



DOI: 10.18721/JEST.240312
УДК 621

С.А. Абед¹, Д.Ф. Аль Дражи², М.Р. Бахрами³

1 – Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

2 – Центральная нефтеперерабатывающая компания (Аль-Даура НПЗ)
Министерства нефти Ирака, г. Багдад, Ирак

3 – Университет Иннополиса, г. Иннополис, Россия

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РОТОРНО-ПОДШИПНИКОВОЙ СИСТЕМЫ С ЕДИНИЧНОЙ ТРЕЩИНОЙ

Анализ трещин роторов не только важен с практической и экономической точек зрения, но и вскрывает их интересную динамику. В статье с использованием метода гармонического баланса и комплекса ANSYS показано влияние модели трещины на отклик модели ротора Джеффкотт со смещенным диском и гибкостью поддержки подшипников. Динамические коэффициенты жесткости и демпфирования подшипников скольжения в виде матриц были найдены с использованием MATLAB. Проводился анализ отклика на дисбаланс при изменении массы дисбаланса. Затем находился максимальный отклик ротора для каждой массы дисбаланса в случае, когда глубина трещины 10 мм. Основные цели анализа динамики ротора трещины – это помощь инженерам при поиске хорошей конструкции, а также при нахождении критической скорости, определении отклика на дисбаланс и стабильности системы.

Ключевые слова: динамика ротора, трещина ротора, одиночная трещина, критическая скорость, дисбаланс, устойчивость.

Ссылка при цитировании:

С.А. Абед, Д.Ф. Аль Дражи, М.Р. Бахрами. Гармонический анализ роторно-подшипниковой системы с единичной трещиной // Научно-технические ведомости СПбПУ. Естественные и инженерные науки. 2018. Т. 24. № 3. С. 139–152. DOI: 10.18721/JEST.240312.

S.A. Abed¹, J.F. Al Draji², M.R. Bahrami³

1 – Peter the Great St. Petersburg polytechnic university, St. Petersburg, Russia

2 – Midland Refineries Company (Al-Daura Refinery) Ministry of Oil of Iraq, Bagdad, Iraq

3 – Innopolis University, Innopolis, Russia

NUMERICAL INVESTIGATION OF A ROTARY-BEARING SYSTEM WITH A SINGLE CRACK USING HARMONIC ANALYSIS

Cracks in rotors are not only important from a practical and economic point of view, but they also show interesting dynamics. This article shows the effect of the crack model on the response of the Jeffcott rotor model with the offset disc and bearing support flexibility using the ANSYS harmonic balance approach. Dynamic coefficients of stiffness and damping of plain bearings in the form of matrices were found using MATLAB. An analysis of the response to the imbalance was carried out with a change in imbalance mass, and a maximum rotor response was then found for each imbalance mass for the case when the depth of the crack was 10 mm. The main reason for analyzing the dynamics of the fracture rotor is to help engineers find a good design, also the possibility of finding the critical speed, the response to imbalance and the stability of the system.

Keywords: rotor dynamics, cracked rotor, single crack, critical speed, unbalance response, stability.

Citation:

S.A. Abed, J.F. Al Draji, M.R. Bahrami, Numerical investigation of a rotary-bearing system with a single crack using harmonic analysis, *St. Petersburg polytechnic university journal of engineering science and technology*, 24(03)(2018) 139–152, DOI: 10.18721/JEST.240312.

Введение

В промышленности роторы широко применяются в паровых и газовых турбинах, вентиляторах и электродвигателях. Рост мощности и более сложный дизайн турбомашин повышает требования к их надежности. Увеличение срока службы роторов является одной из основных задач повышения качества. Для определения характеристик прочности и надежности используется современный вычислительный метод. Как правило, динамика ротора – это основная отрасль техники, где изучаются боковые и крутильные колебания с целью определения колебаний ротора и учета уровня вибрации для установления приемлемых ограничений. Основными компонентами динамической системы ротора являются вал с диском (вращающаяся часть системы [1]), подшипники и уплотнения.

Увеличение соотношения мощности к весу сказывается на динамике ротора и повышает вероятность возникновения поперечной усталостной трещины в валах. Возможность распознавания трещины на ранних стадиях важна для снижения затрат и времени на обслуживание. Раннее обнаружение трещины заставляет оператора думать о ремонте, не требуя преждевременного прекращения использования машины и вывода ее из эксплуатации в течение длительного периода [2].

В основном существуют три типа вибраций, связанных с движением ротора, осевыми, крутильными и боковыми колебаниями. Осевая вибрация – это динамика ротора в осевом направлении, в то время как крутильные колебания – динамика вала в направлении вращения. Осевая и крутильная вибрации очень мало влияют на подшипники, которые поддерживают ротор, и не является серьезной проблемой; основная проблема – вибрация ротора в боковых направлениях (боковая вибрация) [3].

При наличии боковых колебаний подшипники являются важным компонентом ротора [4–6].

При постоянном увеличении спроса на большие размеры и скорость в современных машинах учет динамики ротора становится все более важным для их конструкций [7]. Рассмотрим основные концепции латеральной динамики ротора. Известно, что крутильная вибрация во вращающихся машинах, установках поршневых машин и системах редукторов, кручение вращающегося вала, влияние гибкого подшипника, нестабильность из-за асимметричных поперечных валов, гидродинамические подшипники, гистерезис, балансировка ротора могут быть поняты только на основе исследований динамики ротора. Динамика ротора – важная ветвь динамики, относящаяся к поведению огромного ассортимента роторных машин [1–8]. Цель стандартного анализа динамики ротора и проверки конструкции – определение поперечных динамических конструктивных характеристик. Для некоторого вращающегося оборудования может потребоваться анализ устройства, описанного в [9–13], а также общий метод, используемый для выполнения стандартного анализа боковой вибрации с использованием метода конечных элементов в программном обеспечении ANSYS [14] при выборе элемента BEAM188 для вала и элемента COMBI214 для подшипников.

Цель работы – применение метода конечных элементов (МКЭ) для моделирования ротора с учетом характеристик их динамики, поддержания гибкости ротора и способности подшипников.

Методика работы предполагает использование гармонического анализа в совокупности с программным комплексом ANSYS для решения задач распределения массы при критических скоростях дисбаланса.

Фундаментальные уравнения

Подшипники скольжения. Существует множество параметров и физических явлений, которые влияют на роторы отличным от неподвижных структур образом: главные отличия

связаны с опорами для флюидной пленки (рис. 1, а). Раньше полагали, что смазка в полости подшипника только уменьшает трение и минимизирует потери. Но затем обнаружилось, что, помимо уменьшения трения, смазка выполняет и множество других функций: защищает рабочие поверхности от коррозии и загрязнения, снижает шум, способствует более равномерному нагреву подшипника и отводу тепла от него.

Как показано на рис. 1, б, центр подшипника C и центр скольжения образуют угол с вертикальной нагрузкой W , а зазор h будет меняться в некотором диапазоне.

С учетом геометрии подшипника, скорости вращения, эксцентриситета, давления и угла поворота Зоммерфельда вывели [6–8] параметр, характеризующий эксцентриситет подшипника:

$$S = \frac{\mu D L N}{W} \left(\frac{r}{C_l} \right)^2. \quad (1)$$

Радиальная F_r и тангенциальная F_t силы рассчитываются по формулам

$$F_r = -\frac{D \Omega \mu L^3 \epsilon^2}{2h^2 (1-\epsilon^2)^2}; \quad (2)$$

$$F_t = -\frac{\pi D \Omega \mu L^3 \epsilon}{8h^2 (1-\epsilon^2)^{3/2}}.$$

Действие силы F_t противостоит скользящему движению, а потеря мощности $F_t \cdot \Omega D / 2$ и результирующая сила на подшипнике противоположны приложенной нагрузке на ротор.

$$F = \sqrt{F_r^2 + F_t^2} = \frac{\pi D \Omega \mu L^3 \epsilon}{8h^2 (1-\epsilon^2)^2} \left(\left(\frac{16}{\pi^2} - 1 \right) \epsilon^2 + 1 \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Если нагрузка на подшипник известна, то модифицированное число Зоммерфельда определяется выражением [15]

$$S_s = \frac{D \Omega \mu L^3}{8 F h^2}. \quad (4)$$

Вертикальная результирующая сила является общей и обусловлена весом ротора. В этом случае роль, которую играет скольжение в подшипнике, гарантирует, что нагрузка действительно вертикальная. Если известна величина этой нагрузки, то эксцентриситет подшипника может быть получен из уравнения (3):

$$\epsilon^8 - 4\epsilon^6 + \left(6 - S_s^2 (16 - \pi^2) \right) \epsilon^4 - \left(4 + \pi^2 S_s^2 \right) \epsilon^2 + 1 = 0, \quad (5)$$

где S_s из уравнения (4) называется модифицированным номером Зоммерфельда, или номером Оквирка, и определяется особой скоростью, нагрузкой и вязкостью масла [7].

Значения коэффициента эксцентриситета $\epsilon = \frac{\tilde{C} - C}{h}$ всегда принимались в диапазоне 0–1.

Поэтому значение ϵ , соответствующее скорости вращения в диапазоне от 0 до 6000 об/мин, мы находили методом итерации с помощью компьютерной программы MATLAB.

Когда используется линейная модель подшипника, следует проверить, чтобы смещение было небольшим, потому что линейный анализ не содержит никаких ограничений на смещение. Мы рассматривали только короткий подшипник, поэтому матрицы размерностью 2×2 для жесткости и затухания могут быть найдены согласно [7, 8]:

$$K = \frac{F}{h} \begin{bmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix}; \quad (6)$$

$$c = F / (h \Omega) \begin{bmatrix} b_{xx} & b_{xy} \\ b_{yx} & b_{yy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где

$$h_o = \frac{1}{(\pi^2 (1 - \epsilon^2) + 16 \epsilon^2)^{3/2}}; \quad (8)$$

$$a_{xx} = h_o 4 (\pi^2 (2 - \epsilon^2) + 16 \epsilon^2); \quad (9)$$

$$a_{xy} = h_o \frac{\pi ((\pi^2 (1 - \epsilon^2)^2) - 16 \epsilon^4)}{\epsilon \sqrt{1 - \epsilon^2}}; \quad (10)$$

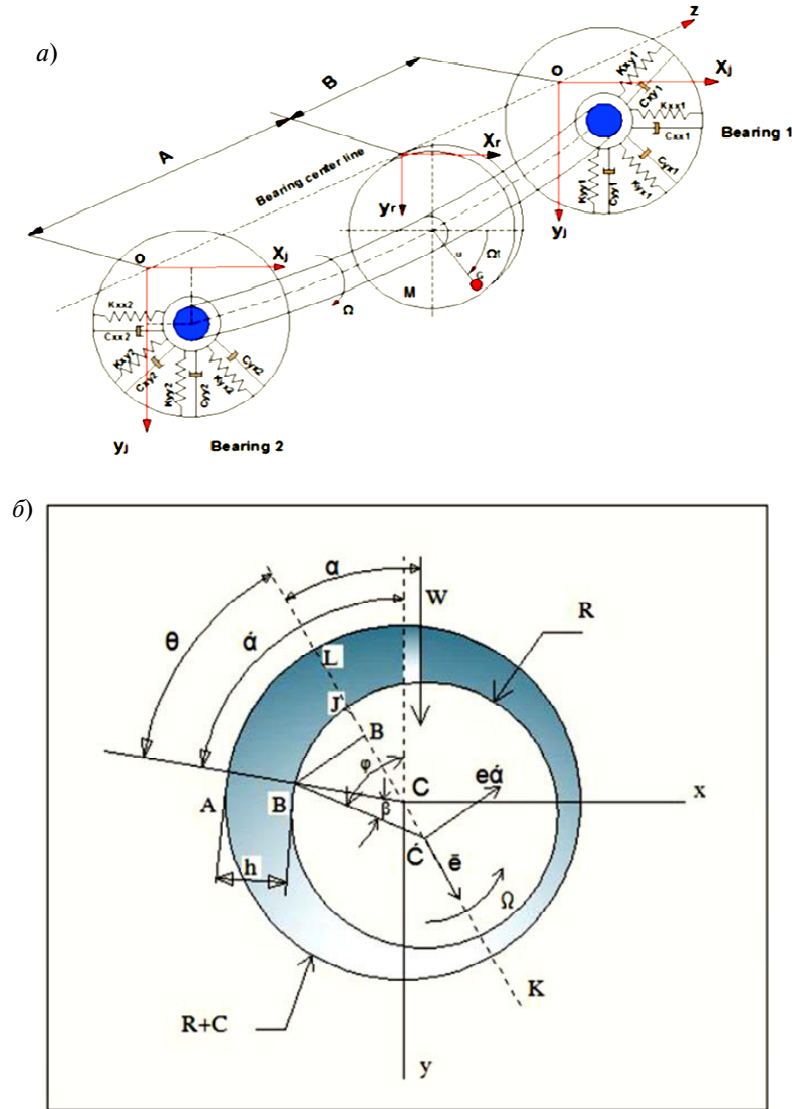


Рис. 1. Подшипники с роторными пружинами и демпфером (а), подшипник скольжения: эксцентриситет между валом и втулкой (б)

Fig. 1. Bearings representation by rotor springs and damper (a), sliding bearing: eccentricity between shaft and bushing (b)

$$a_{yx} = -h_0 \frac{\pi(\pi^2(1-\epsilon^2)(1+2\epsilon^2)+32\epsilon^2(1+\epsilon^2))}{\epsilon\sqrt{1-\epsilon^2}}; \quad (11)$$

$$a_{yy} = h_0 \left(4(\pi^2(1+2\epsilon^2)) + \frac{32\epsilon^2(1+\epsilon^2)}{(1-\epsilon^2)} \right); \quad (12)$$

$$b_{xx} = h_0 \frac{2\pi\sqrt{1-\epsilon^2}(\pi^2(1+2\epsilon^2)-16\epsilon^2)}{\epsilon}; \quad (13)$$

$$b_{xy} = b_{yx} = -h_0 8(\pi^2(1+2\epsilon^2)-16\epsilon^2); \quad (14)$$

$$b_{yy} = h_0 \frac{2\pi((\pi^2(1-\epsilon^2))^2+48\epsilon^2)}{\epsilon\sqrt{1-\epsilon^2}}. \quad (15)$$

Матрица жесткости несимметрична, поэтому гидродинамические подшипники являются анизотропными опорами в машине. Гидродинамические подшипники предназначены для высокоскоростных высоконагруженных уст-

ройств. Компьютерная программа MATLAB была разработана для изучения зависимостей между эксцентриситетом и измененным числом Зоммерфельда, затем между измененным числом Зоммерфельда и жесткостью, а также Зоммерфельдом с демпфированием.

Мы учитываем влияние динамических сил, действующих на подшипники. Как правило, отношение «сила/смещение» является нелинейным, но при условии малости результирующей амплитуды можно отношение «сила/смещение» считать линейным. Мы рассматриваем короткий подшипник ($L / D < 1$), где размерность матрицы равна 2×2 ; соответственно матрицы жесткости и затухания могут быть записаны в замкнутом виде в терминах эксцентриситета и нагрузки, как в уравнениях (6) и (7). Модель пружины и заслонки COMBI214 – это двухмерный элемент с продольным натяжением и способностью к сжатию, как показано на рис. 2.

Динамические уравнения. Концепция динамики ротора предполагает использование ротора с диском, находящимся на равном расстоянии от подшипников. Подшипники, которые были сделаны для ротора, представляют

собой короткие подшипники скольжения ($L < D$ и $A \neq B$), как показано на рис. 1, а.

Ротор состоит из длинного гибкого вала с гибким подшипником скольжения с обоих концов; подшипники имеют опорные жесткости K_{xx} , K_{yy} , K_{xy} и K_{yx} , связанные с демпфированиями C_{xx} , C_{yy} , C_{xy} и C_{yx} . На обоих концах подшипников 1 и 2, как показано на рис. 2, есть диск с массой m_d ; масса вала равна m_s ; эквивалентная масса ротора [6]

$$m = \frac{17}{35} m_s + m_d. \tag{16}$$

Центр тяжести диска смещен от центра геометрии вала на эксцентриситет; движение дискового центра описывается двумя поступательными смещениями (x_r, y_r) .

Основная форма уравнения движения для всех задач вибрации дается формулой [8]

$$[M]\{\ddot{y}_r\} + [[c] + [cg]]\{\dot{y}_r\} + [[K] + [H]]\{y_r\} = \{f\}, \tag{17}$$

где $[M]$ – симметричная матрица масс; $[C]$ – симметричная матрица демпфирования; $[K]$ – симметричная матрица жесткости; $\{F\}$ – вектор внешней силы; $\{y\}$ – обобщенный вектор координат.

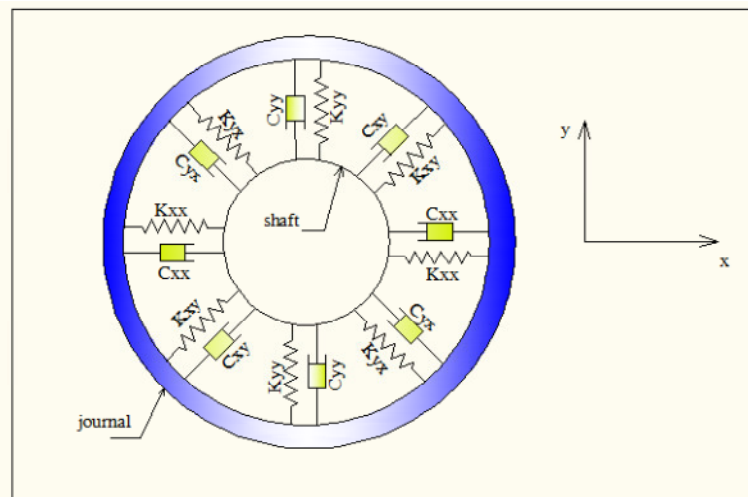


Рис. 2. Элемент COMBI214: пружины и демпферы с поперечной муфтой и масляной пленкой подшипника

Fig. 2. COMBI214 element: springs and dampers with a transverse clutch and oil film bearing

Уравнение (17) предназначено для движения симметричного ротора, вращающегося с постоянной скоростью Ω вокруг своей оси. Ему соответствует косая симметричная гироскопическая матрица $[Cg]$ и косая симметричная циркуляторная матрица $[H]$. На обе матрицы, $[Cg]$ и $[H]$, влияет скорость вращения. Когда скорость Ω равна нулю, $[Cg]$ и $[H]$ в уравнении (17) исчезают, представляя обычный стэнд. Еще одна структура, матрица $[Cg]$, связана с условием инерции и производными от кинетической энергии из-за гироскопических моментов, действующих на вращающиеся части машины, если это уравнение описано в роторной системе отсчета гироскопической матрицы $[Cg]$. Также использованы величины, связанные с ускорением Кориолиса. Матрица $[H]$ определяется в основном внутренним затуханием вращающихся элементов [1–4].

Для получения уравнений движения с учетом жесткости и демпфирования подшипников в направлениях x и y из второго закона Ньютона [14] следует:

$$\sum F_x = M\ddot{x}; \quad (18)$$

$$\sum F_y = M\ddot{y}; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & (K_x + K_{xx}1 + K_{xx}2)X_j + (K_{yx}1 + K_{xy}2)y_j + \\ & + (c_{xx}1 + c_{xx}2)\dot{X}_j + (c_{xx}1 + c_{xx}2)\dot{y}_j - \\ & - K_{xr} = m \frac{d^2}{dt^2} (X_j + e \cos(\Omega t + \Phi e)); \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (K_{yx}1 + K_{xy}2)X_j + (K_{yy}1 + K_{yy}2 + K)y_j + \\ & + (c_{xy}1 + c_{xy}2)\dot{X}_j + (c_{yy}1 + c_{yy}2)\dot{y}_j - K_{yr} = \\ & = m \frac{d^2}{dt^2} (y_j + e \sin(\Omega t + \Phi e)). \quad (21) \end{aligned}$$

В тех случаях, когда Φe является фазовым углом дисбаланса массы, приведенные выше уравнения движения описывают движения по направлениям x и y как в случае статической, так и динамической модели. Поэтому их можно решать отдельно, чтобы найти амплитуду отклика по x и y в любое время [16–18].

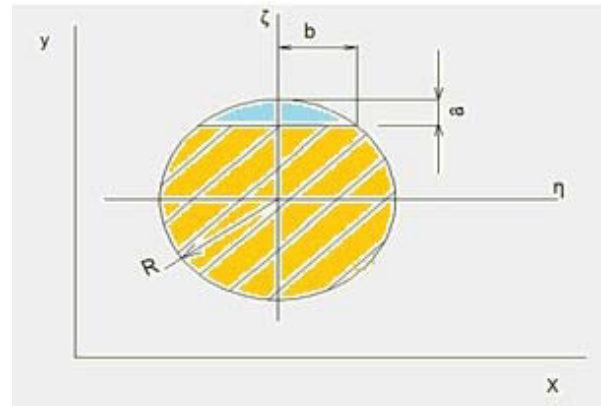


Рис. 3. Сечение трещины
Fig. 3. Cross section of cracked area

Уравнение движения трещинного ротора.

Существуют две известные системы координат: фиксированные координаты и вращающиеся. В зависимости от типа используемой системы координат рассматривают два типа жесткости. Если есть «дыхание» футляра трещины (открытие и закрытие), легче работать с координатами, связанными с ротором и вращающимися вместе с ним. Тогда уменьшение жесткости может быть рассчитано как в направлениях ζ и η , так и с помощью перевода матрицы жесткости в фиксированную систему координат при учете инерции системы соединения с жесткостью и нахождения уравнения движения фиксированных координат (x , y), как показано на рис. 3.

Матрица жесткости для вращающихся координат (ζ , η) для вала без трещины – это $[K]$. Уменьшение жесткости из-за трещины составляет $[K_c(\theta)]$, где θ – угол между откликом ротора и осью трещины. Соответственно жесткость трещинного ротора равна

$$[K] - [K_c(\theta)] = [K_{cr}]. \quad (22)$$

Матрица преобразования $[A]$ используется для перевода матрицы жесткости из вращающихся координат в фиксированные [19]:

$$[A] = \begin{bmatrix} \cos(\Omega t) & \sin(\Omega t) \\ -\sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Матрица жесткости трещины получается следующим образом:

$$[K_{cr}] = [A]^T [K][A] - [A]^T [K_c(\theta)][A] = [K] - [K_c(\theta, t)]. \quad (24)$$

Матрица жесткости трещины в роторе с фиксированными координатами:

$$[K_{cr}] = [K] - [K_c(\theta, t)]. \quad (25)$$

Фактически полное отклонение системы состоит из статического и динамического отклонений:

$$y = y_{st} + y_{dy}. \quad (26)$$

Дифференцировать уравнение (26) по времени необходимо дважды. Поскольку y_{st} – постоянная, получается $\dot{y}_{st} = 0$.

$$\dot{y} = \dot{y}_{dy} \quad \& \quad \ddot{y} = \ddot{y}_{dy}; \quad (27)$$

$$[M]\{\ddot{y}_{dy}\} + [[D] + [G]]\{\dot{y}_{dy}\} + [[K] - [K_c(\theta, t)]]\{y_{st} + y_{dy}\} = Q_u + W, \quad (28)$$

где Q_u – сила из-за дисбаланса; W – вес ротора.

Гироскопическое демпфирование рассматривалось в косой симметричной матрице $[G]$ и в симметричной положительной полуопределенной матрице $[D]$.

Когда матрица $[D]$ демпфирования в роторе осесимметрична, тогда будет иметь место кососимметрический вклад в матрицу без трещин $[K]$. Обращаясь к уравнению (28) как полному уравнению в стационарном случае, получаем, что отклонение ротора на один оборот $[K_c]$ изменяется, т. е. $[K] > [K_c(\theta, t)]$:

$$[K]\{y_{st}\} = W. \quad (29)$$

Тогда уравнение (28) можно записать в виде

$$[M]\{\ddot{y}_{dy}\} + [[D] + [G]]\{\dot{y}_{dy}\} + [[K] - [K_c(t)]]\{y_{dy}\} = Qu. \quad (30)$$

Уравнение (30) нелинейно, потому что матрица $[K_c(t)]$ нелинейна и изменяется со временем t , т. е. зависит от скорости и глубины трещины [19].

Линия отклонения вала в случае трещины лежит в поверхности растяжения. Она может представлять собой суперпозицию двух частей: первая – линия отклонения в случае без трещин, а вторая – с учетом дополнительного отклонения из-за изменения локальной гибкости трещины. Вторая часть не может быть оценена теорией изгиба балок, поскольку в теории пучка трещина ослабляет жесткость изгиба (EI). Из-за изменения симметрии трещина вокруг вала создает сцепление боковых, осевых и крутильных колебаний, но, поскольку осевая и крутильная вибрации незначительны [19], мы для простоты пренебрегли эффектами осевой и крутильной вибрации и фокусировались только на боковых вибрациях.

Гибкость была рассчитана для глубин трещины a/R . В случае небольшой трещины ($a/R < 0,5$) гибкость \bar{C}_{44} намного меньше \bar{C}_{55} . По этой причине кросс-гибкостью пренебрегают. Это дает преимущества для представления гибкости трещины только одним параметром – \bar{C}_{55} , и получить аналитические результаты легко. Чтобы получить отклонение при размещении вблизи диска в случае открытой трещины, можно записать в виде [9]

$$\begin{bmatrix} u_\zeta \\ u_\eta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_o + \Delta g_\zeta & 0 \\ 0 & G_o + \Delta g_\eta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_\zeta \\ F_\eta \end{bmatrix}, \quad (31)$$

где G_o – это гибкость вала без трещин;

$$\Delta g_\zeta = \bar{C}_{55} \frac{L^2}{16 \cdot ER^3}; \quad (32)$$

$\Delta g_\zeta, \Delta g_\eta$ – дополнительные гибкости из-за трещины. Ротор диска будет создавать для вала с трещиной зону сжатия, где трещина будет закрыта из-за предварительного напряжения в силу веса. Соответственно здесь $\Delta g_\zeta, \Delta g_\eta$ будут равны нулю, и вал снова будет круглым. Это поведение в виде шарнирной модели поясняет рис. 4.

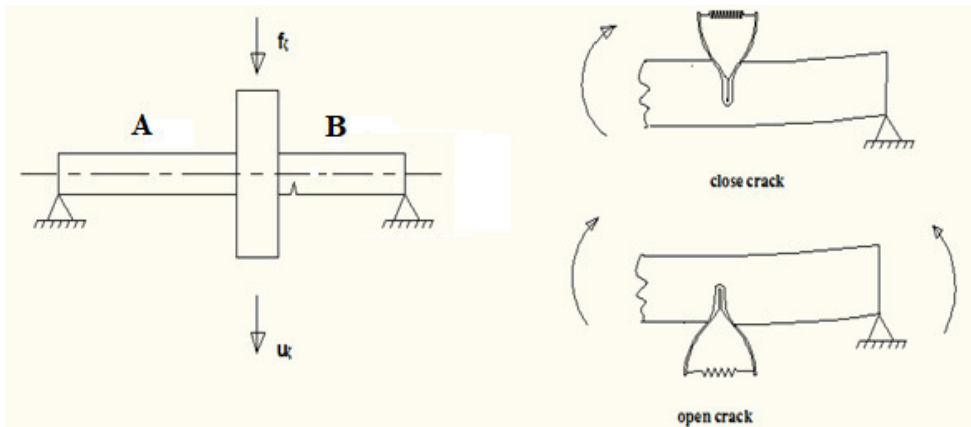


Рис. 4. Модель трещины (модель с шарнирной пружиной) для «дышащей» трещины
 Fig. 4. Crack model (hinged spring model), for breathing crack

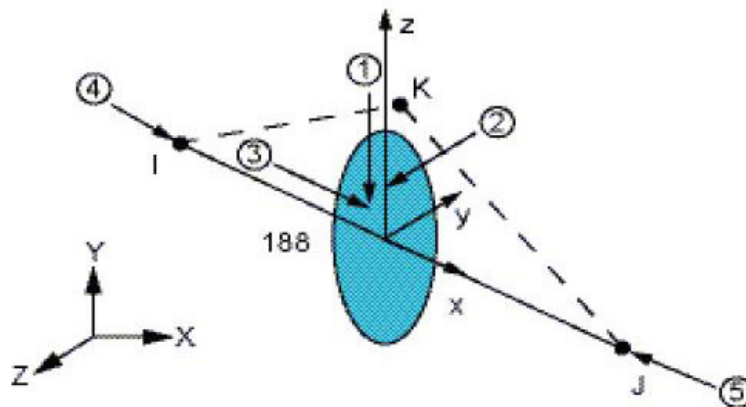


Рис. 5. Элемент Beam188: 6 степеней свободы системы [1]
 Fig. 5. Element Beam188: system with 6 degrees of freedom [1]

Матрица жесткости $[K(t)]$ состоит из двух частей и двукратно зависит от времени: первая часть относится к ротору, закрепленному в инерциальной системе отсчета, тогда как вторая – к функции управления $f(t)$, которая принимает два значения – 1 или 0 – и зависит от положения трещины в зоне сжатия или растяжения, а также от отклонения вала x :

$$[K] = [K(x, t)] = [K] - [\Delta K(x, t)]. \quad (33)$$

Тогда уравнение движения для горизонтального вала с «дышащей» трещиной можно записать в виде [9]

$$\begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} mg \\ 0 \end{pmatrix} + me\Omega^2 \begin{pmatrix} \cos(\beta + \Omega t) \\ \sin(\beta + \Omega t) \end{pmatrix}. \quad (34)$$

Моделирование и проектирование ввода данных

В этой работе описаны особенности моделирования гибкости несущей опоры ротора и подшипника. Показано, как элементы BEAM188, COMBI214 используются для моделирования вала с подшипниками, а MASS21 – для диска при моделировании масс. В анализе для получения точных результатов были учтены жесткость и демпфирование обоих подшипников с поперечными связями и жесткость с демпфированием вала, включая их изменения в зависимости от скорости вращения.

Элемент пучка (BEAM188) хорошо использовать для анализа тонких либо умеренно коротких и толстых структур пучка. Он представляет собой линейный (см. рис. 5) элемент

BEAM188 и имеет шесть или семь степеней свободы в каждом узле. Причем число степеней свободы зависит от значения KEYOPT(1). Когда на каждом узле KEYOPT(1) = 0, они допускают перемещения в направлениях x , y и z и вращения вокруг осей x , y и z . Когда KEYOPT(1) = 1, также рассматриваются семь степеней свободы (величина деформации), причем данный элемент хорошо подходит для линейных больших отношений и / или нелинейных приложений большой деформации.

Элемент MASS 21 для дискретного массового диска является точечным, имеющим до шести степеней свободы, допускающим смещение по направлениям x , y , z и вращение вокруг осей x , y и z . Площадь элемента в поперечном сечении в

области трещины меньше, чем у других секций на валу. Мы ввели значения жесткости и демпфирования подшипников скольжения для каждой секции в диапазоне частот вращения от 0 до 6000 об/мин. Принимали переменные значения массы дисбаланса, причем каждому направлению координат может быть присвоена другая масса и вращательная инерция [1].

В табл. 1 представлены значения жесткости и демпфирования подшипников для разных скоростей вращения, поэтому они могут быть использованы в элементах COMBI 214 в ANSYS для каждого подшипника и при любой скорости. Результаты получены в программе MATLAB, которая была разработана для решения набора уравнений (1)–(15).

Таблица 1

Свойства (жесткость и демпфирование) подшипников № 1 и № 2

Table 1

Properties (stiffness and damping) of the bearing No. 1 and No. 2

Скорость вращения	Коэффициент	$K_{xx} \cdot 10^3$	$K_{yy} \cdot 10^3$	$K_{yx} \cdot 10^3$	$K_{xy} \cdot 10^3$	$C_{xx} \cdot 10^3$	$C_{yy} \cdot 10^3$	$C_{yx} \cdot 10^3$	$C_{xy} \cdot 10^3$
<i>Свойства подшипника № 1</i>									
500	0,4419	3010	1646,8	-5273,5	3307,5	92,808	-58,21	-58,21	171,52
1000	0,2938	3199,2	3584,5	-5992,5	2345,2	78,512	-30,726	-30,726	104,39
1500	0,2158	3275,2	5448,3	-7221,7	2032,2	74,329	-20,916	-20,916	86,99
2000	0,1690	3311,0	7291,4	-8682,6	1895,6	72,552	-15,839	-15,839	79,988
2500	0,1382	3330,2	9133,1	-10272	1825,0	71,689	-12,737	-12,737	76,550
3000	0,1167	3341,4	10965	-11927	1784,4	71,157	-10,640	-10,640	74,581
3500	0,1008	3348,5	12804	-13636	1759,0	70,870	-9,1422	-9,1422	73,406
4000	0,0887	3353,2	14634	-15365	1742,2	70,641	-8,0095	-8,0095	72,593
4500	0,0791	3356,6	16475	-17128	1730,4	70,532	-7,1259	-7,1259	72,080
5000	0,0714	3359,0	18303	-18893	1721,9	70,411	-6,4174	-6,4174	71,668
5500	0,0650	3360,8	20149	-20685	1715,6	70,377	-5,8368	-5,8368	71,418
6000	0,0597	3362,2	21973	-22466	1710,7	70,288	-5,3523	-5,3523	71,165
<i>Свойства подшипника № 2</i>									
500	0,3703	2251,4	1760,4	-3956,9	2008,4	85,47	-43,38	-43,38	132,91
1000	0,2289	2364,4	3663,7	-5025,7	1504,7	75,68	-22,658	-22,658	102,74
1500	0,1624	2401,8	5527,7	-6496,4	1361,4	73,096	-15,318	-15,318	79,99
2000	0,1249	2417,7	7385,5	-8131,4	1303,3	72,096	-11,556	-11,556	76,079
2500	0,1012	2425,7	9237,4	-9842,1	1274,7	71,588	-9,2718	-9,2718	74,169
3000	0,0849	2430,2	11094	-11601	1258,6	71,337	-7,739	-7,739	73,142
3500	0,0731	2433,0	12944	-13381	1248,7	71,156	-6,6406	-6,6406	72,488
4000	0,0641	2434,9	14806	-15189	1242,2	71,069	-5,8144	-5,8144	72,118
4500	0,0571	2436,1	16655	-16997	1237,7	71,007	-5,1708	-5,1708	71,817
5000	0,0515	2437,1	18494	-18802	1234,5	70,901	-4,6553	-4,6553	71,558
5500	0,0469	2437,7	20330	-20611	1232,1	70,811	-4,2331	-4,2331	71,355
6000	0,0430	2438,3	22193	-22450	1230,3	70,823	-3,8811	-3,8811	71,281

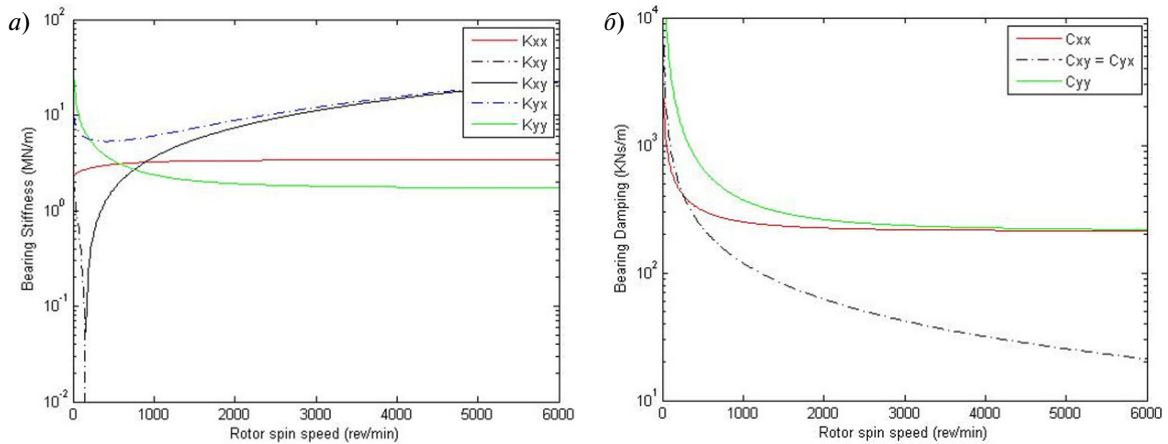


Рис. 6. Зависимость жесткостей подшипника скольжения (а) и демпфирований (б) от скорости вращения ротора в сравнении со случаем демпфирования подшипника флюидной пленкой

Fig. 6. The stiffness of the sliding bearing (a) and dampings (b) relative to the speed of rotation of the rotor in comparison with the bearing damping of the fluid film

При снижении частоты вращения до 2000 об/мин значения коэффициентов демпфирования уменьшались (но изменение не очень большое), приближаясь к постоянной величине. Жесткость также быстро изменялась при снижении частоты до 2000 об/мин, что считается стабильным; жесткость в направлениях поперечной связи не равна и варьируется в небольшом диапазоне, как показано на рис. 6. Значения же поперечной связи продолжали уменьшаться и при дальнейшем снижении частоты.

Результаты и обсуждение

На рис. 7 показан первый режим формы операции 6000 об/мин по ANSYS. Свойства материала вала и размер выбранной модели AISI4140 (A ≠ B):

Общая длина вала, м	0,654
Диаметр вала, м	0,048
Диаметр диска, м.....	0,34
Расстояния между диском и подшипниками, м	A=0,414; B=0,24
Глубина трещины, м	0,01
Расстояния между левой стороной диска и трещиной, м	0,01
Толщина диска, м.....	0,02
Общая масса ротора, кг.....	23,25

Модуль упругости Юнга, E, Н/м ²	2,05 × 10 ¹¹
Коэффициент Пуассона, ν.....	0,29
Массовая плотность, ρ, кг/м ³	7850

Для исследования критической скорости в работе проводился анализ собственных частот при использовании модели трещины ротора в диапазоне скоростей от 0 до 6000 об/мин и множественного шага нагрузки.

Составлена диаграмма собственных частот движения модели ротора, соответствующих разным скоростям вращения. Ротор поддерживается двумя короткими подшипниками; коэффициенты жесткости и демпфирования подшипников изменяются со скоростью вращения. В этом случае собственная частота системы изменяется. Если собственная частота равна скорости вращения, то скорость называется критической.

Гармонический анализ показал, что для получения смещения из реакции дисбаланса трещины ротора вблизи места расположения диска используют силы дисбаланса в центральном положении. Смещение изменяется синусоидально с той же известной частотой. Сравнение было выполнено путем изменения значения масс дисбаланса (0,5; 1; 1,5; 2 и 2,5 г), как показано в табл. 2.

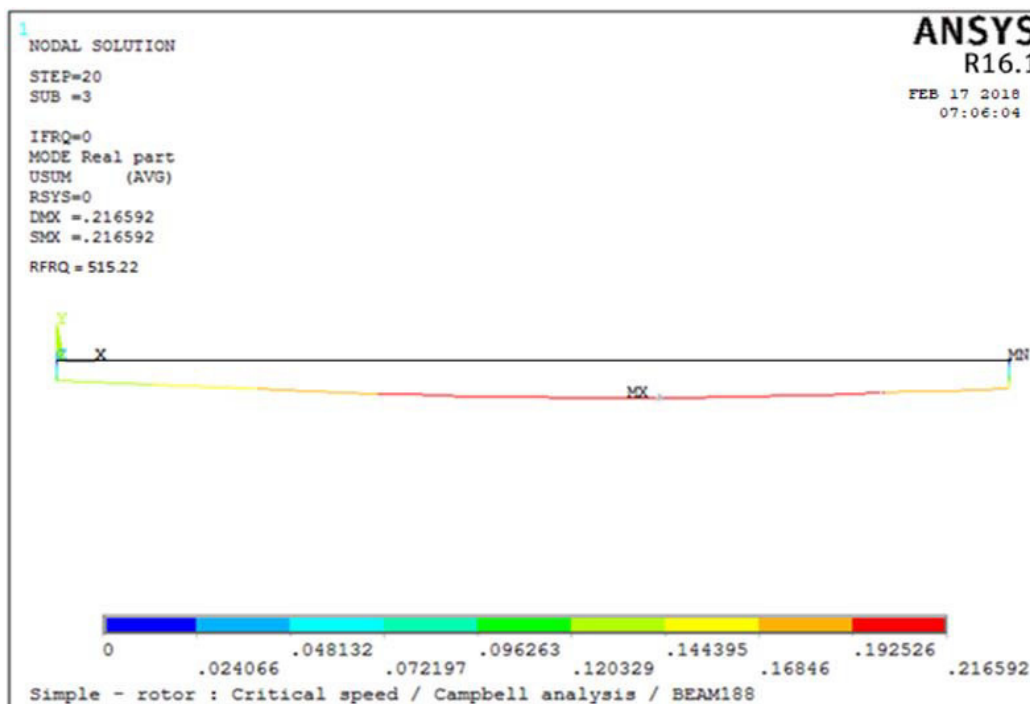


Рис. 7. Режим работы ротора для первой естественно затухающей частоты

Fig. 7. Operation mode of the rotor for the first naturally damped frequency

Таблица 2
Отклик ротора в области диска на гармонический дисбаланс при критической скорости

Table 2
The response of the rotor in the disk to a harmonic imbalance at a critical speed

Масса дисбаланса, г	Отклик ротора, $\cdot 10^{-3}$	Процент изменения отклика, %
0,5	0,05205	0
1	0,1041	50,00
1,5	0,1561	33,31
2	0,2082	25,02
2,5	0,2602	19,98

При увеличении массы дисбаланса смещение также будет увеличиваться в области диска, критическая скорость не меняется (а), отклик показан на рис. 8 (а–д): максимальное

смещение происходит при критической скорости. Динамическая амплитуда изменяется линейно с массой дисбаланса.

Выводы

1. Собственная частота рассчитана для трехлопастного ротора как первая критическая скорость ANSYS. Основная частота, которая соответствует резонансной скорости, оказалась равной 6000 об / мин для заданных, как в табл. 2, размеров ротора резонансная скорость является более опасным случаем. Чтобы избежать его, необходимо сделать свой период времени настолько малым, насколько это возможно, чтобы избежать сбоя.

2. Гармонический анализ был проведен с учетом различных масс дисбаланса — от 0,5 до 2,5 г (шаг 0,5 г). Отклик находили для каждого значения массы. Наивысшее значение отклика происходит при частоте 100 Гц, а дисбаланс изменяется линейно в соответствии с массой дисбаланса.

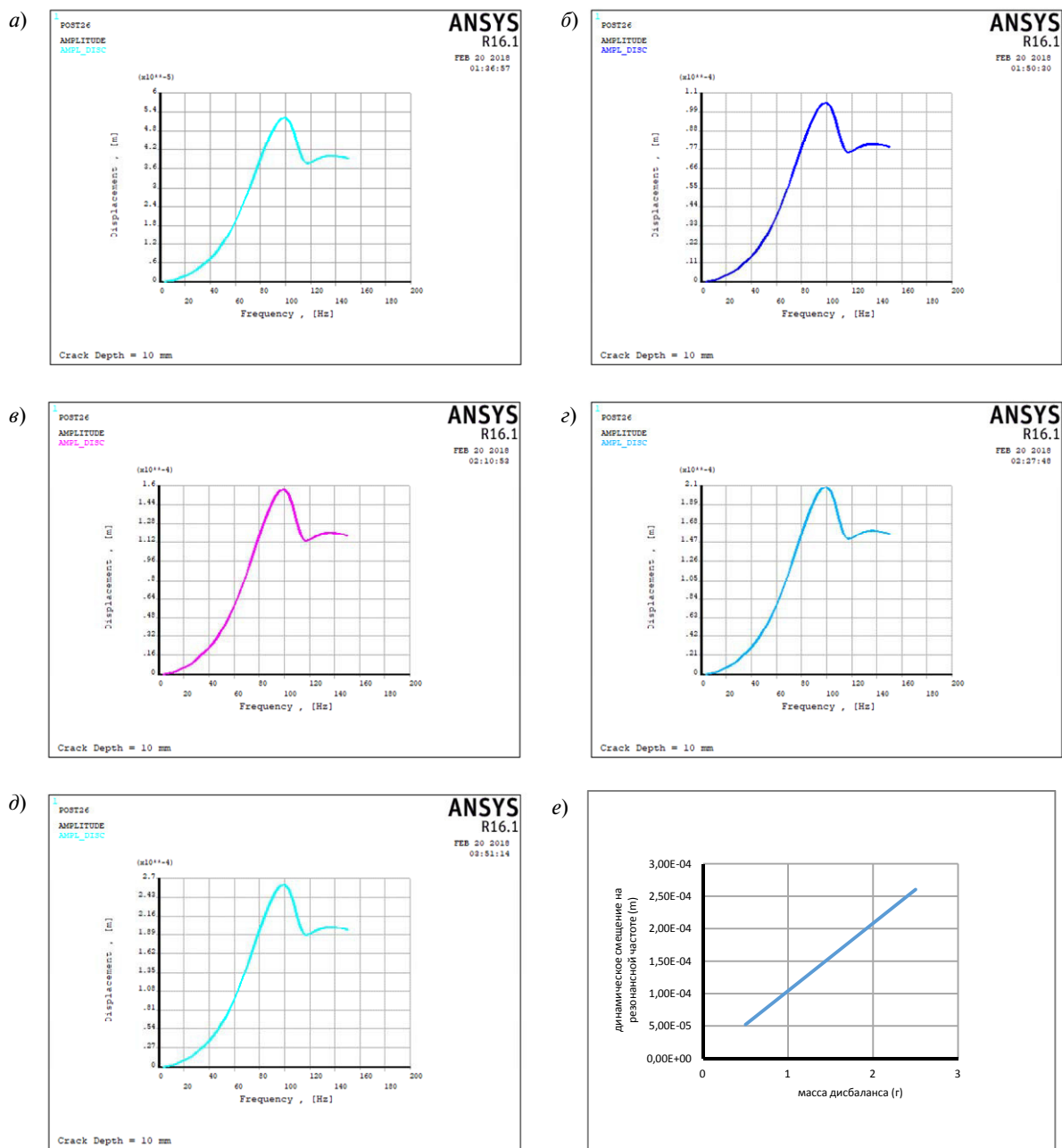


Рис. 8. Смещение гармонического дисбаланса при массе, г, 0,5 (а), 1 (б), 1,5 (в), 2 (г), 2,5 (д) и изменение смещения (е) в зависимости от массы дисбаланса при скорости 6000 об/мин

Fig. 8. Displacement at a harmonic imbalance mass, gr, of 0,5 (a), 1 (б), 1,5 (в), 2 (г), 2,5 (д) and displacement change (e) as a function of the imbalance mass at the speed of 6000 rpm

3. Анализ отклика на дисбаланс проводился при изменении массы дисбаланса. Затем искали максимальный отклик ротора для каждой массы дисбаланса при глубине

трещины 10 мм. Было отмечено, что при увеличении массы дисбаланса отклик увеличивается, в то время как критическая скорость не меняется.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Nagaraju T., Srinivas K.** Rotor Dynamic Analysis of Steam Turbine Rotor Using ANSYS // International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research (IJMERR). 2014. Vol. 3. No. 1. P. 338–349.
2. **Varne P., Green I.** Crack Detection in a Rotor Dynamic System by Vibration Monitoring-Part II: Extended Analysis and Experimental Results // Redistribution subject to ASME license or copyright. November, 2012. Vol. 134(11). P. 112501.
3. **Sandeep T., Sankha B.** Dynamic analysis of rotor-bearing system for flexible bearing support condition // International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET). 2017. Vol. 8. P. 1785–1792.
4. **Reddy M.R., Srinivas J.** Vibration Analysis of a Support Excited Rotor System with Hydrodynamic Journal Bearings // Procedia Engineering. 2016. Vol. 144. P. 825–832.
5. **Won Lee C.** Vibration Analysis of Rotors / Springer Science + Business Media Dordrecht. Originally published by Kluwer Academic, 1993. P. 99–120.
6. **Xiao-Bo R., Yan-Dong C., Ying-Xiang C., Jiang-Gang Z., Ya-Ping T.** Dynamics of a cracked rotor system with oil-film force in parameter space // Nonlinear Dynamics. Springer Science+Business Media Dordrecht. 2017. Vol. 88. No. 4. P. 2347–2357.
7. **Michael I.F., John E.T., Seamus D.G., Arthur W.L.** Dynamics of Rotating Machines / Cambridge University Press, 32 Avenue of the Americas New York NY 10013. 2012. 2473 p. P. 177–183.
8. **Ignacio R.V., Luis M.P., Humberto C.H.** Vibrational Response of a Rotor Supported in Hydrodynamics Short Bearings // Memories Del Xix International Congress of Her Annual Somim, 25–27 September, 2013 PACHUCA, HIDALGO, MEXICO. P. 1085–1094.
9. **Athanasios C.** Vibration Analysis of Nonlinear-Dynamic Rotor-Bearing Systems and Defect Detection // Mechanical Engineering and Aeronautics, University of Patras. 2009. 326 p.
10. **Upadhyay N., Kankar P.** Dynamic analysis of rotor-bearing system by considering the transverse crack on rotor // European Journal of Computational Mechanics. 2017. Vol. 26. No. 3. P. 336–350.
11. **Zhenyong L., Lei H., Yushu C., Chuanzong S.** Nonlinear response analysis for a dual-rotor system with a breathing transverse crack in the hollow shaft // Nonlinear Dynamics, Springer Science+Business Media Dordrecht. 2016. Vol. 83. No. 1-2. P. 169–185.
12. **Rankin A.W., Senguin B.R.** Report of Investigation of the Turbine Wheel Fracture at Tunners Creek // Transactions of the ASME. 1956. Vol. 78. No. 10. 1527 p.
13. **Bachschnid N., Pennacchi R., Tanzi E.** Cracked Rotors. A survey on Static and Dynamic Behavior Including Modeling and Diagnosis / Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2010. 408 p.
14. **Peng Z.K., Lang Z.Q., Meng G., Chu F.L.** The Effects of Crack on the Transmission Matrix of Rotor System // Shock and Vibration. 2011. Vol. 18. P. 91–103.
15. **Rao J.S.** History of Rotating Machinery Dynamics. Springer Science + Business Media B.V. 2011. P. 188–196, 242–248.
16. **Ferjaoui N., Chouchane M.** A Nonlinear Analysis of a Flexible Unbalanced Cracked Rotor-Bearing System // International Conference Design and Modeling of Mechanical Systems CMSM, 2017. P. 21–30.
17. **Spagnol J.P., Wu H.** Breathing mechanism of a cracked rotor subject to non-trivial mass unbalance // Internoise and noise congress and conference proceedings. 2014. Institute of Noise Control Engineering. P. 6404–6410.
18. **Penny J.E.T., Friswell M.I.** The Dynamics of Cracked Rotors // IMAC-XXV: A Conference & Exposition on Structural Dynamics, Orlando, FL, February 19–22, 2007, Society for Experimental Mechanics, Bethel, CT. P. 198.
19. **Ishida Y., Yamamoto T.** Linear and Nonlinear Rotor Dynamics (A modern Treatment with Applications) // 2nd Enlarged and Improved Edition, Wiley-VCH Verlag & Co. 2012, Germany. P. 307–320.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АБЕД Салам Ахмед – аспирант Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого

E-mail: almuhands67@gmail.com

АЛЬ ДРАЖИ Джассем Ф. – кандидат технических наук ассистент Центральной нефтеперерабатывающей компании (Аль-Даура НПЗ) Министерства нефти Ирака

E-mail: jassim_aldrajy@yahoo.com

БАХРАМИ Мохаммад Реза – кандидат технических наук доцент Университета Иннополис

E-mail: mr.bahrami1982@gmail.com

Дата поступления статьи в редакцию: 12.04.2018

REFERENCES

- [1] **Nagaraju T., Srinivas K.** Rotor Dynamic Analysis of Steam Turbine Rotor Using ANSYS. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research (IJMERR)*. 2014. Vol. 3, No. 1. P. 338–349.
- [2] **Varne P., Green I.** Crack Detection in a Rotor Dynamic System by Vibration Monitoring-Part II: *Extended Analysis and Experimental Results. Redistribution subject to ASME license or copyright*. November 2012. Vol. 134(11). P. 112501.
- [3] **Sandeep T., Sankha B.** Dynamic analysis of rotor-bearing system for flexible bearing support condition. *International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET)*. 2017. Vol. 8. P. 1785–1792.
- [4] **Reddy M.R., Srinivas J.** Vibration Analysis of a Support Excited Rotor System with Hydrodynamic Journal Bearings. Elsevier, Procedia Engineering. 2016. Vol. 144. P. 825–832.
- [5] **Won Lee C.** Vibration Analysis of Rotors. Springer Science + Business Media Dordrecht, originally published by Kluwer Academic, 1993. P. 99–120.
- [6] **Xiao-Bo R., Yan-Dong C., Ying-Xiang C., Jian-Gang Z., Ya-Ping T.** Dynamics of a cracked rotor system with oil-film force in parameter space. *Nonlinear Dynamics*. Springer Science+Business Media Dordrecht. 2017. Vol. 88. No. 4. P. 2347–2357.
- [7] **Michael I.F., John E.T., Seamus D.G., Arthur W.L.** Dynamics of Rotating Machines. Cambridge University Press, 32 Avenue of the Americas New York NY 10013, 2012, 2473 pages. P. 177–183.
- [8] **Ignacio R.V., Luis M.P., Humberto C.H.** Vibrational Response of a Rotor Supported in Hydrodynamics Short Bearings. *Memories Del Xix International Congress of Her Annual Somim*, 25–27 September, 2013 PACHUCA, HIDALGO, MEXICO. P. 1085–1094.
- [9] **Athanasios C.** Vibration Analysis of Nonlinear-Dynamic Rotor-Bearing Systems and Defect Detection / Mechanical Engineering and Aeronautics, University of Patras, 2009. 326 p.
- [10] **Upadhyay N., Kankar P.** Dynamic analysis of rotor-bearing system by considering the transverse crack on rotor. *European Journal of Computational Mechanics*. 2017. Vol. 26. No.3. P. 336–350.
- [11] **Zhenyong L., Lei H., Yushu C., Chuanzong S.** Nonlinear response analysis for a dual-rotor system with a breathing transverse crack in the hollow shaft. *Nonlinear Dynamics*, Springer Science+Business Media Dordrecht. 2016. Vol. 83. No. 1-2. P. 169–185.
- [12] **Rankin A.W., Senguin B.R.** Report of Investigation of the Turbine Wheel Fracture at Tunners Creek. *Transactions of the ASME*. 1956. Vol. 78. No. 10. 1527 p.
- [13] **Bachschnid N., Pennacchi R., Tanzi E.** Cracked Rotors. A survey on Static and Dynamic Behavior Including Modeling and Diagnosis. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, 408 p.
- [14] **Peng Z.K., Lang Z.Q., Meng G., Chu F.L.** The Effects of Crack on the Transmission Matrix of Rotor System. *Shock and Vibration*. 2011. Vol. 18. P. 91–103.
- [15] **Rao J.S.** History of Rotating Machinery Dynamics. Springer Science + Business Media B.V. 2011. P. 188–196, 242–248.
- [16] **Ferjaoui N., Chouchane M.** A Nonlinear Analysis of a Flexible Unbalanced Cracked Rotor-Bearing System. *International Conference Design and Modeling of Mechanical Systems CMSM*, 2017, P. 21–30.
- [17] **Spagnol J.P., Wu H.** Breathing mechanism of a cracked rotor subject to non-trivial mass unbalance. *Internoise and noise congress and conference proceedings*, 2014. Institute of Noise Control Engineering. P. 6404–6410.
- [18] **Penny J.E.T., Friswell M.I.** The Dynamics of Cracked Rotors. *IMAC-XXV: A Conference & Exposition on Structural Dynamics*, Orlando, FL, February 19–22, 2007, Society for Experimental Mechanics, Bethel, CT. P. 198.
- [19] **Ishida Y., Yamamoto T.** Linear and Nonlinear Rotor Dynamics (A modern Treatment with Applications), *2nd Enlarged and Improved Edition*, Wiley-VCH Verlag & Co. 2012, Germany. P. 307–320.

THE AUTHORS

ABED Salam Akhmed – Peter the Great St. Petersburg polytechnic university

E-mail: almuhands67@gmail.com

AL DRAJY J.F. – Midland refineries company (Al – Daura Refinery) Ministry of Oil of Iraq

E-mail: jassim_aldrajy@yahoo.com

BAHRAMI Mokhammad R. – Innopolis university

E-mail: mr.bahrani1982@gmail.com

Received: 12.04.2018