



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

DOI: 10.18721/JPM.10303

УДК 004.942

ВЛИЯНИЕ ВЫБОРА УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОДВОДНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЗРЫВА ПРОВОДНИКОВ

А.И. Ряховский, В.И. Антонов, Н.В. Калинин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе исследовано влияние выбора уравнений состояния (УРС) плазмы металлов и воды на результаты численного моделирования электрического взрыва проводников в воде. Для сравнения различных УРС используется одномерная, цилиндрически симметричная магнитогидродинамическая модель взрыва проволоки. Результаты численного моделирования сравниваются с экспериментальными данными по микро- и наносекундному взрывам. Использование рассмотренных уравнений состояния и моделей транспортных коэффициентов позволяет получить результаты, более близкие к экспериментальным, и более точно воспроизвести термодинамическую эволюцию системы. Проведенное сравнение выявило среди ряда УРС наиболее подходящие для использования в моделировании электрического взрыва.

Ключевые слова: магнитная гидродинамика; электрический взрыв проводников; уравнение состояния; плазма металла

Ссылка при цитировании: Ряховский А.И., Антонов В.И., Калинин Н.В. Влияние выбора уравнений состояния на результаты численного моделирования подводного электрического взрыва проводников // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2017. Т. 10. № 3. С. 26–37. DOI: 10.18721/JPM.10303

THE EOS CHOICE EFFECT ON THE SIMULATED RESULTS OBTAINED FOR AN UNDERWATER ELECTRICAL EXPLOSION OF CONDUCTORS

A.I. Ryakhovskiy, V.I. Antonov, N.V. Kalinin

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

In the paper, the effect of the choice of equations of state (EOSs) depicting the states of metal plasma and water on the simulated results obtained for an underwater electrical explosion of conductors has been analyzed. In order to compare various EOSs, a one-dimensional, cylindrically symmetrical, magnetohydrodynamic model of an underwater wire explosion was employed. The simulated results were compared with the experimental data on both micro- and nanosecond explosions of aluminum and copper wires. The right choice of EOSs and the model of transportation coefficients allowed us to improve the agreement between the experimental and simulated data and to replicate the thermodynamic evolution of the system more closely. The made comparison revealed the most appropriate EOSs for application to simulation of an electrical explosion.

Key words: magnetohydrodynamics; electrical explosion of conductors; metal plasma; equation of state

Citation: A.I. Ryakhovskiy, V.I. Antonov, N.V. Kalinin, The EOS choice effect on the simulated results obtained for an underwater electrical explosion of conductors, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 10 (3) (2017) 26–37. DOI: 10.18721/JPM.10303

Введение

Электрическим взрывом проводников (ЭВП) называют процесс резкого расширения вещества в ходе интенсивного джоулева нагрева объема металла импульсом электрического тока. Данное явление представляет интерес как с практической, так и с теоретической точек зрения. Практический интерес к ЭВП обусловлен широким спектром его применений, включающим методы создания источников мягкого излучения, генерации ударных волн и синтеза энергонасыщенных наночастиц. Теоретический интерес направлен на изучение сложного многофазного явления, связанного с поведением вещества в экстремальных термодинамических условиях [1]; явление относится к области физики высоких плотностей энергии. Электрический взрыв в воде, рассматриваемый в данной работе, является инструментом создания ударных волн, применяемых в штамповке, и объектом анализа химических реакций на границе расплавленного металла и воды.

Ключевую роль в изучении электрического взрыва играет математическое моделирование. Существующие на сегодняшний день модели способны дать качественно полную картину разряда во взрываемом проводнике и последующей эволюции системы. Количественно точные оценки распределений термодинамических параметров, однако, представляют собой более сложную задачу, ввиду ограниченности диапазонов применимости моделей.

На данный момент не создано единой теории, способной обеспечить точную оценку термодинамических свойств вещества в достаточно широкой области фазового пространства. Свойства вещества в большинстве математических моделей описываются уравнениями состояния и формулами для транспортных коэффициентов. Правильный выбор уравнений, таким образом, является одним из ключевых усло-

вий при разработке математической модели ЭВП.

В данной работе, наряду с уже опробованными в моделировании уравнениями состояний (УРС), рассмотрены их более современные аналоги и проанализирована их применимость к описанию процессов, протекающих в веществе на протяжении электрического взрыва.

Обзор уравнений состояния

Уравнением состояния называется соотношение, связывающее между собой термодинамические параметры системы. Эти соотношения могут быть представлены как в виде явных формул, определяющих зависимости давления и внутренней энергии от плотности и температуры, так и в форме выражений для свободной энергии системы. Из таких выражений соответствующие явные формулы можно получить посредством дифференцирования.

Электрический взрыв проводников представляет собой комплексный многофазный процесс, что накладывает определенные требования на используемое уравнение состояния. Перед исследователем стоит задача сделать выбор: использовать только одно широкодиапазонное уравнение или переключаться между различными уравнениями, учитывая зависимости от термофизических параметров. Как уже отмечено выше, на данный момент отсутствует единая теория, с помощью которой можно было бы точно описать поведение системы на протяжении всего взрыва. Однако для большинства известных стадий и аспектов явления имеются модели, работающие в ограниченном диапазоне.

Уравнения состояния в физике высоких плотностей энергии можно условно подразделить по признаку их построения на два типа: основанные на опыте (эмпирические) и на фундаментальных принципах.

УРС первого типа строятся путем поис-

ка генеральных соотношений между термодинамическими величинами и подбором необходимых коэффициентов.

УРС второго типа выводятся из известных теоретических законов, описывающих поведение вещества на атомном и молекулярном уровнях.

Кроме этих, имеются также гибридные уравнения, которые совмещают два указанных типа построения. Наиболее адекватные описания рассматриваемого явления, которые применяются на сегодняшний день, содержат в качестве УРС и моделей транспортных коэффициентов экспериментально полученные табличные значения. Такой подход, однако, накладывает существенные ограничения на применимость модели и увеличивает вычислительную сложность задачи. Более подробная классификация подходов к построению УРС в физике высоких плотностей энергии приведена на диаграмме (рис. 1). По горизонтальной оси отложена плотность, нормализованная на плотность в критической точке, по вертикальной оси — температура kT в электронвольтах (k — постоянная Больцмана).

В задачах данного типа чаще всего используются такие УРС, как приближение

среднего иона Васко [2] и уравнение Мура [3]. Однако к одному из главных недостатков этих уравнений следует отнести их неспособность адекватно описать область метастабильных состояний. В последние годы были предложены УРС, у которых этот недостаток отсутствует. Два таких уравнения будут рассмотрены в данной работе.

Первое из них, разработанное А. Рэем [4], дополняет принципы, использованные при построении уравнения Мура, более точным учетом ионной составляющей давления и моделью мягких сфер Леннарда — Джонса в области насыщенного пара.

Второе уравнение, предложенное А.Л. Хомкиным и А.С. Шумихиным [5], помимо этой модели, дополнительно учитывает межчастичные взаимодействия между конкретными типами молекул и ионов. Кроме самого УРС, в вышеупомянутой статье также предложена модель транспортных коэффициентов, основанная на тех же принципах.

С.Н. Колгатин [6] предложил использовать в качестве УРС интерполяционное уравнение. Это полуэмпирическое соотношение, где отдельно учитываются тепловая, упругая ионизационная и диссоциацион-

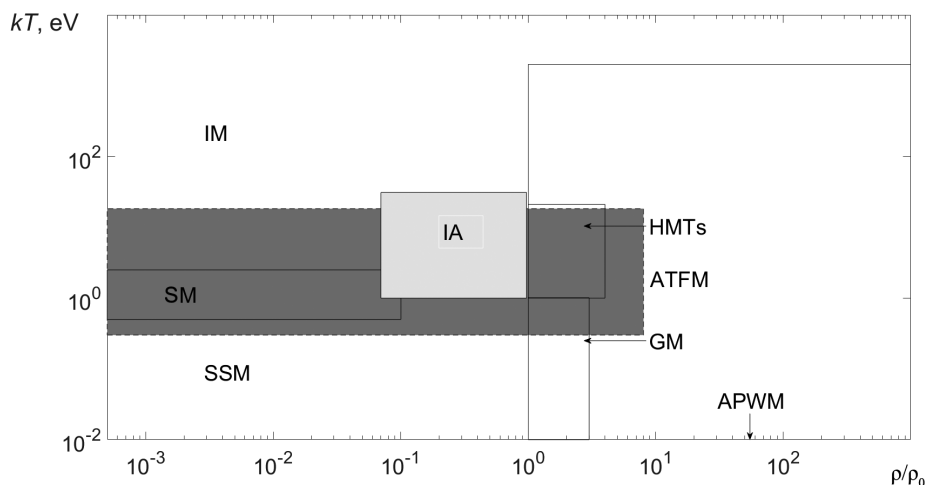


Рис. 1. Диаграмма применимости различных подходов к построению уравнений состояния (УРС).

Темно-серым фоном выделена область, представляющая интерес для описания электрического взрыва проводников:

SM, GM, ATFM — модели Саха, Грюнайзена, скорректированная модель Томаса — Ферми, соответственно; SSM, IM — модели мягких сфер и ионизационная; IA — интерполяционная область, HMTs — теории жидкого металла, APWM — метод расширенной плоской волны

ная составляющие давления и внутренней энергии. Коэффициенты в выражениях для этих составляющих подобраны для различных металлов на основе экспериментальных данных.

Помимо модели состояния и транспортных коэффициентов плазмы металла, для расчета подводного ЭВП необходима аналогичная модель для воды. Для этой цели удобно использовать другое уравнение Колгатина [7]. Оно позволяет сэкономить вычислительное время по сравнению с таковым для табличных моделей.

Использованная математическая модель

При моделировании физических процессов в плазме возможны различные подходы. Для математического описания ЭВП главным образом применяются методы молекулярной динамики [8] и магнитогидродинамический (МГД) [9]. В данной работе использован метод МГД. В его пользу говорят широкая применимость, способность описать различные стадии процесса и наименьшие вычислительные требования, необходимые для получения приемлемой точности.

МГД-модель ЭВП включает уравнения неразрывности, движения и энергии, а также уравнения электромагнитного поля. УРС замыкают систему уравнений. Кроме того, систему следует дополнить выражениями для вычисления транспортных коэффициентов. В подобных задачах таким дополнением зачастую служат модели Мура – Ли [10] и Беспалова – Полищука [11]. Последняя использовалась нами вместе со всеми УРС, кроме уравнений Хомкина – Шумихина [5] (для них имеется отдельная модель).

Мы решали задачу в Лагранжевых массовых переменных. Такой подход позволил упростить расчет положения границы раздела сред между металлом и внешней средой. В Лагранжевых массовых переменных одномерная осесимметричная система уравнений МГД для нашей задачи выглядит следующим образом [12]:

$$\frac{d}{dt} \frac{1}{\rho} = \frac{d}{ds} (rv), \quad \frac{\partial v}{\partial t} = -r \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{f}{\rho},$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = -p \frac{\partial (rv)}{\partial s} - \frac{\partial W}{\partial s} + Q_j - S_{rad},$$

$$W = -\kappa r \frac{\partial T}{\partial s},$$

$$f = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial s} \frac{(rH_\phi)^2}{8\pi}, \quad Q_j = \frac{J \cdot E_z}{\rho},$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{H_\phi}{\rho r} = \frac{\partial E_z}{\partial s}, \quad E_z = \frac{\rho}{4\pi\sigma} \frac{\partial}{\partial s} (rH_\phi),$$

$$p = p(\rho, T), \quad \varepsilon = \varepsilon(\rho, T),$$

$$\kappa = \kappa(\rho, T), \quad \sigma = \sigma(\rho, T).$$

Здесь W – плотность теплового потока, ε – внутренняя энергия, s – пространственная Лагранжева переменная; r – длина радиус-вектора; v – скорость; ρ , T , p – плотность, температура и давление, соответственно; κ , σ – тепло- и электропроводность; H_ϕ – азимутальная составляющая напряженности магнитного поля; E_z – осевая составляющая напряженности электрического поля; J – полный ток; f – сила Ампера; Q_j – мощность джоулева тепловыделения; S_{rad} – мощность излучения.

Величина S_{rad} вычисляется в приближении оптически тонкого слоя или в приближении лучистой теплопроводности, в зависимости от локальной средней длины пробега фотонов:

$$S_{rad} = \begin{cases} \frac{\partial W_r}{\partial s}, l_p \ll L, \\ \frac{\partial W_p}{\partial s}, l_p \gg L; \end{cases}$$

$$W_r = \frac{16\sigma l_r T^3}{3} \frac{\partial T}{\partial s}, \quad \frac{\partial W_p}{\partial s} = 4\kappa_p \sigma T^4.$$

Здесь W_r , W_p – плотности потоков излучения по Росселанду и по Планку, соответственно; L – характерный размер задачи; κ_p – коэффициент поглощения, усредненный по Планку; l_r – длина среднего пробега фотонов, усредненная по Росселанду.

Оценки этих величин проведены аналогично представленным в работе [13].

Граничные условия на левой границе расчетной области (оси) выбирались из соображений симметрии. Для получения условия для напряженности магнитного

поля на правой границе требовалось решение электротехнического уравнения цепи:

$$L_0 \frac{dJ}{dt} + R_0 J - V(t) + E_z(M, t) = -2 \frac{d}{dt} \left(J(t) \ln \frac{R_*}{R(t)} \right),$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{J}{C_0}, \quad V(0) = V_0, \quad J(0) = J_0,$$

$$H_\phi(t) = \frac{2J(t)}{R(t)}.$$

Детальное пояснение обозначений параметров цепи L_0 , R_0 , V , V_0 , C_0 и R_* можно найти в работе [12].

В начальный момент времени задавалась нулевая скорость во всей расчетной области. Кроме того, для температуры и давления внешней среды задавались начальные значения, а для термодинамических параметров металла – параболический профиль. Параметры начального профиля температуры и давления варьировались с целью достижения лучшего соответствия экспериментальным данным.

Для решения поставленной задачи использовался метод, построенный на принципе локального расщепления по физическим процессам; его прототип был описан А.А. Самарским и Ю.П. Поповым [12]. Система линеаризовалась с помощью метода Ньютона, каждая итерация которого разрешается методом отдельных прогонок. Используемая разностная схема полностью консервативна, что означает автоматическое выполнение законов сохранения для полной энергии и для различных типов энергии, а также неявна по времени, что позволило избежать проблем со сходимостью.

Отличительной чертой программного кода, созданного в рамках данного исследования, является возможность использования различных УРС. Разработанная нами программа пригодна для расчета гидродинамического поведения продуктов электрического взрыва при прохождении через них сильноточного разряда [1].

Сравнение расчетных результатов с экспериментальными данными

Ввиду технической невозможности измерения распределений термодинамических величин по всему объему вещества, для проверки численных результатов были использованы экспериментальные временные зависимости положений как границы плазмы с внешней средой, так и ударной волны. Другими известными экспериментальными данными были зависимости значений температуры границы плазмы с внешней средой от времени, полученные в результате радиационного анализа.

Результаты численного эксперимента сравнивались с экспериментальными данными, полученными в работах А. Гриненко [14] и Т. Сасаки [15]. В обеих статьях представлены и результаты численного моделирования. При расчетах мы использовали приведенные там сведения о параметрах импульса, истории энерговыклада и др. Схема цепи разрядных установок, использованных в экспериментах, приведена на рис. 2.

Первый смоделированный эксперимент (Э1) представлял собой микросекундный разряд конденсатора под напряжением 10 кВ через алюминиевую проволоку 1 радиусом $r_0 = 0,10$ мм, погруженную в воду [15]. В математической модели из указанной работы использовались уравнения состояния Коула

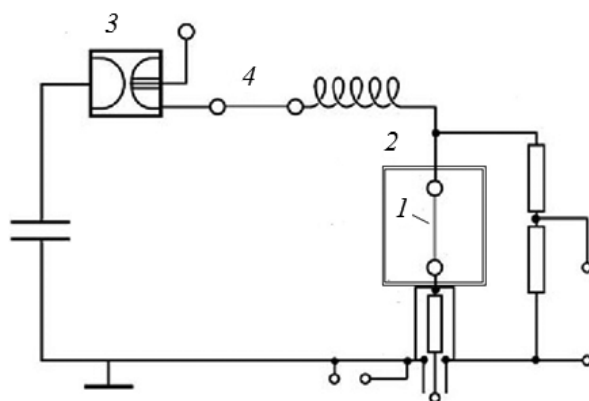


Рис. 2 [15]. Электрическая схема экспериментальной установки:

1 – взрываемаемая проволочка, 2 – разрядная камера, 3 – выключатель, 4 – прерыватель. Имеются также резисторы, конденсатор и индуктивность

[16], а также УРС Мура и модель транспортных коэффициентов Мура – Ли для плазмы металла и IAPWS95 [17] для воды.

Вторым смоделированным экспериментом (Э2) являлся наносекундный взрыв медной проволоочки в воде с энергией около 0,7 кДж. Максимальная мощность энергоклада составляла примерно 60 Вт, а пиковый энергоклад был 60 эВ/атом. Математическая модель в оригинальной работе была также дополнена УРС Мура для металла. Состояние воды описывалось уравнением, основанным на экспериментальных данных Бриджмана [18]. В работе А. Гриненко [14] также была использована модель транспортных коэффициентов Беспалова – Полищука.

Известные параметры цепи в Э1 подставлялись в электротехническое уравнение для получения граничного условия напряженности магнитного поля. В Э2 данные об энергокладе применялись при составлении уравнения энергии, а также при подборе граничного условия для уравнений магнитного поля в ходе расчета удельной электромагнитной силы.

Наш подбор начальных распределений термодинамических параметров позволил

улучшить согласие численных результатов с экспериментальной картиной, по сравнению с оригинальной работой [14]; при этом не потребовалось усложнять математическую модель. Наилучшее соответствие экспериментальным данным (для всех рассмотренных УРС) было получено при использовании профилей температуры, приведенных на рис. 3.

Далее представлены численные расчетные данные для временных зависимостей радиуса плазменного шнура, положения ударной волны и температуры на границе плазмы и внешней среды и проведено их сравнение с соответствующими экспериментальными данными. На графиках представлены результаты вычислений с помощью уравнения состояния и модели транспортных коэффициентов Хомкина и Шумихина, как дающие наилучшее совпадение с результатами экспериментов. В качестве метрики использовалось среднее квадратичное отклонение от экспериментальных данных, рассчитанное по двадцати контрольным точкам, равномерно распределенным по временной оси. Полученные нами значения отклонений при использовании каждого из УРС приведены в табли-

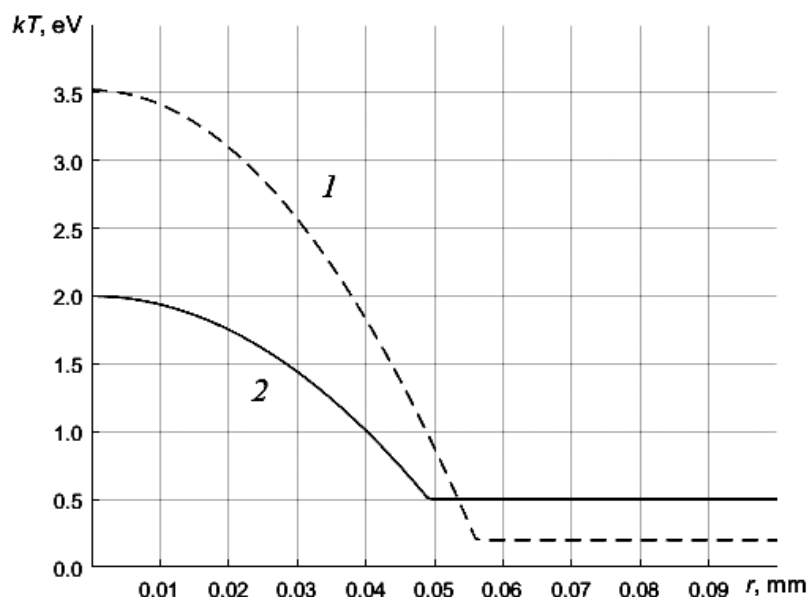


Рис. 3. Радиальные профили температуры для медной (1) и алюминиевой (2) проволочек, выбранные нами в качестве начальных условий (профили взяты из работ [14] и [15] соответственно)

Таблица

Сравнение средних отклонений от экспериментальных данных, полученных разными авторами, при использовании различных уравнений состояния

Кем проведено сравнение	Источник, откуда взято уравнение состояния	Среднее отклонение расчета от эксперимента [источник экспериментального результата]			
		Δr_1 , мм	Δr_2 , мм		$\Delta(kT)$, эВ
		Для радиуса ударной волны r_1	Для положения плазменного шнура r_2		Для температуры kT на границе плазма – внешняя среда
		[15]	[15]	[14]	[14]
Настоящая статья	Баско [2]	0,110	0,026	0,006	0,209
	More, et al. [3]	0,133	0,026	0,007	0,213
	Ray, Srivastava [4]	0,053	0,024	0,004	0,131
	Khomkin, Shumikhin [5]	0,047	0,023	0,003	0,106
	Колгатин, Хачатурьянц [7]	0,091	0,022	0,005	0,170
Grinenko, et al. [14]	Grinenko, et al. [14]	–	–	0,017	0,565
Sasaki, et al. [15]	Sasaki, et al. [15]	0,390	0,037	–	–

Примечание. Сравнение расчетных и экспериментальных данных проведено по 20 контрольным точкам.

це наряду с аналогичными результатами из статей-источников [14, 15].

Использование уравнения состояния, предложенного С.Н. Колгатиным для воды, позволило добиться лучшего согласия с экспериментом Э2, по сравнению с полученным в работе [14], без затрат вычислительной мощности на обращение к табличным данным.

В результате численного решения задачи расчета микросекундного взрыва с использованием УРС, литературные источники для которых приведены в таблице, нам удалось добиться лучшего согласия между смоделированным и экспериментально полученным поведением ударной волны. Динамика же движения границы между плазмой и металлом, которая, по нашему мнению, рассчитана достаточно хорошо и в оригинальной работе [15], была численно точнее передана нами при меньших затратах на вычисления.

На рис. 4, а представлены временные за-

висимости расстояния от начальной точки до границы металл – вода по радиальной координате при микросекундном взрыве алюминиевой проволоочки (эксперимент Э1), полученные Т. Саками в работе [15]. График отражает движение границы между плазмой металла и водой в процессе взрыва. На рис. 4, б приведены экспериментальные данные Э1 и их моделирование, выполненное тем же автором, но представлены временные зависимости расстояния от начального положения границы плазменного шнура (динамика фронта ударной волны).

Основным недостатком численного решения, полученного в работе [15], по нашему мнению, является различие графиков движения ударных волн, полученных расчетным и экспериментальным путями (рис. 4), и, главным образом, непостоянство расчетной скорости. Это может означать избыток искусственной вязкости в численном решении. Необходимость в высокой численной вязкости может быть вы-

звана использованием недостаточно устойчивой разностной схемы. В наших расчетах данная особенность была устранена при помощи перехода к неявной схеме. Альтернативным объяснением того результата, что расчетная динамика положения фронта ударной волны оказалась нелинейной, может быть неверное предположение о характере энергетического вклада в развитие процесса.

Рис. 4 наглядно демонстрирует улучшение соответствия численно и эксперимен-

тально полученных временных зависимостей радиуса ударной волны и положения границы металл – плазма в эксперименте Э1.

Численные результаты по второму из рассмотренных экспериментов (Э2), приведенные в работе [14], удалось улучшить, благодаря подбору начальных условий, учету излучения и изменению модели транспортных коэффициентов. Модель Беспалова – Полищука, использованная авторами работы [14], однако, по-прежнему хорошо работает для описания качественно адек-

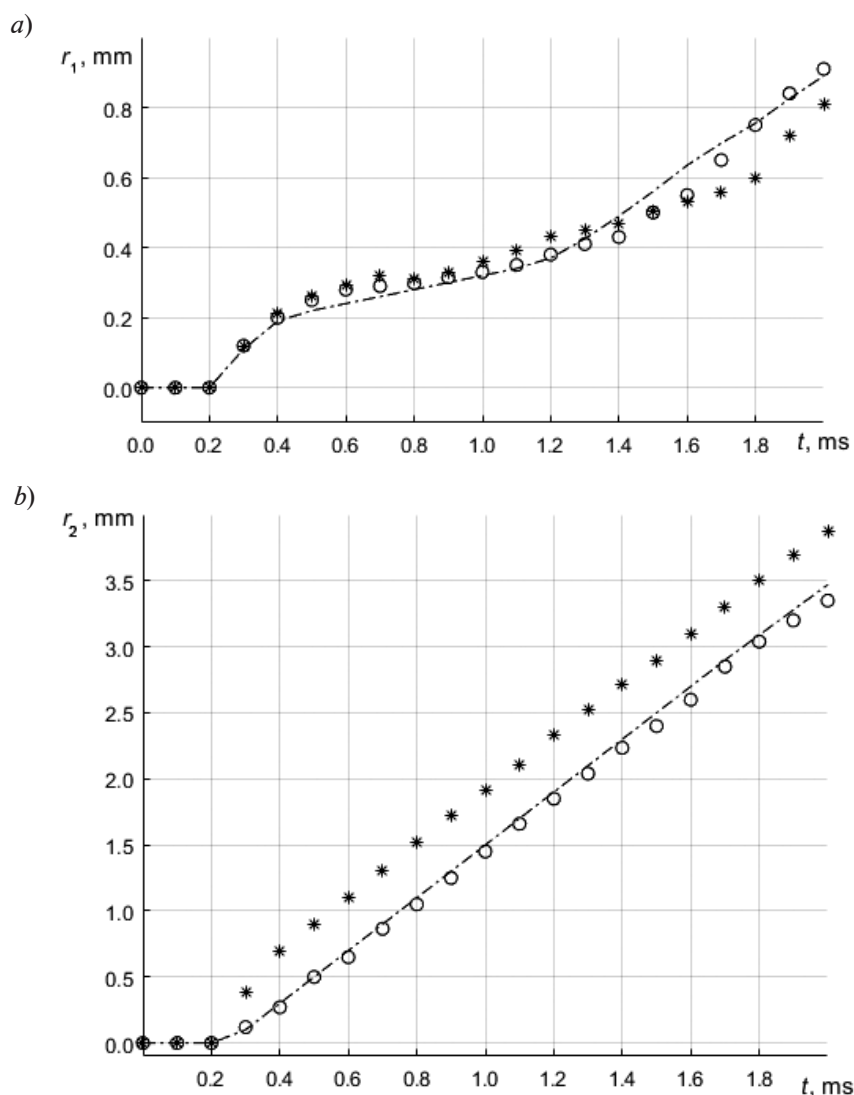


Рис. 4. Сравнение расчетных результатов (звездочки [15] и линия) на соответствие экспериментальным данным (кружки) работы [15] по микросекундному взрыву алюминиевой проволоки в воде (Э1): динамика движения границы между плазмой металла и водой (а) и движения фронта ударной волны (б); линия показывает зависимость, рассчитанную нами при помощи созданной программы

ватной картины процесса. Так же, как и для случая микросекундного взрыва, нами была получена более близкая к экспериментальной картина гидродинамического поведения системы.

На рис. 5, *a* представлены графики движения границы между металлом и плазмой, полученные экспериментально и численно

в эксперименте Э2. На рис. 5, *b* приведены графики изменения температуры на этой границе для того же самого эксперимента.

Данные, представленные на рис. 5, демонстрируют лучшее соответствие динамики границы раздела сред и более верное отражение изменения температуры этой границы со временем.

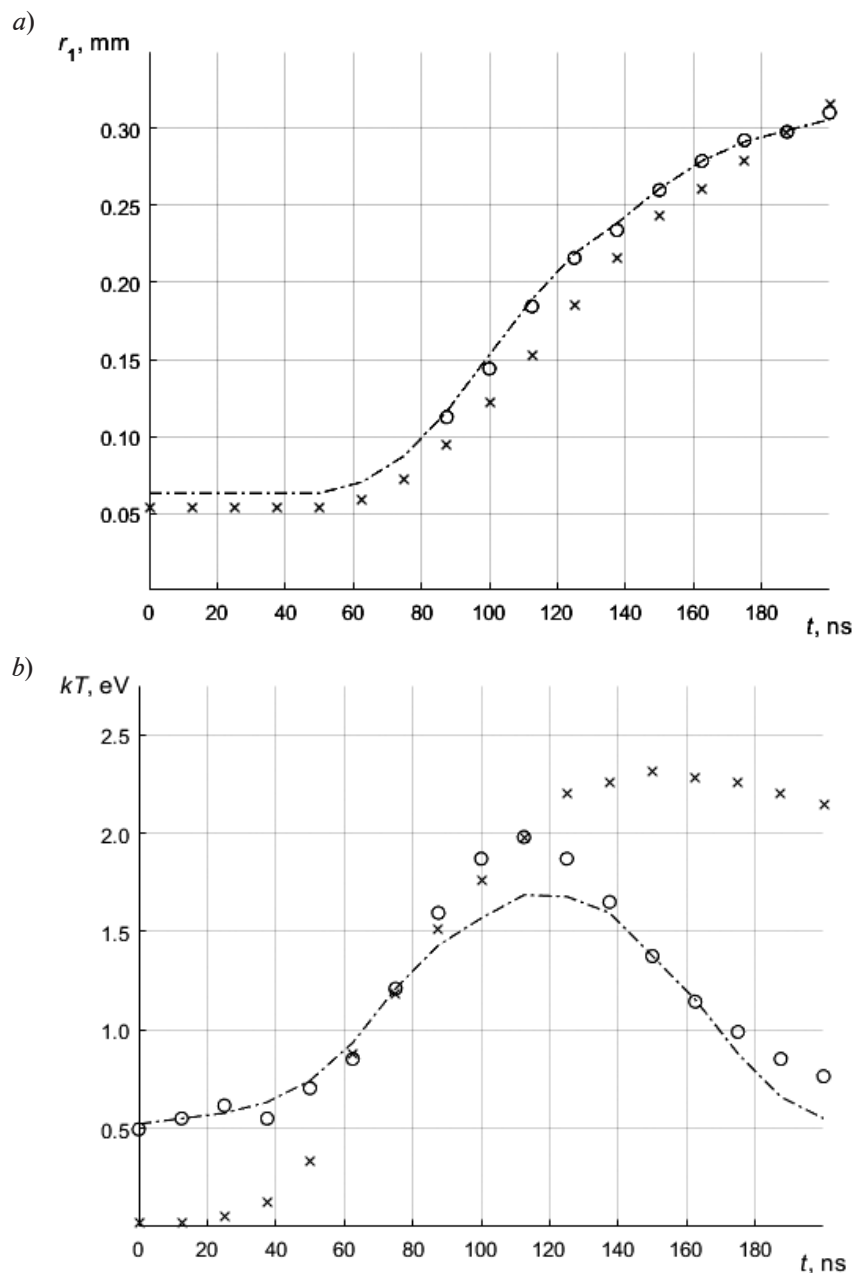


Рис. 5. Сравнение расчетных результатов (крестики [14] и линия) на соответствие экспериментальным данным (кружки) работы [14] по наносекундному взрыву медной проволоочки в воде (Э2): динамика движения границы между плазмой металла и водой (*a*) и температуры на этой границе (*b*); линия показывает зависимость, рассчитанную нами при помощи созданной программы

Из рис. 5, *b* следует, что наибольшее расхождение с экспериментом проявляется в момент пикового нагрева границы плазмы металла и воды. Важно отметить, что максимум расхождения для указанного момента наблюдался при расчетах с использованием всех рассмотренных уравнений состояния. Отсюда логично предположить, что источник полученного расхождения стоит искать в других аспектах модели. Причиной может являться завышенная оценка энергетических потерь на излучение в математической модели, в силу неточности использованных нами приближений. Необходимо глубже исследовать влияния различных моделей излучения на результаты моделирования. Важную роль также может играть точность учета вклада чистой теплопроводности в теплообмен.

Заключение

Сравнение численных результатов с экспериментальными данными показало,

что все рассмотренные уравнения состояния (УРС) практически пригодны для моделирования гидродинамического поведения системы. При использовании каждого из рассмотренных УРС нам удавалось получить картину, близкую к экспериментальной. Различий в применимости УРС к моделированию стадии разлета продуктов микро- и наносекундных электрических взрывов проводников разной природы выявлено не было. Наиболее близкое совпадение с имеющимися экспериментальными данными давало использование УРС и модели транспортных коэффициентов, предложенных А.Л. Хомкиным и А.С. Шумихиным. Эти же уравнения являются и самыми сложными как с точки зрения вычислительной нагрузки, так и программирования. В моделях, где не требуется высокой точности, целесообразно использовать более простые уравнения состояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурцев В.Л., Калинин Н.В., Лучинский А.В. Электрический взрыв проводников и его применение в электрофизических установках. М.: Энергоатомиздат, 1990. 288 с.
2. Баско М.М. Уравнение состояния металлов в приближении среднего иона // Теплофизика высоких температур. 1985. Т. 23. № 3. С. 483–491.
3. More R.M., Warren K.H., Young D.A., Zimmerman G.B. A new quotidian equation of state (QEOS) for hot dense matter // Physics of Fluids. 1988. Vol. 31. No. 10. Pp. 3059–3078.
4. Ray A., Srivastava M.K., Kondayya G., Menon S.V.G. Improved equation of state of metals in the liquid-vapor region // Laser and Particle Beams. 2006. Vol. 24. No. 3. Pp. 437–445.
5. Хомкин А.Л., Шумихин А.С. Уравнение состояния, состав и проводимость плотной плазмы паров металлов // Теплофизика высоких температур. 2014. Т. 52. № 3. С. 335–344.
6. Колгатин С.Н. Простые интерполяционные уравнения состояния азота и воды // Журнал технической физики. 1995. Т. 65. № 7. С. 1–9.
7. Колгатин С.Н., Хачатурьянц А.В. Интерполяционные уравнения состояния металлов // Теплофизика высоких температур. 1982. Т. 20. № 3. С. 447–451.
8. Alder B.J., Wainwright T.E. Molecular dynamics by electronic computers // Transport Processes in Statistical Mechanics. Proceedings of Symposium, 1958. Pp. 97–131.
9. De Hoffmann F., Teller E. Magneto-hydrodynamic shocks // Physical Review. 1950. Vol. 80. No. 4. P. 692.
10. Lee Y.T., More R.M. An electron conductivity model for dense plasmas // Physics of Fluids. 1984. Vol. 27. No. 5. Pp. 1273–1286.
11. Беспалов И.М., Полищук А.Я. Методика расчета транспортных коэффициентов плазмы в широком диапазоне параметров. М.: ИВТАН, 1988. 36 с.
12. Самарский А.А., Попов Ю.П. Разностные методы решения задач газовой динамики. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. 424 с.
13. Четверушкин Б.Н. Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука, 1985. 304 с.
14. Grinenko A., Krasik Y.E., Efimov S., Fedotov A., Gurovich V.T., Oreshkin V.I. Nanosecond time scale, high power electrical wire explosion in water // Physics of Plasmas. 2006. Vol. 13. No. 4. P. 042701.
15. Sasaki T, Yano Y., Nakajima M., Kawamura T., Horioka K. A comparative study of equation of state and conductivity for warm dense matter using pulsed-power wire discharges in water // Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing. 2008.

Vol. 112. No. 4. P. 042026.

16. **Cole R.H., Weller R.** Underwater explosions // *Physics Today*. 1948. Vol. 1. No. 6. P. 35.

17. **Wagner W., Pruß A.** The IAPWS formulation 1995 for the thermodynamic properties of ordinary

water substance for general and scientific use // *Journal of Physical and Chemical Reference Data*. 2002. Vol. 31. No. 2. Pp. 387–535.

18. **Баум Ф.А., Орленко Л.П. Станюкович К.П.** Физика взрыва. М.: Наука, 1975. 744 с.

Статья поступила в редакцию 29.09.2016, принята к публикации 08.06.2017.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

РЯХОВСКИЙ Алексей Игоревич – аспирант кафедры высшей математики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
alexey.i.ryakhovskiy@mail.ioffe.ru

АНТОНОВ Валерий Иванович – доктор технических наук, заведующий кафедрой высшей математики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
antonovvi@mail.ru

КАЛИНИН Николай Валентинович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
nvkalinin@rambler.ru

REFERENCES

[1] **V.L. Burtsev, N.V. Kalinin, A.V. Luchinskiy,** *Elektricheskiy vzryv provodnikov i yego primeneniye v elektrofizicheskikh ustanovkakh* [An electrical explosion of conductors and its application in electrophysical installations], Moscow, Energoatomizdat, 1990.

[2] **M.M. Basko,** *Uravneniye sostoyaniya metallov v priblizhenii srednego iona* [An equation of a metal state in the mean ion approximation], *Teplofizika vysokikh temperatur*. 23 (3) (1985) 483–491.

[3] **R.M. More, K.H. Warren, D.A. Young, et al.,** A new quotidian equation of state (QEOS) for hot dense matter, *Physics of Fluids*. 31 (10) (1988) 3059–3078.

[4] **A. Ray, M. Srivastava, G. Kondayya, et al.,** Improved equation of state of metals in the liquid-vapor region, *Laser and Particle Beams*. 24 (3) (2006) 437–445.

[5] **A.L. Khomkin, A.S. Shumikhin,** *Uravneniye sostoyaniya, sostav i provodimost plotnoy plazmy parov metallov* [An equation of state, composition and conductivity of a dense metal-vapor plasma], *Teplofizika vysokikh temperatur*. 52 (3) (2014) 335–344.

[6] **S.N. Kolgatin,** *Prostyie interpolatsionnyye uravneniya sostoyaniya azota i vody* [Simple interpolation equations of state of nitrogen and

water], *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 65 (7) (1995) 1–9.

[7] **S.N. Kolgatin, A.V. Khachataryants,** *Interpolyatsionnyye uravneniya sostoyaniya metallov* [Interpolation equations of state of metals], *Teplofizika vysokikh temperatur*. 20 (3) (1982) 447–451.

[8] **B.J. Alder, T.E. Wainwright,** *Molecular dynamics by electronic computers*, *Transport processes in statistical mechanics*, *Proceedings of Symposium* (1958) 97–131.

[9] **F. de Hoffmann, E. Teller,** *Magneto-hydrodynamic shocks*, *Physical Review*. 80 (4) (1950) 692.

[10] **Y.T. Lee, R.M. More,** An electron conductivity model for dense plasmas, *Physics of Fluids*. 27 (5) (1984) 1273–1286.

[11] **I.M. Besimalov, A.Ya. Polishchuk,** *Metodika rascheta transportnykh koeffitsiyentov plazmy v shirokom diapazone parametrov* [Calculation procedure for plasma's transportation coefficients in the wide range of parameters], Moscow, IVTAN, 1988.

[12] **A.A. Samarskiy, Yu.P. Popov,** *Raznostnyye metody resheniya zadach gazovoy dinamiki* [Finite difference methods of solutions of the problems of gas dynamics], 3d ed., Moscow, Nauka, Gl. red. fiz.-mat. lit., 1992.

[13] **B.N. Chetverushkin**, Matematicheskoye modelirovaniye zadach dinamiki izluchayushchego gaza [Simulation of the problems of the radiating gas dynamics], Moscow, Nauka, 1985.

[14] **A. Grinenko, Y.E. Krasik, S. Efimov, et al.**, Nanosecond time scale, high power electrical wire explosion in water, Physics of Plasmas. 13 (4) (2006) 042701.

[15] **Sasaki T, Yano Y., Nakajima M., et al.**, A comparative study of equation of state and conductivity for warm dense matter using pulsed-power wire discharges in water, Journal of Physics:

Conference Series, IOP Publishing. 112 (4) (2008) 042026.

[16] **R.H. Cole, R. Weller**, Underwater explosions, Physics Today. 1 (6) (1948) 35.

[17] **W. Wagner, A. Pruß**, The IAPWS formulation 1995 for the thermodynamic properties of ordinary water substance for general and scientific use, Journal of Physical and Chemical Reference Data. 31 (2) (2002) 387–535.

[18] **F.A. Baum, L.P. Orlenko, K.P. Stanyukovich, et al.**, Fizika vzryva [Physics of explosions], Moscow, Nauka, 1975.

Received 29.09.2016, accepted 08.06.2017.

THE AUTHORS

RYAKHOVSKIY Aleksey I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
 alexey.i.ryakhovskiy@mail.ioffe.ru

ANTONOV Valeriy I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
 antonovvi@mail.ru

KALININ Nikolay V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
 nvkalinin@rambler.ru