch.com

DOI: 10.18721/JPM.11214

УДК 536.2

АЭРОДИНАМИКА И ТЕПЛООБМЕН НА ПОВЕРХНОСТИ ОДИНОЧНОГО КОЛЬЦЕВОГО РЕБРА

А.А. Гусаков, М.А. Греков, В.В. Сероштанов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В представленной статье предлагается объединить измерения теплового потока с тепловизионной и PIV-диагностикой для исследования обтекания воздушным потоком поверхности кольцевого ребра и теплообмена на ней. Рассматриваемое полое ребро обогревалось изнутри насыщенным паром, и таким образом изотермическая внешняя поверхность имитировала «идеальное» ребро. При этих режимах также изучены течение и теплообмен на поверхности сплошного ребра, изготовленного из титанового сплава; при этом ребро имело такую же форму и размеры, а градиентные датчики теплового потока устанавливались на его поверхности. В результате проведенных исследований получены поля скорости вблизи ребра, температурное поле на его поверхности, а также значения плотности теплового потока. Анализ полученных данных позволил получить важную информацию об аэродинамических и тепловых свойствах потока вблизи поверхности ребра. Предложенный авторами объединяющий метод позволяет исследовать поток и теплообмен на поверхности ребра в режиме реального времени.

Ключевые слова: градиентная теплометрия; PIV-диагностика; круглое ребро; тепловой поток; коэффициент теплоотдачи

Ссылка при цитировании: Гусаков А.А., Греков М.А., Сероштанов В.В. Аэродинамика и теплообмен на поверхности одиночного кольцевого ребра // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 2. С. 151 – 164. DOI: 10.18721/JPM.11214

AERODYNAMICS AND HEAT TRANSFER OVER THE SURFACE OF A SINGLE CIRCULAR FIN

A.A. Gusakov, M.A. Grekov, V.V. Seroshtanov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

In the paper, it has been proposed to unite the heat flux measurements with thermal imaging and the PIV diagnostics for studies in aerodynamics and heat transfer over the surface of a circular fin. The hollow fin under consideration was heated by saturated steam from within; meanwhile the isothermal external surface simulated an ideal fin. The surface flow and heat transfer of the solid fin sized and shaped identically, and made of titanium alloy, was investigated in the same regimes. Gradient heat flux sensors were placed on the fin surface. The velocity field near the fin, the temperature field and the heat flux per unit area over its surface were obtained. The data analysis

gave an impartial piece of information. The proposed method allows examination of a flow and a heat transfer over the fin surface in the real-time processing.

Key words: heat flux measurement; PIV diagnostics; circular fin; heat flux; heat transfer coefficient

Citation: A.A. Gusakov, M.A. Grekov, V.V. Seroshtanov, Aerodynamics and heat transfer over the surface of a single circular fin, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (2) (2018) 151 – 164. DOI: 10.18721/JPM.11214

Введение

Основными элементами большинства рекуперативных теплообменников конвективного типа являются поперечно обтекаемые пучки труб круглого сечения, обычно с оребрением их поверхности. Структура течения вблизи оребренных труб достаточно хорошо изучена. Определяющим параметром является число Рейнольдса Re , вычисляемое по диаметру трубы и скорости внешнего потока. Для изучения гидродинамики в пакетах оребренных труб важна, прежде всего, эффективность теплообмена в первых рядах труб, где практически не сказывается влияние шага труб и типа трубного пучка [1]. Данный факт обусловил наш выбор экспериментальной модели.

Исследование течения и теплообмена на поперечно оребренных трубах наталкивается на ряд трудностей, вызванных многофакторностью задачи. Так, в работах [5, 6] описано трехмерное течение у основания ребра. Из-за различия скоростей вблизи поверхности ребра и в ядре потока, при набегании потока на стенку трубы возникает перепад давления вдоль оси трубы. Вследствие такого перепада движение жидкости совершается от центра межреберного канала к основанию ребра. Показано также, что при малой относительной высоте ребра возрастает влияние трубы как преграды для основного потока [1]. Визуализация течения в этой работе осуществлялась с помощью саже-керосиновой взвеси.

Для исследований по данной тематике распространено также применение метода пересчета поля скорости по данным измерений поля статического давления. С появлением и расширением сферы применения лазеров стал использоваться метод PIV (Particle Image Velocimetry), который основан на измерении скорости по изображе-

нию частиц и открыл новые перспективы развития данного научного направления.

В исследовании теплообмена целевой функцией служит местный коэффициент теплоотдачи α . Многочисленные работы, посвященные измерению этой величины, основаны на применении разнообразных методов в широком диапазоне геометрических условий и режимов течения. Так, метод, основанный на аналогии между процессами тепло- и массообмена [1], позволяет определять коэффициенты массопереноса фотометрическим способом. Представлены картины, на которых интенсивность окраски различных участков ребра пропорциональна значению местного коэффициента теплоотдачи. Ввиду сложности идентификации экспериментальных данных, а также трудностей при реализации фотометрического метода в целом, последний дальнейшего распространения не получил.

Более распространены методики, основанные на использовании датчиков теплового потока (ДТП). В работе [1] измерения выполнялись на полностью обогреваемых моделях оребренных труб. ДТП устанавливались на ребре и на поверхности несущего цилиндра, а их положение относительно направления набегающего потока варьировалось поворотом трубы вокруг оси. Исследования местных коэффициентов теплоотдачи проводились на одиночных трубах [1, 15] и в пакетах труб [7, 9].

Результаты этих и других исследований противоречивы. Различия связаны как с количественными, так и с качественными характеристиками распределения местного коэффициента теплоотдачи. Некоторые авторы отмечают (см., например, работу [1]), что распределение коэффициента теплоотдачи по поверхности ребра неравномерно, причем у вершины ребра величина α выше, чем у основания, где образуется



более толстый пограничный слой. Отмечается также, что максимальные значения целевой функции α приходится на азимутальный угол поворота $\varphi = 70 - 90^\circ$. Близкие результаты получены и в работах [5, 9].

Однако выполнены исследования [6, 15] при сходных режимах, где обнаружены локальные максимумы интенсивности теплообмена у основания ребра. Кроме того, результаты работы [1] указывают на всплески интенсивности теплообмена в области $\varphi = 100 - 130^\circ$, что авторы объясняют отрывом пограничного слоя от поверхности трубы.

Несмотря на большое разнообразие используемых поперечно ребренных поверхностей теплообмена, на сегодняшний день отсутствует универсальный и точный метод их расчета. Это обусловлено неравномерностью распределения коэффициента теплоотдачи по поверхности ребра [1, 2, 4, 8]. Анализ представленных в литературе результатов привел нас к заключению, что совместное исследование теплообмена и обтекания ребра методами градиентной теплотметрии, PIV- и тепловизионной диагностики может дать существенно новые и полезные результаты и позволит уточнить существующие методики расчета и расчетные модели.

Цель работы – выявить влияние режима течения, высоты ребра и угла натекания на распределение и осредненные значения коэффициента теплоотдачи комплексным методом.

В данной работе представлены результаты опытов по исследованию теплообмена и течения воздушного потока вокруг одиночного кольцевого ребра, полученные впервые путем совместного применения PIV- и тепловизионной диагностики, а также уникальной градиентной теплотметрии.

Экспериментальные методики

Визуализация течения проводилась методом PIV, тепловой поток измерялся методом градиентной теплотметрии, а температуру на поверхности ребра в местах установки ГДТП измеряли с использованием тепловизионной диагностики. Объединение гра-

диентной теплотметрии и PIV-диагностики нами апробировано и уже применялось в эксперименте; результаты этих измерений обобщены в работах [12, 16, 17]. Дополнительное использование тепловизионной диагностики должно дать возможность распространения этого подхода на исследования неизотермических поверхностей теплообмена.

Измерение теплового потока. На кафедре «Теплофизика энергетических установок» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого созданы и внедрены в экспериментальные исследования градиентные датчики теплового потока (ГДТП). Уникальной особенностью этих датчиков являются их рекордно низкие значения постоянной времени; они составляют $10^{-8} - 10^{-9}$ с [9], что делает их практически безынерционным средством измерения для большинства задач теплообмена.

Действие ГДТП основано на поперечном эффекте Зеебека: при прохождении теплового потока через пластину, обладающую анизотропией тепло- и электрофизических свойств, в ней возникает термоэдс, нормальная вектору плотности теплового потока и пропорциональная его модулю [9, 10].

В работе использовали пять ГДТП, выполненных на основе монокристаллического висмута (рис. 1). Размеры трех из них в плане составляли 2×2 мм, четвертого – 4×7 мм, а пятого – 5×5 мм. Толщина всех ГДТП составляла 0,2 мм. Вольт-ваттная чувствительность ГДТП, определяемая с помощью абсолютной градуировки по джоуль-ленцеву тепловому потоку, находилась на уровне 10 мВ/Вт. Генерируемый датчиками сигнал записывался с помощью универсального вольтметра В7-78/1 производства фирмы АК ИП (Россия).

PIV-диагностика. Технология PIV, реализованная системой POLIS [11], позволила бесконтактным методом визуализировать течение воздуха вблизи поверхности ребра. При PIV-диагностике (рис. 2) воздушный поток I засеивается частицами диаметром 2 – 3 мкм, которые подсвечиваются двойными вспышками лазерного ножа (он получен преобразованием лазер-

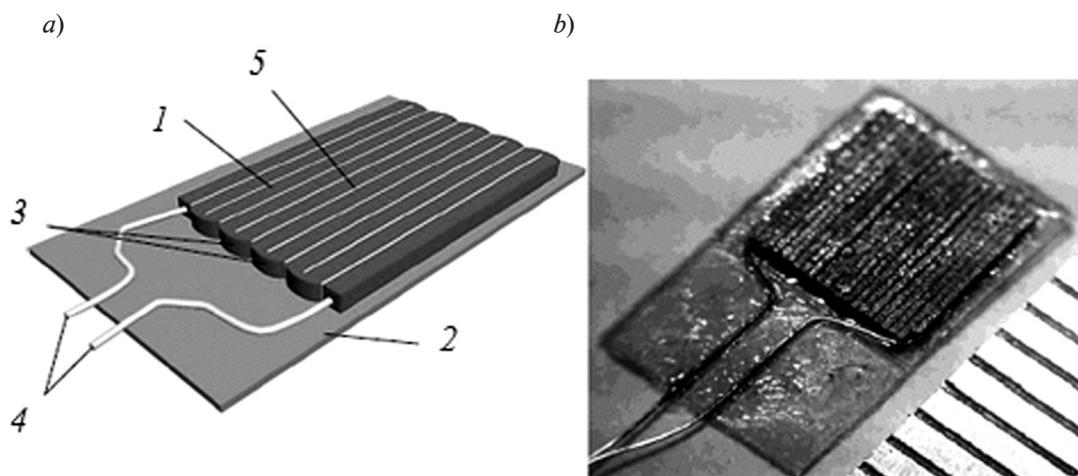


Рис. 1. Схематическое изображение (а) и фотография (б) градиентного датчика теплового потока (ГДТП):
 1 – бруски висмута; 2 – подложка из слюды; 3 – места пайки висмутом;
 4 – токовыводы; 5 – лавсановая изоляция

ного луча 2 с помощью системы цилиндрических линз). Цифровая камера 3 во время вспышек фиксирует изображение трассеров. Синхронную работу камеры и лазера обеспечивает блок синхронизации (на схеме не показан). Система позволяет регулировать подачу частиц (трассеров) и частоту фотографий в соответствии с режимом течения, чтобы минимизировать эффекты, связанные с действием сил инерции и плавучести.

Далее все фотографии обрабатывались

в программе ActualFlow, которая рассчитывает поле скорости и завихренности. Для определения перемещения частиц программа использует корреляционные методы обработки изображений. Метод PIV позволяет регистрировать мгновенные и рассчитать осредненные по времени поля скорости в плоскости лазерного ножа. В наших опытах использовалась классическая (2D) конфигурация метода, а количество фотографий составило 1000 пар.

При PIV-диагностике, связанной с об-

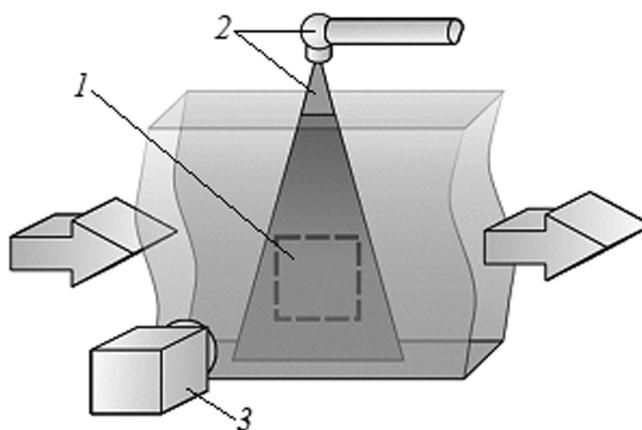


Рис. 2. Общая схема измерения скорости PIV-методом:
 1 – регистрируемый поток с трассерами; 2 – лазер и лазерный нож; 3 – цифровая камера;
 стрелки указывают направление потока

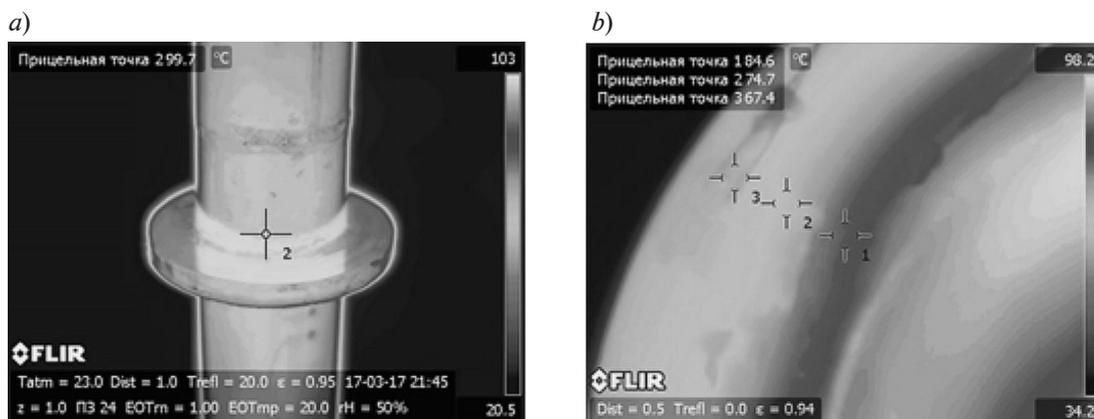


Рис. 3. Тепловизионные фотографии цилиндра с изотермическим ребром (a) и фрагмента неизотермического ребра (b); показаны прицельные температурные точки в местах установки датчиков

течением нагретых моделей, выяснилось, что дым, генерируемый штатным устройством, непригоден [12]. Взвешенные масляные трассеры диаметром 1 – 5 мкм над нагретой поверхностью успевали испариться, и визуализация течения в пристенном слое становилась невозможной. Поэтому в качестве трассеров мы использовали твердые частицы древесного дыма из дыма пачечника.

Для борьбы с бликами от лазера ребро и несущий цилиндр обрабатывались смесью индустриального масла, спирта и флуоресцирующего вещества родамин 6G, благодаря которому лазерный луч при отражении меняет длину волны, по сравнению с падающим. Отраженный свет фильтровался

узкополосным зеленым фильтром, установленным на фотокамере.

Тепловизионная диагностика. Для измерения температуры поверхности ребра был использован тепловизор FLIR P640 (Forward-Looking Infrared). Тела, температура которых отлична от абсолютного нуля, излучают электромагнитные тепловые волны. Спектральная плотность мощности этого излучения имеет максимум, длина волны которого зависит от температуры. Положение максимума в спектре излучения сдвигается с повышением температуры в сторону меньших длин волн. Тела, нагретые до температур 40 – 100 °C, характеризуются максимумом излучения в среднем инфракрасном диапазоне. Программное обеспе-

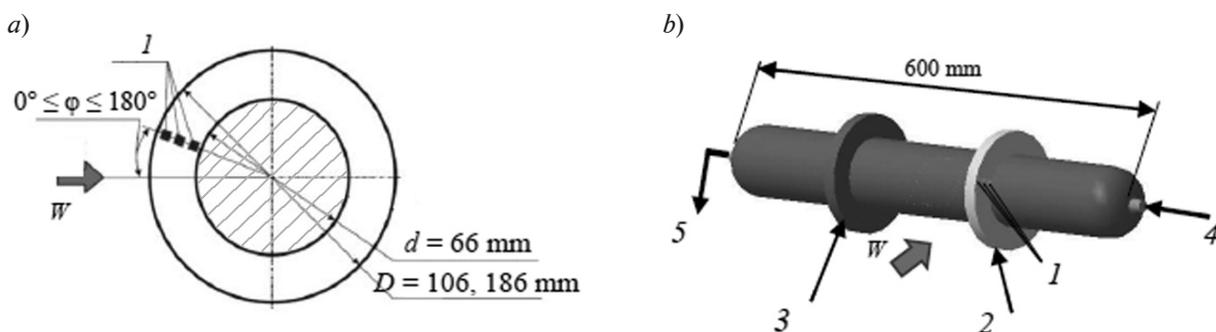


Рис. 4. Схематические представления опытной модели оребренного цилиндра: a – чертеж поперечного сечения; b – общий внешний вид; 1 – три ГДТП; 2, 3 – изотермическое и неизотермическое ребра, соответственно; 4 – подача пара; 5 – слив конденсата. Высота ребер $H = 20$ и 60 мм; W – вектор набегающего воздушного потока

чение камеры позволяло одновременно измерять температуру в нескольких точках на поверхности ребер практически без задержки во времени и с точностью в 1 К. В качестве примера на рис. 3 приведены две тепловизионные фотографии.

Экспериментальная установка

Экспериментальная модель объекта исследования. Исходная модель представляла собой оребренный цилиндр диаметром 66 мм и длиной 600 мм, изготовленный из стального листа толщиной 0,1 мм. На цилиндре были смонтированы два кольцевых ребра диаметром $D = 106$ мм. Первое ребро было полым и моделировало идеальное (изотермическое) ребро, а второе, выполненное из титанового сплава (теплопроводность $\lambda = 9$ Вт/(м·К)), моделировало неизотермическое ребро.

Вторая модель была сделана аналогично, но внешний диаметр ребер составил $D = 186$ мм. ГДТП устанавливались на поверхности ребер (рис. 4). Градуировка ГДТП на стенде, описанном в работе [10], обеспечивала достаточную точность измерения плотности теплового потока [14], при этом суммарная стандартная неопределенность не превышала 1 %.

Изнутри модель нагревалась насыщенным водяным паром при атмосферном давлении с температурой, близкой к 100 °С.

Цилиндр проворачивался вокруг оси, что позволяло перемещать ГДТП в окружном направлении. Температура на поверхности идеального ребра $T_w = \text{const}$ при всех значениях угла поворота $0 \leq \varphi \leq 180^\circ$ (рис. 4, а); она дополнительно контролировалась тепловизором. Температура T_w ребра 3 (изготовлено из титанового сплава), которая зависит от высоты ребра H и угловой координаты φ , также измерялась тепловизором.

Модель устанавливалась на поворотном столе, что позволяло менять угол β между вектором набегающего потока W и осью цилиндра.

Аэродинамическая труба. Опыты проводились в рабочей зоне дозвуковой аэродинамической трубы (рис. 5), разработанной, изготовленной и испытанной на кафедре «Теплофизика энергетических установок» СПбПУ [9].

Труба открытого типа снабжена камерой Эйфеля из оргстекла, обеспечивающей реализацию PIV-технологии. Поток воздуха от центробежного вентилятора через охладитель поступает в обратный канал. Благодаря повороту с лопатками воздух попадает в форкамеру с хонейкомбом. Конфузор обеспечивает поджатие 1 : 7; через круглое выходное отверстие диаметром 450 мм воздух подается в камеру Эйфеля и далее – на вход в вентилятор.

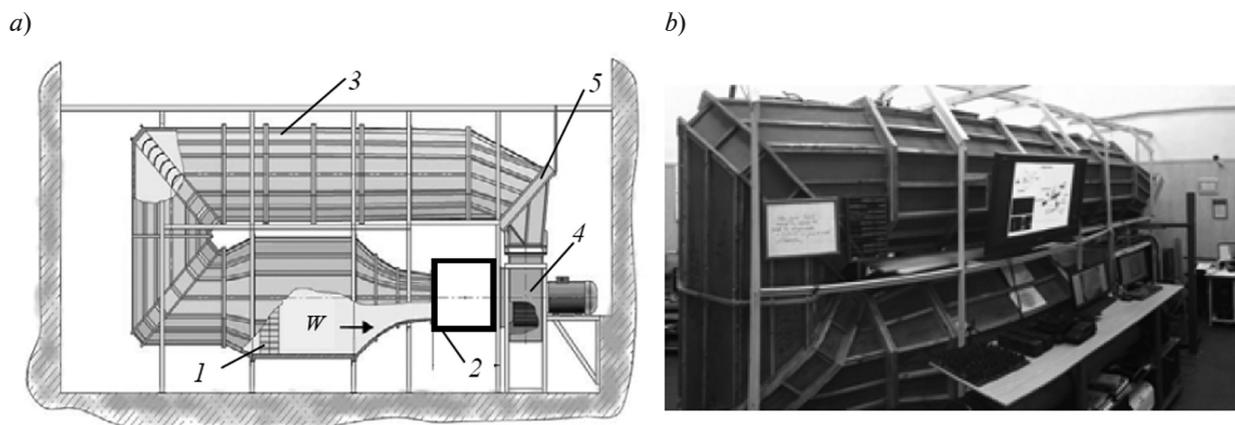


Рис. 5. Схематическое изображение (а) и внешний вид (б) аэродинамической трубы, использованной в опытах:

1 – форкамера, 2 – камера Эйфеля, 3 – обратный канал, 4 – вентилятор, 5 – теплообменник;
 W – вектор набегающего воздушного потока

Труба имеет две особенности: использование тиристорного привода и реверс вентилятора позволяют вести опыты при скоростях, не превышающих 0,1 – 0,2 м/с;

охладитель, подключенный к системе холодного водоснабжения, обеспечивает длительную работу трубы на воздухе, практически не меняющем температуру (разброс значений составляет $\pm 0,1$ К).

Охладитель увеличивает сопротивление аэродинамической трубы на 500 Па, в результате чего падает скорость в рабочей части, поэтому он выполнен в виде сменной кассеты, которую при кратковременных опытах можно удалить и заменить кассетой с направляющими лопатками.

Для снижения турбулентности воздушного потока в трубе установлены лопаточные аппараты в поворотах, а также хоней-

комб и конфузور. Степень турбулентности не превышает 1 % во всем диапазоне скоростей [9].

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Аэродинамические исследования были проведены для чисел Рейнольдса $Re = (0,4 - 4,1) \cdot 10^4$. Это число выражается следующим образом:

$$Re = \frac{W \cdot d}{\nu},$$

где W , м/с – скорость потока; d , м – диаметр несущего цилиндра; ν , m^2/c – кинематическая вязкость.

Определялись также местная плотность теплового потока q_{ϕ} ($Вт/м^2$) в различных точках по высоте ребер с угловой координатой ϕ , местный коэффициент теплоотда-

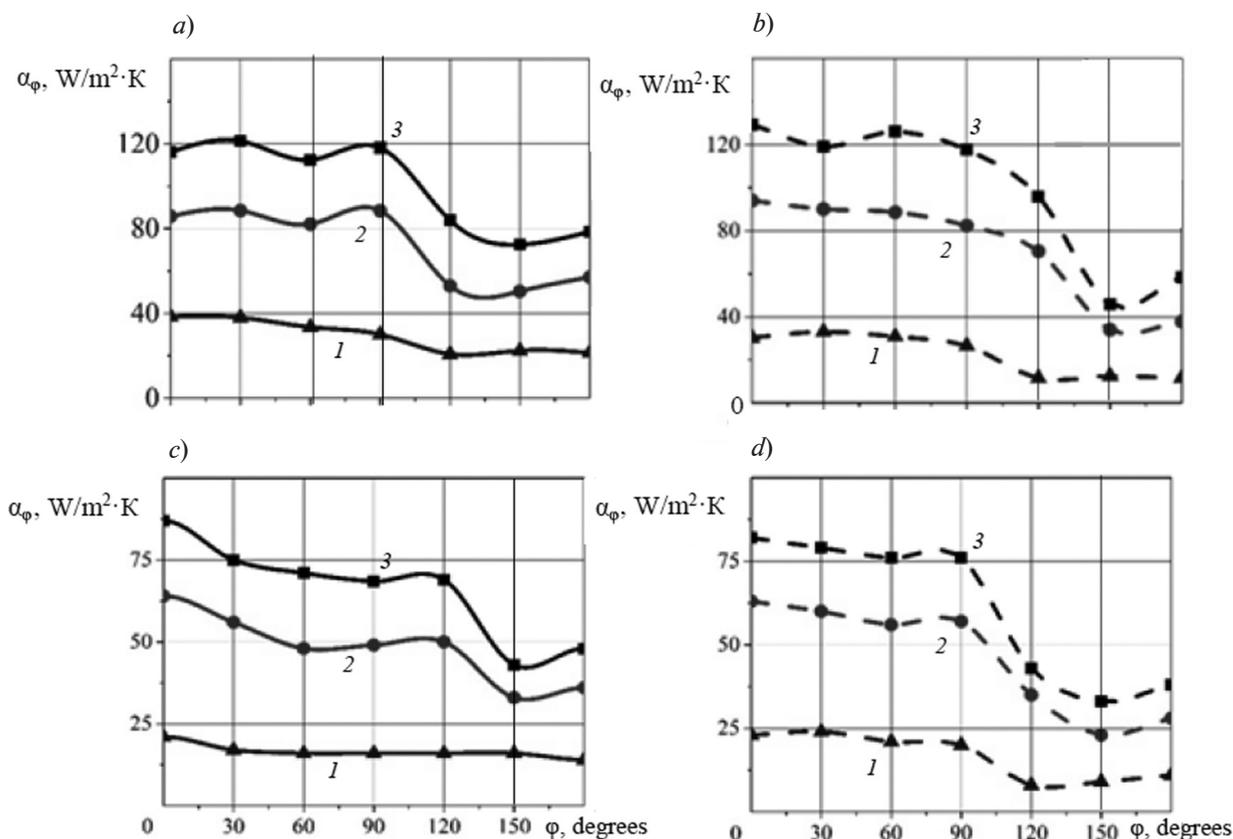


Рис. 6. Зависимости локального коэффициента теплоотдачи изотермического (a, c) и неизо- термического (b, d) ребер высотой 20 мм (a, b) и 60 мм (c, d) от угла поворота цилиндра ϕ для разных значений числа Рейнольдса Re , 10^4 : 0,9 (1), 2,2 (2), 4,1 (3)

чи α_ϕ (Вт/(м²·К)), местное число Нуссельта Nu_ϕ . Указанные характеристики определяются следующими формулами:

$$q_\phi = \frac{E}{S_0 \cdot F},$$

где E , мВ – сигнал ГДТП; S_0 , мВ/Вт – вольт-ваттная чувствительность датчика; F , м² – площадь ГДТП в плане;

$$\alpha_\phi = \frac{q_\phi}{T_f - T_w},$$

где T_f , T_w , °С – температуры потока воздуха и поверхности ребра, соответственно;

$$Nu_\phi = \frac{\alpha_\phi d}{\lambda_f},$$

где d , м – диаметр несущего цилиндра; λ_f , Вт/(м·К) – теплопроводность воздуха;

$$Nu = \frac{\alpha d}{\lambda_f},$$

где α – значение α_ϕ , усредненное по высоте ребра.

На рис. 6 показаны зависимости местного коэффициента теплоотдачи α_ϕ на ребрах высотой $H = 20$ мм (изотермическом и неизотермическом) при разных углах ϕ и для различных режимов. Видно, что величина α_ϕ по высоте изотермического ребра изменяется значительно меньше, чем та же величина для ребра, выполненного из титанового сплава. Для сплошного ребра величина α_ϕ около корня оказывается при всех значениях угла ϕ меньше, чем для полого.

На рис. 6 также приведены зависимости

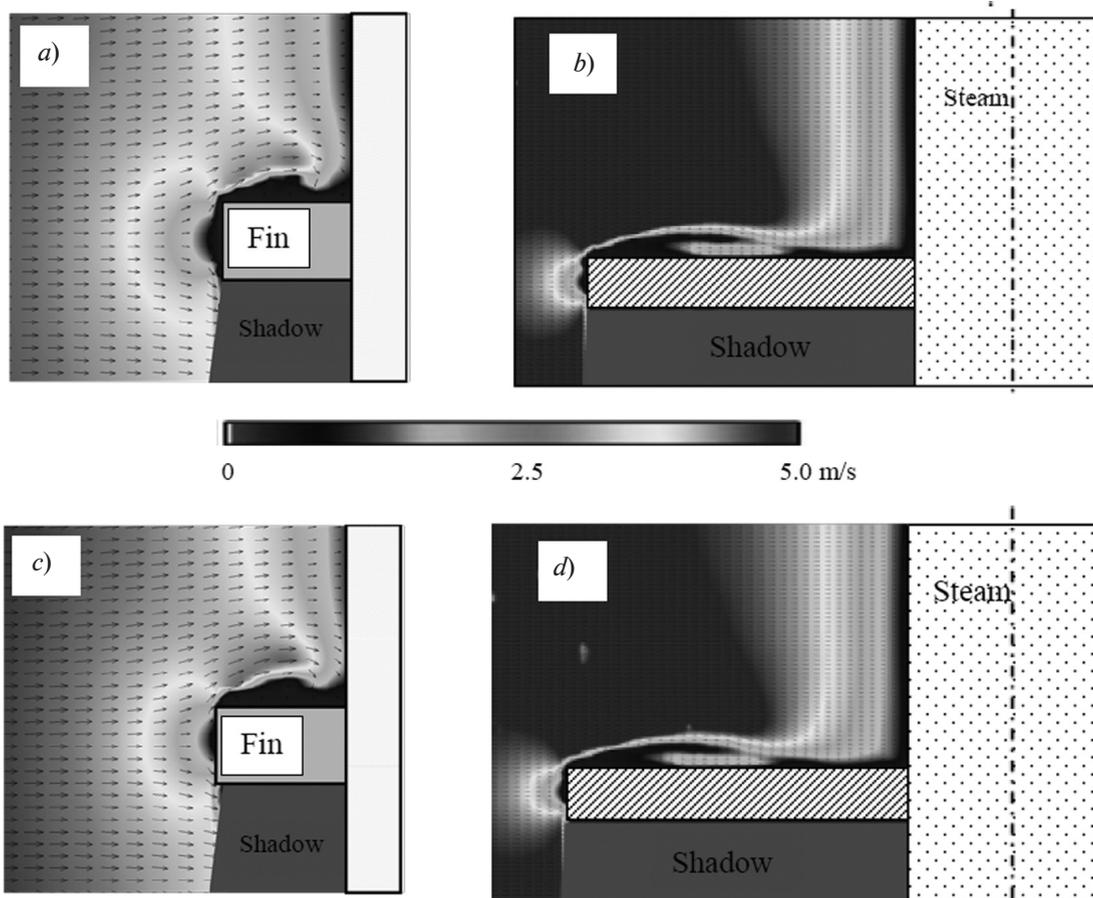


Рис. 7. Поля скорости около ребер высотой $H = 20$ мм (a, c) и 60 мм (b, d) для чисел Рейнольдса $Re = 2,2 \cdot 10^4$ (a, b) и $4,1 \cdot 10^4$ (c, d)

местного коэффициента теплоотдачи для ребра высотой 60 мм. Распределения α_{φ} для идеального и неидеального ребер различаются значительно, чем для ребра высотой 20 мм.

Видно, что эпюра распределения коэффициента теплоотдачи идеального ребра оказывается более заполненной, чем неидеального, однако у вершин ребер теплоотдача значительно ниже, чем в остальной части. Это объясняется наличием у ребра острой кромки достаточно большой ширины ($\delta = 10$ мм). Около кромки образуется застойная зона, о чем свидетельствуют представленные выше картины течения.

Интересно отметить наличие экстремума зависимости коэффициента теплоот-

дачи α от координаты h , соответствующей месту монтажа; экстремум наблюдается при $h = 20$ мм как для идеального, так и для неидеального ребер. Его объяснение требует дополнительного исследования. Внимания заслуживает и тот результат, что коэффициент теплоотдачи около корня ребра из титанового сплава крайне мал: в области $\varphi = 120 - 180^\circ$ при скорости свободного потока $W = 0,9$ м/с $\alpha = 1 - 4$ Вт/(м²·К). Это можно объяснить разницей температуры на поверхности несущего цилиндра, обогреваемого паром (100 °С), и у корня ребра (85 - 92 °С); температура последнего ниже на 8 - 15 °С ввиду значительного контактного термического сопротивления.

На рис. 7 показаны усредненные поля

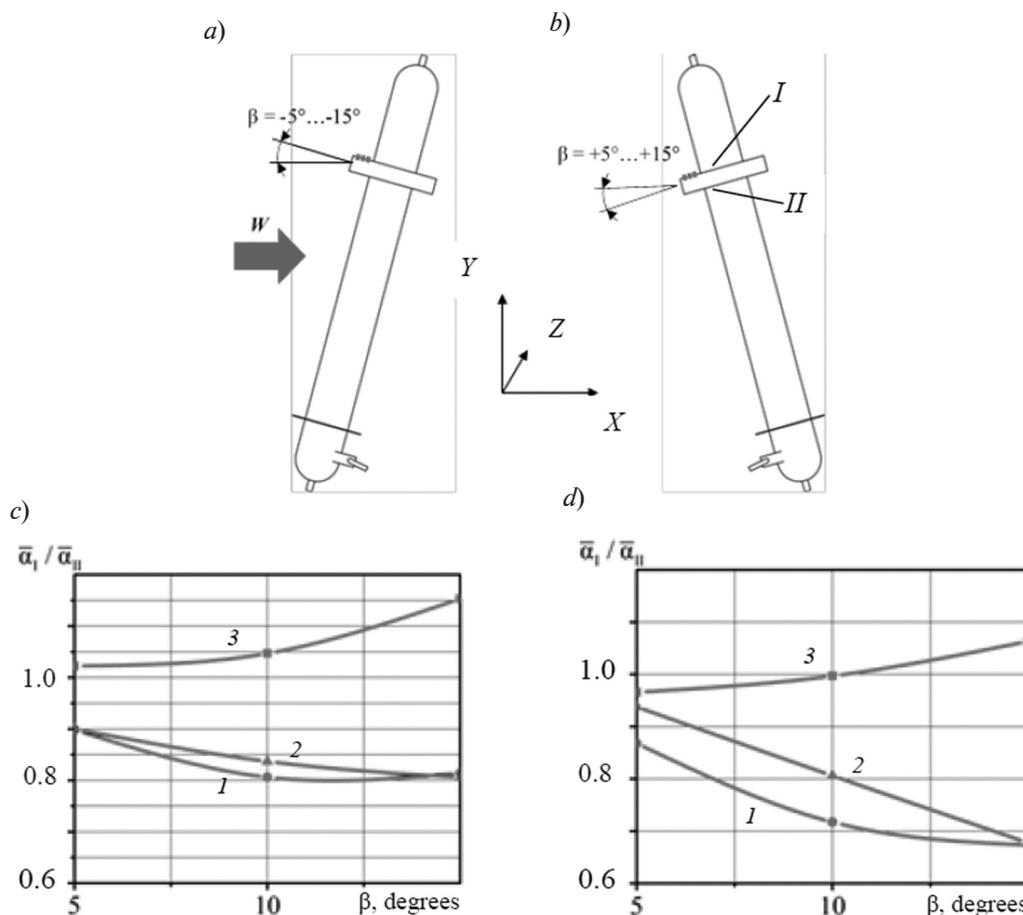


Рис. 8. Схематичное представление модели цилиндра с ребром в двух положениях (a, b) и графики зависимостей безразмерного коэффициента теплоотдачи от угла β для изотермического (c) и неизотермического (d) ребер, а также для разных значений числа Рейнольдса $Re \cdot 10^4$: 0,9 (1), 2,2 (2), 4,1 (3)

скорости воздушного потока над ребрами различной высоты. Векторы показывают направление потока в сечении светового ножа.

Полученные картины течения для ребра высотой $H = 20$ мм достаточно хорошо согласуются с результатами исследовательской работы [1]. Объяснить распределение местного коэффициента теплоотдачи по высоте ребра лишь на основе осредненных картин течения практически невозможно. Для объяснения различий в поведении величины α для идеального и неидеального ребер необходима постановка эксперимента, обеспечивающая одновременную запись картин течения, значений плотности теплового потока и температуры. Методика совместного использования теплотрии и PIV-диагностики разработана и применена в работе [5].

Визуализация течения около ребра высотой 60 мм на рис. 7, *b*, *d* иллюстрирует зону застоя у вершины ребра и вихрь на середине его высоты. Можно сделать вывод,

что форма пограничного слоя в этих случаях имеет общую структуру течения, что соответствует результатам работы [1]. Наши PIV-исследования для ребра высотой 60 мм показали наличие вихря, представленного на рис. 8. Максимум теплосъема достигается на координате $h = 20$ мм; он обусловлен возвратным вихрем, образованным при отрыве потока [3, 17].

На следующем этапе работы изучалось влияние угла атаки β между вектором скорости воздушного потока W и осью цилиндра на характеристики обтекания воздухом оребренного цилиндра. Рассматривалось ребро высотой 20 мм под углом атаки $\beta = 5 - 15^\circ$, в том же диапазоне чисел Рейнольдса [15].

Обтекание под углом относительно горизонтальной плоскости XZ в декартовой системе координат несимметрично. Цилиндр наклоняли под отрицательным углом атаки: $\beta = -(5 - 15)^\circ$ (рис. 8). Таким образом были измерены коэффициенты теплоотдачи на обеих сторонах ребра, что по-

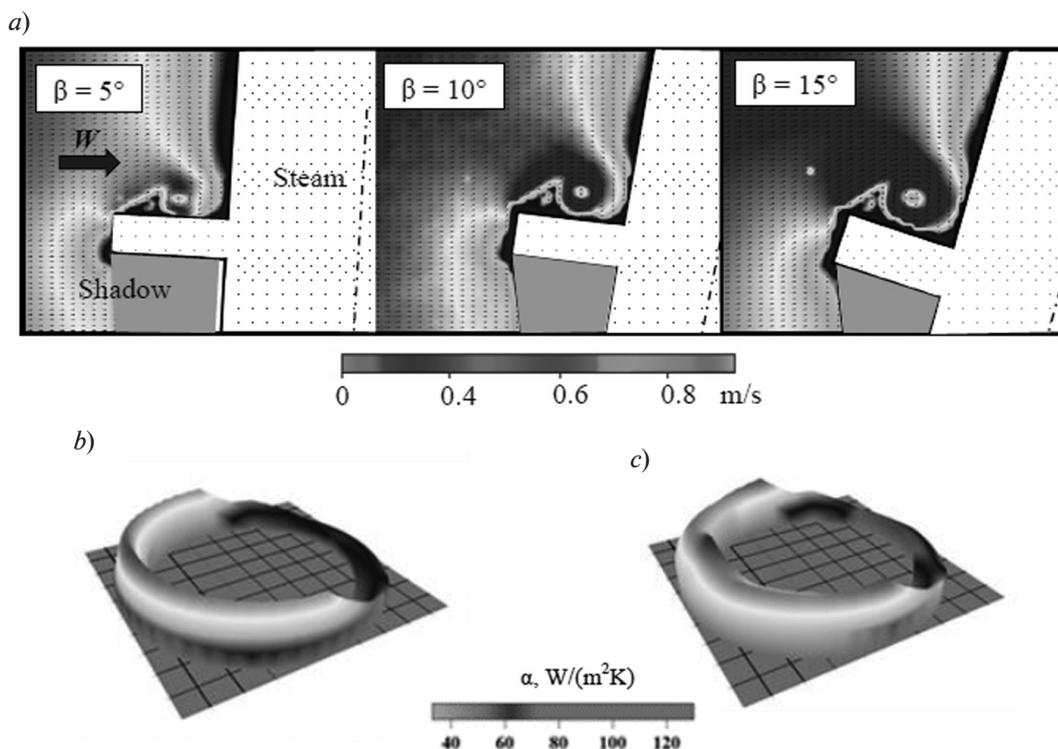


Рис. 9. Поля скорости вблизи изотермического ребра для $Re = 0,4 \cdot 10^4$ при различных углах атаки β (a), а также распределения коэффициента теплоотдачи α на верхней (b) и нижней (c) поверхностях неизотермического ребра при $\beta = 5^\circ$ и $Re = 2,1 \cdot 10^4$



зволило усреднить их по всей поверхности теплообмена.

На рис. 8 видно, что вклад среднего коэффициента теплоотдачи на нижней поверхности (I) больше, чем на верхней (J), и увеличивается с ростом угла атаки. При возрастании скорости потока наблюдается противоположная картина: наибольший вклад в средний коэффициент теплоотдачи вносит верхняя поверхность ребра (J). Получено также распределение местного коэффициента теплоотдачи по высоте изотермического и неизотермического ребер.

Анализ полей скорости, полученных при помощи PIV-диагностики, позволяет утверждать, что при изменении угла β зоны застоя и зоны с отрывными вихрями смещаются (рис. 9) с верхней поверхности на нижнюю и наоборот, а в сумме дают примерно одинаковый средний коэффициент теплоотдачи.

На рис. 9, *b*, *c* показаны также распределения коэффициента теплоотдачи по высоте неизотермического ребра в диапазоне измерений ГДТП (5, 10 и 15 мм от корня ребра) для угла $\beta = 5^\circ$ и числа Рейнольдса $Re = 2,1 \cdot 10^4$. Распределения показаны отдельно для верхней (*b*) и нижней (*c*) поверхностей ребра, так как при $\beta \neq 0$ оно несимметрично.

Заключение

На основе двух специально изготовленных моделей проведено всестороннее исследование аэродинамических и теплотеметрических характеристик металлического цилиндра, снабженного ребрами, в условиях его внутреннего подогрева и обтекания воздушным потоком. В результате проведенных измерений получены поля скорости потока вблизи изотермического и неизотермического ребер, температурное поле на его поверхности, а также значения

плотности теплового потока. Анализ этих данных позволил получить важную информацию об аэродинамических и тепловых свойствах потоков вблизи поверхности ребра. Основные итоги проделанного исследования следующие:

выявлено влияние высоты ребра на структуру потока и распределение коэффициента теплоотдачи;

показано, что на поверхности изотермического ребра при изменении угла атаки средний коэффициент теплоотдачи практически не изменяется во всем исследованном диапазоне чисел Рейнольдса, тогда как на поверхности неизотермического ребра его увеличение достигает 6,5%;

для значения числа Рейнольдса $Re = 4000$ средний коэффициент теплоотдачи на верхней поверхности ребра больше, чем на нижней, и он увеличивается с ростом угла атаки β (в случае $\beta > 0$). Когда скорость набегающего потока растет, наибольший средний коэффициент теплоотдачи достигается на нижней поверхности ребра;

в области углов поворота цилиндра $\varphi = 120 - 240^\circ$ коэффициент теплоотдачи резко снижается для всех режимов.

Впервые показана возможность совместного применения градиентной теплотеметрии, PIV- и тепловизионной диагностики для измерения коэффициента теплоотдачи на неизотермической поверхности. Такой подход позволяет исследовать поток и теплообмен на поверхности ребра в режиме реального времени и открывает новые возможности для аэродинамических и теплотеметрических исследований. Например, в дальнейшем следует рассмотреть аналогичную модель, содержащую сегментные ребра, в частности раскрытые на угол $\varphi = 120 - 240^\circ$ по пути большей дуги.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Письменный Е.Н. Теплообмен и аэродинамика пакетов поперечно оребренных труб. Киев: Альтерпрес, 2004. 244 с.
2. Hamakawa H., Matsuoka H., Hosokai K., Nishida E., Kurihara E. Characteristics of aerodynamics sound radiated from two finned

cylinders // Proc. of the ASME-2014 "Pressure Vessels and Piping Conf.". Anaheim, California, USA: ASME, 2014. Vol. 4. P. V004T04A073.

3. Bansal M. Experimental and numerical investigation of three equispaced cylinders in cross-flow. Master's thesis. Waterloo, Ontario, Canada:

University of Waterloo, 2014.

4. Дрейцер Г.А. О некоторых проблемах создания высокоэффективных трубчатых теплообменных аппаратов // Новости теплоснабжения. 2004. № 5 (45). С. 37–43.

5. Легкий В.М., Жолудов Я.С., Геращенко О.А. Локальный теплообмен одиночной поперечно омываемой круглой трубы с внешним кольцевым оребрением // Инженерно-физический журнал. 1976. Т. 30. № 2. С. 274–280.

6. Жукаускас А.А., Улинскас Р.В., Зинявичюс Ф.В. Местные характеристики теплоотдачи и обтекания шахматных пучков ребристых труб // Труды АН Литовской ССР. Сер. Б. 1984. Т. 2. № 141. С. 46–53.

7. McClure Jeff.E.J. On the planar flow development and structural loading of cylinders with circular fins in cross-flow. Waterloo, Ontario, Canada: University of Waterloo, 2015.

8. Webb R.L., Nae-Hyun Kim. Principles of enhanced heat transfer. New York: Taylor&Francis Group, 2005.

9. Сапожников С.З., Митяков В.Ю., Митяков А.В. Градиентные датчики теплового потока. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2003. 168 с.

10. Heinz O., Pyushin B., Markovich D. Application of a PDF method for the statistical processing of experimental data // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2004. Vol. 25. No. 5. Pp. 864–874.

11. Gusakov A.A., Kosolapov A.S., Markovich D.M., Mityakov A.V., Mityakov V.Y.,

Mozhayskiy S.A., Nebuchinov A.S., Sapozhnikov S.Z. Simultaneous PIV and gradient heat flux measurement of a circular cylinder in cross-flow // Appl. Mech. Mater. 2014. Vol. 629. Pp. 444–449.

12. Походун А.И. Экспериментальные методы исследований. Погрешности и неопределенности измерений. СПб.: Изд. СПбГУ ИТМ, 2006. 112 с.

13. Sparrow E.M., Gorman J.M., Friend K.S., Abraham J.P. Flow regime determination for finned heat exchanger surfaces with dimples/protrusions// Numerical Heat Transfer. Part A. Applications. 2013. Vol. 63. No. 4. Pp. 245–256.

14. Samie F., Sparrow E.M. Heat transfer from a yawed finned tube // Journal of Heat Transfer. 1986. Vol. 108. No. 2. Pp. 479–482.

15. Sumner D. Flow above the free end of a surface-mounted finite-height circular cylinder // Journal of Fluids and Structures. 2013. Vol. 43. Pp. 41–63.

16. Mityakov A., Babich A., Bashkatov A., Gusakov A., Dymkin A., Zainullina E., Sapozhnikov S., Mityakov V., Seroshtanov V. Investigating heat transfer augmentation using gradient heat flux measurement and PIV method // MATEC Web of Conf. 2017. 3rd Siberian Thermophysical Seminar. 10 July 2017. STS. 2017. Vol. 115. No. 02006, Pp. 1–4.

17. Mityakov A., Mityakov V., Sapozhnikov S., Gusakov A., Bashkatov A., Seroshtanov V., Zainullina E., Babich A. Hydrodynamics and heat transfer of yawed circular cylinder // Int. J. Heat Mass Transf. 2017. Vol. 115. Part A. December. Pp. 333–339.

Статья поступила в редакцию 27.02.2018, принята к публикации 03.05.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГУСАКОВ Андрей Александрович – кандидат технических наук, ассистент кафедры «Теплофизика энергетических установок» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
a.gusakov.spb@mail.ru

ГРЕКОВ Михаил Александрович – ассистент кафедры «Теплофизика энергетических установок» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
grekov66@yandex.ru

СЕРОШТАНОВ Владимир Викторович – ассистент кафедры «Теплофизика энергетических установок» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vladvik1992@gmail.com

REFERENCES

- [1] E.N. Pismenny, *Teploobmen i aerodinamika paketov poperechno-orebrennykh trub* [Heat exchange and aerodynamics of packages of cross-finned tubes], Alterpres, Kiev, 2004.
- [2] H. Hamakawa, H. Matsuoka, K. Hosokai, et al., Characteristics of aerodynamics sound radiated from two finned cylinders, In: Proc. of the ASME 2014, Pressure Vessels and Piping Conference, Anaheim, California, USA, ASME. (4) (2014) V004T04A073.
- [3] M. Bansal, Experimental and numerical investigation of three equispaced cylinders in cross-flow, Master's thesis, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 2014.
- [4] G.A. Dreytser, O nekotorykh problemakh sozdaniya vysokoeffektivnykh trubchatykh teploobmennyykh apparatov [On some problems of creating high-efficiency tubular heat exchangers], *Novosti teplosnabzheniya*. (5(45)) (2004) 37–43.
- [5] V.M. Legkii, Ya.S. Zholudov, O.A. Gerashchenko, Local heat exchange of a single transversely round tube with external circular fins, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 30 (2) (1976) 178–182.
- [6] A.A. Zhukauskas, R.V. Ulinskas, F.V. Zinyavichyus, Mestnyye kharakteristiki teplootdachi i obtekaniya shakhmatnykh puchkov rebristykh trub [Local characteristics of heat transfer and flow around the staggered banks of finned tubes], *Trudy AN Lit. SSR, Ser. B*. 2 (141) (1984) 46–53.
- [7] Jeff.E.J. McClure, On the planar flow development and structural loading of cylinders with circular fins in cross-flow, University of Waterloo, Waterloo, Ontario, Canada, 2015.
- [8] R.L. Webb, Nae-Hyun Kim, Principles of enhanced heat transfer, Taylor&Francis Group, New York, 2005.
- [9] S.Z. Sapozhnikov, V.Yu. Mityakov, A.V. Mityakov, *Gradiyentnyye datchiki teplovogo potoka* [Gradient heat flux sensors], Izd-vo SPbSPU, St. Petersburg, 2003.
- [10] O. Heinz, B. Ilyushin, D. Markovich, Application of a PDF method for the statistical processing of experimental data, *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 25 (5) (2004) 864–874.
- [11] A.A. Gusakov, A.S. Kosolapov, D.M. Markovich, et al., Simultaneous PIV and gradient heat flux measurement of a circular cylinder in cross-flow, *Appl. Mech. Mater.* 629 (2014) 444–449.
- [12] A.I. Pokhodun, Eksperimentalnyye metody issledovaniy. Pogreshnosti i neopredelennosti izmereniy [Experimental methods of research. Errors and uncertainties in measurements], SPbGU ITM, St. Petersburg, 2006.
- [13] E.M. Sparrow, J.M. Gorman, K.S. Friend, J.P. Abraham, Flow regime determination for finned heat exchanger surfaces with dimples/protrusions, *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*. 63(4) (2013). 245–256.
- [14] F. Samie, E.M. Sparrow, Heat transfer from a yawed finned tube, *Journal of Heat Transfer*. 108 (2) (1986) 479–482.
- [15] D. Sumner, Flow above the free end of a surface-mounted finite-height circular cylinder, A review, *Journal of Fluids and Structures*. 43 (2013) 41–63.
- [16] A. Mityakov, A. Babich, A. Bashkatov, et al., Investigating heat transfer augmentation using gradient heat flux measurement and PIV method, MATEC Web of Conferences, 2017, 3rd Siberian Thermophysical Seminar, STS 2017, 115 (10 July) (2017), No. 02006, 1–4.
- [17] A. Mityakov, V. Mityakov, S. Sapozhnikov, et al., Hydrodynamics and heat transfer of yawed circular cylinder, *Int. J. Heat Mass Transf.* 115A (December) (2017) 333–339.

Received 27.02.2018, accepted 03.05.2018.

THE AUTHORS

GUSAKOV Andrey A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
a.gusakov.spb@mail.ru

GREKOV Mikhail A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
grekov66@yandex.ru

SEROSHTANOV Vladimir V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

vladvik1992@gmail.com



АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Агапьев К.Б.	139	Король А.В.	139
Акимов В.П.	130	Котов Д.О.	119
Аниконов Д.С.	61	Лахдеранта Э.	26
Апасеев А.А.	106	Марциновский А.М.	73
Барышников С.В.	9	Меределина Т.А.	9
Бердников А.Я.	119	Милинский А.Ю.	9
Бердников Я.А.	119	Мусихин С.Ф.	41
Борисова М.Э.	96	Мусорина Т.А.	49
Греков М.А.	151	Орлов И.Д.	96
Гусаков А.А.	151	Пахотин В.А.	106
Дикий Д.В.	130	Петриченко М.Р.	49
Дюбо Д.Б.	16	Привалов В.Е.	84
Елистратова М.А.	26	Радзевич П.В.	119
Жарко С.В.	119	Романов Н.М.	26, 41
Заборова Д.Д.	49	Сероштанов В.В.	151
Закревский В.А.	106	Смирнова В.Е.	96
Захарова И.Б.	26	Соловьев А.В.	139
Иванов В.К.	139	Сочава А.А.	130
Камалов А.М.	96	Стукова Е.В.	9
Кожевников В.А.	84	Сударь Н.Т.	106
Коновалова Д.С.	61	Цыбин О.Ю.	16
Коренюгин Д.Г.	73	Черепанов А.С.	130

Научное издание

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
«ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL.
PHYSICS AND MATHEMATICS»
ТОМ 11, № 2, 2018**

Учредитель и издатель – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

Редакция

д-р физ.-мат. наук, профессор *В.К. Иванов* – председатель ред. коллегии
д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Э. Фотиади* – зам. председателя ред. коллегии
канд. физ.-мат. наук, доцент *В.М. Капралова* – ответственный секретарь
канд. физ.-мат. наук *О.А. Ящуржинская* – научный редактор, корректор
А.С. Колгатина – переводчик
Н.А. Бушманова – технический секретарь

Телефон редакции 294-22-85

Сайт <http://ntv.spbstu.ru>

E-mail: physics@spbstu.ru

Компьютерная верстка *А.Н. Смирнова*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

Подписано в печать 26.06.2018. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,8. Уч.-изд. л. 20,8. Тираж 1000. Заказ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Издательство Политехнического университета,
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ

в журнале «Научно-технические ведомости

Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки»

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Журнал «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки» является периодическим печатным научным рецензируемым изданием. Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство ПИ №ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.) и распространяется по подписке агентства «Роспечать» (индекс издания 71823).

С 2008 года журнал издавался в составе сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ». **Сохраняя преемственность и продолжая научные и публикационные традиции сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ», журнал издавали под двоякими международными стандартными сериальными номерами ISSN 1994-2354 (сериальный) 2304-9782.** В 2012 году он зарегистрирован как самостоятельное периодическое издание ISSN 2304-9782 (Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.). С 2012 г. начат выпуск журнала в двуязычном оформлении.

Издание входит в Перечень ведущих научных рецензируемых журналов и изданий (перечень ВАК) и принимает для печати материалы научных исследований, а также статьи для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук и кандидата наук по следующим основным научным направлениям: **Физика, Математика, Механика, Астрономия.** Научные направления журнала учитываются ВАК Минобрнауки РФ при защите докторских и кандидатских диссертаций в соответствии с Номенклатурой специальностей научных работников.

Журнал представлен в Реферативном журнале ВИНТИ РАН и включен в фонд научно-технической литературы (НТЛ) ВИНТИ РАН, а также в международной системе по периодическим изданиям «Ulrich's Periodicals Digest». Индексирован в базе данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ).

Периодичность выхода журнала – 4 номера в год.

Редакция журнала соблюдает права интеллектуальной собственности и со всеми авторами научных статей заключает издательский лицензионный договор.

2. ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДСТАВЛЯЕМЫМ МАТЕРИАЛАМ

2.1. Оформление материалов

1. Рекомендуемый объем статей – 12-20 страниц формата А-4 с учетом графических вложений. Количество графических вложений (диаграмм, графиков, рисунков, фотографий и т.п.) не должно превышать шести.

2. Число авторов статьи, как правило, не должно превышать пяти человек.

3. Авторы должны придерживаться следующей обобщенной структуры статьи: вводная часть (актуальность, существующие проблемы – объем 0,5 – 1 стр.); основная часть (постановка и описание задачи, методика исследования, изложение и обсуждение основных результатов); заключительная часть (предложения, выводы – объем 0,5 – 1 стр.); список литературы (оформление по ГОСТ 7.0.5-2008).

В списки литературы **рекомендуется** включать ссылки на научные статьи, монографии, сборники статей, сборники конференций, электронные ресурсы с указанием даты обращения, патенты.

Как правило, **нежелательны** ссылки на диссертации и авторефераты диссертаций (такие ссылки допускаются, если результаты исследований еще не опубликованы, или не представлены достаточно подробно).

В списки литературы **не рекомендуется** включать ссылки на учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций, ГОСТы и др. нормативные документы, на законы и постановления, а также на архивные документы (если все же необходимо указать такие источники, то они оформляются в виде сносок).

Рекомендуемый объем списка литературы для обзорных статей – не менее 50 источников, для остальных статей – не менее 10.

Доля источников давностью менее 5 лет должна составлять не менее половины. Допустимый процент самцитирования – не выше 10 – 20. Объем ссылок на зарубежные источники должен быть не менее 20%.

4. УДК (UDC) оформляется и формируется в соответствии с ГОСТ 7.90-2007.

5. Набор **текста** осуществляется в редакторе **MS Word**.

6. **Формулы** (включая мелкие), а также символы и обозначения набираются в редакторе MathType (не во встроеном редакторе Word). **Таблицы** набираются в том же формате, что и основной текст. В тексте буква «ё» заменяется буквой «е» и оставляется только в фамилиях.

7. **Рисунки** (в формате .tiff, .bmp, .jpeg) и **таблицы** оформляются в виде отдельных файлов. Рисунки представляются на английском языке и только в черно-белом варианте. Шрифт – **Times New Roman**, размер шрифта основного текста – 14, интервал – 1,5. Таблицы большого размера могут быть набраны кеглем 12. Параметры страницы: поля слева – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – 1,5 см. Текст размещается без переносов. Абзацный отступ – 1 см.

2.2. Представление материалов

1. Представление всех материалов осуществляется в электронном виде через электронную редакцию (<http://journals.spbstu.ru>). После регистрации в системе электронной редакции автоматически формируется персональный профиль автора, позволяющий взаимодействовать как с редакцией, так и с рецензентом.

2. Вместе с материалами статьи должно быть представлено экспертное заключение о возможности опубликования материалов в открытой печати.

3. Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст без названия, списка литературы, аннотации и ключевых слов, фамилий и сведений об авторах. Все эти поля заполняются отдельно через электронную редакцию.

2.3. Рассмотрение материалов

Предоставленные материалы (п. 2.2) первоначально рассматриваются редакционной коллегией и передаются для рецензирования. После одобрения материалов, согласования различных вопросов с автором (при необходимости) редакционная коллегия сообщает автору решение об опубликовании статьи. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

При отклонении материалов из-за нарушения сроков подачи, требований по оформлению или как не отвечающих тематике журнала материалы не публикуются и не возвращаются.

Редакционная коллегия не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

При поступлении в редакцию значительного количества статей их прием в очередной номер может закончиться **ДОСРОЧНО**.

**Более подробную информацию можно получить по телефону редакции:
(812) 294-22-85 с 10.00 до 18.00 – Наталья Александровна
или по e-mail: physics@spbstu.ru**