



НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математические
науки

ТОМ 11, № 4
2018

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Алферов Ж.И., академик РАН – председатель;
Боровков А.И., проректор по перспективным проектам;
Варшалович Д.А., академик РАН;
Глухих В.А., академик РАН;
Жуков А.Е., чл.-кор. РАН – зам. председателя;
Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор;
Индейцев Д.А., чл.-кор. РАН;
Рудской А.И., академик РАН – зам. председателя;
Сурис Р.А., академик РАН.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – главный редактор;
Фотиади А.Э., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – зам. главного редактора;
Капралова В.М., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия – ответственный секретарь;
Антонов В.И., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Безпрозванный И.Б., д-р биол. наук, профессор, Юго-Западный медицинский центр
Техасского университета, Даллас, США;
Блинов А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Донецкий Д.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, университет штата Нью-Йорк в Стоуни-Брук, США;
Лобода О.С., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия;
Малерб Й.Б., Dr.Sc. (Physics), профессор, университет Претории, ЮАР;
Остряков В.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Привалов В.Е., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия.
Смирнов Е.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Соловьёв А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, Научно-исследовательский центр
мезобионаносистем (MBN), Франкфурт-на-Майне, Германия;
Таганцев А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, Швейцарский федеральный институт технологий,
Лозанна, Швейцария;
Топтыгин И.Н., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Тропп Э.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Фирсов Д.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;
Хейфец А.С., Ph.D. (Physics), профессор, Австралийский национальный университет,
Канберра, Австралия;
Черепанов А.С., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия.

Журнал с 2002 г. входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Сведения о публикациях представлены в Реферативном журнале ВИНТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich's Periodical Directory».

С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ».

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.

Распространяется по Каталогу стран СНГ, Объединенному каталогу «Пресса России» и по Интернет-каталогу «Пресса по подписке». Подписной индекс **71823**.

Журнал включен в базу данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ), размещенную на платформе Научной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibrary.ru>

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства: Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.
Тел. редакции (812) 294-22-85.
<http://ntv.spbstu.ru/physics>

THE MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION



ST. PETERSBURG STATE
POLYTECHNICAL UNIVERSITY
JOURNAL

Physics
and Mathematics

VOLUME 11, No. 4
2018

Polytechnical University Publishing House
Saint Petersburg
2018

ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL. PHYSICS AND MATHEMATICS

JOURNAL EDITORIAL COUNCIL

Zh.I. Alferov – full member of RAS, head of the editorial council;
A.I. Borovkov – vice-rector for perspective projects;
V.A. Glukhikh – full member of RAS;
D.A. Indeitsev – corresponding member of RAS;
V.K. Ivanov – Dr. Sci.(phys.-math.), prof.;
A.I. Rudskoy – full member of RAS, deputy head of the editorial council;
R.A. Suris – full member of RAS;
D.A. Varshalovich – full member of RAS;
A.E. Zhukov – corresponding member of RAS, deputy head of the editorial council.

JOURNAL EDITORIAL BOARD

V.K. Ivanov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – editor-in-chief;
A.E. Fotiadi – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – deputy editor-in-chief;
V.M. Kapralova – Candidate of Phys.-Math. Sci., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – executive secretary;
V.I. Antonov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
I.B. Bezprozvanny – Dr. Sci. (Biology), prof., The University of Texas Southwestern Medical Center, Dallas, TX, USA;
A.V. Blinov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.S. Cherepanov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
D.V. Donetski – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., State University of New York at Stony Brook, NY, USA;
D.A. Firsov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.S. Kheifets – Ph.D., prof., Australian National University, Canberra, Australia.
O.S. Loboda – Candidate of Phys.-Math. Sci., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
J.B. Malherbe – Dr. Sci. (Physics), prof., University of Pretoria, Republic of South Africa;
V.M. Ostryakov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
V.E. Privalov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
E.M. Smirnov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
A.V. Solov'yov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., MBN Research Center, Frankfurt am Main, Germany;
A.K. Tagantsev – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland;
I.N. Toptygin – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;
E.A. Tropp – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia.

The journal is included in the List of leading peer-reviewed scientific journals and other editions to publish major findings of theses for the research degrees of Doctor of Sciences and Candidate of Sciences.

The publications are presented in the VINITI RAS Abstract Journal and Ulrich's Periodical Directory International Database.

The journal is published since 2008 as part of the periodical edition 'Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPb-GPU'.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR). Certificate ПИ № ФС77-52144 issued December 11, 2012.

The journal is distributed through the CIS countries catalogue, the «Press of Russia» joint catalogue and the «Press by subscription» Internet catalogue. The subscription index is **71823**.

The journal is in the Russian Science Citation Index (RSCI) database.

© Scientific Electronic Library (<http://www.elibrary.ru>).

No part of this publication may be reproduced without clear reference to the source.

The views of the authors may not represent the views of the Editorial Board.

Address: 195251 Politekhnicheskaya St. 29, St. Petersburg, Russia.

Phone: (812) 294-22-85.

<http://ntv.spbstu.ru/physics>

Содержание

Физика конденсированного состояния

Фараджева М.П., Приходько А.В., Коньков О.И. Особенности проводимости наномодифицированных ВТСП-структур	7
Ковальчук А.А., Приходько А.В. Аномалия проводимости пленок из графеноподобного углерода в области температур 80 – 120 К	15
Романов Н.М., Захарова И.Б., Малова М.М., Елистратова М.А., Мусихин С.Ф. Влияние гамма-излучения на тонкие нанокompозитные пленки МЕН-PPV/C ₆₀	24
Романов Н.М., Малова М.М., Лахдеранта Э., Мусихин С.Ф. Действие гамма-излучения на люминесценцию и фотопроводимость нанокompозита МЕН-PPV– сульфид свинца	35

Математическое моделирование физических процессов

Храпунов Е.Ф., Чумаков Ю.С. Структура свободноконвективного течения над горизонтальным нагретым диском при небольших числах Грасгофа	47
Карелин Д.Л., Болдырев А.В., Гуреев В.М., Болдырев С.В. Моделирование динамических процессов в парокompрессионной системе охлаждения	61

Физическая электроника

Тарадаев Е.П., Соминский Г.Г. Моделирование электронно-оптической системы с полевым эмиттером для коротковолнового диагностического гиротрона	77
--	----

Физическое материаловедение

Степанов В.В., Петреня Ю.К., Андреев А.М., Костельов А.М., Маннанов Э.Р., Талалов В.А. Влияние свойств компонентов на эффективную теплопроводность полимерных композитных материалов	85
---	----

Теоретическая физика

Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С. Собственное время в релятивистской квантовой механике	95
Ларионов Н.В., Баранцев К.А., Попов Е.Н. Одноатомный лазер, работающий в режиме сильной связи и низкодобротного резонатора	104

Радиофизика

Головинский П.А., Проскурин Д.К. Рассеяние волн анизотропной двухмасштабной шероховатой поверхностью	112
---	-----

<i>Авторский указатель</i>	121
----------------------------------	-----

Contents

Condensed matter physics

Faradzheva M.P., Prihod'ko A.V., Kon'kov O.I. <i>Conductivity features of the nanomodified HTSC structures</i>	7
Koval'chuk A.A., Prihod'ko A.V. <i>The conductivity of the graphene-like carbon films: anomaly in the 80–120 K temperature range</i>	15
Romanov N.M., Zakharova I.B., Malova M.M., Elistratova M.A., Musikhin S.F. <i>Effect of gamma radiation on the thin nanocomposite MEH-PPV/C₆₀ films</i>	24
Romanov N.M., Malova M.M., Lahderanta E., Musikhin S.F. <i>Effect of gamma radiation on luminescence and photoconductivity of MEH-PPV – lead sulfide nanocomposite</i>	35

Simulation of physical processes

Khrapunov E.F., Chumakov Yu.S. <i>The structure of a natural convective flow over a horizontal heated disc at small Grashof numbers</i>	47
Karelin D.L., Boldyrev A.V., Gureev V.M., Boldyrev S.V. <i>Modeling of dynamic processes in the vapor compression cooling system</i>	61

Physical electronics

Taradaev E.P., Sominskii G.G. <i>Simulation of the electron-optical system with a field emitter for a short-wave diagnostic gyrotron</i>	77
---	----

Physical materials technology

Stepanov V.V., Petrenya Yu.K., Andreev A.M., Kostelov A.M., Mannanov E.R., Talalov V.A. <i>Effective heat conductivity of polymeric composite materials: The influence of component properties</i>	85
---	----

Theoretical physics

Gorobey N.N., Lukyanenko A.S. <i>Internal time in relativistic quantum mechanics</i>	95
Larionov N.V., Barantsev K.A., Popov E.N. <i>Single-atom laser with a low-finesse cavity operating in the strong-coupling regime</i>	104

Radiophysics

Golovinski P.A., Proskurin D.K. <i>Wave scattering by an anisotropic two-scale rough surface</i>	112
<i>Author index</i>	121

DOI: 10.18721/JPM.11401

УДК 538.945

**ОСОБЕННОСТИ ПРОВОДИМОСТИ
НАНОМОДИФИЦИРОВАННЫХ ВТСП-СТРУКТУР****М.П. Фараджева¹, А.В. Приходько¹, О.И. Коньков²**¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Проведены исследования транспортных характеристик наноструктур, состоящих из микрокристаллического порошка $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ и нанопорошка того же состава, в наносекундном интервале длительностей импульсного напряжения, приложенного к наноструктуре. Установлено, что при 20%-м содержании нанопорошка наблюдается повышение критической температуры перехода T_c в сверхпроводящее состояние. Полученные экспериментальные результаты трактуются в рамках теории перколяции, согласно которой оптимальная концентрация нанопорошка в наномодифицированных структурах приводит к возникновению максимального количества джозефсоновских контактов микропорошок – нанопорошок. Увеличение пористости структуры при отклонении от оптимальной концентрации приводит к разрушению перколяционного кластера и уменьшению значения T_c , а также к уширению области температур, в которой происходит переход в сверхпроводящее состояние.

Ключевые слова: наноструктура, высокотемпературная сверхпроводимость, перколяционный кластер, критическая температура

Ссылка при цитировании: Фараджева М.П., Приходько А.В., Коньков О.И. Особенности проводимости наномодифицированных ВТСП-структур // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 7–14. DOI: 10.18721/JPM.11401

CONDUCTIVITY FEATURES OF THE NANOMODIFIED HTSC STRUCTURES**M.P. Faradzheva¹, A.V. Prikhod'ko¹, O.I. Kon'kov²**¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;²The Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences,
St. Petersburg, Russian Federation

The transport characteristics of nanostructures consisting of microcrystalline $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ powder and nanopowder of the same composition have been studied in the nanosecond duration interval of the pulse voltages applied to the nanostructure. An increase in the critical temperature T_c of the transition to the superconducting state was established to occur at the 20% nanopowder content. The obtained experimental data was interpreted in terms of the percolation theory. This theory holds that the optimal nanopowder content in the nanomodified material causes a

rise of the maximum number of micropowder-nanopowder Josephson's contacts. An increase in the structure porosity when the content falls off from the optimum, leads to a break-down of a percolation cluster and to a decrease in the T_c value; moreover, the temperature range where the transition to the superconducting state takes place, spreads.

Keywords: nanostructure, high-temperature superconductivity, percolation cluster, critical temperature

Citation: M.P. Faradzheva, A.V. Prikhod'ko, O.I. Kon'kov, Conductivity features of the nanomodified HTSC structures, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 7–14. DOI: 10.18721/JPM.11401

Введение

Изучение механизма протекания тока в материалах с высокотемпературной сверхпроводимостью (ВТСП) представляет повышенный интерес ввиду проявления нелинейных электрических свойств при варьировании их химического состава, характера взаимодействия между их гранулами и особенностей межгранульной среды. Среди указанных объектов следует выделить «модифицированные» наноматериалы как близкие к перколяционным структурам [1 – 3]. Физические свойства в неоднородных перколяционных структурах, такие как электропроводность, диффузия, подвижность носителей заряда, намагниченность и другие, можно описать с позиций теории протекания (перколяции).

Известно, что в теории протекания ключевую роль играют как характеристики среды, так и параметры взаимодействия областей с одинаковыми свойствами. При этом появляется возможность управлять электрическими свойствами таких перколяционных структур, в частности проводимостью. Например, в работе [2] показано, что наноструктуры на основе серебра обладают нелинейными вольт-амперными характеристиками, т. е. при повышении напряжения на кривой зависимости силы тока от приложенного напряжения $I(U)$ наблюдается область с отрицательным дифференциальным напряжением. В работе [3] изучено протекание тока в композите сверхпроводник – манганит. При этом установлено, что когда концентрация ферромагнетика достигает критического значения, нарушаются перколяционные пути и образуется сетка контактов сверхпроводник – ферромагнетик – сверхпроводник. Наличие сетки приводит к резкому возрастанию удельного сопротив-

ления композита и уширению сверхпроводящего фазового перехода (с сохранением ферромагнитных свойств). Подобные соединения рассматриваются как сверхпроводники с размытой температурой фазового перехода (далее для краткости эта область сопротивлений и температур будет именоваться $R(T)$ -переход). При добавлении в диборид магния MgB_2 более 10% магнитного материала $La_{0,7}Sr_{0,3}MnO_3$ (LSMO), транспортные характеристики такого соединения определяются протеканием тока по цепочкам LSMO – MgB_2 – LSMO – MgB_2 , что объясняет уширение $R(T)$ -перехода на 10 К. В работе [4], где измерения выполнялись на постоянном токе, было установлено, что если получать ВТСП-керамику $YBa_2Cu_3O_{7-8}$ путем смешивания микрокристаллического порошка и нанопорошка такого же состава (с концентрацией более 20 %), то повышается как абсолютное значение электросопротивления, так и температура сверхпроводящего перехода (по отношению к соответствующим свойствам микрокристаллов).

Цель настоящей работы – установить влияние состава ВТСП-керамики $YBa_2Cu_3O_{7-8}$, полученной путем смешивания порошков с разным размером частиц, на критическую температуру и ширину перехода ВТСП-материалов в сверхпроводящее состояние.

В связи с поставленной целью, в работе изучены особенности протекания тока в таких структурах в зависимости от содержания нанопорошка и представлены результаты анализа транспортных характеристик модифицированных ВТСП-материалов на основе микрокристаллического порошка $YBa_2Cu_3O_{7-8}$ и нанопорошка того же состава в наносекундном интервале длительностей

напряжения, приложенного к таким структурам.

Методика эксперимента

Для проведения исследований использовались образцы, состоящие из сверхпроводящего микрокристаллического порошка оксида иттрия-бария-меди YBCO, полученного по обычной керамической технологии спеканием порошков углекислого бария BaCO_3 , оксида иттрия Y_2O_3 и оксида меди CuO в твердой фазе, и сверхпроводящего нанопорошка YBCO [4, 5], полученного путем сжигания нитрат-органических прекурсоров. Нитраты иттрия, бария и меди смешивались в соответствующих мольных долях и растворялись в воде в соотношении 0,03 : 1,00. В качестве «топлива» добавлялся глицерин в количестве 0,5 – 1,5 % от общей массы водного раствора нитратов. Полученный раствор выпаривался при непрерывном помешивании до желеобразного состояния. Этот осадок воспламенялся и горел до образования аморфного сыпучего прекурсора. После этого полученный продукт подвергался термообработке до 350 – 915 °С с выдержкой при этих температурах в течение 1 – 20 ч для удаления недогоревшей органики и формирования соответствующего распределения размеров частиц. Размеры частиц нанопорошка составляли примерно 35 – 70 нм [5], а микрокристаллов, полученных методом твердофазного спекания, – 0,5 – 2,0 мкм.

Дифракционный анализ синтезированных соединений, исследование морфологии образцов, а также их фазового состава представлены ранее в работе [5].

Образцы модифицированных структур получали путем смешивания двух порошкообразных компонентов в массовом соотношении. Компоненты не подвергались спеканию, чтобы избежать взаимодиффузии и нежелательных химических реакций, а также прессованию, чтобы исключить вклад механического воздействия в исследуемые характеристики. Мы рассматривали модельную систему – смесь порошков с искусственно созданными джозефсоновскими слабыми связями, образующимися на естественных межгранульных границах.

Нормальное сопротивление указанных границ составляет примерно 3 Ом и не отражается на выводах работы.

Для оценки транспортных характеристик образцов проводились исследования температурных зависимостей сопротивления $R(T)$ в области сверхпроводящего фазового перехода в наносекундном интервале длительностей приложенного напряжения, по методике, описанной в работе [6]. Образец помещали в цилиндрическую диэлектрическую ячейку между двумя прижимными контактами из стеклоуглерода и сжимали этими электродами с давлением не более 1 МПа. Длительность импульса составляла 1 – 20 нс при напряжении до 1 В на частоте 100 Гц. Особенность такого наносекундного эксперимента состоит в управляемом контроле термического перегрева каналов протекания, который позволяет выявить особенности протекания тока в неоднородной системе без ее разрушения. Сопротивление образца в измерительной ячейке доводилось до 100 – 200 Ом (при комнатной температуре) путем его сжатия стеклоуглеродными электродами; это было необходимо для обеспечения наибольшей чувствительности методики. Степень такого сжатия не влияла на плотность упаковки порошкообразного образца, так как прикладываемые усилия ничтожно малы (на это указывала воспроизводимость полученных нами результатов для одного и того же образца). Значение критической температуры T_c определялось как точка начала перехода. Для системы с 100%-м микрокристаллическим порошком $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ точка начала резистивного перехода составляла примерно 94 К, т. е. была близкой к значению температуры Кюри, найденной с помощью магнитных измерений в работе [7], и это значение является стандартным.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

На рис. 1 представлены температурные зависимости сопротивления образцов $R(T)$ в области перехода в сверхпроводящее состояние для образцов с различным содержанием нанопорошка (0 – 100 %), при длительности импульса приложенно-

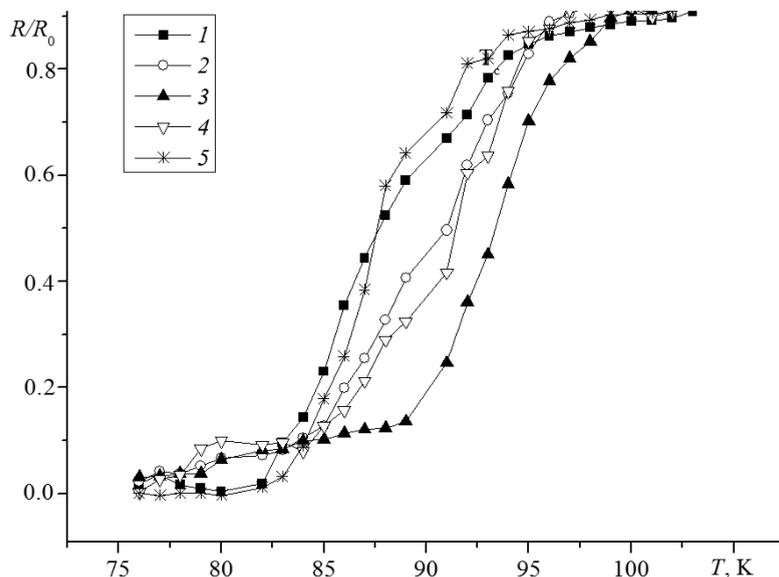


Рис. 1. Температурная зависимость сопротивления образцов $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ в области сверхпроводящего перехода для различных концентраций введенного нанопорошка, %: 0 (1), 10 (2), 20 (3), 30 (4), 100 (5)

го напряжения 5 нс. Результаты измерений представлены в относительных единицах, где R_0 – значение сопротивления при $T = 100$ К.

Исследования в стационарном режиме [5] показали, что для керамики $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, полученной твердофазным спеканием, температура перехода в сверхпроводящее состояние составляет 89,0 К, а добавление нанопорошка в концентрации более 20 % повышает эту температуру до 96,6 К. Однако наносекундные исследования показали, что повышение критического значения температуры T_c примерно на 5 К наблюдается только для образца с 20%-м содержанием нанопорошка, тогда как существенного повышения T_c для других концентраций не зарегистрировано.

На рис. 2 приведены зависимости величины T_c от концентрации нанопорошка (N , %) в стационарном режиме (кривая 1, [5]) и в наносекундном (кривая 2). Значения T_c для чисто микрокристаллических образцов ($N = 0$ %) в стационарном и наносекундном режимах различаются, так как в первом случае авторы работы [5] исследовали керамику $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, полученную методом твердофазного спекания, тогда

как во втором (настоящая статья) – смесь микрокристаллических порошков.

В таблице приведены значения критической температуры (T_c , К), ширины сверхпроводящего перехода (ΔT , К) и наклона кривой температурной зависимости сопротивления (B , K^{-1}) для образцов с различным содержанием нанопорошка (N , %). Наклон зависимости $R(T)$ (параметр B) вычислялся как угловой коэффициент касательной в точке кривой, где значение R/R_0 составляло половину максимального значения, т. е. $(1/2) (R/R_0)_{\max}$ (середина сверхпроводящего перехода), с погрешностью 5 %. Установлено, что наклон кривой зависимости сопротивления от температуры для образца 3 с 20%-м содержанием нанопорошка отличается от других образцов (1, 2, 4, 5).

Для образца с 20%-м содержанием нанопорошка величина B выше, чем для образцов других составов, что свидетельствует о более резком переходе в сверхпроводящее состояние. Для этого же состава наблюдается и наибольшее значение T_c , равное 99 К.

В работах [8, 9] установлено, что при добавлении наночастиц BaTiO_3 [8] и BaHfO_3 [9] в микрокристаллическое соединение $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ температура перехода в сверх-

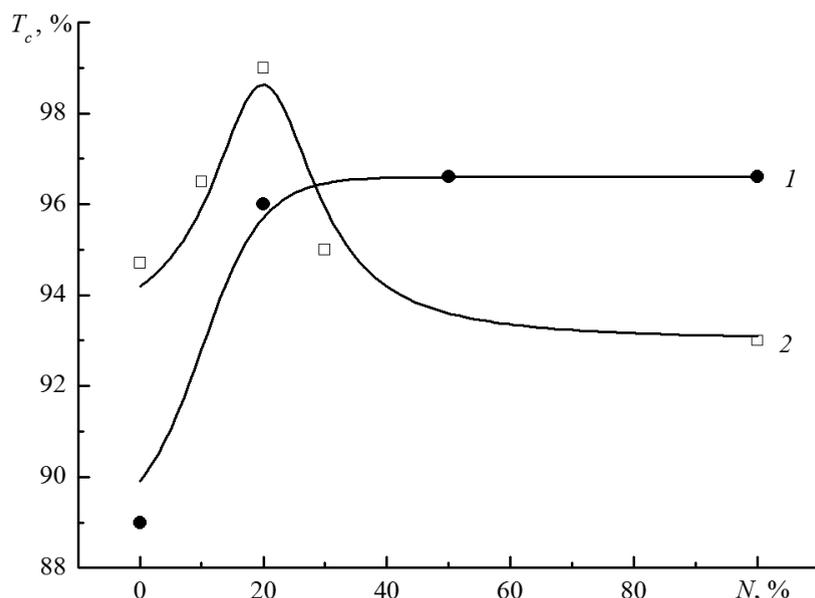


Рис. 2. Зависимости критической температуры перехода образцов в сверхпроводящее состояние от концентрации нанопорошка в статическом (1 [5]) и наносекундном (2) режимах; данные получены для керамики (1) и для смеси порошков (2)

проводящее состояние повышается до 103 и 107 К соответственно.

Введение наночастиц других элементов в керамику YBCO, как правило, снижает критическую температуру перехода в сверхпроводящее состояние T_c [10 – 12], тогда как для наших наноструктурированных материалов значение T_c увеличивается.

Согласно теории перколяции, проводимость в неоднородных средах зависит от концентрации примеси в исходном образце и ее порогового значения (N_c – критическая концентрация, при которой наблюдается порог протекания тока). В исследуемых нами структурах нанодисперсный порошок

выступает в качестве связующего, образуя сеть слабых связей джозефсоновского типа в микрокристаллическом ВТСП. Нанодисперсный наполнитель, располагаясь между микрочастицами ВТСП, обеспечивает формирование сверхпроводящего перколяционного кластера в неоднородной среде.

Пороговое значение концентрации, при котором наблюдается повышение T_c (см. рис. 2), приходится на 20%-е содержание нанопорошка, выше которого, вероятно, в системе происходит «переключение» механизма проводимости. Согласно теории протекания, в объемной двухкомпонентной системе при 26%-й объемной доле частиц

Таблица

Параметры фазового перехода в сверхпроводящее состояние для образцов модифицированного $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ с различным содержанием нанопорошка

N , %	0	10	20	30	100
T_c , К	94,7	96,0	99,0	95,0	93,0
ΔT , К	14	14	10	12	13
B , K^{-1}	0,064	0,064	0,090	0,070	0,071

Обозначения: T_c – критическая температура; ΔT – ширина сверхпроводящего перехода; B – наклон кривой температурной зависимости сопротивления; N – содержание нанопорошка.

меньшего размера существует максимальное значение плотности упаковки [13] (минимальная пористость). При этом возможно создание благоприятных условий для проявления джозефсоновских свойств. Такая концентрация в наномодифицированных структурах приводит к возникновению максимального количества джозефсоновских контактов микропорошок – нанопорошок. С увеличением концентрации, нанодисперсный наполнитель, обволакивая микрокристаллы $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, образует оболочку из нанопорошка того же состава. При значении N свыше 20 % образуется «прослойка» из нанопорошка и исчезает прямой контакт между микрогранулами. Увеличение пористости структуры при отклонении от оптимальной концентрации приводит к нарушению джозефсоновской сетки, разрушению перколяционного кластера и наблюдаемому нами уменьшению значения T_c , а также к уширению области температур, где имеет место переход в сверхпроводящее состоя-

ние. Отметим, что в случае стационарных токов такой эффект отсутствует ввиду длительного теплового воздействия.

Заключение

Проведенное исследование транспортных характеристик при наносекундных длительностях напряжения позволяет выявить особенности изменения температуры и крутизны перехода (наклона кривых) ВТСП-структур неоднородного состава. Установлено, что в структурах, состоящих из микрокристаллического порошка $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ и нанопорошка того же состава, наблюдается повышение критической температуры перехода T_c в сверхпроводящее состояние и сужение сверхпроводящего перехода при концентрации нанопорошка примерно 20 %. Путем добавления нанопорошка в различной концентрации появляется возможность управления критической температурой и шириной перехода в сверхпроводящее состояние.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мицен К.В., Иваненко О.М. U -центры, перколяция и переход диэлектрик – металл в ВТСП // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2000. Т. 118. № 3. С. 666–675.
2. Гладских И.А., Полищук В.А., Варгания Т.А. Серебряные структуры на пороге перколяции, полученные с помощью лазерного отжига // Физика твердого тела. 2017. Т. 59. № 3. С. 582–587.
3. Кононенко В.В., Таренков В.Ю., Дьяченко А.И., Варюхин В.Н. Транспортные характеристики композита сверхпроводник – ферромагнетик // Физика низких температур. 2014. Т. 40. № 3. С. 247–249.
4. Гаджимагомедов С.Х., Фараджева М.П., Табит А.Ф.А., Гамматаев С.Л., Хашафа А.Х.Д., Палчаев Д.К. Получение наноструктурированных материалов на основе $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ // Вестник Дагестанского государственного университета. Сер. Естественные науки. 2014. № 1. С. 36–42.
5. Гаджимагомедов С.Х., Палчаев Д.К., Рабаданов М.Х., Мурлиева Ж.Х., Шабанов Н.С., Палчаев Н.А., Мурлиев Э.К., Эмиров Р.М. Керамические материалы на основе $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, полученные из нанопорошков // Письма в Журнал технической физики. 2016. Т. 42. № 1. С. 9–16.
6. Приходько А.В., Коньков О.И. Модифи-

кация структуры и протекание тока в массиве углеродных однослойных нанотрубок // Физика твердого тела. 2014. Т. 56. № 7. С. 1411–1414.

7. Балаев Д.А., Дубровский А.А., Шайхутдинов К.А., Попков С.И., Гохфельд Д.М., Гохфельд Ю.С., Петров М.И. Механизм гистерезисного поведения магнитосопротивления гранулярных ВТСП. Универсальность ширины гистерезиса магнитосопротивления // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2009. Т. 135. № 2. С. 271–279.

8. Rejith P.P., Vidya S., Thomas J.K. Effect of addition of $BaTiO_3$ nano particles on the electrical transport properties of YBCO superconductor // IOP Conference Series: Material Science and Engineering. 2015. Vol. 73. Pp. 1–4.

9. Rejith P.P., Vidya S., Thomas J.K., Solomon S. Enhancement of vortex pinning in $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ - $BaHfO_3$ superconductor-insulator system // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. 2012. Vol. 25. No. 6. Pp. 1817–1822.

10. Hamrita A., Ben Azzouz F., Dachraoui W., Ben Salem M. The effect of silver inclusion on superconducting properties of $YBa_2Cu_3O_y$ prepared using planetary ball milling // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. 2013. Vol. 26. No. 4. Pp. 879–884.

11. Missak Swarup Raju P., Devendra Kumar N.,



Pavan Kumar Naik S., Rajasekharan T., Seshubai V. Introduction of nano ceria into infiltration growth processed YBCO superconducting composites // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. 2014. Vol. 27. No. 10. Pp. 2277–2282.

12. **Turkoz M.B., Nezir S., Terzioglu C., Varilci A., Yildirim G.** Investigation of Lu effect on

YBa₂Cu₃O_{7-δ} superconducting compounds // Journal of Materials Science: Materials of Electronics. 2013. Vol. 24. No. 3. Pp. 896–905.

13. **Дик И.Г., Дьяченко Е.Г., Минков Л.Л.** Моделирование случайной упаковки шаров // Физическая мезомеханика. 2006. Т. 9. № 4. С. 63–69.

Статья поступила в редакцию 07.05.2018, принята к публикации 25.09.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ФАРАДЖЕВА Мислимат Пиралиевна — ассистент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
mpfaradzheva@physics.spbstu.ru

ПРИХОДЬКО Александр Владимирович — доктор физико-математических наук, профессор Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
aleks@physics.spbstu.ru

КОНЬКОВ Олег Игоревич — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории физико-химических свойств полупроводников Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

194021, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
oleg-1705@yandex.ru

REFERENCES

[1] **K.V. Mitsen, O.M. Ivanenko**, Negative U centers, percolation, and the insulator-metal transition in high- T_c superconductors, Journal of Experimental and Theoretical Physics. 91 (3) (2000) 579–587.

[2] **I.A. Gladskikh, V.A. Polishchuk, T.A. Vartanyan**, Silver structures at the percolation threshold, prepared by laser annealing, Physics of the Solid State. 59 (3) (2017) 601–606.

[3] **V.V. Kononenko, V.Yu. Tarenkov, A.I. D'yachenko, V.N. Varyuhin**, Transport characteristics of a superconductor–ferromagnet composite, Low Temperature Physics. 40 (3) (2014) 211–214.

[4] **S.Kh. Gadzhimagomedov, M.P. Faradzheva, A.F.A. Tabit, et al.**, Nanostructured materials producing based on YBa₂Cu₃O_{7-δ}, Herald of Dagestan State University, Ser. Natural Sciences. (1) (2014) 36–42.

[5] **S.Kh. Gadzhimagomedov, D.K. Palchayev, M.Kh. Rabadanov, et al.**, YBa₂Cu₃O_{7-δ}-based ceramic materials manufactured from nanopowders, Technical Physics Letters. 42 (1) (2016) 4–7.

[6] **A.V. Prikhod'ko, O.I. Kon'kov**, Modification of the structure and percolation of current in an array of single-walled carbon nanotubes, Physics of

the Solid State. 56 (7) (2014) 1463–1466.

[7] **D.A. Balayev, A.A. Dubrovskii, K.A. Shaikhutdinov, et al.**, Mechanism of the hysteretic behavior of the magnetoresistance of granular HTSCs: The universal nature of the width of the magnetoresistance hysteresis loop, Journal of Experimental and Theoretical Physics. 108 (2) (2009) 241–248.

[8] **P.P. Rejith, S. Vidya, J.K. Thomas**, Effect of addition of BaTiO₃ nano particles on the electrical transport properties of YBCO superconductor, IOP Conference Series: Material Science and Engineering. 73 (2015) 1–4.

[9] **P.P. Rejith, S. Vidya, J.K. Thomas, S. Solomon**, Enhancement of vortex pinning in YBa₂Cu₃O_{7-δ}-BaHfO₃ superconductor–insulator system, Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. 25 (6) (2012) 1817–1822.

[10] **A. Hamrita, F. Ben Azzouz, W. Dachraoui, M. Ben Salem**, The effect of silver inclusion on superconducting properties of YBa₂Cu₃O_y prepared using planetary ball milling, Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. 26 (4) (2013) 879–884.

[11] **P. Missak Swarup Raju, N. Devendra**

Kumar, S. Pavan Kumar Naik, et al., Introduction of nano ceria into infiltration growth processed YBCO superconducting composites, *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*. 27 (10) (2014) 2277–2282.

[12] **M.B. Turkoz, S. Nezir, C. Terzioglu, et al.**, Investigation of Lu effect on $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$

superconducting compounds, *Journal of Materials Science: Materials of Electronics*. 24 (3) (2013) 896–905.

[13] **I.G. Dik, E.G. Dyachenko, L.L. Minkov**, Modelirovaniye sluchaynoy upakovki sharov [Simulation of the random packing spheres], *Physical Mesomechanics Journal*. 9 (4) (2006) 63–69.

Received 07.05.2018, accepted 25.09.2018.

THE AUTHORS

FARADZHEVA Mislimat P.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
mpfaradzheva@physics.spbstu.ru

PRIKHOD'KO Aleksandr V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
aleks@physics.spbstu.ru

KON'KOV Oleg I.

The Ioffe Institute of the Russian Academy of Sciences
26 Polytekhnicheskaya St., St. Petersburg, 194021, Russian Federation
oleg-1705@yandex.ru



DOI: 10.18721/JPM.11402

УДК 538.945+539.216.2

АНОМАЛИЯ ПРОВОДИМОСТИ ПЛЕНОК ИЗ ГРАФЕНОПОДОБНОГО УГЛЕРОДА В ОБЛАСТИ ТЕМПЕРАТУР 80 – 120 К

А.А. Ковальчук¹, А.В. Приходько²

¹Институт геологии Карельского научного центра Российской академии наук,
Петрозаводск, Российская Федерация

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе представлены результаты исследования проводимости пленок из природного углерода в интервале температур 78 – 220 К. Приведены данные структурных исследований методами сканирующей электронной микроскопии и спектроскопии комбинационного рассеяния. Выявлено, что осаждение природного углерода на подложки с нанесенным токопроводящим покрытием оксида индия позволяет получать структуры нового типа – тонкие пленки, построенные из однородных углеродных сеток, в узлах которых находятся глобулярные наноразмерные частицы в виде искаженных графеновых плоскостей. Методом наносекундной вольт-амперометрии изучено поведение вольт-амперных характеристик углеродных пленок, содержащих графеноподобные фрагменты. Установлено, что при достижении критической температуры резко увеличивается сопротивление образца и проявляется диамагнетизм, сохраняющийся на протяжении 50 термоциклов.

Ключевые слова: графеноподобный углерод, тонкая пленка, проводимость, наносекундная вольт-амперометрия, диамагнетизм

Ссылка при цитировании: Ковальчук А.А., Приходько А.В. Аномалия проводимости пленок из графеноподобного углерода в области температур 80 – 120 К // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 15–23. DOI: 10.18721/JPM.11402

THE CONDUCTIVITY OF THE GRAPHENE-LIKE CARBON FILMS: ANOMALY IN THE 80–120 K TEMPERATURE RANGE

A.A. Koval'chuk¹, A.V. Prikhod'ko²

¹Institute of Geology of Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences,
Petrozavodsk, Russian Federation;

²Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The paper presents the results of conductivity studies in natural carbon films in the temperature range from 78 to 220 K. The data of structural studies using scanning electron microscopy and Raman spectroscopy are given. It has been found that the deposition of natural carbon on substrates with a conductive coating of indium oxide allows to obtain a new type of structure, that is, thin films, represented by homogeneous carbon nets, in the nodes of which there are globular nano-sized particles in the form of distorted graphene planes. The behavior of the current-voltage characteristics of carbon films containing graphene-like fragments was studied by nanosecond voltammetry. It was established that the sample resistance sharply increased and the sample diamagnetism exhibited (persisting for 50 thermal cycles) at the critical temperature.

Keywords: graphene-like carbon, thin film, conductivity, nanosecond voltammetry, diamagnetism

Citation: A.A. Koval'chuk, A.V. Prikhod'ko, The conductivity of the graphene-like carbon films: Anomaly in the 80–120 K temperature range, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 15–23. DOI: 10.18721/JPM.11402

Введение

Наблюдение сверхпроводящих свойств природных углеродсодержащих образований с температурой фазового перехода от 10 до 110 К было проведено еще в 1993 году [1]. Авторы предположили, что наличие указанных свойств обусловлено присутствием фуллеридов в составе соединения.

В то же время опубликован ряд исследований (см., например, работу [2]), в которых наблюдалась аномалия, присущая высокотемпературной сверхпроводимости (ВТСП) углеродных структур C_{60} -Cu.

В работе [3] (2005 г.) сообщалось о наличии диамагнетизма в природном углеродистом веществе (область 90 – 150 К) с явно выраженной структурной анизотропией. Было показано, что диамагнитные свойства не связаны с присутствием в природном углероде фуллеренов и повышенных концентраций меди. Авторами работы [3] была выдвинута гипотеза, что наблюдаемый эффект обусловлен специфической структурой природного углерода.

Несколько позднее был обнаружен фазовый переход в диамагнитное состояние при 77 – 100 К для мембраны на основе смеси фуллеренов C_{60} и C_{70} , легированной медью [4]. Однако для такой мембраны было характерным наличие диамагнитной «ямы» (существование диамагнитных свойств в определенном температурном интервале), и при проведении повторных циклов ее охлаждения и нагревания, диамагнетизм не сохранялся.

В результате серии работ, посвященных исследованию мембран на базе фуллеренов, появилась новая технология получения тонких пленок на основе природного углерода [5]. В работе [6] приведены предварительные результаты, свидетельствующие о проявлении диамагнитных свойств в углеродных образцах нового типа.

Цель настоящей работы – выявление аномалий проводимости в интервале температур 78 – 220 К в пленках из природно-

го углерода, содержащих графеноподобные фрагменты.

Объекты исследования

Объектами исследования служили тонкие пленки на основе природного графеноподобного углерода. Их получали путем сублимации исходного порошка углерода в термокамере малых размеров [5].

В качестве исходного использовался порошок шунгитового углерода, изготовленный из шунгита первой разновидности месторождения Шуньга (Карелия, Россия) [12] по технологии, описанной в работе [11].

Согласно этой технологии, сначала шунгит измельчают до частиц размером 0,1 – 10 мкм, затем полученную массу подвергают диспергированию в водной среде в течение 1 – 2 ч (используются мелющие тела размером 1 – 3 мм); после этого ее фильтруют и сушат в естественных условиях. Размер частиц готового порошка составлял 0,01 – 1,0 мкм.

Полученный порошок помещали в термокамеру, расположенную на нагревателе. В верхней части термокамеры располагалась стеклянная подложка с проводящим контактом из оксида индия, предназначенная для осаждения на ней углеродной пленки. Вся конструкция размещалась в вакуумной камере, откачанной до давления 10^{-6} мм рт. ст. Камеру нагревали до температуры 750 °С.

В результате описанного технологического процесса, на подложке формировалась углеродная пленка диаметром 8 мм и толщиной 3 мкм (рис. 1, а).

Размер углеродных наночастиц, образующих тонкую пленку, составлял 50 – 100 нм.

Методика эксперимента

Хорошо известно, что признаками сверхпроводимости материала считаются специфическое поведение вольт-амперной характеристики (ВАХ) и проявление диамагнитного отклика [7].

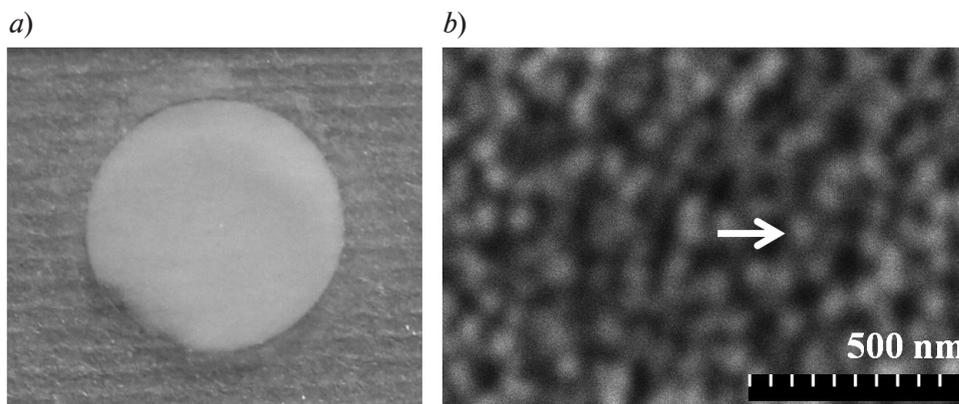


Рис. 1. Фотография (а) и снимок методом сканирующей электронной микроскопии (b) изготовленной углеродной пленки (диаметр 8 мм и толщина 3 мкм); стрелка указывает на одну из наночастиц

В настоящей работе применялись две хорошо отработанные экспериментальные методики: регистрация наносекундных ВАХ и измерения диамагнетизма тонких пленок.

Метод наносекундной вольт-амперометрии [8] основан на регистрации подаваемого на образец (U_i) и отраженного от него (U_r) импульсов напряжения.

Напряжение U на образце, ток I через него и его сопротивление R рассчитываются по следующим формулам:

$$U = U_i + U_r, \quad I = (U_i - U_r) / Z,$$

$$R = Z \frac{U_i + U_r}{U_i - U_r},$$

где Z — волновое сопротивление коаксиальной линии ($Z = 50$ Ом).

Для регистрации диамагнитного отклика использовалась методика [9], основанная на принципе разбаланса частот кварцевых генераторов (частота генерации каждого — 1 МГц) за счет изменения диамагнитных свойств образца. Связь между образцом и первым кварцевым резонатором осуществляется при помощи зонда — ферромагнитной ленты, намагниченной в постоянном магнитном поле (его индукция — 59 мТл).

Относительное изменение частоты df/f линейно зависит от массы кварца. Это обстоятельство позволяет использовать кварц в качестве индикатора касания зонда.

Изменение величины df/f позволяло нам получать данные о поведении магнит-

ной восприимчивости. Оно изучалось в температурном диапазоне от 78 до 220 К, при скорости изменения температуры 0,1 К/мин.

Диаграмма нормального распределения плотности вероятности для температуры перехода T_c (50 термоциклов охлаждения) углеродной пленки в интервале от 78 до 220 К рассчитывалась известным методом, описанным в работе [10].

Первичная оценка однородности углеродных пленок и измерение их толщины проводились на лазерном цветном 3D-микроскопе VK-9700K (Keyence), в котором источником света служил полупроводниковый лазер мощностью 0,9 мВт, с рабочей длиной волны 408 нм.

Структурные особенности полученных углеродных пленок изучались методами сканирующей электронной микроскопии (СЭМ) на микроскопе SU1510 (Hitachi) с микрозондовой приставкой и спектроскопии комбинационного рассеяния (КР) на дисперсионном рамановском спектрометре Nicolet Almega XP (Thermo Scientific). Спектры КР регистрировались на длине волны лазерного излучения 532 нм, при ширине спектрального окна от 100 до 3500 см^{-1} ; последующее разложение полученных спектров осуществлялось с использованием программного обеспечения “Omnic”.

Структурные исследования проводились в «Центре коллективного пользования» Института геологии Карельского на-

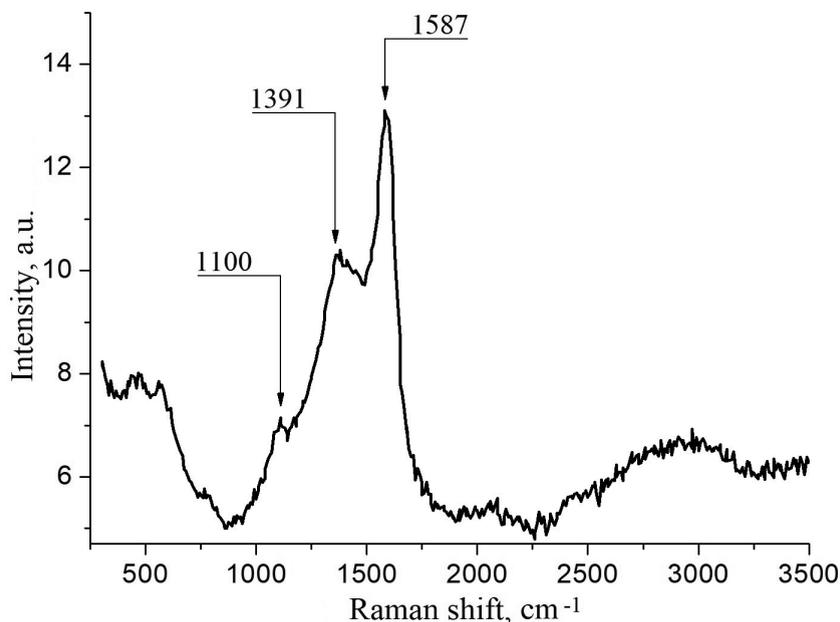


Рис. 2. Спектр комбинационного рассеяния полученной углеродной пленки

учного центра Российской академии наук (ИГ КарНЦ РАН, г. Петрозаводск) и на кафедре информационно-измерительных систем и физической электроники Петрозаводского государственного университета (КИИСиФЭ ПетрГУ).

Проводящие свойства объектов изучались на оборудовании группы фуллереновых исследований СПбПУ Петра Великого (г. Санкт-Петербург).

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Данные КР-спектроскопии. В спектре пленки до проведения температурных экспериментов (рис. 2) присутствуют характерные для некристаллических углеродных материалов *D*- и *G*-линии первого порядка при волновых числах 1391 и 1587 cm^{-1} соответственно.

В отличие от спектра КР исходного порошка шунгитового углерода, вторая гармоника (*2D* и *2G*) в спектре исследуемого образца отсутствует, но появляется *D*₄-линия, или *T*-линия, на частоте 1110 cm^{-1} , которую в ряде работ исследователи характеризуют неоднозначно, в том числе ее приписывают деформации графеновых плоскостей [13].

В нашей более ранней работе [5], из

анализа спектров КР был сделан вывод о присутствии графеновых фрагментов в исследуемых пленках.

Вольт-амперные характеристики. При анализе полученных ВАХ обращает на себя внимание наличие на них падающих участков при 78 К (рис. 3, вставка), что служит одним из признаков аномального поведения проводимости и может говорить о проявлении объектом сверхпроводящих свойств.

Нелинейный характер ВАХ в этом состоянии при 78 К может также свидетельствовать о существовании в углеродной пленке каналов с проводимостью, обусловленной, например, контактными эффектами, которые не связаны с проявлением сверхпроводимости.

Падающие участки частично компенсируются нормальным протеканием тока в неоднородной структуре. При дальнейшем увеличении тока эти участки исчезают и переходят в нормальное состояние (см. рис. 3, участок кривой 1 при токах свыше 2,5 мА).

После достижения критической температуры $T_c = 81$ К образец переходит в нормальное состояние, которое характеризуется омическим поведением (см. рис. 3, кривая 2). Сопротивление образца увели-

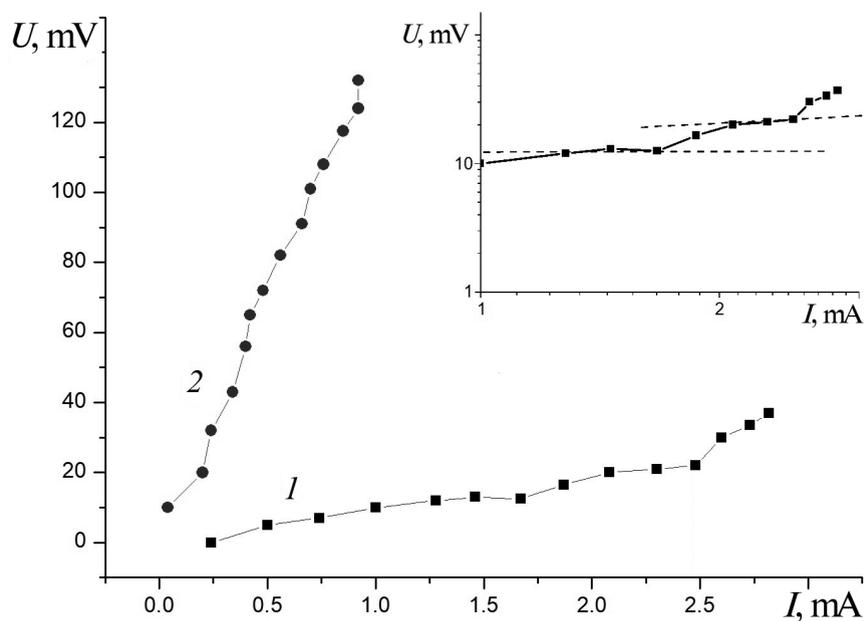


Рис. 3. Вольт-амперные характеристики углеродной пленки при 78 К (1) и 220 К (2). На вставке приведен фрагмент кривой 1 в логарифмическом масштабе, пунктиром обозначены падающие участки

чивается на один-полтора порядка (рис. 4).

ВАХ аналогичного вида наблюдались ранее [14] для системы Cu_nC_{60} .

Температурная зависимость сопротивления. На рис. 4 представлен типичный гра-

фик зависимости электрического сопротивления образца от температуры в интервале от 78 до 89 К. На рисунке выделен участок изменения проводимости (ширины перехода) $\Delta = 4$ К.

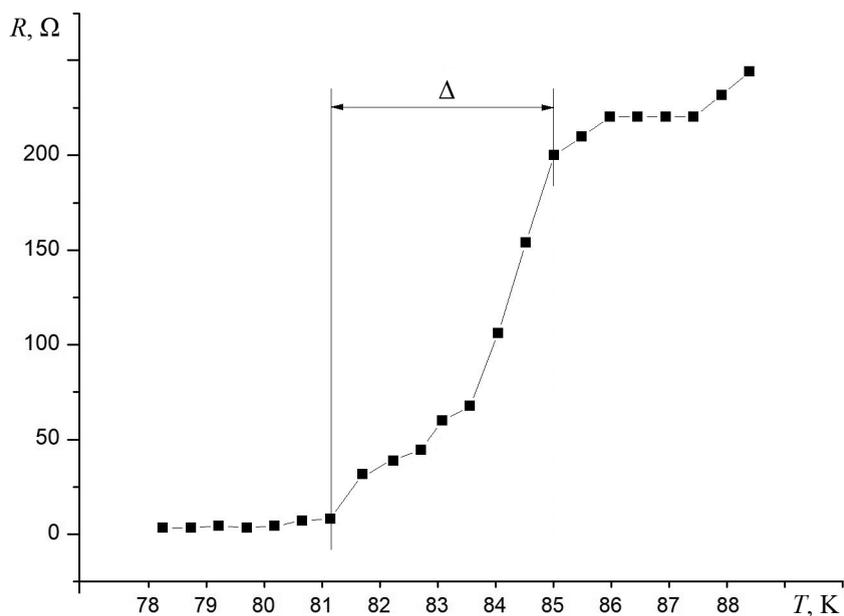


Рис. 4. Зависимость сопротивления углеродной пленки от температуры; Δ — ширина перехода (участок изменения проводимости)

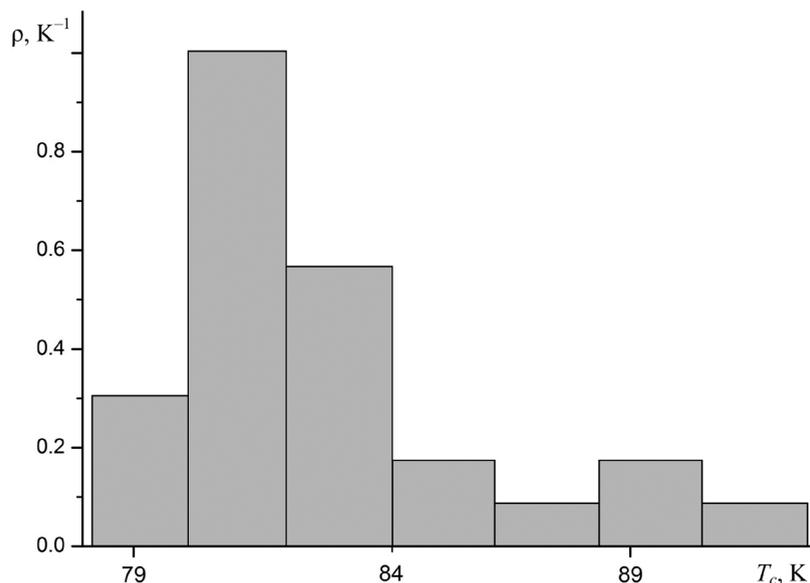


Рис. 5. Диаграмма распределения плотности вероятности для температуры перехода T_c (50 термоциклов охлаждения) углеродной пленки в интервале от 78 до 220 К; среднее значение $T_c = 81$ К

Отметим, что подобное изменение сопротивления наблюдалось в работе [15] у высокоориентированного пиролитического графита, интеркалированного монослоями $Cu - O$, но эффект был неустойчив и исчезал после нескольких термоциклов.

На рис. 5 представлена диаграмма распределения плотности вероятности ρ для температуры перехода T_c (50 термоциклов охлаждения) в интервале температур от 78 до 220 К, при среднем значении $T_c = 81$ К.

На рис. 6 представлена температурная

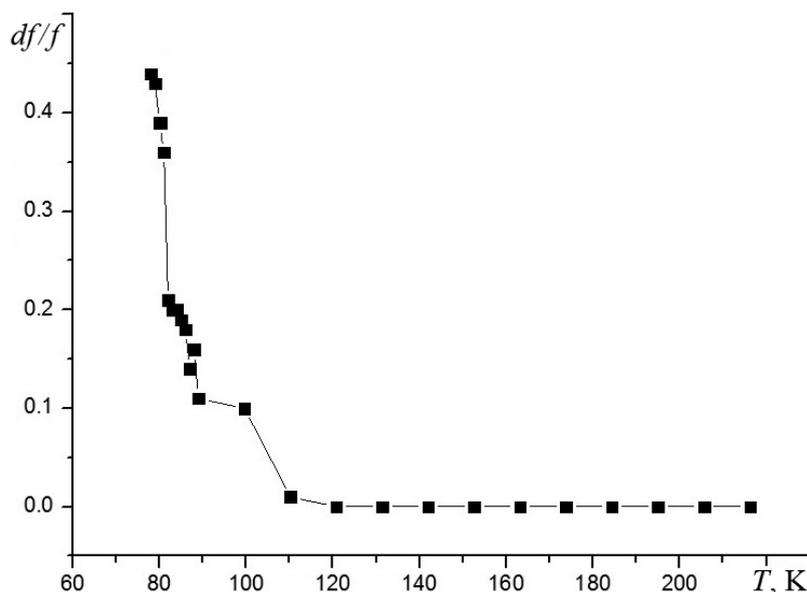


Рис. 6. Температурная зависимость относительного изменения частоты двух кварцевых резонаторов для углеродной пленки

зависимость относительного изменения частоты df/f двух кварцевых резонаторов для углеродной пленки.

Полученное значение $T_c = 81$ К близко к полученному в работе [3] для шунгитовых пород месторождения Чеболакша. Аналогичный результат был ранее обнаружен для мембраны на основе фуллеренов C_{60} и C_{70} , легированной медью [4]. Однако для такой мембраны было характерным наличие диамагнитной «ямы» (проявление диамагнитных свойств в определенном температурном интервале). В сильно неоднородных областях образца наблюдалось разрушение диамагнитного состояния. Кроме того, при проведении повторных циклов охлаждения и нагревания фуллереновых мембран, диамагнитный эффект вообще не сохранялся [4].

Представленные в настоящей работе результаты свидетельствуют о практически важных свойствах углеродной пленки: из-

менении проводимости под действием температуры, а также наличии диамагнетизма, способного сохраняться в образцах на протяжении 50 термоциклов.

Заключение

Полученные в настоящем исследовании углеродные пленки характеризуются аномалией проводимости и сохранением диамагнитного эффекта в температурном интервале 78 – 110 К на протяжении всех термоциклов.

Такие практически важные свойства углеродных пленок достигнуты благодаря использованию в качестве исходного углеродного материала специально подготовленного порошка шунгитового углерода.

Работа выполнена при поддержке гранта программы «УМНИК» Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере, договор № 11094 ГУ/2016.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Мастеров В.Ф., Чудновский Ф.А., Козырев С.В., Зайденберг А.З., Рожкова Н.Н., Подосенова Н.Г., Стефанович Г.Б.** Микроволновое поглощение в шунгитах, содержащих фуллерены // *Сверхпроводимость: физика, химия, техника*. 1993. Т. 6. № 9-10. С. 1848–1851.
2. **Masterov V.F., Prikhodko A.V., Konkov O.I.** The metal-insulator transition and superconductivity in allotropes of carbon intercalated with copper: Prediction and experiment // *Fullerene Science and Technology*. 1998. Vol. 6. No. 3. Pp. 481–497.
3. **Kovalevski V.V., Prikhodko A.V., Buseck P.R.** Diamagnetism of natural fullerene-like carbon // *Carbon*. 2005. Vol. 43. No. 2. Pp. 401–405.
4. **Приходько А.В., Коньков О.И.** Школа В.Ф. Мастера и фуллереновые исследования на кафедре экспериментальной физики Санкт-Петербургского государственного политехнического университета // *Физика и техника полупроводников*. 2002. Т. 36. № 11. С. 1286–1290.
5. **Коньков О.И., Михайлина А.А., Приходько А.В., Рожкова Н.Н.** Наноструктурированные мембраны на основе природного углеродного материала // *Оптический журнал*. 2016. Т. 83. № 5. С. 24–28.
6. **Ковальчук А.А., Приходько А.В.** Проявление диамагнетизма в новых углеродных наноматериалах // *Материалы 24-й Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (ВКНСФ-24)*. Томск, 2018. С. 81–82.
7. **Arutyunov K.Yu.** Nanoscale superconductivity: physics and applications // *Physics, Chemistry and Applications of Nanostructures: Reviews and Short Notes*. Minsk: World Scientific. 2013. Pp. 191–194.
8. **Jantsch W., Heinrich H.** A method for subnanosecond pulse measurements of I-V characteristics // *Review of Scientific Instruments*. 1970. Vol. 41. No. 2. Pp. 228–230.
9. **Приходько А.В., Коньков О.И.** Наблюдение эффекта Мейснера в медьсодержащих фуллеридах // *Физика и техника полупроводников*. 2001. Т. 35. № 5. С. 687–689.
10. **Рамачандран Б.** Теория характеристических функций. М.: Наука, 1975. 224 с.
11. **Chou N.H., Pierce N., Lei Y., Perea-Lopez N., Fujisawa K., Subramanian S., Robinson J.A., Chen G., Omichi K., Rozhkov S.S., Rozhkova N.N., Terrones M., Harutyunyan A.R.** Carbon-rich shungite as a natural resource for efficient Li-ion battery electrodes // *Carbon*. 2018. Vol. 130. Pp. 105–111.
12. **Рожкова Н.Н.** Наноуглерод шунгитов. Петрозаводск: Карельский научный центр РАН, 2011. 100 с.
13. **Ferrari A.C., Robertson J.** Raman spectroscopy of amorphous, nanostructured, diamond-like carbon, and nanodiamond // *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical,*

Physical & Engineering Sciences. 2004. Vol. 362. No. 1824. Pp. 2477–2512.

14. **Мастеров В.Ф., Приходько А.В., Коньков О.И., Теруков Е.И.** Высокотемпературная сверхпроводимость в системе углерод – медь // Письма в Журнал технической физики. 1994.

Статья поступила в редакцию 20.06.2018, принята к публикации 27.09.2018.

Т. 20. № 15. С. 17–21.

15. **Мастеров В.Ф., Приходько А.В., Коньков О.И., Шакланов А.А.** Электрические свойства монослоев Cu–O, интеркалированных в кристаллический графит // Физика твердого тела. 1997. Т. 39. № 1. С. 97–100.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОВАЛЬЧУК Анна Аркадьевна – младший научный сотрудник лаборатории физико-химических исследований наноматериалов Института геологии Карельского научного центра Российской академии наук, г. Петрозаводск, Российская Федерация.

185910, Российская Федерация, г. Петрозаводск, Пушкинская ул., 11
eniaam@list.ru

ПРИХОДЬКО Александр Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
aleks@physics.spbstu.ru

REFERENCES

[1] **V.F. Masterov, F.A. Chudnovsky, S.V. Kozyrev, et al.**, Microwave absorption in schungites containing fullerenes, Superconductivity. 6(9) (1993) 1848–1851.

[2] **V.F. Masterov, A.V. Prikhodko, O.I. Konkov**, The metal-insulator transition and superconductivity in allotropes of carbon intercalated with copper: Prediction and experiment, Fullerene Science and Technology. 6(3) (1998) 481–497.

[3] **V.V. Kovalevski, A.V. Prikhodko, P.R. Buseck**, Diamagnetism of natural fullerene-like carbon, Carbon. 43(2) (2005) 401–405.

[4] **A.V. Prikhodko, O.I. Konkov, V.F. Masterov's school and fullerene research at the department of experimental physics, St. Petersburg State Technical University, Semiconductors.** 36(11) (2002) 1204–1208.

[5] **O.I. Konkov, A.A. Mikhaylina, A.V. Prikhodko, N.N. Rozhkova**, Nanostructured membranes based on a natural carbon material, Journal of Optical Technology. 83(5) (2016) 286–289.

[6] **A.A. Kovalchuk, A.V. Prikhodko**, Proyavlenie diamagnetizma v novykh uglerodnykh nanomaterialakh [Exhibition of diamagnetism in new carbon nanomaterials], Materials of the 24th All-Russian Scientific Conference of Physics for Students and Young Scientists, Tomsk (2018) 81–82.

[7] **K.Yu. Arutyunov** Nanoscale superconductivity: physics and applications // Physics, Chemistry and Applications of Nanostructures: Reviews and Short Note. Minsk: World Scientific (2013) Pp.191–194.

Received 20.06.2018, accepted 27.09.2018.

[8] **W. Jantsch, H. Heinrich**, A method for subnanosecond pulse measurements of I-V characteristics, Review of Scientific Instruments. 41 (2) (1970) 228–230.

[9] **A.V. Prikhodko, O.I. Konkov**, The Meissner effect in copper-containing fullerenes, Semiconductors. 35 (6) (2001) 659–661.

[10] **B. Ramachandran**, Advanced theory of characteristic functions, Publishing Society, Calcutta, 1967.

[11] **N.H. Chou, N. Pierce, Y. Lei, N., et al.**, Carbon-rich shungite as a natural resource for efficient Li-ion battery electrodes, Carbon. 130 (2018) 105–111.

[12] **N.N. Rozhkova**, Nanocarbon of schungites, Karelian Research Center of the RAS, Petrozavodsk, 2011.

[13] **A.C. Ferrari, J. Robertson**, Raman spectroscopy of amorphous, nanostructured, diamond-like carbon, and nanodiamond, Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical & Engineering Sciences. 362(1824) (2004) 2477–2512.

[14] **V.F. Masterov, A.V. Prikhodko, O.I. Konkov, et al.**, High-temperature superconductivity in the carbon-copper system, Technical Physics Letters. 20(15) (1994) 614–615.

[15] **V.F. Masterov, A.V. Prikhodko, O.I. Konkov, A.A. Shaklanov**, Electrical properties of Cu–O monolayers intercalated into crystalline graphite, Physics of the Solid State. 39(1) (1997) 84–86.

THE AUTHORS

KOVAL'CHUK Anna A.

Institute of Geology of Karelian Research Centre, Russian Academy of Sciences
11 Pushkinskaya St., Petrozavodsk, 185910, Russian Federation
eniaam@list.ru

PRIKHOD'KO Aleksandr V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
aleks@physics.spbstu.ru

DOI: 10.18721/JPM.11403

УДК 535.37, 538.958, 54-78

ВЛИЯНИЕ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТОНКИЕ НАНОКОМПОЗИТНЫЕ ПЛЕНКИ МЕН-PPV/C₆₀

**Н.М. Романов^{1,2}, И.Б. Захарова¹, М.М. Малова¹,
М.А. Елистратова¹, С.Ф. Мусихин¹**

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

² Лаппеенрантский технологический университет, Лаппеенранта, Финляндия

В работе исследовано влияние гамма-излучения на фотолюминесцентные свойства тонких пленок бинарных нанокompозитов МЕН-PPV/C₆₀ (полимер – фуллерен C₆₀). Синтезированы образцы чистых МЕН-PPV, а также нанокompозитов МЕН-PPV/C₆₀ в соотношениях 9:1 и 3:1 на слюдяной и кремниевой подложках. Изучено влияние типа подложки на спектры фотолюминесценции чистых тонких пленок и нанокompозитов. Получены и проанализированы экспериментальные данные по дозовым зависимостям формы и интенсивности спектров фотолюминесценции после воздействия на образцы экспозиционных доз до 67 кГр. Установлен немонотонный характер изменения интенсивности различных спектральных полос фотолюминесценции нанокompозитов при увеличении дозы и отсутствие смещения этих полос. Полученные экспериментальные результаты трактуются с позиций конкуренции процессов сшивки и разрыва цепей полимера под действием гамма-облучения. Практически важным результатом исследования является вывод о высокой устойчивости нанокompозитов МЕН-PPV/C₆₀ к действию гамма-квантов.

Ключевые слова: нанокompозит, МЕН-PPV, фуллерен C₆₀, гамма-облучение, фотолюминесценция

Ссылка при цитировании: Романов Н.М., Захарова И.Б., Малова М.М., Елистратова М.А., Мусихин С.Ф. Влияние гамма-излучения на тонкие нанокompозитные пленки МЕН-PPV/C₆₀ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 24–34. DOI: 10.18721/JPM.11403

EFFECT OF GAMMA RADIATION ON THE THIN NANOCOMPOSITE МЕН-PPV/C₆₀ FILMS

**N.M. Romanov^{1,2}, I.B. Zakharova¹, M.M. Malova¹,
M.A. Elistratova¹, S.F. Musikhin¹**

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

² Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, Finland

In this work, the effect of gamma radiation on the photoluminescent properties of thin films of binary nanocomposites МЕН-PPV/C₆₀ (polymer – fullerene C₆₀) has been studied. Samples of pure МЕН-PPV and МЕН-PPV/C₆₀ nanocomposites were synthesized in ratios of 9:1 and 3:1 on the mica and silicon substrates. Effect of type substrate on photoluminescence of pure thin films and nanocomposites were studied. Experimental data on dose dependences of the shape and intensity of the photoluminescence spectra after exposure of samples with doses up to 67 kGy were obtained and analyzed. The nonmonotonic nature of the change in the intensity of various spectral bands of the photoluminescence of nanocomposites with increasing dose and the absence of a shift of these bands was established. The obtained experimental results were interpreted from the standpoint of competition between the processes of crosslinking and breaking of polymer chains under the action of gamma

irradiation. A practically important result of the study is the conclusion that МЕН-PPV/C₆₀ nanocomposites are highly resistant to gamma rays.

Keywords: nanocomposite, МЕН-PPV, C₆₀ fullerene, gamma radiation, photoluminescence

Citation: N.M. Romanov, I.B. Zakharova, M.M. Malova, M.A. Elistratova, S.F. Musikhin, Effect of gamma radiation on the thin nanocomposite МЕН-PPV/C₆₀ films, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 24–34. DOI: 10.18721/JPM.11403

Введение

Нанокompозиты на основе проводящей полимерной матрицы и различных включений являются перспективными материалами для разработки оптоэлектронных приборов с гибкой настройкой их параметров [1, 2]. Тонкопленочные нанокompозиты донорно-акцепторные структуры, способные к реализации концепции объемного гетероперехода, применяются для создания органических солнечных элементов [3]. В таких структурах, благодаря ярко выраженным акцепторным свойствам, широко используется фуллерен C₆₀ как компонент объемного гетероперехода [4], в том числе и в паре с сопряженным полимером как донорным компонентом [5]. Одним из распространенных в органической электронике сопряженных полимеров является полифениленвинилен (PPV) и его производные, в частности МЕН-PPV [6].

В настоящее время известны основные характеристики данного (коммерчески доступного) полимера, такие как ширина запрещенной зоны (около 2,2 эВ), значение энергии высших занятых молекулярных орбиталей (НОМО) (5,3 эВ), значение энергии низших незанятых молекулярных орбиталей (ЛУМО) (3,1 эВ) и его молярная масса (40 000 – 25 0000 г/моль). Данный полимер технологичен, растворим в стандартных органических растворителях; его тонкие пленки хорошего качества можно получить посредством технологии спин-коатинга (*англ.* spin-coating). Проводящий полимер МЕН-PPV может выступать как донор электронов [7], обладает хорошими электрическими характеристиками, такими как проводимость и подвижность носителей. В работах [8, 9] была представлена технология создания гибких электролюминесцентных светоизлучающих структур и устройств на его основе, рассмотрены ме-

ханизмы деградации и методы ее предотвращения.

Бинарное соединение проводящего полимера МЕН-PPV с фуллереном C₆₀ относится к числу перспективных и недорогих материалов для разработки оптоэлектронных приборов с требуемыми параметрами. В работе [10] исследовалась проводимость нанокompозита в зависимости от состава смеси МЕН-PPV/C₆₀. Показано, что при комнатной температуре незначительное изменение концентрации фуллерена C₆₀ приводит к изменению проводимости композитных пленок на несколько порядков. В работе [11] была показана связь между гашением фотолюминесценции (ФЛ) и усилением фотовольтаического эффекта при увеличении концентрации C₆₀. Данные эффекты связаны с фотоиндуцированным переносом заряда между компонентами смеси, образующей объемный гетеропереход.

В настоящее время идут поиски способа улучшения фотоэлектрических характеристик получаемых пленок [12]. Используются методики отжига пленок, которые приводят к эффектам, связанным с перегруппировкой полимерных цепей, полимерным межцепочечным взаимодействием и образованием различных агрегатов. Например, в работе [13] рассматривалась зависимость оптических свойств нанокompозитов от эволюции их структуры под действием термических отжигов и показано улучшение их рабочих параметров вследствие перекристаллизации пленки.

Однако метод термической модификации пока не привел к желаемым результатам, а модификация различных полимерных композиций возможна другими путями, например облучением. Показана возможность создания термически стабильного полимера посредством радиационной сшивки его цепей. Рассмотрены пороговые дозы начала необратимых изменений, дозы полного

последующего окисления фрагментированных звеньев и фундаментальные физические и химические свойства полимеров под действием облучения [14]. Важные результаты получены в работе [15], где изучалось изменение молекулярного веса полимера под действием гамма-излучения вследствие сшивания (удлинения) и разделения (укорачивания) основной полимерной цепи в зависимости от экспозиционной дозы облучения. Было показано, что оба процесса происходят одновременно, но с разной вероятностью, и, как следствие, становятся конкурирующими, что усложняет количественную оценку и прогнозирование конечных свойств материала.

В работе [16] исследовано влияние различных доз гамма-облучения на спектральные свойства проводящих полимеров МЕН-PPV и ВМР при 5°C и показано, что радиационная обработка растворов данных полимеров вызывает синий сдвиг спектральных полос флуоресценции. Авторы связывают данный эффект со сшиванием цепей проводящих полимеров, однако в работе [17] показано, что сшивание сопряженных полимеров не вызывает сдвига в спектрах ФЛ. В работах, посвященных изучению действия ионизирующего излучения на фуллерены, отмечается стабильность свойств фуллеренов под действием гамма-облучения [18]. Влияние различных ионизирующих излучений на нанокompозитные материалы с добавлением фуллеренов C_{60} рассмотрены в работах [19, 20]. Показано, что присутствие фуллерена способствует улучшению абсолютной стабильности исследуемых нанокompозитов.

В данной работе впервые исследовано воздействие гамма-излучения на бинарные системы нанокompозита МЕН-PPV/ C_{60} (полимер – фуллерен C_{60}), обладающие свойством фотолюминесценции при возбуждении лазерным излучением.

Методика эксперимента

Для изготовления образцов применялись промышленно доступные материалы, произведенные компанией Sigma Aldrich, – порошок проводящего полимера МЕН-PPV со средней молекулярной массой по-

рядка 40000 – 70000 и порошок фуллерена C_{60} с массовой долей 99,95 %. Для получения тонких нанокompозитных пленок МЕН-PPV/ C_{60} был приготовлен раствор компонентов в толуоле. Для получения композита использовались исходные растворы полимера МЕН-PPV и фуллерена C_{60} в одинаковой массовой концентрации. Для полного растворения и однородного перемешивания растворы помещались сначала в ультразвуковую ванну на 20 мин, а затем в термостат при температуре 50 °C на 60 мин. После этого растворы смешивали в разных процентных соотношениях между МЕН-PPV и фуллереном C_{60} (3:1 и 9:1). Готовые растворы наносились на кремниевые и слюдяные подложки с помощью технологии спин-коатинга, что позволяло получать толщину пленки порядка 1 мкм.

Спектры ФЛ образцов регистрировались с помощью автоматизированной установки Horiba Jobin Yvon, в состав которой входят монохроматор FHR 640 с дифракционной решеткой 1200 шт/мм и детектор Symphony II 1024*256 Cryogenic Open-Electrode CCD со светофильтром ЖС-12. ФЛ возбуждалась в образцах путем воздействия излучения полупроводникового лазера с рабочей длиной волны $\lambda = 405$ нм, работающего в непрерывном режиме.

Облучение образцов гамма-квантами проводилось от радионуклидов цезия-137 (энергия квантов составляла 661 кэВ) в кислородосодержащей квазизакрытой камере. На образцы подавался однородный поток гамма-квантов, который достигался благодаря одновременному использованию 84 указанных радионуклидов. Исследованные тонкие пленки получили следующие экспозиционные дозы (по H_2O), кГр: 0; 18,3; 42,8; 67,3.

Облучение образцов и измерения их характеристик производились при стандартных условиях.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

При поглощении света (лазерное излучение), в сопряженном полупроводниковом полимере происходит образование связанной электронно-дырочной пары (эксито-

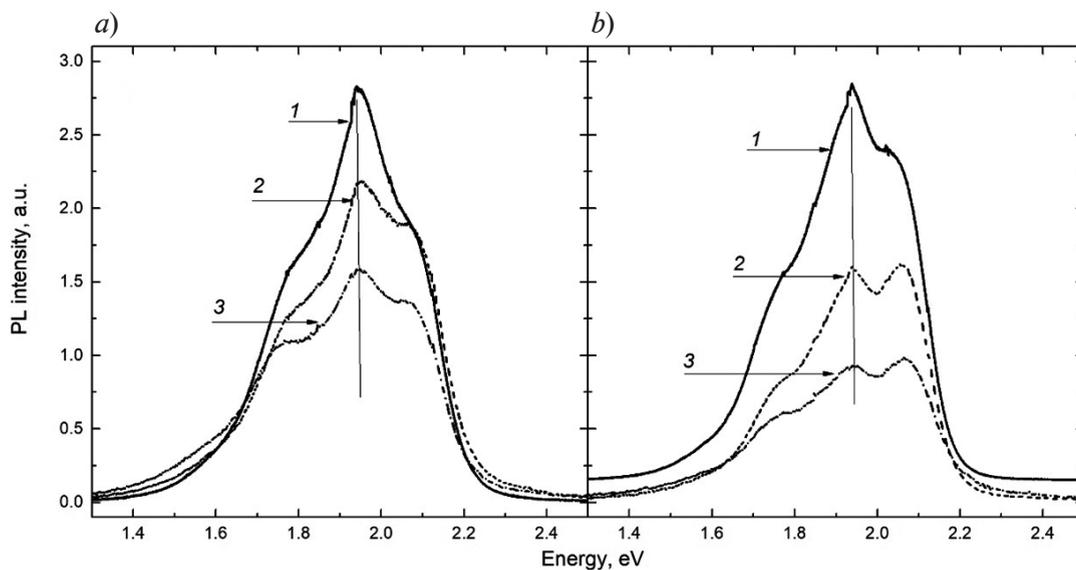


Рис. 1. Спектры фотолюминесценции (ФЛ) необлученных образцов, изготовленных на кремниевых (*a*) и слюдяных (*b*) подложках; представлены данные для чистых MEH-PPV (1), а также нанокомпозитов MEH-PPV/C₆₀ в соотношениях 9:1 (2) и 3:1 (3)

на); для последней величина энергии связи в MEH-PPV составляет около 0,3 эВ [21], что значительно выше энергии температурных флуктуаций при комнатной температуре. На рис. 1 показаны изменения спектра ФЛ нанокомпозита в зависимости от состава смеси и типа подложки. Составляющие спектров фотоэмиссии полимера с энергиями 1,94, 1,84 и 1,77 эВ связаны соответственно с электронным переходом и двумя электронно-колебательными повторениями.

В работе [22] была установлена зависимость морфологии поверхности полимерных пленок от типа подложки. Эта морфология характеризуется наличием разделенных фаз, что влияет на оптические свойства пленок. Данное влияние подложки на ФЛ можно проследить по спектрам (см. рис. 1). Подложка слюды является ориентирующей, а кремния (он покрыт естественным окислом диоксида кремния) — неориентирующей [23]. Скорее всего, различие в форме спектров образцов на разных подложках обусловлено наличием диполей на скеле слюды. Диполи образуют упорядоченную кристаллическую решетку, в то время как на кремниевой поверхности они отсутствуют. В процессе испарения растворителя и осаждения молекул полимера на подложку слюды проис-

ходит ориентация этих молекул, задаваемая подложкой ввиду воздействия поля диполей, тогда как на кремниевой поверхности молекулы полимера располагаются хаотически. Тип подложки также влияет на соотношение интенсивностей электронного и электронно-колебательного переходов (сравните спектры ФЛ на рис. 1, *a* и *b*). Видно, что в пленке нанокомпозита на слюде интенсивность электронно-колебательного перехода с участием первого колебательного уровня выше, чем электронного, а в пленке на кремнии их интенсивности до облучения примерно равны.

Добавление фуллерена к полимеру приводит к падению интенсивности эмиссионных пиков полимера (аналогичный эффект наблюдали в работе [13]) вследствие сильной электроотрицательности фуллерена (рис. 2). Тушение ФЛ указывает на фотоиндуцированный перенос заряда с цепи полимера на фуллерен при фотовозбуждении нанокомпозита.

Для полупроводниковых полимеров эффективность тушения ФЛ значительно выше, чем для низкомолекулярных смесей, ввиду возможности миграции экситона по цепи в течение своего излучательного времени жизни [24]. В молекуле C₆₀ синглет-

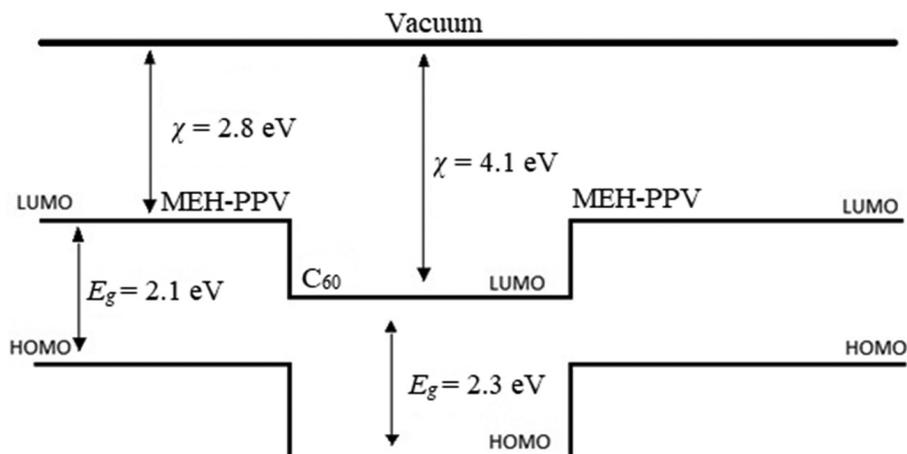


Рис. 2. Зонная диаграмма композита MEH-PPV/C₆₀:
 HOMO, LUMO – уровни энергий высших занятых и низших незанятых молекулярных орбиталей, соответственно; E_g – ширина запрещенной зоны; χ – энергия сродства к электрону

ные излучательные переходы запрещены по симметрии; область его слабой фосфоресценции (переходы $T_1 \rightarrow S_0$) находится в диапазоне 1,55 – 1,60 эВ и частично перекрывается с «хвостами» излучательных переходов в MEH-PPV.

Расчеты показывают, что для использованных нами концентраций компонентов композитной пленки одна молекула фуллерена приходится примерно на 26 звеньев цепи сопряженного полимера при составе 9:1 и на 9 звеньев при составе 3:1 (при условии равномерного распределения молекул C₆₀ в композите). Размер области дelokализации фотовозбужденного экситона составляет около 14 звеньев MEH-PPV после возбуждения [25], но за время порядка 0,1 пс уменьшается до 5 – 7 звеньев в результате электрон-фононного взаимодействия [26]. Если принять, что каждая молекула C₆₀ образует центр тушения, то при данных концентрациях интенсивность ФЛ композита должна уменьшаться пропорционально содержанию фуллерена. Анализ данных на рис. 1 показывает, что эффект тушения гораздо сильнее для пленок на кремниевой подложке, чем для пленок на подложке слюды. Этот результат можно связать с различным влиянием природы подложки на структуру как чистого полимера, так и нанокompозита, а также на распределение в них фаз. ФЛ сопряжен-

ного полимера будет зависеть не только от концентрации тушителей, но и от их расположения. Если тушители равномерно распределены по цепи, то можно ожидать, что тушение ФЛ будет эффективнее, чем в случае, если они собраны в кластеры или агрегаты, так как молекулы C₆₀ в середине кластера не будут вносить вклад в тушение. Предположение, что в пленках нанокompозита на слюде (в отличие от его пленок на кремнии) молекулы фуллерена агрегированы, подтверждается и тем, что в этих образцах с ростом его концентрации наблюдается увеличение интенсивности ФЛ в области 1,50 – 1,55 эВ, отвечающей фосфоресценции фазы C₆₀. Увеличение концентрации фуллерена в пленках на кремнии приводит к росту относительной вероятности электронных переходов, по сравнению с электронно-колебательными повторениями, что может быть связано с кинетикой процесса тушения.

Влияние гамма-облучения на спектральные зависимости ФЛ пленок MEH-PPV на разных подложках показаны на рис. 3. Облучение гамма-квантами снижает интенсивность ФЛ, однако, в противоположность данным работ [16, 27], при этом не наблюдается синего смещения спектральных полос. На дозовой зависимости спектров ФЛ положение линий электронного и вибронных излучательных переходов сохраняется

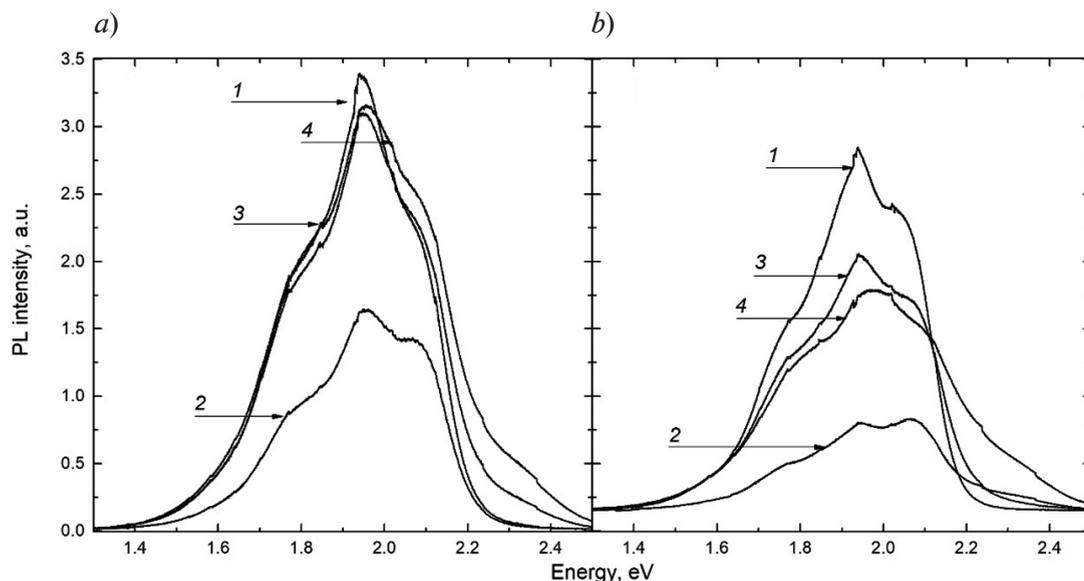


Рис. 3. Спектры ФЛ необлученных (1) и гамма-облученных разными дозами (2 – 4) образцов МЕН-РРV, изготовленных на слюдяной (а) и кремниевой (b) подложках. Дозы облучения, кГр: 18,3 (2), 42,8 (3), 67,3 (4)

неизменным даже при больших дозах облучения. При этом наблюдается немонотонная зависимость интенсивности ФЛ для обоих типов подложки. Падение интенсивности ФЛ при воздействии наименьшей дозой и ее последующее возрастание при увеличении дозы может определяться конкурирующими процессами, протекающими в проводящем полимере под действием гамма-излучения.

Снижение интенсивности ФЛ говорит о том, что не все фотовозбужденные экситоны дают вклад в люминесценцию. Чтобы связанные электрон и дырка рекомбинировали с эмиссией кванта света, они должны находиться на одном и том же участке полимерной цепи. Причиной падения интенсивности ФЛ могут быть рекомбинационные центры, которые всегда возникают при нарушении структуры. Электрон захватывается на уровень с центрами рекомбинации, а затем возможна безызлучательная диссоциация экситона. После первой дозы облучения (18,3 кГр) амплитуда ФЛ полимера резко падает (см. рис. 3); это можно объяснить тем, что происходит преимущественно сшивка полимерных цепей, а процесса конформации и разрыва цепи еще не

происходит, сопряженные участки цепи еще длинные [28]. Длина миграции экситона по полимерным цепям достаточно большая, и при относительно небольшой концентрации рекомбинационных центров происходит эффективное тушение ФЛ. При больших дозах гамма-излучения преобладает процесс распада полимерных цепей на короткие согласованные сопряженные участки, длина которых все же должна быть больше размера делокализации фотовозбужденного экситона. Миграция фотоэкситонов к центрам рекомбинации затруднена, и это приводит к росту амплитуды ФЛ (см. рис. 3).

На рис. 4 представлены спектры ФЛ тонких пленок нанокомпозитов с фуллереном после воздействия гамма-излучения. Видно, что облучение по-разному влияет на интенсивность электронного перехода и его электронно-колебательных повторений. Особенно это заметно на составах с большим содержанием фуллерена, где одна молекула C_{60} приходится в среднем на 9 звеньев цепи полимера. Для таких нанокомпозитов, изготовленных на кремниевой подложке, мы предполагаем молекулярное равномерное диспергирование тушителей по цепи сопряженного полимера. Видно,

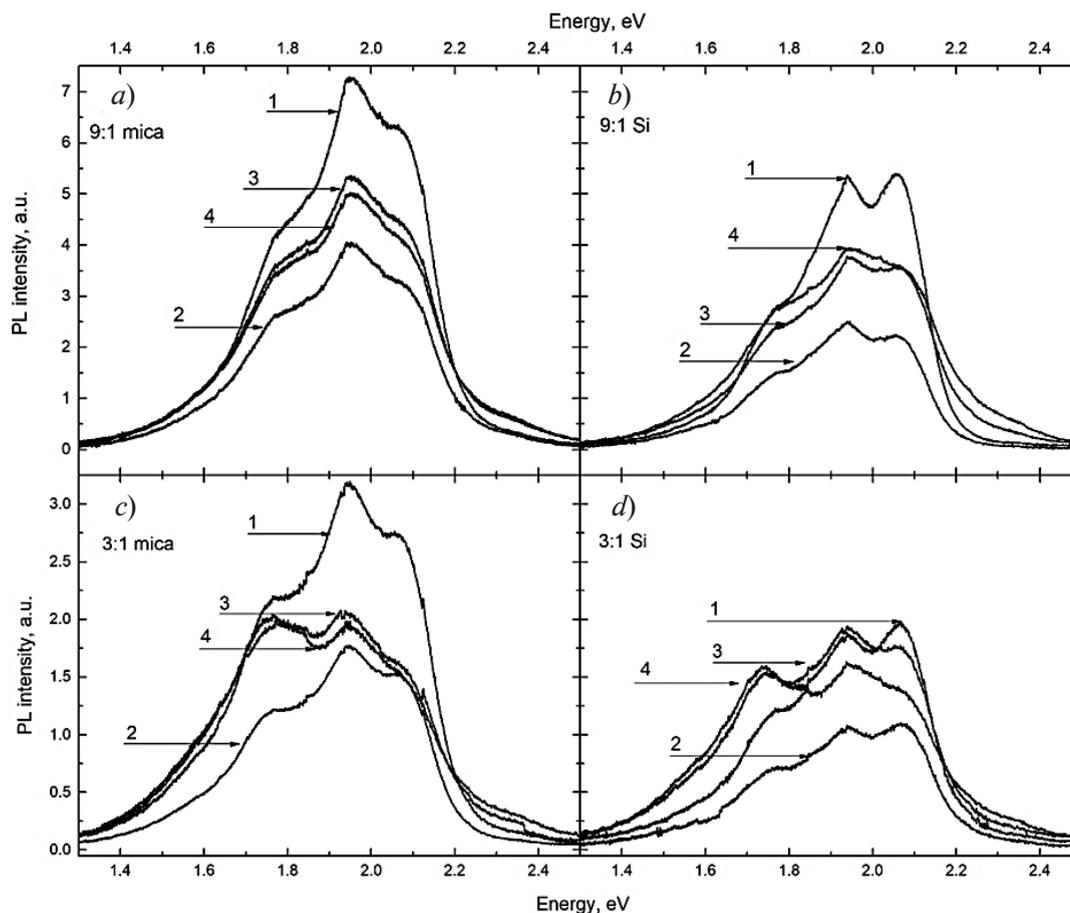


Рис. 4. Спектры ФЛ необлученных (1) и гамма-облученных разными дозами (2 – 4) образцов, изготовленных на слюдяной (a, c) и кремниевой (b, d) подложках. Представлены данные для тонких пленок МЕН-PPV/C₆₀ в соотношениях 9:1 (a, b) и 3:1 (c, d). Дозы облучения, кГр: 18,3 (2), 42,8 (3), 67,3 (4)

что на такой композит гамма-облучение влияет слабо, однако вероятность электронных переходов несколько падает, а электронно-колебательных (при больших дозах облучения) – даже увеличивается. В рамках нашей модели, предполагающей разрыв цепей под действием гамма-облучения большими дозами, указанное слабое влияние можно объяснить тем, что длина укороченных сопряженных участков все же остается существенно большей, чем среднее расстояние между центрами тушения. В этом случае разрыв полимерных цепей на короткие участки будет слабо влиять на интенсивность ФЛ нанокompозита (при условии большой интенсивности возбуждающего лазерного излучения), у которого она исходно уже была потушена.

Для пленок нанокompозита, изготовленных на подложке из слюды, где мы предполагаем агрегацию молекул C₆₀ в кластеры, и, соответственно, меньшую концентрацию центров тушения, эффект выражен слабее, что говорит в пользу предложенного объяснения. Однако для обоих типов нанокompозитов отмечено, что гамма-облучение уменьшает интенсивность электронного перехода существенно, чем электронно-колебательного. Условием такого поведения люминесценции композитов является высокая стабильность фуллерена как тушителя ФЛ к действию гамма-облучения.

Заключение

В результате проведенных исследований получены данные по влиянию гамма-

облучения дозами до 67,7 кГр на спектры фотолюминесценции (ФЛ) тонких пленок сопряженного полимера МЕН-PPV и его нанокompозитов с фуллереном (в соотношениях 9:1 и 3:1).

Выявлено влияние ориентирующей подложки на распределение тушителя ФЛ в нанокompозите.

Установлено, что гамма-облучение образцов не приводит к смещению положения излучательных переходов в спектрах ФЛ полимера, однако наблюдается немотонное снижение интенсивности ФЛ по

мере увеличения дозы.

Для нанокompозитов с большим содержанием фуллерена (соотношение 9:1) не найдено изменения интенсивности ФЛ под действием больших доз гамма-облучения (начиная с дозы 42,8 кГр). Данный результат объясняется наличием исходного эффективного тушения фотовозбужденных экситонов.

Таким образом, получен практически важный результат, а именно – нанокompозиты МЕН-PPV/C₆₀ имеют высокую устойчивость к действию гамма-излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fang-Chung Chen, Chih-Wei Chu, Jun He, Yang Yang, Jen-Lien Lin. Organic thin-film transistors with nanocomposite dielectric gate insulator // *Applied Physics Letters*. 2004. Vol. 85. No. 15. Pp. 3295–3297.
2. Nimith K.M., Satyanarayan M.N., Umesh G. Enhancement in fluorescence quantum yield of МЕН-PPV:BT blends for polymer light emitting diode applications // *Optical Materials*. 2018. Vol. 80. June. Pp. 143–148.
3. Dennler G., Scharber M.C., Brabec C.J. Polymer-fullerene bulk-heterojunction solar cells // *Advanced Materials*. 2009. Vol. 21. No. 13. Pp. 1323–1338.
4. Захарова И.Б., Зиминов В.М., Романов Н.М., Квятковский О.Е., Макарова Т.Л. Оптические и структурные свойства пленок фуллерена с добавлением теллурида кадмия // *Физика твердого тела*. 2014. № 5. С. 1024–1029.
5. Savenije T.J., Kroeze J.E., Wienk M.M., Kroon J.M., Warman J.M. Mobility and decay kinetics of charge carriers in photoexcited PCBM/PPV blends // *Physical Review*. B. 2004. Vol. 69. No. 15. Pp. 155205–155216.
6. Sariciftci N.S., Braun D., Zhang C., Srdanov V.I., Heeger A.J., Stucky G., Wudl F. Semiconducting polymer-buckminsterfullerene heterojunctions: Diodes, photodiodes, and photovoltaic cells // *Applied Physics Letters*. 1993. Vol. 62. No. 6. Pp. 585–587.
7. Facchetti A. Polymer donor – polymer acceptor (all-polymer) solar cells // *Materials Today*. 2013. Vol. 16. No. 4. Pp. 123–132.
8. Lee R.-H., Lai H.-H. Enhancing electroluminescence performance of МЕН-PPV based polymer light emitting device via blending with organosoluble polyhedral oligomeric silsesquioxanes // *European Polymer Journal*. 2007. Vol. 43. No. 3. Pp. 715–724.
9. Seung Ho Kwon, Sang Yoon Paik, Jae Soo Yoo. Electroluminescent properties of МЕН-PPV light-emitting diodes fabricated on the flexible substrate // *Synthetic Metals*. 2002. Vol. 130. No. 1. Pp. 55–60.
10. Ltaief A., Bouazizi A., Davenas J., Ben Chavbane R., Ben Ouada H. Electrical and optical properties of thin films based on МЕН-PPV/fullerene blends // *Synthetic Metals*. 2004. Vol. 147. No. 1-3. Pp. 261–266.
11. Kim H., Kim J.Y., Lee K., Shin J., Cha M., Lee S.E., Sun H., Ha C.-S. Conjugated polymer/fullerene composites as a new class of optoelectronic material: Application to organic photovoltaic cells // *Journal of the Korean Physical Society*. 2000. Vol. 36. No. 6. Pp. 342–345.
12. Li Y., Hou Y., Wang Y., Feng Z., Feng B., Qin L., Teng F. Thermal treatment under reverse bias: Effective tool for polymer/fullerene bulk heterojunction solar cells // *Synthetic Metals*. 2008. Vol. 158. No. 5. Pp. 190–193.
13. Dhibi O., Ltaief A., Bouazizi A. Optical and structural properties of МЕН-PPV:C₆₀-based structures // *Fullerenes, Nanotubes, and Carbon Nanostructures*. 2013. Vol. 21. No. 10. Pp. 894–900.
14. Ortiz-Morales A., Ortiz-Lopez J., Cruz-Zaragoza E., Gomez-Aguilar R. Thermoluminescence and photoluminescence analyses of МЕН-PPV, MDMO-PPV and RU(bpy)₃ gamma-irradiated polymer thin films // *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes*. 2015. Vol. 102. May. Pp. 55–62.
15. Siddhartha, Aarya S., Dev K., Raghuvanshi S. K., Krishna J.B.M., Wahab M.A. Effect of gamma radiation on the structural and optical properties of Polyethyleneterephthalate (PET) polymer // *Radiation Physics and Chemistry*. 2012. Vol. 81. No. 4. Pp. 458–462.
16. AlSalhi S.M., Prasad S., Devaraj D., Abo Mustafa Z.S. Gamma-irradiation effects on the spectral and amplified spontaneous emission (ASE)

properties of conjugated polymers in solution // *Polymers*. 2017. Vol. 9. No. 1. Pp. 1–14.

17. **Choi D.H., Cho M.J., Han K.I., et al.** Luminescence properties of MEH-PPV and its crosslinked polymer: Effect of crosslink on photoluminescence and electroluminescence // *Synthetic Metals*. 2006. Vol. 156. No. 9–10. Pp. 685–689.

18. **Basiuk V.A., Albarrarn G., Basiuk E.V., Saniger J.-M.** Stability of interstellar fullerenes under high-dose γ -irradiation: new data // *Advances in Space Research*. 2005. Vol. 36. November. Pp. 173–177.

19. **Романов Н.М., Елистратова М.А., Lahderanta E., Захарова И.Б.** Деградация фотолуминесценции тонких пленок ZnTPP и ZnTPP-C₆₀ под действием гамма-облучения // *Физика и техника полупроводников*. 2018. Т. 52. № 8. С. 931–938.

20. **Романов Н.М., Захарова И.Б., Елистратова М.А., Лахдеранта Э.** Структура тонких пленок ZnTPP и ZnTPP-C₆₀ и влияние рентгеновского излучения на их фотолуминесценцию // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2018. Т. 11. № 2. С. 26–40.

21. **Scheblykin I.G., Yartsev A., Pullerits T., Gulbinas V., Sundstrom V.** Excited state and charge photogeneration dynamics in conjugated polymers // *Journal of Physical Chemistry. B*. 2007. Vol. 111. No. 23. Pp. 6303–6321.

22. **Han X., Luo C., Dai Y., Liu H.** Effect of polymer-substrate interactions on the surface morphology of polymer blend thin films // *Journal*

of *Macromolecular Science. Part B: Physics*. 2008. Vol. 47. No. 6. Pp. 1050–1061.

23. **Liang G.-D., Xu J.-T., Fan Z.-Q.** Effect of substrate surface on dewetting behavior and chain orientation of semicrystalline block copolymer thin films // *Journal of Physical Chemistry. B*. 2006. Vol. 110. No. 48. Pp. 24384–24389.

24. **Laquai F., Park Y.-S., Kim J.-J., Basche T.** Transfer in organic materials: From fundamentals to optoelectronic devices // *Macromolecular Rapid Communications*. 2009. Vol. 30. June. Pp. 1203–1231.

25. **Ruseckas A., Wood P., Samuel I.D.W., Webster G.R., Mitchell W.J., Burn P.L., Sundstrom V.** Ultrafast depolarization of the fluorescence in a conjugated polymer // *Physical Review. B*. 2005. Vol. 72. No. 11. Pp. 115214–115300.

26. **Grage M.M.L., Wood P.W., Ruseckas A., Pullerits T., Mitchell W., Burn P.L., Samuel I.D.W., Sundstrom V.** Conformational disorder and energy migration in MEH-PPV with partially broken conjugation // *Journal of Chemical Physics*. 2003. Vol. 118. No. 16. Pp. 7644–7650.

27. **Bazani D.L.M., Lima J.P.H., Andrade A.M.** MEH-PPV thin films for radiation sensor applications // *IEEE Sensors Journal*. 2009. Vol. 9. No. 7. Pp. 748–751.

28. **Романов Н.М., Мусихин С.Ф.** Воздействие гамма-излучения на люминесценцию нанокompозитов проводящего полимера MEH-PPV с квантовыми точками сульфида свинца // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2018. Т. 11. № 2. С. 41–48.

Статья поступила в редакцию 30.09.2018, принята к публикации 03.10.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

РОМАНОВ Николай Михайлович – аспирант кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
nikromanov.90@gmail.com

ЗАХАРОВА Ирина Борисовна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
zakharova@rphf.spbstu.ru

МАЛОВА Мария Михайловна – студентка Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
malovamm94@gmail.com

ЕЛИСТРАТОВА Марина Анатольевна – младший научный сотрудник Физико-технического института им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 26
marina.elistratova@mail.ioffe.ru

МУСИХИН Сергей Федорович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
musihin.sf@spbstu.ru

REFERENCES

- [1] F.-C. Chen, C.-W. Chu, J. He, et al., Organic thin-film transistors with nanocomposite dielectric gate insulator, *Applied Physics Letters*. 85 (15) (2004) 3295–3297.
- [2] K.M. Nimith, M.N. Satyanarayan, G. Umesh, Enhancement in fluorescence quantum yield of MEH-PPV:BT blends for polymer light emitting diode applications, *Optical Materials*. 80 (June) (2018) 143–148.
- [3] G. Dennler, M.C. Scharber, C.J. Brabec, Polymer-fullerene bulk-heterojunction solar cells, *Advanced Materials*. 21 (13) (2009) 1323–1338.
- [4] I.B. Zakharova, V.M. Ziminov, N.M. Romanov, et al., Optical and structural properties of fullerene films doped with cadmium telluride, *Physics of the Solid State*. 56 (5) (2014) 1064–1070.
- [5] T.J. Savenije, J.E. Kroeze, M.M. Wienk, et al., Mobility and decay kinetics of charge carriers in photoexcited PCBM/PPV blends, *Physical Review B*. 69 (15) (2004) 155205–155216.
- [6] N.S. Sarciftci, D. Braun, C. Zhang, et al., Semiconducting polymer-buckminsterfullerene heterojunctions: Diodes, photodiodes, and photovoltaic cells, *Applied Physics Letters*. 62 (6) (1993) 585–587.
- [7] A. Facchetti, Polymer donor – polymer acceptor (all-polymer) solar cells, *Materials Today*. 16 (4) (2013) 123–132.
- [8] H.-H. Lee Lai, Enhancing electroluminescence performance of MEH-PPV based polymer light emitting device via blending with organosoluble polyhedral oligomeric silsesquioxanes, *European Polymer Journal*. 43 (3) (2007) 715–724.
- [9] Seung Ho Kwon, Sang Yoon Paik, Jae Soo Yoo, Electroluminescent properties of MEH-PPV light-emitting diodes fabricated on the flexible substrate, *Synthetic Metals*. 130 (1) (2002) 55–60.
- [10] A. Ltaief, A. Bouazizi, J. Davenas, et al., Electrical and optical properties of thin films based on MEH-PPV/fullerene blends, *Synthetic Metals*. 147 (1-3) (2004) 261–266.
- [11] H. Kim, J.Y. Kim, K. Lee, et al., Conjugated polymer/fullerene composites as a new class of optoelectronic material: Application to organic photovoltaic cells, *Journal of the Korean Physical Society*. 36 (6) (2000) 342–345.
- [12] Y. Li, Y. Hou, Y. Wang, et al., Thermal treatment under reverse bias: Effective tool for polymer/fullerene bulk heterojunction solar cells, *Synthetic Metals*. 158 (5) (2008) 190–193.
- [13] O. Dhibi, A. Ltaief, A. Bouazizi, Optical and structural properties of MEH-PPV:C₆₀-based structures, Fullerenes, Nanotubes, and Carbon Nanostructures. 21 (10) (2013) 894–900.
- [14] A. Ortiz-Morales, J. Ortiz-Lopez, E. Cruz-Zaragoza, R. Gomez-Aguilar, Thermoluminescence and photoluminescence analyses of MEH-PPV, MDMO-PPV and RU(bpy)₃ gamma-irradiated polymer thin films, *The International Journal of Applied Radiation and Isotopes*. 102 (May) (2015) 55–62.
- [15] Siddhartha, S. Aarya, K. Dev, et al., Effect of gamma radiation on the structural and optical properties of Polyethyleneterephthalate (PET) polymer, *Radiation Physics and Chemistry*. 81 (4) (2012) 458–462.
- [16] S.M. AlSalhi, S. Prasad, D. Devaraj, Z.S. Abo Mustafa, Gamma-irradiation effects on the spectral and amplified spontaneous emission (ASE) properties of conjugated polymers in solution, *Polymers*. 9 (1) (2017) 1–14.
- [17] D.H. Choi, M.J. Cho, K.I. Han, et al., Luminescence properties of MEH-PPV and its crosslinked polymer: Effect of crosslink on photoluminescence and electroluminescence, *Synthetic Metals*. 156 (9-10) (2006) 685–689.
- [18] V.A. Basiuk, G. Albarrarn, E.V. Basiuk, J.-M. Saniger, Stability of interstellar fullerenes under high-dose γ -irradiation: New data, *Advances in Space Research*. 36 (November) (2005) 173–177.
- [19] N.M. Romanov, M.A. Elistratova, E. Lahderanta, I.B. Zakharova, Degradation of the photoluminescence of ZnTPP and ZnTPP-C₆₀ thin films under gamma-irradiation, *Semiconductors*. 52 (8) (2018) 1061–1067.
- [20] N.M. Romanov, I.B. Zakharova, M.A.

Elistratova, E. Lahderanta, The structure of ZnTPP, ZnTPP-C₆₀ thin films and X-ray effect on their photoluminescence, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 11 (2) (2018) 26–40.

[21] **I.G. Scheblykin, A. Yartsev, T. Pullerits, et al.**, Excited state and charge photogeneration dynamics in conjugated polymers, *Journal of Physical Chemistry. B*. 111 (23) (2007) 6303–6321.

[22] **X. Han, C. Luo, Y. Dai, H. Liu**, Effect of polymer-substrate interactions on the surface morphology of polymer blend thin films, *Journal of Macromolecular Science, Part B: Physics*. 47 (6) (2008) 1050–1061.

[23] **G.-D. Liang, J.-T. Xu, Z.-Q. Fan**, Effect of substrate surface on dewetting behavior and chain orientation of semicrystalline block copolymer thin films, *Journal of Physical Chemistry. B*. 110 (48) (2006) 24384–24389.

[24] **F. Laquai, Y.-S. Park, J.-J. Kim, T. Basche**, Transfer in organic materials: From fundamentals

to optoelectronic devices, *Macromolecular Rapid Communications*. 30 (June) (2009) 1203–1231.

[25] **A. Ruseckas, P. Wood, I.D.W. Samuel, et al.**, Ultrafast depolarization of the fluorescence in a conjugated polymer, *Physical Review. B*. 72 (11) (2005) 115214–115300.

[26] **M.M.L. Grage, P.W. Wood, A. Ruseckas, et al.**, Conformational disorder and energy migration in MEH-PPV with partially broken conjugation, *Journal of Chemistry Physics*. 118 (16) (2003) 7644–7650.

[27] **D.L.M. Bazani, J.P.H. Lima, A.M. Andrade**, MEH-PPV thin films for radiation sensor applications, *IEEE Sensors Journal*. 9 (7) (2009) 748–751.

[28] **N.M. Romanov, S.F. Musikhin**, Gamma-induced effect on the luminescence of nanocomposites of MEH-PPV conductive polymer with lead sulphide quantum dots, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 11 (2) (2018) 41–48.

Received 30.09.2018, accepted 03.10.2018.

THE AUTHORS

ROMANOV Nikolay M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
nikromanov.90@gmail.com

ZAKHAROVA Irina B.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
zakharova@rphf.spbstu.ru

MALOVA Maria M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
malovamm94@gmail.com

ELISTRATOVA Marina A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
marina.elistratova@mail.ioffe.ru

MUSIKHIN Sergey F.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
musihin.sf@spbstu.ru



DOI: 10.18721/JPM.11404

УДК 535.37 54-78 539.2 541.65/.654

ДЕЙСТВИЕ ГАММА-ИЗЛУЧЕНИЯ НА ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЮ И ФОТОПРОВОДИМОСТЬ НАНОКОМПОЗИТА МЕН-PPV– СУЛЬФИД СВИНЦА

Н.М. Романов^{1,2}, М.М. Малова¹, Э. Лахдеранта², С.Ф. Мусихин¹

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² Лаппеенрантский технологический университет, Лаппеенранта, Финляндия

Исследованы свойства тонких пленок полимерного наноконкомпозита МЕН-PPV/PbS (полимер МЕН-PPV – квантовые точки (КТ) сульфида свинца PbS) и отдельно КТ PbS, подвергнутых гамма-облучению дозами до 24,4 кГр по H₂O. Образцы пленок для изучения их фотолюминесценции (ФЛ) были приготовлены из раствора с помощью технологии спин-коатинга, а для изучения фотопроводимости – по технологии «на щели».

Найдены пороговые дозы резкой необратимой деградации ФЛ наноконкомпозитного полимера МЕН-PPV/PbS, определяемые деградацией КТ PbS. Исследована динамика поведения фотопроводимости наноконкомпозита после облучения. Показано, что наблюдаемые процессы релаксации проводимости в наноконкомпозите связаны с восстановлением разрывов в сопряженных цепях полимера МЕН-PPV. Обнаружено отсутствие релаксации проводимости и фотопроводимости в коллоидных КТ PbS.

Ключевые слова: гамма-излучение, фотолюминесценция, фотопроводимость, квантовая точка, сульфид свинца, проводящий полимер

Ссылка при цитировании: Романов Н.М., Малова М.М., Лахдеранта Э., Мусихин С.Ф. Действие гамма-излучения на люминесценцию и фотопроводимость наноконкомпозита МЕН-PPV – сульфид свинца // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 35–46. DOI: 10.18721/JPM.11404

EFFECT OF GAMMA RADIATION ON LUMINESCENCE AND PHOTOCONDUCTIVITY OF MEH-PPV – LEAD SULFIDE NANOCOMPOSITE

N.M. Romanov^{1,2}, M.M. Malova¹, E. Lahderanta², S.F. Musikhin¹

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

² Lappeenranta University of Technology, Lappeenranta, Finland

The thin-film properties of polymeric nanocomposite MEH-PPV/PbS (with PbS quantum dots (QD)) and PbS-QD gamma-irradiated by 0.5–24.4 kGy doses have been studied. The film samples for photoluminescence (PL) investigation were prepared from solution using spin-coating technique, and for photoconductivity measuring were made using slot technique. The threshold doses for irreversible sharp PL-degradation of nanocomposite determined by the degradation of PbS-QD were found. The behavior dynamics of MEH-PPV/PbS photoconductivity after irradiation was analyzed. The conduction relaxation observed in the MEH-PPV/PbS was shown to be due to restoration of damages in the conjugate chains of the MEH-PPV polymer. Moreover, the absence of conductivity and photoconductivity relaxations in the colloidal PbS was revealed.

Keywords: gamma radiation, photoluminescence, photoconductivity, quantum dot, lead sulfide, conducting polymer

Citation: N.M. Romanov, M.M. Malova, E. Lahderanta, S.F. Musikhin, Effect of gamma radiation on luminescence and photoconductivity of МЕН-PPV – lead sulfide nanocomposite, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 35–46. DOI: 10.18721/JPM.11404

Введение

Оптоэлектронные приборы являются перспективными устройствами широкого применения в самых разных отраслях промышленности; в частности, это приборы, изготовленные на основе тонкопленочных полимерных нанокомпозитов [1]. Возможность модификации полимерной матрицы различными ингредиентами позволяет создавать нанокомпозитные структуры с требуемыми параметрами [2]. Высокомолекулярное соединение в качестве матрицы должно само по себе обладать характеристиками, обеспечивающими требуемые свойства нанокомпозита [3]. Проводящий полимер МЕН-PPV обладает хорошими электрическими характеристиками, такими как проводимость и подвижность носителей [4]. На основе данного полимера можно создавать электролюминесцентные светоизлучающие структуры [4]. Применение полупроводниковых квантовых точек (КТ) в качестве неорганических включений позволяет создавать материалы с заранее заданными свойствами [5]. Например, с помощью КТ сульфида свинца PbS можно изготавливать материалы, имеющие практическое приложение в ближней инфракрасной (ИК) области спектра электромагнитных волн. Указанная область широко используется для оптической связи и служит для дистанционного зондирования агропромышленных, фармацевтических и биологических объектов [6]. Квантовые точки сульфида свинца можно считать одними из самых перспективных допантов для эффективного поглощения солнечной энергии в различных солнечных элементах, благодаря сочетанию таких качеств, как простота и дешевизна производства, возможность синтезировать нанокомпозиты широкого спектрального диапазона [7].

Деградация свойств КТ является существенной проблемой и все еще препятствует коммерциализации солнечных элементов на основе КТ [1]. Нестабильность подобных материалов объясняется, главным образом, окислительной деградацией КТ под действием кислородо- и влагосодержащей атмосферы. Неблагоприятные условия синтеза КТ и создания фотогальванических устройств на основе этих КТ оказывают негативное влияние на качество оптических и электронных свойств готовых изделий [8, 9]. В настоящее время в литературе имеются довольно полные обзоры, посвященные влиянию окисления на КТ PbS [10]. Наряду с этим в опубликованных материалах практически отсутствуют исследования, направленные на выяснение того, как действует гамма-излучение на квантовые точки и нанокомпозитные материалы на их основе. Тем не менее, в настоящее время следует признать актуальным вопрос стабильности данных материалов под действием гамма-облучения. Указанная проблема важна для нанокристаллов сульфида свинца, которые относятся к наиболее перспективным коллоидным материалам для создания фотоприемников электромагнитного излучения в ближней ИК-области.

Настоящее исследование продолжает работу [13]. В данной статье представлены уточненные значения пороговой дозы резкой деградации оптических характеристик КТ, а также прослежена динамика изменения спектров фотолюминесценции (ФЛ) в течение четырех недель (с недельным интервалом) после облучения. Кроме того, нами впервые рассмотрено влияние различных доз гамма-облучения на электрические свойства нанокомпозита полимер–КТ, проанализированы температурные зависимости проводимости и совокупность изменений оптических и электрических свойств нанокомпозита полимер – КТ.

Экспериментальная часть

Для эксперимента использовался промышленно доступный порошок МЕН-PPV производства компании Sigma Aldrich со среднечисловой молекулярной массой около 40 000 – 70 000. Структурной единицей полимера является (поли[2-метокси-5-(2-этилгексилокси)-1,4-фениленвинилен], его химическая формула – $(C_{18}H_{28}O_2)_n$. Квантовые точки (КТ) PbS были синтезированы по методу, идентичному использованному в работе [11]. КТ были синтезированы из металлоорганического раствора, основой которого служил оксид свинца PbO, растворенный в олеиновой кислоте $C_{18}H_{34}O_2$. В данный раствор вводился бистриметилсилилсульфид в триоктилфосфине. Данные КТ сульфида свинца позволяют синтезировать нанокompозиты с возможностью перестройки спектральных параметров в диапазоне от 1000 до 1600 нм [11].

Для исследования фотolumинесцентных свойств нанокompозита МЕН-PPV/PbS были изготовлены образцы, представляющие собой пленки толщиной порядка 1 мкм, нанесенные на стеклянные подложки. Данные образцы были получены из раствора с помощью технологии спин-коатинга.

Для исследования электрических свойств объектов были изготовлены образцы по технологии «на щели». Данная технология предусматривает нанесение на диэлектрическую (мы использовали стеклянную) подложку тонкого (порядка 10 мкм) слоя электропроводящего материала (мы использовали токопроводящий клей на серебре «Контактол»), с последующим высушиванием в течение 24 ч. «Контактол» представляет собой маловязкую композицию, в состав которой входят различные синтетические смолы в качестве связующего элемента, а токопроводящим наполнителем в этой композиции служит мелкодисперсный порошок серебра (проба 999). Клей обладает удельным объемным сопротивлением около $0,01 \text{ Ом} \cdot \text{см}^3$. В токопроводящем слое формировалась сквозная щель порядка 10 мкм, которую мы заполняли с избытком исследуемым веществом (раствор нанокompозита). Раствор изготавливался

путем последовательного механического перемешивания и 15-минутной обработки в ультразвуковой ванне порошка МЕН-PPV массой 0,1 г и затем добавлением толуола объемом 0,5 мл. Полученный раствор механически перемешивался с готовым коллоидным раствором КТ PbS и подвергался обработке в ультразвуковой ванне в течение 10 мин.

Спектры ФЛ образцов несут информацию об электронной структуре материалов и позволяют анализировать миграцию фотовозбужденного экситона. Применение методики регистрации оптического пропускания образцов ограничено из-за изменения оптических характеристик подложек в результате светового воздействия. Последнее вызывает образование различных дефектов, в том числе ионизацию материала, наличие же в подложках ионов ведет к присоединению или отдаче электронов, а это приводит к изменению и деградации полезных оптических свойств.

Спектры ФЛ образцов регистрировались с помощью автоматизированной установки Horiba Jobin Yvon, в состав которой входят монохроматор FHR 640 с дифракционной решеткой 1200 шт/мм, детектор Symphony II 1024*256 Cryogenic Open-Electrode CCD и необходимые оптические фильтры. Возбуждение люминесценции образцов производилось полупроводниковым лазером с рабочей длиной волны $\lambda = 405 \text{ нм}$.

Электрические свойства (вольт-амперные характеристики и фотопроводимость) изучались на установке, состоящей из источника-измерителя KEITHLEY 2601A со встроенным процессором TSP (Test Script Processor), совмещенного с лабораторной зондовой станцией. Измерения проводились в интервале температур от 77 К (точка кипения жидкого азота) до 300 К (комнатная температура). При измерении фотопроводимости образцов, их подвергали излучению от кварцевой галогенной лампы мощностью 70 Вт (обладает непрерывным спектром, близким к спектру абсолютно черного тела).

В качестве источника гамма-квантов использовалась установка, в состав которой входят 84 ампулы, заполненные порошком

изотопа цезия-137. Данный изотоп непрерывно испускает гамма-кванты с энергией 661 кэВ. Облучение осуществляли в квазизамкнутой камере (в ней не откачивали атмосферные кислород и влагу). Поэтому такая среда подвергалась ионизации и оказывала негативное действие на исследуемые образцы. В результате гамма-облучения исследуемые образцы получили следующие суммарные экспозиционные дозы, кГр: 0; 0,5; 1,0; 1,5; 3,1; 6,1; 12,2 и 24,4 (по H_2O). Динамику изменения спектров ФЛ после облучения отслеживали в течение четырех недель (с недельным интервалом). После облучения образцы хранились в обычных условиях (без применения спецсредств). Все измерения производились при стандартных условиях.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Изменение свойств нанокompозитов может происходить под действием ионизирующего излучения. Гамма-излучение, в силу своих физических особенностей, имеет сильную проникающую способность, взаимодействие с веществом выражается

в электронном возбуждении, электронной ионизации, рождении электронно-дырочной пары [12].

Влияние радиации на спектры ФЛ. В предыдущей нашей работе [13] было показано, что ФЛ изучаемых нанокompозитов в целом характеризуется фотолюминесценцией квантовых точек (рис. 1). Следовательно, влияние гамма-облучения на ФЛ нанокompозитов можно рассматривать исключительно как влияние такового на ФЛ квантовых точек.

Изменение в спектре ФЛ проводящего полимера, в результате его вхождения в состав нанокompозита, связано с тем, что носители заряда, рожденные в полимерной матрице, захватываются в КТ и рекомбинируют с испусканием квантов инфракрасного излучения. Изменения под действием гамма-излучения в спектре ФЛ проводящего полимера (рис. 2) можно связать со структурными изменениями, происходящими в нем. Подробно причины падения ФЛ и различные конкурирующие процессы, протекающие в проводящем полимере под действием гамма-излучения, рассмотрены нами в работе [13].

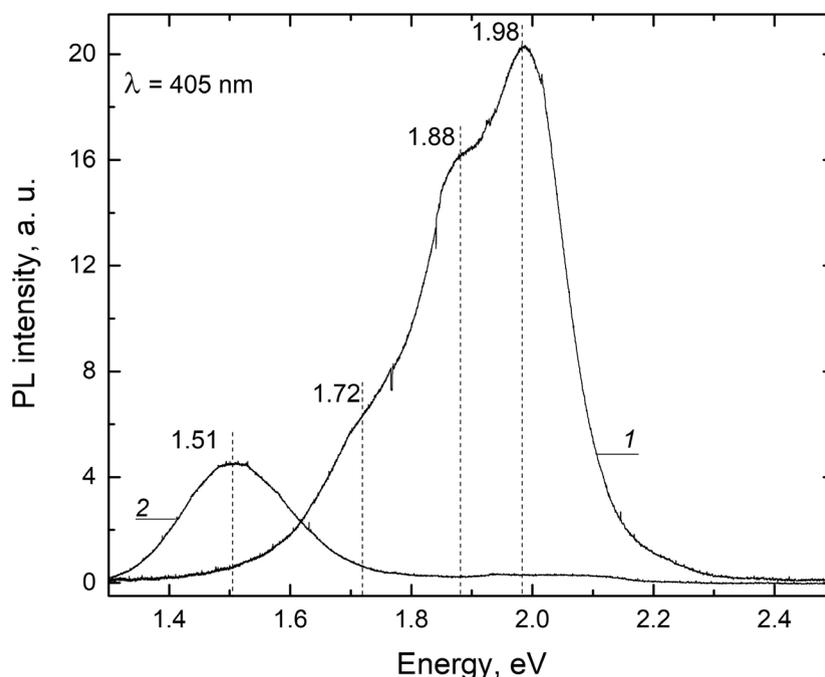


Рис. 1. Спектры фотолюминесценции (ФЛ) МЭН-PPV (1) и КТ PdS (2). Длина волны возбуждающего лазерного излучения – 405 нм

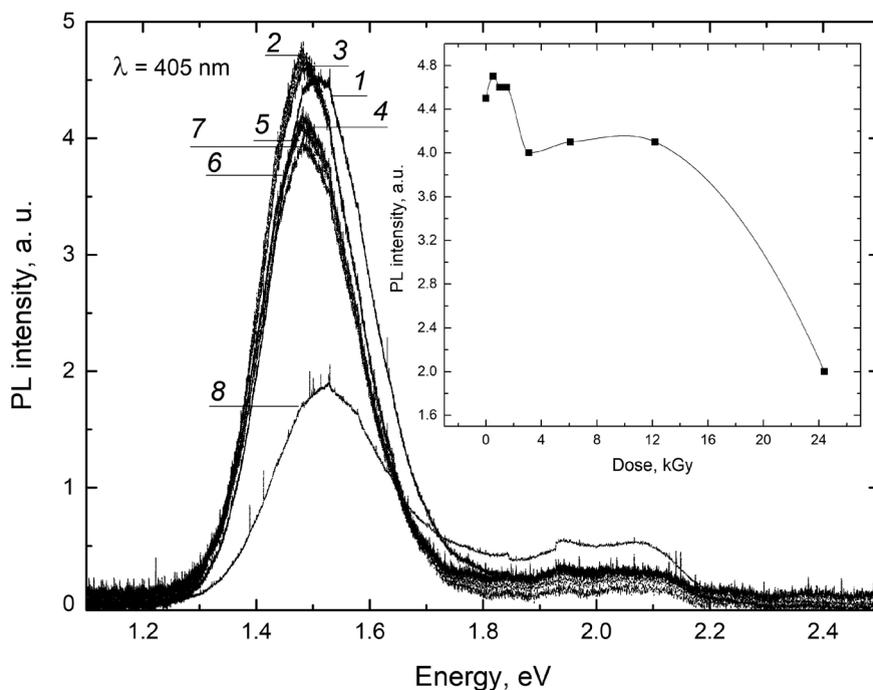


Рис. 2. Спектры ФЛ необлученного (1) и облученных гамма-квантами (2 – 8) образцов нанокompозита МЕН-PPV/PbS, а также зависимость максимальной интенсивности ФЛ образца от суммарной экспозиционной дозы D гамма-облучения (на вставке); D , кГр: 0,51 (2), 1,00 (3), 1,5 (4), 3,1 (5), 6,1 (6), 12,2 (7), 24,4 (8) (по H_2O). Длина волны возбуждающего лазерного излучения – 405 нм

Анализ полученных экспериментальных данных и результатов работы [13] позволяет заключить, что пороговая экспозиционная доза идентична таковой для КТ PbS – лежит в интервале от 12,2 до 18,4 кГр по H_2O . При резком снижении интенсивности ФЛ после критической дозы облучения, почти не происходит сдвига эмиссионного пика ФЛ. Отметим, что в работах [14, 15] наблюдается монотонное снижение интенсивности ФЛ с увеличением дозы облучения, а не пороговая зависимость, как в изученных образцах. В работе [14] утверждается, что облучение гамма-квантами уменьшает размер мицелл КТ и органической «шубы» вокруг них, причем указанное изменение размеров зависит от условий получения конкретных КТ. Установлено уменьшение размера КТ в зависимости от уровня гидратации мицелл. На этом основании авторы работы делают вывод, что с помощью гамма-облучения можно управлять размером КТ CdS. Это не согласуется с нашими данными, относящимися к квантовым точкам PbS. В работе

[15] уровень фотолюминесценции коллоидных КТ CdSe/ZnS зависит от дозы гамма-облучения; при этом отмечена радиационная нестойкость данных КТ. Исследование перовскитных КТ CsPbBr₃ также показало наличие зависимости от экспозиционной дозы облучения. Такие КТ проявляют гораздо лучшую радиационную стойкость к воздействию гамма-излучения, чем коммерческие образцы КТ CdSe/ZnS. Квантовые точки CsPbBr₃ показывали большую стабильность к гамма-облучению, чем исследованные КТ PbS (их облучение проводили в растворах).

В спектрах ФЛ, зарегистрированных после облучения дозой 12,2 кГр и в разные моменты времени после выдержки облученных образцов при комнатной температуре (рис. 3), наблюдается процесс слабой деградации со временем. Данный эффект обусловлен пострадиационным влиянием гамма-квантов на «шубу» органических молекул, окружающих КТ. В сочетании с кислородосодержащей атмосферой хранения

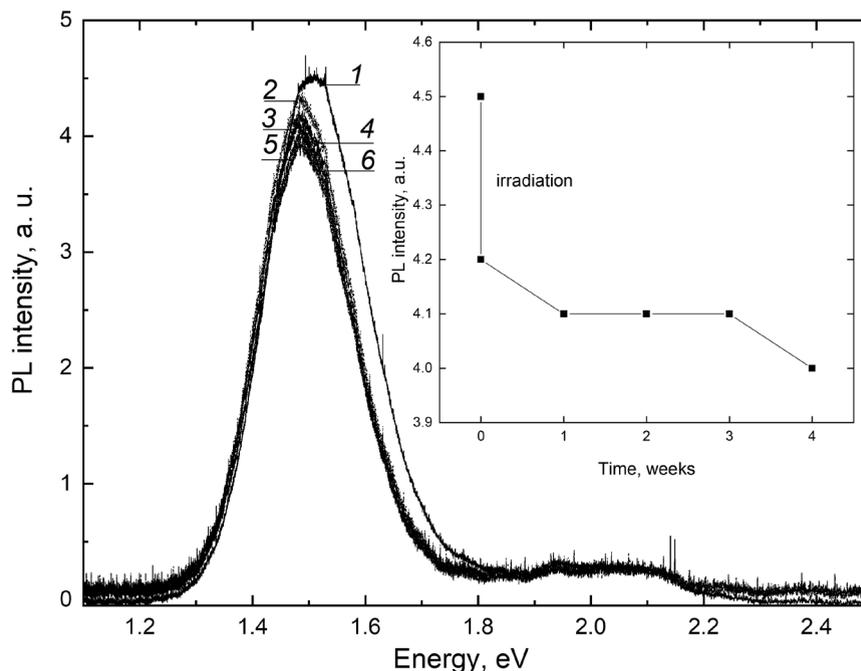


Рис. 3. Спектры ФЛ необлученного (1) и облученного гамма-квантами дозой 12,2 кГр (2 – 6) образцов нанокompозита МЕН-PPV/PbS, а также зависимость максимальной интенсивности ФЛ образца от времени t после облучения (на вставке);
 Время t , нед: 0 (2), 1 (3), 2 (4), 3 (5), 4 (6)

образцов, это приводит к образованию в нанокompозитах центров безызлучательной рекомбинации и центров захвата электрического заряда.

Влияние радиации на фотопроводимость.

Данные по фотопроводимости исследуемых пленок в зависимости от дозы облучения (рис. 4) дополняют информацию, полученную из спектров ФЛ.

На начальном участке зависимости фотопроводимости пленки нанокompозита от дозы облучения наблюдается резкое возрастание фотопроводимости (рис. 4, а), в отличие от соответствующей кривой для пленок чистых КТ (рис. 4, б), связанное с процессами, происходящими в полимере, а именно со сшивкой полимерных цепей. Данный результат коррелирует с результатами, полученными при анализе спектров ФЛ. По мере увеличения дозы гамма-облучения, в полимере возникают процессы внесения дефектов и конформации полимерной цепи, что приводит к постепенному падению фотопроводимости. Дегградация самих же КТ при дозах в интервале 6,1 – 12,2 кГр

вызывает резкое падение фотопроводимости, что также соотносится с результатами, полученными при изучении спектров ФЛ.

Небольшое снижение фотопроводимости в пленках КТ PbS на начальном участке кривой доза – фотопроводимость может быть обусловлено как появлением центров рекомбинации при облучении гамма-квантами, так и захватом заряда на «шубу» КТ. В первом случае рекомбинация приводит к снижению концентрации возбужденных носителей. Во втором захват заряда вызывает добавочный разброс случайного потенциала и, как следствие, – снижение прыжковой проводимости носителей заряда, а значит, и их частичную андерсоновскую локализацию.

Описанный эффект наблюдается и в нанокompозите, причем перенос дырок происходит преимущественно по полимерной матрице, а перенос электронов – по цепочкам КТ. Таким образом, фотопроводимость нанокompозита существенно зависит от процессов, происходящих как в полимере, так и в КТ.

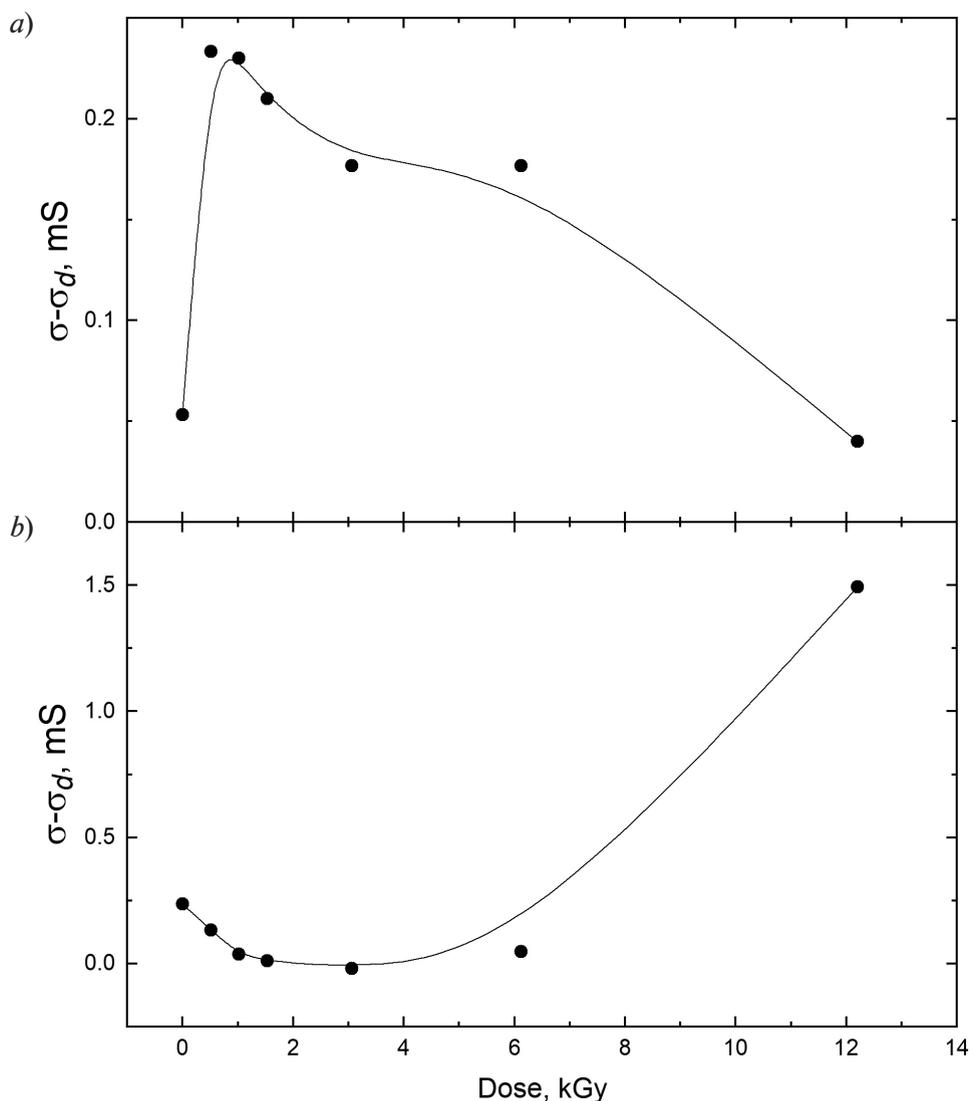


Рис. 4. Графики зависимости фотопроводимости тонких пленок МЕН-PPV/PbS (a) и PbS (b) от экспозиционной дозы гамма-облучения.

Пленки были изготовлены по технологии «на щели», освещались галогенной лампой мощностью 70 Вт; σ_d – темновая проводимость

Нами были получены графики изменения во времени фотопроводимости пленок, подвергнутых сначала гамма-облучению большой дозой гамма-квантов, а затем вторично гамма-облученных суммарной экспозиционной дозой 12,2 кГр (в данной статье эти графики не представлены). Установлено, что после такой схемы облучения, в пленках коллоидных КТ PbS не происходит релаксации как проводимости, так и фотопроводимости.

Анализ динамики релаксации фотопро-

водимости после облучения гамма-квантами (графики в данной статье не представлены) позволил установить частичное восстановление фотопроводимости в пленках нанокompозита. Этот эффект обусловлен, на наш взгляд, сшиванием разрывов в сопряженных цепях полимера МЕН-PPV.

На рис. 5 приведены графики температурной зависимости электропроводности и влияния освещения на электропроводность пленок полимера, КТ и нанокompозита. Видно, что с увеличением температуры

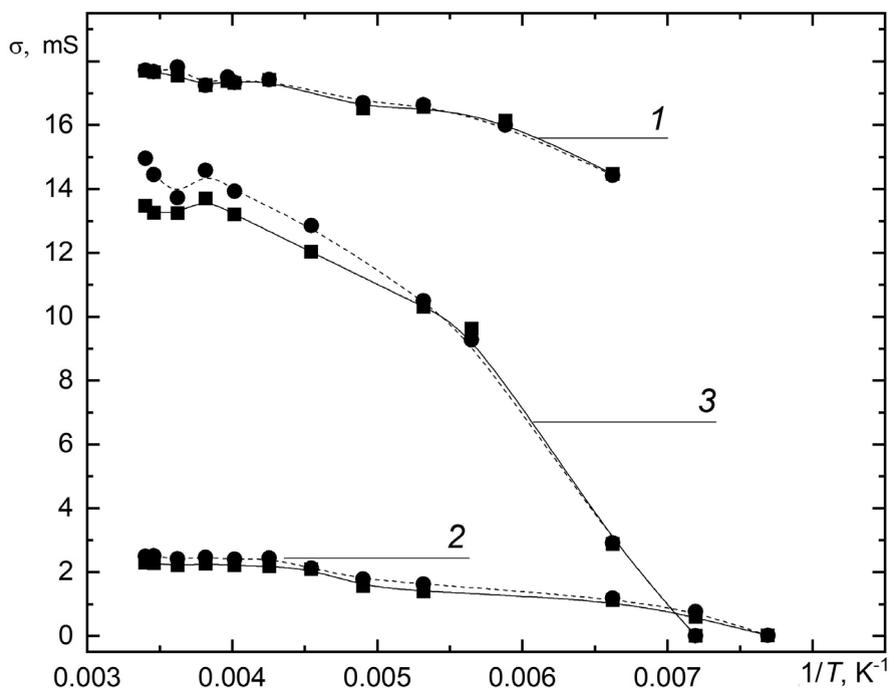


Рис. 5. Графики температурных зависимостей темновой (сплошная линия) и световой (пунктир) проводимостей для пленок МЕН-PPV (1), PbS (2) и МЕН-PPV/PbS (3)

электропроводность возрастает у всех исследуемых образцов. Это обусловлено как увеличением концентрации носителей заряда, так и ростом их подвижности симбатно с ростом числа фононов. Отличие проводимости пленок КТ и нанокompозитов от проводимости полимера связано с эффектом насыщения электропроводности последнего при температурах, близких к комнатной. На рис. 5 также видно, что в пленках полимера практически отсутствует различие проводимостей в темноте и при освещении. Это обусловлено преобладанием скорости процесса рекомбинации экситонов с испусканием фотона над скоростью процесса их распада с образованием свободных электронов и дырок. Известно, что подвижность дырок в изучаемом полимере выше, чем подвижность электронов, и что протекание тока в образце обусловлено преимущественно дырочной проводимостью. В то же время в нанокompозитах проводимость формируется сложнее: она связана как с дырочной проводимостью полимерной матрицы, так и с прыжковой проводимостью по цепочкам квантовых то-

чек PbS. В пленках же КТ сульфида свинца проводимость является исключительно прыжковой по скелету бесконечного кластера КТ. Как видно из спектров ФЛ нанокompозита (см. рис. 2), КТ эффективно захватывают электроны и дырки из полимера, что способствует распаду возбужденных экситонов; как следствие, прыжковая проводимость по цепочкам КТ может давать значительный вклад в проводимость пленки. Различие проводимостей полимера в темноте и на свету оказывается незначительным и практически не зависит от температуры, а фотопроводимость пленок КТ и нанокompозита растет с ростом температуры (рис. 6).

Полученный здесь результат существенно отличает фотопроводимость нанокompозита от фотопроводимости обычного полупроводникового фоторезистора, у которого эта величина обычно падает с увеличением температуры ввиду роста темновой концентрации носителей.

Указанный рост фотопроводимости пленок нанокompозита и КТ обусловлен увеличением прыжковой подвижности носителей

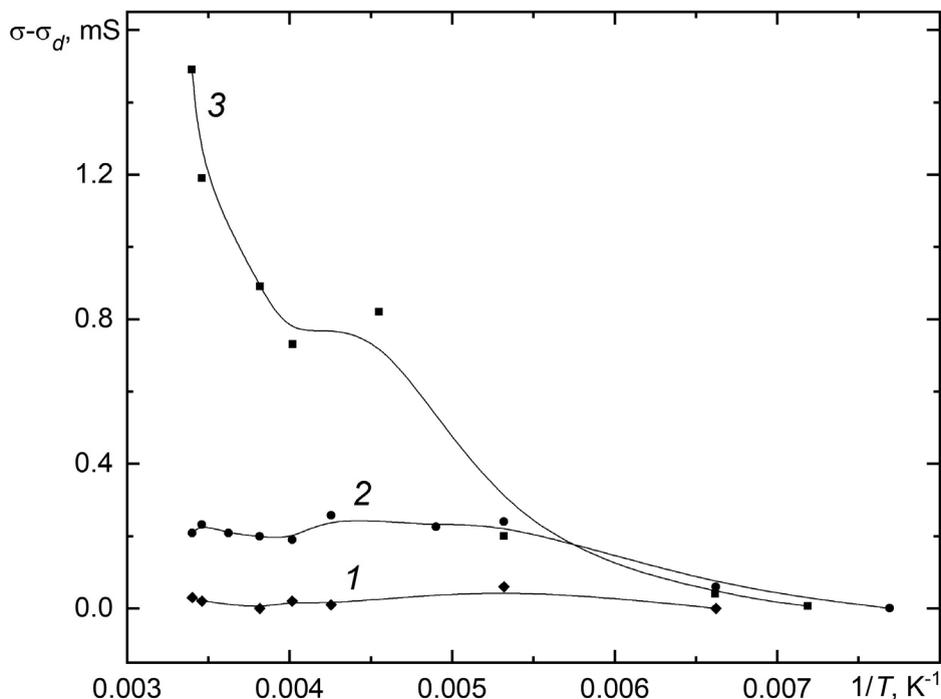


Рис. 6. Графики температурных зависимостей фотопроводимости для тонких пленок МЭН-PPV (1), PbS (2), МЭН-PPV / PbS (3)

при увеличении температуры. Сходное поведение фотопроводимости пленок КТ и нанокompозита с температурой свидетельствует об одинаковой природе процесса, а это означает, что фотопроводимость нанокompозита обусловлена в основном проводимостью по цепочкам КТ при световом воздействии.

Однако фотопроводимость нанокompозитов превосходит таковую для КТ, благодаря росту вероятности распада экситона (с образованием свободных электронов и дырок) на границе раздела КТ и полимерных цепей. Проведенный нами математический анализ графиков показал, что температурная зависимость электропроводности в целом соответствует закону Мотта:

$$\sigma = \sigma_0 \exp[-(T_0 / T)^{1/(1+d)}],$$

где T — абсолютная температура; d — размерность пространства проводящей системы; σ_0 , T_0 — константы.

Однако особенность системы состоит в том, что размерность d не является целым числом, поскольку величина $1/(1+d)$ не равна $1/4$, $1/3$ или $1/2$.

Заключение

В результате проведенных экспериментальных исследований установлено следующее.

Пороговая экспозиционная доза резкого падения фотолюминесценции (ФЛ) нанокompозита МЭН-PPV/PbS полностью определяется радиационной устойчивостью КТ PbS и лежит в интервале от 12,2 до 18,4 кГр (по H_2O). Снижения интенсивности спектров ФЛ образцов непосредственно после их облучения не происходит, однако наблюдается процесс ее слабой деградации со временем. Данные эффекты обусловлены влиянием гамма-облучения и пострadiационным влиянием гамма-квантов на «шубу» органических молекул, окружающих КТ.

В полимерной матрице протекают, как минимум, два конкурирующих процесса: сшивка полимерных цепей и внесение дефектов в полимерную цепь (конформация полимерной цепи), что выражается нелинейным поведением зависимости фотопроводимости тонких пленок, изготовленных

по технологии «на щели», от экспозиционной дозы облучения.

Частичное восстановление проводимости обусловлено регенерацией разрывов в сопряженных цепях полимера. Кроме того,

из анализа графиков температурной зависимости электропроводности было найдено, что закон Мотта выполняется как для пленок нанокompозита, так и пленок его компонентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Bockstaller M.R., Thomas E.L.** Optical properties of polymer-based photonic nanocomposite materials // *J. Phys. Chem. B*. 2003. Vol. 107. No. 37. Pp. 10017–10024.
2. **Du Y., Shen S.Z., Cai K., Casey P.S.** Research progress on polymer-inorganic thermoelectric nanocomposite materials // *Progress in Polymer Science*. 2012. Vol. 37. No. 6. Pp. 820–841.
3. **Hussain F., Hojjati M., Okamoto M., Gordan R.E.** Review article: Polymer-matrix nanocomposites, processing, manufacturing, and application: An overview // *Journal of Composite Materials*. 2006. Vol. 40. No. 17. Pp. 1511–1576.
4. **Lee R.-H., Lai H.-H.** Enhancing electroluminescence performance of MEH-PPV based polymer light emitting device via blending with organosoluble polyhedral oligomeric silsesquioxanes // *European Polymer Journal*. 2007. Vol. 43. No. 3. Pp. 715–724.
5. **Kim K., Woo J.Y., Jeong S., Han C.-S.** Photoenhancement of a quantum dot nanocomposite via UV annealing and its application to white LEDs // *Advanced Materials*. 2011. Vol. 23. No. 7. Pp. 911–914.
6. **Lipcsey M., Woinarski N.C., Bellomo R.** Near infrared spectroscopy (NIRS) of the thenar eminence in anesthesia and intensive care // *Ann. Intensive Care*. 2012. Vol. 2. No. 11. Pp. 1–9.
7. **Wang X.** Recent progress in colloidal quantum dot photovoltaics // *Frontiers of Optoelectronics*. 2015. Vol. 8. No. 3. Pp. 241–251.
8. **Peterson J.J., Krauss T.D.** Photobrightening and photodarkening in PbS quantum dots // *Phys. Chem. Chem. Phys.* 2006. Vol. 8. No. 33. Pp. 3851–3856.
9. **Ihly R., Tolentino J., Liu Y., Gibbs M., Law M.** The photothermal stability of PbS quantum dot solids // *ACS Nano*. 2011. Vol. 5. No. 10. Pp. 8175–8186.
10. **Stadelmann K., Elizabeth A., Sabanés N.M., Domke K.F.** The SERS signature of PbS quantum dot oxidation // *Vibrational Spectroscopy*. 2017. Vol. 91. July. Pp. 157–162.
11. **Bakueva L., Musikhin S., Hines M.A., Chang T.-W.F., Tzolov M., Scholes G.D., Sargent E.H.** Size-tunable infrared (1000–1600) electroluminescence from PbS quantum dot nanocrystals in a semiconducting polymer // *Appl. Phys. Lett.* 2003. Vol. 82. No. 17. Pp. 2895–2897.
12. **El-Mallawany R., Abousehly A., El-Rahamani A.A., Yousef E.S.** Radiation effect on the ultrasonic attenuation and internal friction of tellurite glasses // *Mater. Chem. Phys.* 1998. Vol. 52. No. 2. Pp. 161–165.
13. **Романов Н.М., Мусихин С.Ф.** Воздействие гамма-излучения на люминесценцию нанокompозитов проводящего полимера MEH-PPV с квантовыми точками сульфида свинца // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2018. Т. 11. № 2. С. 41–48.
14. **Bekasova O.D., Revina A.A., Rusanov A.L., Kornienko E.S., Kurganov B.I.** Effect of gamma-ray irradiation on the size and properties of CdS quantum dots in reverse micelles // *Rad. Phys. Chem.* 2013. Vol. 92. November. Pp. 87–92.
15. **Withers N.J., Sankar K., Akins B.A., Memon T.A., Gu T., Gu J., Smolyakov G.A., Greenberg M.R., Boyle T.J., Osiński M.** Rapid degradation of CdSe/ZnS colloidal quantum dots exposed to gamma irradiation // *Appl. Phys. Lett.* 2008. Vol. 93. No. 17. Pp. 1731011–1731013.
16. **Матюшкин Л.Б., Романов Н.М.** Влияние гамма-облучения на фотолюминесценцию нанокристаллов CsPbBr₃ и CdSe/ZnS // *Оптический журнал*. 2018. Т. 85. № 2. С. 72–74.

Статья поступила в редакцию 10.10.2018, принята к публикации 25.10.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Романов Николай Михайлович — аспирант кафедры физики полупроводников и наноэлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, *Санкт-Петербург, Российская Федерация*.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
nikromanov.90@gmail.com

Малова Мария Михайловна – студентка Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
malovamm94@gmail.com

Лахдеранта Эррки – доктор наук, профессор Лаппеенрантского технологического университета, г. Лаппеенранта, Финляндия.

Skinnarilankatu 34, 53850, Lappeenranta, Finland
Erkki.Lahderanta@lut.fi

Мусихин Сергей Федорович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры физики полупроводников и нанoeлектроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
musihin.sf@spbstu.ru

REFERENCES

- [1] **M.R. Bockstaller, E.L. Thomas**, Optical properties of polymer-based photonic nanocomposite materials, *J. Phys. Chem. B.* 107 (37) (2003) 10017–10024.
- [2] **Y. Du, S.Z. Shen, K. Cai, P.S. Casey**, Research progress on polymer-inorganic thermoelectric nanocomposite materials, *Progress in Polymer Science.* 37 (6) (2012) 820–841.
- [3] **F. Hussain, M. Hojjati, M. Okamoto, R.E. Gorda**, Review article: Polymer-matrix nanocomposites, processing, manufacturing, and application: An overview, *Journal of Composite Materials.* 40 (17) (2006) 1511–1576.
- [4] **R.-H. Lee, H.-H. Lai**, Enhancing electroluminescence performance of MEH-PPV based polymer light emitting device via blending with organosoluble polyhedral oligomeric silsesquioxanes, *European Polymer Journal.* 43 (3) (2007) 715–724.
- [5] **K. Kim, J.Y. Woo, S. Jeong, C.-S. Han**, Photoenhancement of a quantum dot nanocomposite via UV annealing and its application to white LEDs, *Advanced Materials.* 23 (7) (2011) 911–914.
- [6] **M. Lipcsey, N.C. Woinarski, R. Bellomo**, Near infrared spectroscopy (NIRS) of the thenar eminence in anesthesia and intensive care, *Ann. Intensive Care.* 2 (11) (2012) 1–9.
- [7] **X. Wang**, Recent progress in colloidal quantum dot photovoltaics, *Frontiers of Optoelectronics.* 8 (3) (2015) 241–251.
- [8] **J.J. Peterson, T.D. Krauss**, Photobrightening and photodarkening in PbS quantum dots, *Phys. Chem. Chem. Phys.* 8 (33) (2006) 3851–3856.
- [9] **R. Ihly, J. Tolentino, Y. Liu, et al.**, The photothermal stability of PbS quantum dot solids, *ACS Nano.* 5 (10) (2011) 8175–8186.
- [10] **K. Stadelmann, A. Elizabeth, N.M. Sabanés, R.F. Domke**, The SERS signature of PbS quantum dot oxidation, *Vibrational Spectroscopy.* 91 (July) (2017) 157–162.
- [11] **L. Bakueva, S. Musikhin, M.A. Hines, et al.**, Size-tunable infrared (1000–1600) electroluminescence from PbS quantum dot nanocrystals in a semiconducting polymer, *Appl. Phys. Lett.* 82 (17) (2003) 2895–2897.
- [12] **R. El-Mallawany, A. Abousehly, A.A. El-Rahamani, E.S. Yousef**, Radiation effect on the ultrasonic attenuation and internal friction of tellurite glasses, *Materials Chemistry and Physics.* 52 (2) (1998) 161–165.
- [13] **N.M. Romanov, S.F. Musikhin**, Effect of gamma radiation on the luminescence of nanocomposites of MEH-PPV conductive polymer and PbS quantum dots, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics.* 11 (2) (2018) 41–48.
- [14] **O.D. Bekasova, A.A. Revina, A.L. Rusanov, et al.**, Effect of gamma-ray irradiation on the size and properties of CdS quantum dots in reverse micelles, *Rad. Phys. Chem.* 92 (Nov) (2013) 87–92.
- [15] **N.J. Withers, K. Sankar, B.A. Akins, et al.**, Rapid degradation of CdSe/ZnS colloidal quantum dots exposed to gamma irradiation, *Applied Physics Letters.* 93 (17) (2008) 1731011–1731013.
- [16] **L.B. Matyushkin, N.M. Romanov**, Effect of gamma irradiation on the photoluminescence of CsPbBr₃ and CdSe/ZnS nanocrystals, *Journal of Optical Technology.* 2018. Vol. 85 (2) (2018) 119–121.

Received 10.10.2018, accepted 25.10.2018.

THE AUTHORS

ROMANOV Nikolay M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
nikromanov.90@gmail.com

MALOVA Maria M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
malovamm94@gmail.com

LÄHDERANTA Erkki

Lappeenranta University of Technology
Skinnarilankatu 34, 53850 Lappeenranta, Finland
Erkki.Lahderanta@lut.fi

MUSIKHIN Sergey F.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
musihin.sf@spbstu.ru



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

DOI: 10.18721/JPM.11405

УДК 532.5.013.13

СТРУКТУРА СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ НАД ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ НАГРЕТЫМ ДИСКОМ ПРИ НЕБОЛЬШИХ ЧИСЛАХ ГРАСГОФА

Е.Ф. Храпунов, Ю.С. Чумаков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В статье представлены результаты физического и численного моделирования свободноконвективного потока, формирующегося над нагретым горизонтальным диском при небольших числах Грасгофа. Подробно рассмотрены характеристики области пристенного течения и области восходящего потока. На основании экспериментальных и расчетных данных определены геометрические характеристики потока – температурные и динамические величины толщины. Получено хорошее соответствие между результатами физического эксперимента и численного моделирования. Кроме того, проведено сравнение с опубликованными литературными данными. Получено распределение вертикальной компоненты скорости в пристенном слое. Проанализированы основные характеристики теплообмена – локального и интегрального чисел Нусельта.

Ключевые слова: свободная конвекция, свободноконвективный факел, структура потока, физический эксперимент, численное моделирование

Ссылка при цитировании: Храпунов Е.Ф., Чумаков Ю.С. Структура свободноконвективного течения над горизонтальным нагретым диском при небольших числах Грасгофа // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 47–60. DOI: 10.18721/JPM.11405

THE STRUCTURE OF A NATURAL CONVECTIVE FLOW OVER A HORIZONTAL HEATED DISC AT SMALL GRASHOF NUMBERS

E.F. Khrapunov, Yu.S. Chumakov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

In the paper, the results of physical and numerical simulation of a natural convective flow formed over a heated horizontal disk with small Grashof numbers have been presented. The characteristics of the near-wall flow region and of the ascending flow one were considered in detail. On the basis of experimental and calculated data, the geometric flow characteristics, namely temperature and dynamic thicknesses, were determined. A good agreement between the experimental results and numerical simulation data was achieved. The results obtained were also compared with published data. The distribution of the vertical velocity component in the near-wall layer was

determined. The analysis of the basic characteristics of heat exchange, namely the local and integral Nusselt numbers, was carried out.

Keywords: natural convection, natural convective plume, flow structure, physical experiment, numerical simulation

Citation: E.F. Khrapunov, Yu.S. Chumakov, The structure of a natural convective flow over a horizontal heated disc at small Grashof numbers, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 47–60. DOI: 10.18721/JPM.11405

Введение

Анализ развития исследований в области свободноконвективного теплообмена показывает, что наибольший успех достигнут при изучении течений вдоль вертикальной поверхности, т. е. когда вектор ускорения свободного падения параллелен основному направлению движения жидкости. Одна из причин данного обстоятельства может быть связана с успешным развитием теории вынужденно конвективного пограничного слоя. Нагрев поверхности способствует возникновению свободной конвекции и, как следствие, на достаточно протяженной вертикальной поверхности формируется свободноконвективный пограничный слой. Основные закономерности развития подобного слоя очень похожи на поведение уже хорошо изученного вынужденно конвективного пограничного слоя. В частности, по аналогии с вынужденной конвекцией, в свободноконвективном пограничном слое можно выделить области ламинарного, переходного и турбулентного режимов течения.

Иначе обстоит дело, когда нагретая поверхность расположена горизонтально или сильно наклонена по отношению к вектору ускорения свободного падения. Свободноконвективный теплообмен в жидкости, наблюдающийся у подобных поверхностей, имеет сложный характер, вследствие взаимодействия отрывного восходящего течения над ее поверхностью и приповерхностного слоя, возникающего под действием благоприятного перепада давлений. Такой перепад, в свою очередь, генерируется этим течением.

Анализ подобного взаимодействия сопряжен с довольно большими трудностями, что, в частности, объясняет появление в литературе различных упрощенных моделей теплообмена. В работах [1, 2], напри-

мер, предлагается рассмотреть две предельные ситуации:

в первом случае нагретая поверхность настолько мала, что ее можно заменить точечным источником тепла, над которым формируется осесимметричная свободноконвективная восходящая струя;

во втором случае поверхность настолько велика, что в пределе можно пренебречь влиянием центральной части поверхности с восходящей струей на теплопередачу. Восходящая струя будет оказывать косвенное влияние на теплопередачу от поверхности, формируя лишь приповерхностное течение, обусловленное эжектирующим действием этой струи.

Таким образом, определение интенсивности теплопередачи от поверхности сводится к решению задачи об обтекании полубесконечной нагретой пластины. В качестве примера можно привести ряд работ [3 – 5], в которых в том или ином приближении решались двумерные уравнения приповерхностного пограничного слоя. Итогом этих работ можно считать получение важных для практики формул расчета интенсивности теплоотдачи от горизонтальной нагретой поверхности (сводная таблица зависимостей представлена в работе [6]).

Рассмотрим первую предельную ситуацию, когда над точечным источником тепла формируется восходящая струя. В этом случае непосредственное влияние поверхности на течение отсутствует, учитывается лишь теплоотдача этой поверхности для задания интенсивности точечного источника тепла. В результате решения задач в подобной постановке получены аналитические и численные решения в автомоделном приближении. В частности, установлено влияние мощности источника тепла на различные характеристики струи; например, показано,

что снижение температуры по высоте подчиняется степенной зависимости, а ширина восходящей струи изменяется как число Грасгофа в степени одна четвертая (число Грасгофа есть определяющий критерий задачи).

Очевидно, что все многообразие задач о свободноконвективном теплообмене жидкости, текущей от нагретой горизонтальной поверхности, невозможно описать только двумя предельными ситуациями. На практике наибольший интерес представляет случай, когда поверхность нельзя заменить точечным источником тепла, но, с другой стороны, она не настолько велика, чтобы считать ее полубесконечной и пренебрегать влиянием восходящей струи на теплообмен. Иными словами, в соответствующих расчетах необходимо учитывать влияние на теплообмен не только восходящей струи в центре диска, но и приповерхностного течения вдоль его поверхности.

При этом следует отметить, что приповерхностный слой развивается вопреки действию архимедовой (выталкивающей) силы, которая направлена не вдоль течения, а перпендикулярно ему, т. е. движение должно быть обусловлено косвенными причинами. В рассматриваемом случае течение возникает под действием отрицательного градиента давления, который индуцируется восходящей струей в центре диска [6].

В настоящей работе исследовано (экспериментально и численно) влияние интенсивности нагрева горизонтального диска на теплообмен и структуру течения над ним в случае небольших чисел Грасгофа.

Анализу результатов численного моделирования течения во многом способствовали данные экспериментального исследования, в частности визуализации потока воздуха над нагретым диском, представленные ранее в работе [7].

Экспериментальный стенд и методы исследования

Схема экспериментального стенда изображена на рис. 1. Основной элемент стенда — это нагреваемый латунный диск *1* диаметром 190 мм и толщиной 8 мм. Его нижняя поверхность контактирует с нагрее-

вателем *2*. Для улучшения теплового контакта используется специальная паста с высоким коэффициентом теплопроводности, в слой которой помещен спай термопары (на рисунке не показаны) для контроля температуры нижней поверхности диска. Температурным режимом диска управляет контроллер (на рисунке не показан), который включает (выключает) нагреватель в зависимости от соответствия между заданной температурой и температурой, которая фиксируется термопарой.

Таким образом, на нижней поверхности диска обеспечиваются условия, близкие к условиям постоянства температуры, а температура его верхней части определяется условиями сопряженного теплообмена с воздухом.

Основание защитной камеры (см. рис. 1) представляет собой горизонтальную пластину *5* с центральным круглым вырезом, в который вставляется диск *1* с зазором 5 мм. Верхняя часть диска выступает на 6 мм относительно верхней поверхности пластины. Снизу зазор закрыт корпусом теплообменника *2*, который плотно прилегает к нижней поверхности горизонтальной пластины *5* и обеспечивает постоянство ее температуры (16 — 18 °С).

Стенд оснащен координатной системой (на рисунке не показана), с помощью которой можно перемещать зонд (например, датчик температуры) над диском. Перемещение осуществляется с помощью шаговых двигателей, управляемых программно. Точность перемещения в горизонтальной плоскости составляет 0,50 мм, а по вертикальной координате — 0,05 мм.

Особенно тщательно измерялась температура воздуха над нагретым диском. Для получения ее мгновенного значения использовалась вольфрамовая проволочка-датчик диаметром 5 мкм и длиной 2 мм. Такой датчик, благодаря небольшому размеру, обладает почти мгновенным откликом на резкие изменения температуры, что позволяет (в совокупности с соответствующей электронной аппаратурой) существенно расширить частотный диапазон измерений. Процедура измерения температуры в выбранной точке пространства над диском

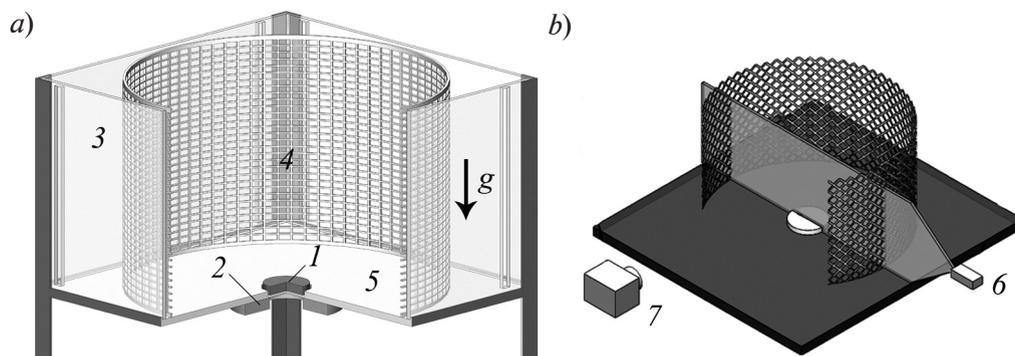


Рис. 1. Схемы экспериментального стенда (а) и визуализации структуры свободноконвективного течения (b):

1 – нагреваемый диск, 2 – элемент теплообменника, 3 – проницаемые стенки камеры, 4 – изолирующая сетка, 5 – горизонтальная пластина, 6 – лазер и оптическая система, 7 – фотокамера; g – вектор ускорения свободного падения

сводилась к оцифровке непрерывного аналогового сигнала за определенный промежуток времени, который определялся количеством выборок с заданной частотой (3000 выборок с частотой дискретизации 50 Гц). Это позволяло получать практически без искажений цифровой образ временного изменения мгновенной температуры в заданной точке пространства. Вычисление среднего значения температуры и интенсивности пульсаций мгновенной температуры происходило в результате первичной обработки оцифрованного сигнала. Кроме того, сохранялась запись мгновенной температуры для дальнейшего корреляционного и спектрального анализа.

Для получения более полного представления о формирующейся структуре свободноконвективного течения над нагретым диском, кроме точечных измерений температуры, проводились многочисленные фото- и видеосъемки картин исследуемого течения. Визуализация течения осуществлялась по схеме, изображенной на рис. 1, *b*. Пространство, где развивалось течение, предварительно заполнялось дымом; его частички увлекались этим течением, и тем самым его визуализировали.

Для детального анализа структуры течения, выделения отдельных фрагментов потока, использовалась методика оптического ножа. В нашем случае в качестве источника света использовался лазер, луч которого разворачивался в плоскость с помощью

соответствующей оптической системы. Частицы дыма, попав в плоскость ножа, ярко светились, визуализируя выделенный фрагмент течения. Последний фиксировался с помощью фото- или видеосъемки.

Особенности численной модели

Для численного моделирования использовался программный код ANSYS Fluent, позволяющий решать уравнения Навье – Стокса в приближении Буссинеска для сжимаемой среды. На основании экспериментальных данных было сделано предположение о ламинарном режиме течения в выбранном диапазоне значений числа Грасгофа

$$Gr = (0,89 - 9,50) \cdot 10^6$$

трехмерного потока при наличии сопряженного теплообмена между нагреваемым диском и окружающей средой.

Фрагмент расчетной области с покрывающей ее сеткой представлен на рис. 2. Размеры вычислительной области полностью соответствуют размерам экспериментального стенда. Использовалась квазиструктурированная сетка, включающая 1 млн. элементов, со сгущением сеточных линий к предполагаемым границам факела и к нижней поверхности расчетной области.

Параметры воздуха и латуни, использованные при численном моделировании, представлены в таблице.

Из данных таблицы видно, что параме-

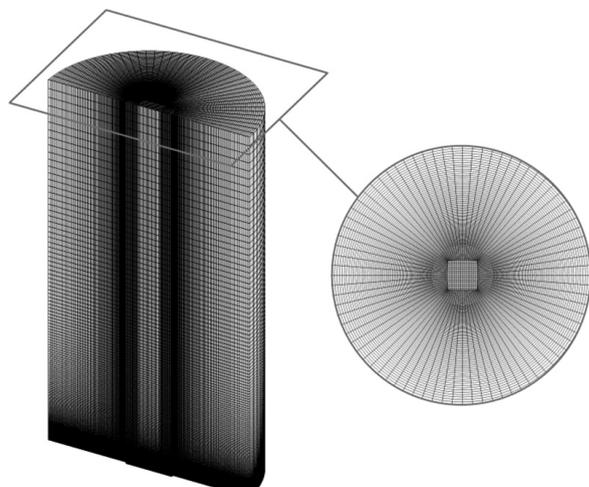


Рис. 2. Пример расчетной сетки в области решения уравнений

тры воздуха, использованные при моделировании, принимались постоянными, поскольку их изменения в рассматриваемом диапазоне температур не представляются существенными.

Граничные условия в расчетах задавались следующим образом. Температура нижней поверхности диска задавалась

и оставлялась постоянной в ходе расчета, температура горизонтальной поверхности расчетной области также считалась постоянной и равной температуре окружающего воздуха (293 К). Температура верхней поверхности диска определялась из условия сопряженного теплообмена с прилегающим к поверхности воздухом. На всех остальных границах (боковой и верхней) задавались условия нулевого избыточного давления. При этом на воздух, затекающий в расчетную область через эти границы, были наложены следующие ограничения: температура воздуха остается постоянной (293 К), а вектор скорости его распространения всегда перпендикулярен соответствующей границе затекания.

Система координат выбиралась таким образом, чтобы радиальная (или продольная) координата x начиналась от кромки диска и была направлена к его центру, а осевая координата y была направлена вверх, перпендикулярно поверхности диска. Соответственно, продольную компоненту скорости обозначали через u , а осевую – через v (рис. 3).

Вводились безразмерные переменные,

Таблица

Значения параметров, использованных при численном моделировании

Объект	Параметр	Обозначение	Единица измерения	Значение
Воздух	Удельная теплоемкость	c_p	Дж/(кг·К)	1006,43
	Коэффициент теплопроводности	λ	Вт/(м·К)	0,0242
	Коэффициент теплового расширения	β	К ⁻¹	0,00366
	Коэффициент кинематической вязкости	ν	м ² /с	$1,8 \cdot 10^{-5}$
Латунь	Плотность	ρ^{br}	кг/м ³	8500
	Удельная теплоемкость	c_p^{br}	Дж/(кг·К)	380
	Коэффициент теплопроводности	λ^{br}	Вт/(м·К)	130

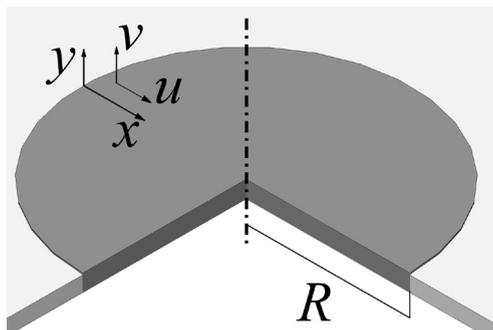


Рис. 3. Система координат x, y , связанная с поверхностью диска радиусом R ; u, v – компоненты скорости воздушного потока

причем в качестве масштаба скорости использовалось отношение v / R (коэффициент кинематической вязкости ν к радиусу диска R):

$$x^* = x / R, \quad y^* = y / R;$$

$$u^* = u \cdot R / \nu, \quad v^* = v \cdot R / \nu;$$

$$\theta = (T - T_a) / (T_w - T_a),$$

где T_w, T_a – величины температуры верхней поверхности диска и воздуха на внешней границе расчетной области, соответственно.

В качестве граничного условия на нижней поверхности диска задавалась постоянная температура T_0 . В настоящей работе представлены результаты численного моделирования для значений температуры T_0 , равных 303, 313, 333 и 353 К.

Результаты моделирования и их анализ

Как было отмечено выше, течение, формирующееся над нагретым диском, можно условно разделить на две области: зона приповерхностного слоя и зона восходящей струи. Остановимся сначала на анализе экспериментальных и численных данных, полученных в ходе исследования течения в приповерхностном слое.

На рис. 4, а представлены профили безразмерной температуры θ , а на рис. 4, б – профили безразмерной продольной скорости u^* по нормали к поверхности диска при различных значениях безразмерной продольной координаты x^* для числа Грасгофа $Gr = 3,5 \cdot 10^6$. Здесь и далее чис-

ло Грасгофа определяется следующим образом:

$$Gr = \frac{g\beta(T_0 - T_a)R^3}{\nu^2}, \quad (1)$$

где T_0 – температура нижней поверхности диска, контролируемая в эксперименте и задаваемая в качестве граничного условия при численном моделировании, g – ускорение свободного падения, β – коэффициент теплового расширения.

Над большей частью диска профили температуры характеризуются резким переходом от температуры поверхности к температуре окружающего воздуха. По мере продвижения к вертикальной оси диска температурный слой, очевидно, утолщается. Изменение продольной скорости по высоте не монотонно, образуется локальный максимум, вертикальная координата которого растет по мере приближения к центру диска. Кроме того, значение максимума скорости также увеличивается по мере продвижения от края диска к центру, примерно до координаты $x^* = 0,6$, а затем уменьшается вплоть до нуля, что свидетельствует о перестроении продольного приповерхностного течения в вертикальное восходящее.

На формирование структуры течения вблизи диска большое влияние оказывает осевая составляющая вектора скорости. Отметим, что данные о распределении указанной составляющей в приповерхностном слое практически отсутствуют в известной авторам литературе. Тем не менее, изменение осевой скорости в приповерхностной области может представлять значительный интерес при определении характеристик приповерхностного слоя, а также при выяснении процессов деформации этого слоя по мере его развития. На рис. 4, с представлены профили осевой скорости по нормали к поверхности диска при различных значениях координаты x^* . На профилях можно заметить ярко выраженные локальные максимумы, причем знак максимального значения изменяется по мере продвижения по продольной координате x^* от края диска к его центру. В частности, в интервале $0 \leq x^* \leq 0,4$ оказывается отрицательным не только максимальное значение, но и значе-

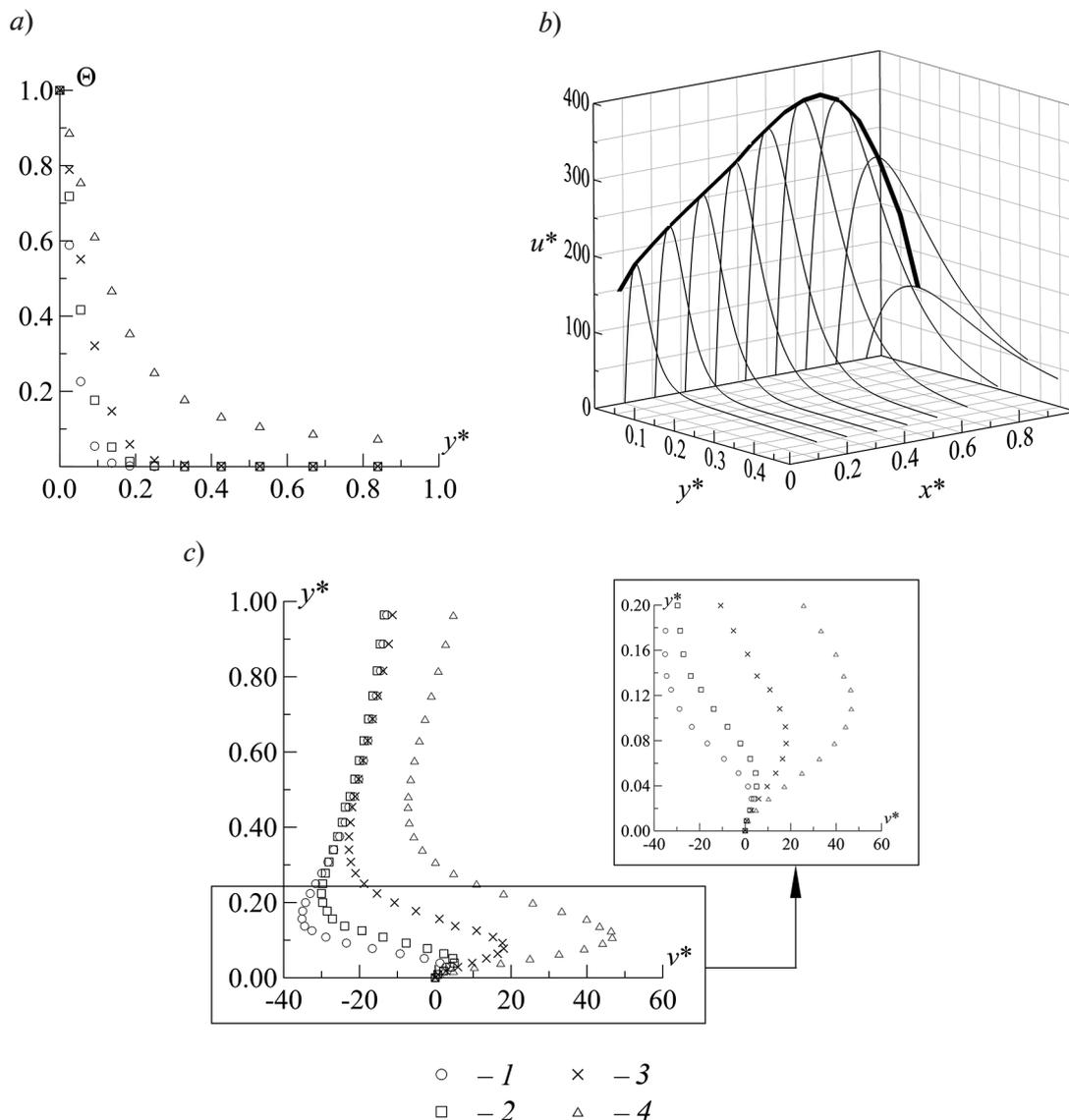


Рис. 4. Экспериментальные (a) и расчетные (b,c) профили безразмерных величин, полученные в результате моделирования течения в приповерхностном слое: температуры поперек этого слоя (a), продольной скорости в нем (b) и осевой скорости поперек этого слоя (c) при различных значениях безразмерной продольной координаты x^* для числа Грасгофа $Gr = 3,5 \cdot 10^6$.
 Значения x^* : 0,16 (1), 0,37 (2), 0,58 (3), 0,79 (4)

ние осевой скорости на большом удалении от поверхности диска. Аналогичное поведение характерно для профиля осевой скорости при $x^* \geq 0,8$, однако отличие состоит в том, что знак скорости остается положительным. При $x^* = 0,58$ профиль скорости претерпевает чередование знаков: у поверхности скорость положительная, а выше — отрицательная. Подобное поведение осевой скорости, в совокупности с продольной со-

ставляющей, определяет результирующую ориентацию вектора скорости. Благодаря этой ориентации становится заметным влияние выталкивающей силы (сила Архимеда) на расстоянии порядка $(0,7 - 0,8)R$ от края диска, а по мере приближения к центру диска (или к оси струи) выталкивающая сила становится определяющим фактором развития течения, т. е. образуется восходящая струя.

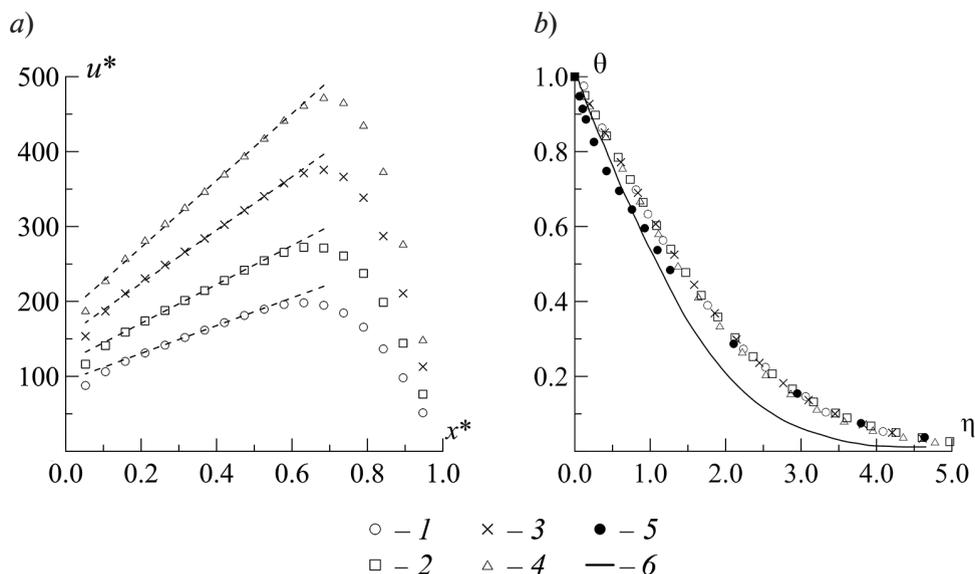


Рис. 5. Расчетные (1–4, для сравнения – данные [5] (6) и экспериментальные (5) распределения безразмерных величин в пристенном слое: максимальной радиальной скорости внутри этого слоя (а), а также автомодельности профилей температуры поперек этого слоя (б).

Расчетные данные получены при различных значениях чисел Грасгофа Gr (10^6): 0,89 (1), 1,80 (2), 3,50 (3), 5,80 (4)

На рис. 5, а представлены зависимости максимальных значений продольной скорости u^* от координаты x^* для различных чисел Грасгофа. Для каждого из этих чисел можно выделить интервал значений x^* , в котором изменение максимума продольной скорости линейно зависит от продольной координаты x^* . Увеличение числа Грасгофа приводит к росту значений максимальной скорости, а также к увеличению скорости их роста.

Для описания семейства профилей температуры θ , изображенных на рис. 4, а, можно воспользоваться автомодельной переменной из работы [4], определяемой соотношением

$$\eta = y^* (x^*)^{-2/5} Gr^{1/5}. \quad (2)$$

Результаты обработки исходных профилей температуры θ для различных значений числа Грасгофа представлены на рис. 5, б. На график этого рисунка также нанесены значения при числе Грасгофа $Gr = 4,8 \cdot 10^6$, найденные экспериментально в процессе данного исследования. Кроме того, для сравнения приведены данные работы [5].

Для более полной характеристики при-

стенной области необходимо найти толщину последней, т. е. определить, насколько далеко по нормали к диску распространяется действие нагретой поверхности. В случае неизотермических течений принято рассматривать не только динамическую толщину δ_u , но и температурную δ_T , поскольку они могут различаться. Толщину δ_T можно определить, если выбрать минимальное значение температуры, ниже которого влияние нагретой поверхности отсутствует. Если воспользоваться безразмерным соотношением для температуры и принять за искомое значение толщину слоя, равную 5 % от максимальной величины безразмерной температуры, то условие (критерий) определения δ_T может быть записано как

$$\delta_T = y^* |_{\theta=0,05}.$$

В литературе можно встретить и другие критерии. Например, в работе [4] предлагается интегральный вариант:

$$\delta_T = \int_0^\infty \theta dy^*.$$

Определение динамической толщины δ_u приповерхностного свободноконвектив-

ного слоя представляется более сложной задачей, поскольку продольная (радиальная) скорость при мере удаления от поверхности диска может принимать совершенно разные значения, в зависимости от количества воздуха, эжектируемого в приповерхностный слой. В некоторых работах (см., например, работу [4]) предлагается определять динамическую толщину с помощью интегрального соотношения

$$\delta_u = \int_0^{\infty} (u^*)^2 dy^* .$$

В данной работе предлагается определять динамическую толщину, учитывая принципиальную особенность образования динамического приповерхностного слоя. А именно – это слой, в котором первостепенную роль играет сдвиговое напряжение, возникающее при движении воздуха вдоль неподвижной поверхности диска. Сила трения, в свою очередь, пропорциональна производной от продольной скорости по нормали к поверхности и убывает при удалении от диска. Таким образом, можно использовать эту производную в качестве

критерия границы динамического слоя, выбрав соответствующее предельное значение этой производной, т. е.

$$\delta_u = y^* \Big|_{du^*/dy^*=e} .$$

В данной работе предлагается использовать в качестве числового критерия e значение производной, равное 10, т. е. $e = 10$.

Заметим, что можно дополнительно модифицировать переменную y^* так, чтобы найденные значения температурной и динамической толщин совпали для различных чисел Грасгофа. В нашем случае, температурные толщины, представленные на рис. 5, *b*, следует заменить одной кривой.

На рис. 6, *a* представлены динамическая и температурная толщины в переменных

$$(x^*; \delta_T \times Gr^{1/5}, \delta_u \times Gr^{1/5}) .$$

Следует отметить, что динамический слой существенно превосходит по толщине тепловой и эта разница заметно растет по мере приближения к центру диска.

Анализ экспериментальных и расчетных данных подтвердил известное предположе-

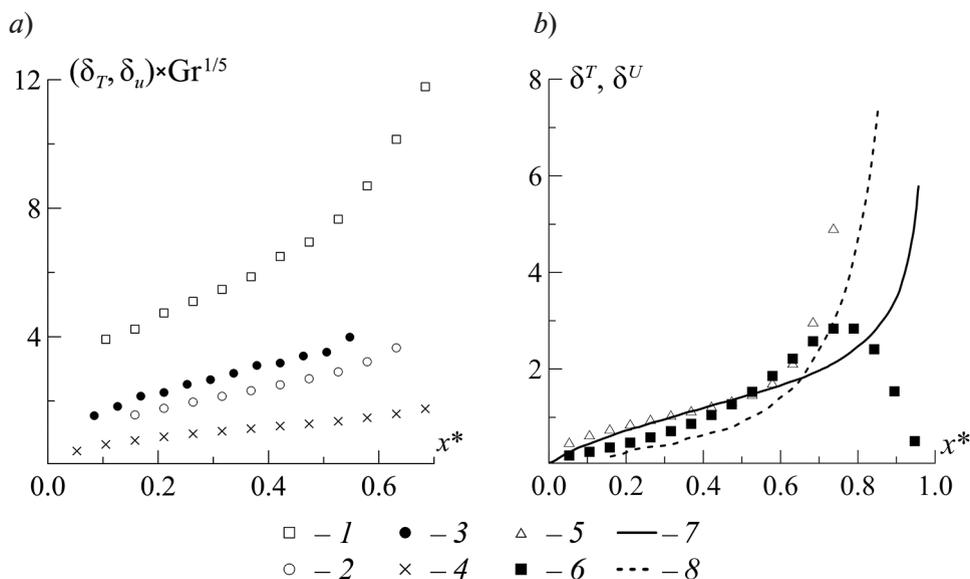


Рис. 6. Сравнение методик определения температурной δ_T (2, 3, 5 [4], 7 [4]) и динамической δ_u (1, 6 [4], 8 [4]) толщин пристенного слоя (в модифицированных переменных) как функций продольной координаты; методики применялись в настоящей работе (a) и в работе [4] (b) с привлечением экспериментальных данных (3, 5 [4], 6 [4]). Представлены зависимости от x^* для $\delta_u \times Gr^{1/5}$ (1), $\delta_T \times Gr^{1/5}$ (2), $\delta_T \times Gr^{1/5}$ (3), $\delta_T \times Gr^{1/5}$ (4), $\delta_T^{exp[4]}$ (5), $\delta_u^{exp[4]}$ (6), $\delta_T^{[4]}$ (7), $\delta_u^{[4]}$ (8)

ние о существовании в пристенной области тонкого слоя теплопроводности, в котором конвективный перенос тепла практически отсутствует, а его теплопроводный перенос характеризуется линейным профилем температуры [7]. Толщина такого слоя δ_{CT} может быть определена, например, как расстояние от поверхности, на котором изменение температуры отличается от линейного распределения на 5 %. Зависимость толщины слоя теплопроводности от продольной координаты также изображена на рис. 6, *a*.

На рис. 6, *b* представлено сравнение толщин температурного и динамического слоев; для определения этих величин были использованы интегральные критерии, предложенные в работе [4]. Температурные толщины хорошо соотносятся друг с другом, тогда как динамические существенно расходятся при значениях $x^* \geq 0,7$. По нашим данным, наблюдается уменьшение динамической толщины, что вполне естественно, поскольку по мере приближения к оси восходящего факела продольная (радиальная) компонента вектора скорости стремится к нулю. Причиной резкого роста динамической толщины, полученного в работе [4], может являться применение авторами в расчетах алгоритма «сшивания» решений для приповерхностного слоя и восходящего факела.

Отметим также, что для корректного определения толщин динамического и температурного слоев одного критерия оказывается недостаточно, так как необходимо учитывать характер изменения других свойств течения. Например, при выборе критерия для определения толщины динамического слоя, кроме учета характера изменения продольной скорости на границе слоя, необходимо учитывать также изменение осевой скорости. Очевидно, при приближении к области зарождения восходящей струи, роль осевой скорости будет существенно возрастать, и этот фактор необходимо принимать во внимание наряду с изменением продольной скорости.

В отличие от определения толщины приповерхностного слоя, определению его протяженности в литературе уделяется го-

раздо меньше внимания, и эта задача практически не рассматривается. Тем не менее, в случае представления течения как комбинации приповерхностного слоя с восходящим потоком, необходимо определить их границы в продольном (радиальном) направлении, а для этого необходим выбор подходящего критерия.

В данной работе для выработки такого критерия мы предлагаем использовать наличие участка линейной зависимости максимальной продольной скорости от продольной координаты (см. рис. 5, *c*).

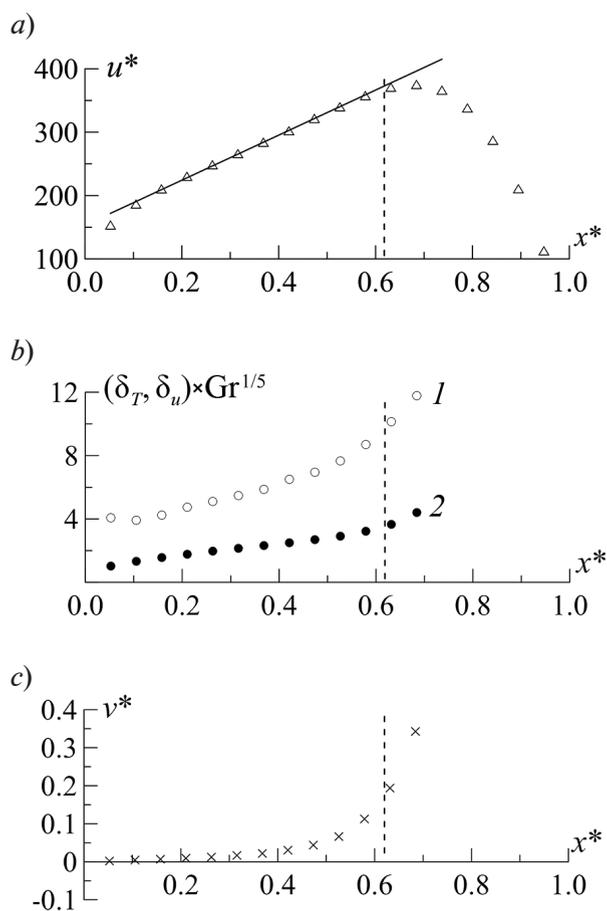


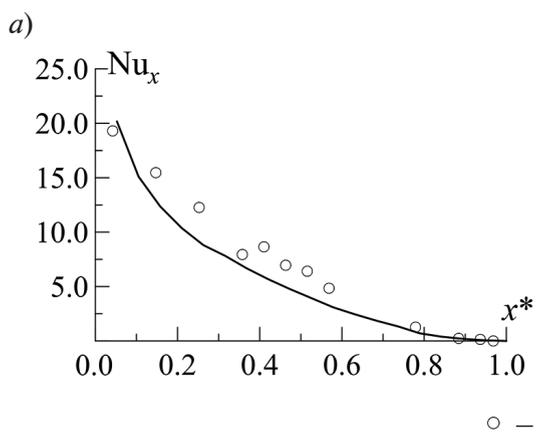
Рис. 7. Изменение безразмерных расчетных характеристик пристенного слоя по всей его протяженности: максимальной осевой скорости (*a*), динамической (*1*) и температурной (*2*) толщины (*b*), максимальной осевой скорости внутри слоя (*c*). Вертикальными пунктирами отмечено значение $x^* = 0,62$, при котором наблюдаются отклонения кривых от линейных зависимостей на 1 %

Таким образом, протяженность приповерхностного слоя определяется значением координаты x^* , при котором отклонение кривой максимальной продольной скорости от линейной зависимости составит, например, 1 %. Тогда для случая $Gr = 3,5 \cdot 10^6$ (рис. 7, а) границей по продольной координате приповерхностного слоя можно считать значение $x^* = 0,62$.

Несомненно, корректность выбора такого подхода должна быть обусловлена не только анализом продольной компоненты скорости, но и соответствующей динамикой изменения других характеристик потока. На рис. 7, б представлены температурная и динамическая толщины приповерхностного слоя. Можно видеть, что координата начала резкого роста толщин и протяженность приповерхностного слоя хорошо соответствуют друг другу. Изменение осевой скорости (рис. 7, в), а именно резкое увеличение, также происходит, начиная со значения координаты $x^* = 0,62$.

Для анализа свободноконвективного теплообмена воздуха с горизонтальной нагретой поверхностью диска удобно воспользоваться локальным числом Нуссельта, которое определяется следующим образом:

$$Nu_x = \frac{\alpha R(1-x^*)}{\lambda} = \frac{R(1-x^*)}{(T_a - T_w)} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_w, \quad (3)$$



где α – коэффициент теплообмена, который определяется с использованием предположения о существовании теплопроводного слоя [6].

На рис. 8, а представлено изменение числа Нуссельта вдоль радиуса диска для течения с числом Грасгофа $Gr = 5,4 \cdot 10^6$. Локальное число Нуссельта принимает максимальное значение у края диска, после чего монотонно снижается к центру, что хорошо согласуется с нашими экспериментальными данными.

На рис. 8, б представлено распределение интегрального числа Нуссельта, найденного с использованием соотношения

$$Nu = \frac{2\pi R^2}{S} \int_0^1 Nu_{R(1-x^*)} (1-x^*) d(1-x^*),$$

в зависимости от числа Грасгофа.

Подобные данные обычно описывают степенной зависимостью, которая в случае ламинарного режима течения имеет следующий вид (см., например, работу [7]):

$$\overline{Nu} = C \cdot Gr^{0,25},$$

где C – эмпирическая константа.

В данной работе значение константы определено как $C = 0,11$.

Рассмотрим основные закономерности течения в области восходящего факела, например геометрические характеристики

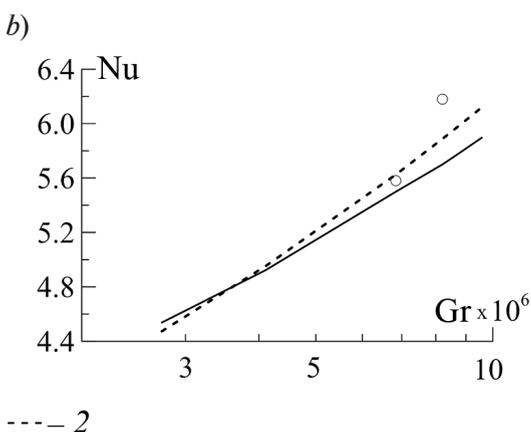


Рис. 8. Распределения локального числа Нуссельта Nu_x по радиусу диска при $Gr = 5,4 \cdot 10^6$ (а) и интегрального числа Nu в зависимости от числа Грасгофа (б). Получены на основе расчетных (сплошные линии) и экспериментальной (1) характеристик теплообмена на верхней поверхности диска; 2 – аппроксимация экспериментальной кривой зависимостью $0,11 \cdot Gr^{0,25}$ (Gr)

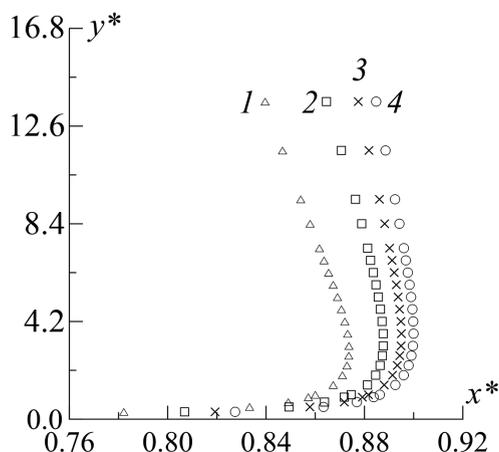


Рис. 9. Безразмерная тепловая толщина восходящего факела при различных значениях числа Грасгофа $Gr (10^6)$: 0,89 (1), 1,8 (2), 3,5 (3), 5,8 (4)

факела: температурная толщина, или температурный радиус b_T . За температурный радиус можно принять значение координаты $R - x$, при котором температура составляет половину от ее значения на оси.

На рис. 9 представлено изменение температурного радиуса факела для различных чисел Грасгофа. Можно выделить участок сужения факела (так называемая «шея»

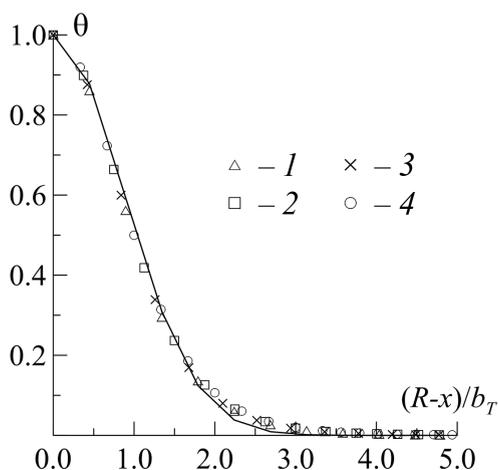


Рис. 10. Автомодельность расчетных профилей температуры в восходящем потоке на высоте $y^* = 8$ при различных значениях числа Грасгофа $Gr (10^6)$: 0,89 (1), 1,8 (2), 3,5 (3), 5,8 (4); сплошной линией показана аппроксимирующая зависимость

[10]), после которого толщина монотонно растет с высотой. При увеличении числа Грасгофа положение шеи остается примерно одинаковым, а толщина факела уменьшается.

В исследованиях [1, 2, 8, 9] отмечалось сходство формы восходящего факела с картинками струйных течений, которое проявляется в подобии профилей температуры и скорости. Так, например, в свободноконвективном факеле максимальное значение температуры наблюдается на оси течения, после чего температура монотонно убывает. Кроме того, для профилей температуры развитого течения наблюдается автомодельность в переменных $(R - x) / b_T$; θ , о чем свидетельствуют полученные в результате расчета данные, представленные на рис. 10.

Заключение

По результатам проведенного экспериментального и численного моделирования свободноконвективного факела при малых числах Грасгофа можно сделать следующие выводы.

1. Все формирующееся течение можно условно разделить на две области: приповерхностного слоя и восходящего течения.

2. Наблюдается автомодельность профилей температуры и скорости на развитых участках обеих областей.

3. В процессе анализа экспериментальных данных и результатов численного моделирования определены динамическая и температурная толщины приповерхностного слоя; при этом введены критерии определения этих толщин. Показано, что итоги данного анализа хорошо согласуются с результатами других авторов. Предложен критерий определения протяженности приповерхностного слоя на основе анализа особенностей изменения максимальной продольной скорости в слое. Показано, что определенная таким образом протяженность не противоречит физическим зависимостям в приповерхностном слое.

4. Анализ поведения осевой компоненты скорости необходим как для создания модели течения в целом, так и для выбора многих критериев, несмотря на то, что



данная компонента не является определяющей в приповерхностном слое. Имеются в виду критерии для определения динамической и температурной толщин, протяженности и т. п.

5. Получены данные о характеристиках теплообмена, а именно о распределении локального числа Нуссельта по поверхности диска, а также о зависимости интегрального числа Нуссельта от числа Грасгофа. Определенная в работе зависимость хорошо согласуется с результатами других авторов.

6. Установлено, что при увеличении числа Грасгофа температурный радиус факела снижается. При этом во всем диапазоне чисел Грасгофа можно выделить общие особенности изменения радиуса по высоте: сужение потока на некотором удалении от поверхности диска (область «шей») и дальнейшее практически линейное увеличение радиуса при увеличении высоты.

Приведенные в работе результаты показывают, что, несмотря на действие выталкивающей силы вдоль всей поверхности диска, возможно формирование стационарного пристенного течения, переходящего в стационарный восходящий поток. При этом возникает естественный вопрос, будет ли представленная картина течения сохраняться при увеличении интенсивности нагрева диска. Из известной нам литературы можно отметить лишь несколько работ [8 – 10], в которых делается предположение о возможном отрыве приповерхностного слоя на достаточно удаленном расстоянии от центра диска. Подтверждение такого предположения может расширить наши представления о процессе теплообмена над нагретым горизонтальным диском.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-31-00130.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Jaluria Y.** Natural convection: Heat and mass transfer. Oxford, GB: Pergamon Press, 1980. 326 p.
2. **Gebhart B., Jaluria Y., Mahajan R.L., Sammakia B.** Buoyancy-induced flows and transport. Springer, 1988. 1001 p.
3. **Fujii T.** Theory of the steady laminar natural convection above a horizontal line source and a point heat source // Int. J. Heat Mass Transfer. 1963. Vol. 6. No. 7. Pp. 597–606.
4. **Merkin J.H.** Free convection above a uniformly heated horizontal circular disk // Int. J. Heat Mass Transfer. 1985. Vol. 28. No. 6. Pp. 1157–1163.
5. **Zakerullah Md., Ackroyd J.A.D.** Laminar natural convection boundary layers on horizontal circular discs // J. Appl. Math. Phys. 1979. Vol. 30. No. 3. Pp. 427–435.
6. **Yousef W.W., Tarasuk J.D., McKeen W.J.** Free convection heat transfer from upward-facing isothermal horizontal surfaces // J. Heat Transfer. 1982. Vol. 104. No. 3. Pp. 493–500.
7. **Khrapunov E.F., Potechin I.V., Chumakov Y.S.** Structure of a free convective flow over a horizontal heated surface under conditions of conjugate heat transfer // J. Phys.: Conference Series. 2017. Vol. 891. December. 7 p.
8. **Minh Vuong Pham, Plourde F., Son Doan Kim.** Large-eddy simulation of a pure thermal plume under rotating conditions // Phys. Fluids. 2006. Vol. 18. No. 1. P. 015101.
9. **Plourde F., Minh Vuong Pham, Son Doan Kim, Balachandar S.** Direct numerical simulations of a rapidly expanding thermal plume: Structure and entrainment interaction // J. Fluid Mech. 2008. Vol. 604. Pp. 99–103.
10. **Lopez J.M., Marques F.** Instability of plumes driven by localized heating // J. Fluid Mech. 2013. Vol. 736. Pp. 616–640.

Статья поступила в редакцию 03.09.2018, принята к публикации 23.10.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ХРАПУНОВ Евгений Федорович – аспирант Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
hrapunov.evgenii@yandex.ru

ЧУМАКОВ Юрий Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор Института прикладной математики и механики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
chymakov@yahoo.com

REFERENCES

- [1] **Y. Jaluria**, Natural convection: Heat and mass transfer, Pergamon Press, Oxford, 1980.
- [2] **B. Gebhart, Y. Jaluria, R.L. Mahajan, B. Sammakia**, Buoyancy-induced flows and transport, Springer, 1988.
- [3] **T. Fujii**, Theory of the steady laminar natural convection above a horizontal line source and a point heat source, *Int. J. Heat Mass Transfer.* 6 (7) (1963) 597–606.
- [4] **J.H. Merkin**, Free convection above a uniformly heated horizontal circular disk, *Int. J. Heat Mass Transfer.* 28 (6) (1985) 1157–1163.
- [5] **Md. Zakerullah, J.A.D. Ackroyd**, Laminar natural convection boundary layers on horizontal circular discs, *J. Appl. Math. Phys.* 30 (3) (1979) 427–435.
- [6] **W.W. Yousef, J.D. Tarasuk, W.J. McKeen**, Free convection heat transfer from upward-facing isothermal horizontal surfaces, *J. Heat Transfer.* 104 (3) (1982) 493–500.
- [7] **E.F. Khrapunov, I.V. Potechin, Y.S. Chumakov**, Structure of a free convective flow over a horizontal heated surface under conditions of conjugate heat transfer, *J. Phys.: Conference Series.* 891 (December) (2017) 1–7.
- [8] **Minh Vuong Pham, F. Plourde, Son Doan Kim**, Large-eddy simulation of a pure thermal plume under rotating conditions, *Phys. Fluids.* 18 (1) (2006) 015101.
- [9] **F. Plourde, Minh Vuong Pham, Son Doan Kim, S. Balachandar**, Direct numerical simulations of a rapidly expanding thermal plume: Structure and entrainment interaction, *J. Fluid Mech.* 604 (2008) 99–103.
- [10] **J.M. Lopez, F. Marques**, Instability of plumes driven by localized heating, *J. Fluid Mech.*, 736 (2013) 616 –640.

Received 03.09.2018, accepted 23.10.2018.

THE AUTHORS

KHRAPUNOV Evgenii F.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
hrapunov.evgenii@yandex.ru

CHUMAKOV Yuriy S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
chymakov@yahoo.com



DOI: 10.18721/JPM.11406

УДК 51-73: 621.574

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ПАРОКОМПРЕССИОННОЙ СИСТЕМЕ ОХЛАЖДЕНИЯ

Д.Л. Карелин¹, А.В. Болдырев², В.М. Гуреев³, С.В. Болдырев²

¹ Казанский (Приволжский) федеральный университет,
г. Казань, Российская Федерация;

² Набережночелнинский институт (филиал) Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Набережные Челны, Российская Федерация;

³ Казанский национальный исследовательский технический университет
им. А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, Российская Федерация

В работе представлена динамическая модель парокompрессионной системы охлаждения. Особенности модели являются учет массы рабочего агента в теплообменниках (испарителе и конденсаторе), изменения во времени паро-содержания этого агента на выходе из расширительного клапана и учет всего спектра режимов двухфазных течений при испарении рабочего агента. В ходе численного моделирования установлено, что для стабилизации температур и массового расхода в парокompрессионной системе охлаждения требуется большее время, чем для стабилизации частоты вращения вала компрессора. Показана связь отрицательной динамики температуры испарения с начальной температурой окружающей среды, а также связь задержки стабилизации массового расхода рабочего агента с указанной начальной температурой и степенью повышения давления в термодинамическом цикле парокompрессионной системы охлаждения.

Ключевые слова: динамическая модель, парокompрессионная система охлаждения, теплоотдача, температурный напор, компрессор

Ссылка при цитировании: Карелин Д.Л., Болдырев А.В., Гуреев В.М., Болдырев С.В. Моделирование динамических процессов в парокompрессионной системе охлаждения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 61–76. DOI: 10.18721/JPM.11406

MODELING OF DYNAMIC PROCESSES IN THE VAPOR COMPRESSION COOLING SYSTEM

D.L. Karelin¹, A.V. Boldyrev², V.M. Gureev³, S.V. Boldyrev²

¹ Kazan (Volga region) Federal University, Kazan, Russian Federation;

² Kazan Federal University – Naberezhnye Chelny Institute,
Naberezhnye Chelny, Russian Federation;

³ Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI,
Kazan, Russian Federation

In the paper, a dynamic model of a vapor compression cooling system is presented. In addition to the usual one, it takes into account the working agent's masses in the heat exchangers, this agent's vapor content behavior in time at the outlet of the expansion valve, and the whole spectrum of two-phase flow modes during the working agent's evaporation. It was established that it took more time for temperature's and mass flow's (in a vapor compression cooling system) transitions to steady states than

for the rotational speed of the compressor shaft. The connection between the negative dynamics of the evaporation temperature and the initial ambient temperature was shown. Moreover, it was the connection between the delay in stabilization of the mass flow of the working medium and the initial ambient temperature as well as the degree of a pressure increase in the thermodynamic cycle of the vapor compression cooling system.

Keywords: dynamic model, vapor-compression cooling system, heat transfer, temperature difference, compressor

Citation: D.L. Karelin, A.V. Boldyrev, V.M. Gureev, S.V. Boldyrev. Modeling of dynamic processes in the vapor compression cooling system, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 61–76. DOI: 10.18721/JPM.11406

Введение

Современная тенденция развития энергетических машин неразрывно связана с проблемой постоянного обеспечения теплового состояния. Эта проблема усложняется ростом плотности тепловой энергии, подлежащей рассеянию системой охлаждения по всему диапазону изменения как нагрузки на энергетическую машину, так и внешних параметров окружающей среды. На данный момент известны различные решения, позволяющие существенно улучшить эффективность охлаждения. Одним из них является подъем температуры теплоносителя выше температуры кипения при нормальных условиях [1, 2] (высокотемпературное охлаждение), но оно имеет существенные недостатки: во-первых, не решает проблемы эффективности охлаждения при температуре окружающей среды, существенно превышающей допустимые значения, во-вторых, применимо не для всех систем [3]. В работе [4] предложен достаточно действенный способ повышения эффективности систем охлаждения и уменьшения габаритных размеров ввиду улучшения теплопередающей способности радиаторов (достигается изменением функциональной схемы) и способа передачи тепла с использованием процессов фазовых переходов теплоносителя. В своих исследованиях автор использовал вместо классических теплоносителей (вода либо водный раствор этиленгликоля) азеотропную смесь воды (81,8 %) и анилина (18,2 %) с температурой кипения 75 °С. В этой работе автор также отметил, что решение вопроса о высоких давлениях конденсации спиртов, хладонов и фреонов может дать возможность их использования

в качестве теплоносителей.

Эффективность управления тепловой нагрузкой корабельных электрических систем заключает в себе целый ряд проблем, связанных с необходимостью рассеяния большого количества тепла, которое выделяется в ограниченном объеме этими современными энергосистемами, обладающими высокой удельной мощностью [5, 6]. Авторы отмечают, что для стабильной работы таких систем (например, электромагнитная пушка, радар, электромотор и моторный привод) требуется отдельная парокомпрессионная система охлаждения. Такие системы нуждаются в особых подходах при проектировании, так как, в отличие от традиционных парокомпрессионных систем, работающих по стационарному циклу сжатия, в них возможны резкие динамические изменения тепловых потоков охлаждаемых объектов. В связи с вышеизложенным, задача проектирования парокомпрессионных систем охлаждения, которые используются для управления их тепловым состоянием, должна решаться с помощью динамических моделей [7].

В статье [8] представлена статическая модель парокомпрессионной системы охлаждения на основе теоретических и эмпирических зависимостей. Массовый расход хладагента, холодопроизводительность испарителя, потребляемая мощность компрессора и коэффициент трансформации цикла определены по значениям температур хладагента в испарителе и конденсаторе, а также степени его перегрева на выходе испарителя.

В то же время в работе [9] статическая математическая модель парокомпрессион-

ной системы охлаждения получена через совместное решение уравнений баланса массы в компрессоре и теплообменниках, а также уравнений теплового баланса в конденсаторе и испарителе. Рассчитаны зависимости количества отводимого тепла от температуры и массового расхода воздуха. Проведено сравнение параметров классической и парокompрессионной систем охлаждения при одинаковых габаритах теплообменников и условиях окружающей среды.

Авторами статьи [10] предложен новый метод расчета температуры конденсации, учитывающий тип выбранного хладагента, изменение температуры и массового расхода охлаждающего воздуха, а также тепловую нагрузку на парокompрессионную систему охлаждения. На основе указанного метода, в статье [11] разработана методика расчета параметров термодинамического цикла данной системы.

В работе [12] предложена математическая модель и проведено моделирование парокompрессионной системы охлаждения с приводом от газового двигателя. В расчетах авторы использовали: уравнения полуэмпирической модели спирального компрессора; зависимость потребляемой мощности газового двигателя от частоты вращения его вала, температуры окружающего воздуха и мощности компрессора; уравнения модели пластинчатого теплообменника-испарителя.

Следует отметить, что в рассмотренных работах предметом интереса были параметры работы парокompрессионных систем охлаждения в установившемся режиме. Однако в действительности указанные параметры изменяются во времени как при запуске и отключении, так и при изменении условий окружающей среды и прочих условий. Следовательно, для оптимального управления работой компрессора, для обеспечения требуемых быстродействия и запаса устойчивости парокompрессионных установок и других параметров актуальным является исследование их динамических характеристик.

Так, в статье [13] представлена математическая модель динамики парокompрессионной системы охлаждения на основе

законов сохранения массы и энергии в испарителе, компрессоре, конденсаторе и расширительном клапане. Исследованы эксплуатационные характеристики системы — холодопроизводительность и холодильный коэффициент цикла. Определены такие параметры, как установившийся массовый расход хладагента, степень его перегрева в испарителе и другие. При анализе временных зависимостей частоты вращения вала компрессора и массового расхода рабочего агента отмечено высокое быстродействие системы.

В работе [14] выполнено экспериментальное и численное исследование динамики теплового насоса, работающего в режиме охлаждения и снабженного приводом спирального компрессора от газового двигателя. Математическая модель представлена уравнениями баланса энергии, критерияльными уравнениями теплоотдачи для двухфазных течений в теплообменниках и уравнениями для расчета параметров газового двигателя. Давления всасывания и нагнетания приняты равными давлениям, при которых происходит испарение и конденсация хладагента соответственно. Дифференциальные уравнения решены методом Рунге — Кутты. Исследовано изменение во времени температур испарения и конденсации, холодопроизводительности, расхода топлива газовым двигателем и потребляемой мощности на валу компрессора.

Тем не менее, в представленных работах не рассматривалось изменение во времени паросодержания в испарителе и масс хладагента в теплообменниках, что оказывает значительное влияние на точность результатов моделирования, поскольку указанные характеристики могут существенно изменяться в течение переходных процессов, например во временном интервале между запуском установки и моментом достижения ею стационарного режима работы. В то же время, учет данных факторов позволит повысить точность прогнозирования как времени нагрева и охлаждения энергетических агрегатов, теплообменников и аппаратов, так и других характеристик переходных процессов, информация о которых необходима при проектировании блоков

управления парокompрессионных систем охлаждения.

В настоящей работе разработана математическая модель динамики парокompрессионной системы охлаждения (рис. 1). Модель основана на решении уравнения ротационного пластинчатого компрессора и дифференциальных уравнений теплообменника-конденсатора, теплообменника-испарителя. Кроме того, модель учитывает массы рабочего агента, содержащиеся в теплообменнике-конденсаторе и теплообменнике-испарителе, изменение во времени паросодержания, а также теплоотдачу при кипении рабочего агента в соответствии с диаграммой режимов двухфазных течений. С помощью модели рассчитаны переходные характеристики, в частности изменение во времени температур конденсации и испарения (кипения), а также массового расхода рабочего агента, нагнетаемого компрессором.

Устройство и принцип действия парокompрессионной системы охлаждения

Моделируемая система работает по термодинамическому циклу, подобному тепловому насосу и кондиционеру. Она включает в себя парокompрессионный кон-

тур $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ (рис. 1, *b*) циркуляции рабочего агента (фреон-132b), содержащий одноступенчатый ротационный пластинчатый компрессор (Com), теплообменник-конденсатор (CHE), расширительный клапан (регулируемый дроссель Thr) и теплообменник-испаритель (ЕНЕ). Теплота подводится к теплообменнику-испарителю из контура охлаждения, включающего насос (P), обеспечивающий циркуляцию теплоносителя (тосол-65), и рубашку охлаждения (CJ). Для отвода теплоты теплообменник-конденсатор обдувается воздухом из вентилятора (Air).

Динамическая модель парокompрессионной системы охлаждения

Принятые допущения. При разработке математической модели динамики парокompрессионной системы охлаждения приняты следующие допущения:

в дифференциальных уравнениях теплового баланса теплообменников при расчете коэффициента теплопередачи не учитывались термические сопротивления загрязнений и паровой пленки;

температура на границе внутренней стенки трубок теплообменников и паровой пленки считалась равной температуре про-

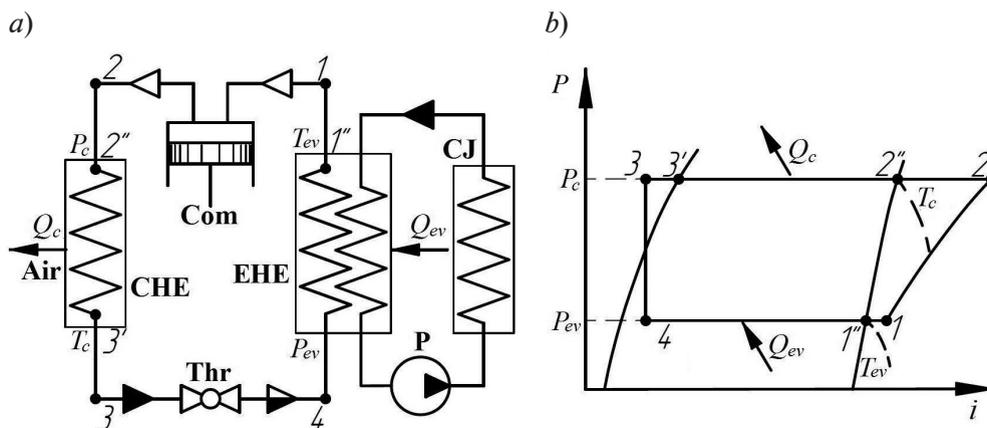


Рис. 1. Принципиальная схема парокompрессионной системы охлаждения (*a*) и ее термодинамический цикл $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4$ (*b*):

Com – одноступенчатый ротационный пластинчатый компрессор, CHE – теплообменник-конденсатор, Thr – расширительный клапан, ЕНЕ – теплообменник-испаритель, P – насос, CJ – рубашка охлаждения; Air – воздух от вентилятора; T_c, P_c, T_{ev}, P_{ev} – температуры и давления процессов конденсации и испарения, соответственно; Q_{ev}, Q_c – тепловые мощности испарителя и конденсатора; $P(i)$ – термодинамическая диаграмма P - i рабочего агента (зависимость давления от удельной энтальпии для жидкой и паровой фаз); жирным пунктиром показаны изотермы

цесса конденсации T_c и испарения T_{ev} , соответственно (см. рис. 1);

масса рабочего агента рассчитывалась по гомогенной модели, предполагающей равномерное распределение паровой и жидкой фаз и не учитывающей эффект скольжения фаз на границе раздела;

процесс дросселирования рабочего агента в расширительном клапане считался изоэнтальпийным;

температуры и массовые расходы охлаждаемой (тосол-65) и охлаждающей (воздух) сред считались постоянными;

не учитывались тепловые потери в окружающую среду.

Компрессор. Удельная работа l_a адиабатного сжатия рабочего агента в компрессоре определялась по уравнению:

$$l_a = P_1 v_1 \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right], \quad (1)$$

где P_1, P_2 , Па, – давления в точках 1 и 2 термодинамического цикла; v_1 , м³/кг, – удельный объем; k – показатель политропы.

Потребляемая (индикаторная) мощность N_i на валу компрессора:

$$N_i = \frac{l_a G_{com}}{\eta_{ad}}, \quad (2)$$

где G_{com} , кг/с, – массовый расход рабочего агента (фреон-132b); η_{ad} – адиабатный КПД, который для ротационного пластинчатого компрессора принимался равным 0,82 [15].

Объемный расход пара V_{com} (м³/с), всасываемого ротационным пластинчатым компрессором, рассчитывался (без учета толщины пластин) по следующей зависимости:

$$V_{com} = 2\pi D_{com} l_{com} \varepsilon_{com} n_{com} \lambda_{com}, \quad (3)$$

где D_{com} , м, – диаметр рабочей поверхности корпуса (цилиндра); l_{com} , м, – длина ротора (поршня); ε_{com} , м, – смещение центров образующих цилиндра и ротора (эксцентриситет); n_{com} , с⁻¹, – число оборотов ротора в минуту; λ_{com} – коэффициент расхода, зависящий от степени повышения давления $\pi_{com} = P_2 / P_1$ и размеров компрессора.

Из расчета допустимой нагрузки на пластину ротационных компрессоров, в зависимости от степени повышения давления π_{com} , приняты соотношения между основными геометрическими размерами его рабочих элементов [15, 16]:

$$\frac{l_{com}}{D_{com}} = 1,8; \quad \frac{2\varepsilon_{com}}{D_{com}} = 0,140 \quad (4)$$

$$\text{при } \pi_{com} = P_2 / P_1 \leq 2,5;$$

$$\frac{l_{com}}{D_{com}} = 1,8; \quad \frac{2\varepsilon_{com}}{D_{com}} = 0,115 \quad (5)$$

$$\text{при } \pi_{com} = P_2 / P_1 \leq 5,0.$$

В данной работе степень повышения давления принята равной $\pi_{com} = 4,52$, поэтому с учетом выражений (5) и соотношений для радиуса поршня компрессора $R_{com} = D_{com}/2$ и массового расхода $G_{com} = V_{com}/v_1$ уравнение массового расхода ротационного пластинчатого компрессора принимает вид:

$$G_{com}(t) = \frac{1,664\pi R_{com}^3 \lambda_{com} n_{com}}{v_1}. \quad (6)$$

Эмпирическая зависимость λ_{com} от степени повышения давления π_{com} в уравнении (6) принята следующей [15]:

$$\lambda_{com} = 1,0 - a \left(\frac{P_2}{P_1} \right), \quad (7)$$

где $a = 0,05$ и $0,10$ для крупных и для мелких компрессоров, соответственно.

Уравнение динамики температуры испарения. Конструкция теплообменника-испарителя принята кожухотрубной и многоходовой. Рабочий агент (фреон-132b) движется внутри пучка труб, который снаружи обтекается тосолом. Баланс тепловой мощности теплообменника-испарителя имеет следующий вид:

$$Q_{ev} = Q_{th, ev} - Q_{com, ev}, \quad (8)$$

где Q_{ev} , Вт, – изменение энтальпии рабочего агента в теплообменнике-испарителе за единицу времени; $Q_{th, ev}$, Вт, – мощность теплопередачи в теплообменнике-испарителе; $Q_{com, ev}$, Вт, – тепловая мощность, отводимая компрессором от теплообменника-испарителя.

Изменение энтальпии рабочего агента

в теплообменнике-испарителе за единицу времени выражается как

$$Q_{ev} = \frac{Cp'_{ev} + Cp''_{ev}}{2} \cdot m_{ev} \cdot \frac{dT_{ev}}{dt}, \quad (9)$$

где Cp'_{ev} , Cp''_{ev} , Дж/(кг·К), – изобарные теплоемкости жидкой и газообразной фаз рабочего агента, соответственно; m_{ev} , кг, – масса рабочего агента в теплообменнике-испарителе; T_{ev} , К, – температура испарения рабочего агента в теплообменнике-испарителе; t , с, – время.

Тепловая мощность $Q_{com, ev}$, отводимая компрессором от теплообменника-испарителя выражается как

$$Q_{com, ev} = (i_1 - i_4)G_{com}, \quad (10)$$

где i_1 , i_4 , Дж/кг, – удельные энтальпии рабочего агента в точках цикла (см. рис. 1, б).

Мощность теплопередачи в теплообменнике-испарителе, с учетом среднелогарифмического температурного напора, примет следующий вид:

$$Q_{th, ev} = F_{ev} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{cf, ev}} + \frac{\delta_{p, ev}}{\lambda_m} + \frac{1}{\alpha_{ev}}} \times \frac{(T'_{cf} - T_{ev}) - (T''_{cf} - T_{ev})}{\ln\left(\frac{T'_{cf} - T_{ev}}{T''_{cf} - T_{ev}}\right)}, \quad (11)$$

где F_{ev} , м², – площадь теплопередающей поверхности теплообменника-испарителя; $\delta_{p, ev}$, м, – толщина стенки трубки теплообменника-испарителя; T'_{cf} , T''_{cf} , К, – температуры теплоносителя (тосола-65, *англ.* cooling fluid) на входе и выходе теплообменника-испарителя соответственно; α_{ev} , Вт/(м²·К), – коэффициент теплоотдачи при кипении рабочего агента в круглых трубах; $\alpha_{cf, ev}$, Вт/(м²·К), – коэффициент теплоотдачи тосола для кожухотрубного многоходового теплообменника-испарителя; λ_m , Вт/(м·К), – коэффициент теплопроводности материала стенки теплообменника-испарителя.

На основании баланса тепловой мощности (8) и уравнений подводимой и отводимой тепловых мощностей (9) – (11), нами получено следующее уравнение динамики температуры испарения:

$$m_{ev}(t) \cdot \frac{(Cp'_{ev} + Cp''_{ev})}{2} \cdot \frac{dT_{ev}}{dt} = F_{ev} \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{cf, ev}} + \frac{\delta_{p, ev}}{\lambda_m} + \frac{1}{\alpha_{ev}(t)}} \times \frac{(T'_{cf} - T_{ev}) - (T''_{cf} - T_{ev})}{\ln\left(\frac{T'_{cf} - T_{ev}}{T''_{cf} - T_{ev}}\right)} - (i_1 - i_4)G_{com}(t). \quad (12)$$

Коэффициент теплоотдачи при кипении рабочего агента в круглых трубах следует выражению [22]:

$$\alpha_{ev}(t) = 0,28 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\lambda'_{ev}(t)}{d_{ev_in}} \times \left(\frac{v''_{ev}(t) \cdot d_{ev_in}}{v''_{ev}(t)}\right)^{0,19} \cdot \left(\frac{v'_{ev}(t) \cdot d_{ev_in}}{v'_{ev}(t)}\right)^{0,66} \times \left(\frac{v'_{ev}(t)}{a'_{ev}(t)}\right)^{0,3} \cdot \left(\frac{L_{ev}}{d_{ev_in}}\right)^{1,66}, \quad (13)$$

которое справедливо для разделенных режимов (расслоенного с гладкой и волновой границей двухфазного течения);

$$\alpha_{ev}(t) = 0,65 \cdot 10^5 \cdot \frac{\lambda'_{ev}(t)}{d_{ev_in}} \times \left(\frac{v''_{ev}(t) \cdot d_{ev_in}}{v''_{ev}(t)}\right)^{0,73} \cdot \left(\frac{v'_{ev}(t) \cdot d_{ev_in}}{v'_{ev}(t)}\right)^{-0,73} \times \left(\frac{v'_{ev}(t)}{a'_{ev}(t)}\right)^{0,3} \cdot \left(\frac{L_{ev}}{d_{ev_in}}\right)^{-1,69}, \quad (14)$$

для перемежающихся режимов (снарядного, снарядно-кольцевого двухфазного течения);

$$\alpha_{ev}(t) = 0,018 \cdot \frac{\lambda'_{ev}(t)}{d_{ev_in}} \cdot \left(\frac{v''_{ev}(t) \cdot d_{ev_in}}{v''_{ev}(t)}\right)^{1,19} \times \left(\frac{v'_{ev}(t) \cdot d_{ev_in}}{v'_{ev}(t)}\right)^{-0,3} \cdot \left(\frac{v'_{ev}(t)}{a'_{ev}(t)}\right)^{0,3}, \quad (15)$$

для дисперсных режимов (дисперсного, дисперсно-кольцевого и кольцевого двухфазного течения),

где λ'_{ev} , Вт/(м·К), – коэффициент теплопроводности жидкой фазы рабочего агента в испарителе; d_{ev_in} , м, – внутренний диаметр трубок в испарителе; L_{ev} , м, – длина

трубок в испарителе; v''_{ev}, v'_{ev} , м/с, – приведенные функции скорости движения газообразной и жидкой фаз рабочего агента в испарителе, соответственно; v''_{ev}, v'_{ev} , м²/с, – кинематические коэффициенты вязкости газообразной и жидкой фаз рабочего агента в испарителе; a'_{ev} , м²/с, – коэффициент температуропроводности жидкой фазы рабочего агента в испарителе.

В уравнениях (13) – (15) v''_{ev} и v'_{ev} – приведенные функции скорости движения газообразной и жидкой фаз рабочего агента, рассчитываемые по следующим соотношениям:

$$v''_{ev}(t) = \frac{G_{com}(t) \cdot x_{ev}(t)}{\rho''_{ev}(t) \cdot S_{p,ev} \cdot z_{ev}}; \quad (16)$$

$$v'_{ev}(t) = \frac{G_{com}(t) \cdot (1 - x_{ev}(t))}{\rho'_{ev}(t) \cdot S_{p,ev} \cdot z_{ev}}, \quad (17)$$

где z_{ev} – количество параллельных трубок в теплообменнике-испарителе, x_{ev} – массовое паросодержание в рабочей точке 4 (см. рис. 1, b);

$$x_{ev}(t) = \frac{i_4(t) - i'_4(t)}{i_1''(t) - i'_4(t)}, \quad (18)$$

где i_1'' , i_4' , Дж/кг, – удельные энтальпии рабочего агента в точках цикла (см. рис. 1, b).

Коэффициент теплоотдачи тосола для кожухотрубного многоходового теплообменника-испарителя определялся по критериальному уравнению для обтекания потоком жидкости пучка труб с шахматным расположением [15]:

$$\alpha_{cf,ev} = 0,41 \cdot \frac{\lambda'_{cf,ev}}{d_{ev,out}} \times \left(\frac{v_{cf,ev} \cdot d_{ev,out}}{v_{cf,ev}} \right)^{0,6} \cdot \left(\frac{v_{cf,ev}}{a_{cf,ev}} \right)^{0,33}, \quad (19)$$

где $\lambda'_{cf,ev}$, Вт/(м·К), – коэффициент теплопроводности тосола в испарителе; $d_{ev,out}$, м, – наружный диаметр трубок в испарителе; $v_{cf,ev}$, м/с, – максимальная скорость тосола в пучке трубок в испарителе в самом узком сечении; $v_{cf,ev}$, м²/с, – кинематический коэффициент вязкости тосола в испарителе; $a_{cf,ev}$, м²/с, – коэффициент температуропроводности тосола в испарителе.

В этом уравнении за определяющий размер принят наружный диаметр ($d_{ev,out}$, м) обтекаемой трубы пучка, а за определяющую скорость ($v_{cf,ev}$, м/с) – максимальная скорость в пучке в самом узком сечении.

Уравнение для расширительного клапана. После полной конденсации рабочий агент проходит через расширительный клапан, где изоэнтальпийно расширяется (процесс 3 → 4, см. рис. 1, b) с понижением давления от давления P_c конденсации до давления P_{ev} испарения с переходом части его массы в паровую фазу:

$$i_3 = i_4, \quad (20)$$

где i_3, i_4 , Дж/кг, – удельные энтальпии рабочего агента в точках цикла (см. рис. 1, b).

Уравнение динамики температуры конденсации. В работе принято классическое конструктивное исполнение конденсатора как теплообменного аппарата, состоящего из медных труб с оребрением, внутри которых течет рабочий агент (фреон-132b), а снаружи движется воздух. Тогда баланс его тепловой мощности имеет вид:

$$Q_c = Q_{com,c} - Q_{th,c}, \quad (21)$$

где Q_c , Вт, – изменение энтальпии рабочего агента в теплообменнике-конденсаторе за единицу времени; $Q_{com,c}$, Вт, – тепловая мощность, подводимая компрессором в теплообменник-конденсатор; $Q_{th,c}$, Вт, – мощность теплопередачи в теплообменнике-конденсаторе.

Изменение энтальпии рабочего агента в теплообменнике-конденсаторе за единицу времени выражается как

$$Q_c = \frac{Cp'_c + Cp''_c}{2} \cdot m_c \cdot \frac{dT_c}{dt}, \quad (22)$$

где Cp'_c, Cp''_c , Дж/(кг·К), – изобарные теплоемкости жидкой и газообразной фазы рабочего агента в конденсаторе, соответственно; m_c , кг, – масса рабочего агента в теплообменнике-конденсаторе; T_c , К, – температура конденсации рабочего агента в теплообменнике-конденсаторе.

Тепловая мощность, подводимая компрессором в теплообменник-конденсатор, определяется как

$$Q_{com,c} = (i_2 - i_3)G_{com}, \quad (23)$$

где i_2, i_3 , Дж/кг, – удельные энтальпии рабочего агента в точках цикла (см. рис. 1, б).

Мощность теплопередачи в теплообменнике-конденсаторе с учетом среднелогарифмического температурного напора имеет следующий вид:

$$Q_{th.c} = F_c \cdot \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta_{t.c}}{\lambda_m} + \frac{1}{\alpha_c}} \times \frac{(T_c - T'_a) - (T_c - T''_a)}{\ln\left(\frac{T_c - T'_a}{T_c - T''_a}\right)}, \quad (24)$$

где F_c , м², – площадь теплопередающей поверхности теплообменника-конденсатора; $\delta_{t.c}$, м, – толщина стенки трубки теплообменника-конденсатора; λ_m , Вт/(м·К), – коэффициент теплопроводности материала трубки теплообменника-конденсатора; T'_a, T''_a , К, – температуры воздуха на входе и выходе теплообменника-конденсатора соответственно; α_c , Вт/(м²·К), – коэффициент теплоотдачи при конденсации рабочего агента в круглых трубах; α_a , Вт/(м²·К), – коэффициент теплоотдачи для воздуха в конденсаторе-теплообменнике.

На основе баланса тепловой мощности (21) и уравнений подводимой и отводимой тепловых мощностей (22) – (24) получено следующее уравнение динамики температуры конденсации:

$$m_c(t) \frac{Cp'_c + Cp''_c}{2} \cdot \frac{dT_c}{dt} = (i_2 - i_3)G_{com}(t) - F_c \frac{1}{\frac{1}{\alpha_a} + \frac{\delta_{t.c}}{\lambda_m} + \frac{1}{\alpha_c(t)}} \cdot \frac{(T_c - T'_a) - (T_c - T''_a)}{\ln\left(\frac{T_c - T'_a}{T_c - T''_a}\right)}. \quad (25)$$

Для определения коэффициента теплоотдачи α_f , Вт/(м²·К), в однофазной области перегрева 2 – 2'' и переохлаждения 3' – 3 (см. рис. 1, б) рабочего агента использовалось критериальное уравнение [15, 18]:

$$\alpha_f(t) = \left(\frac{\lambda_{cf}(t)}{d_{c.in}}\right) \cdot 0,023 \cdot Re^{0,8}(t) \cdot Pr^n(t), \quad (26)$$

где n – показатель степени для процесса конденсации, $n = 0,4$ [18, 19];

λ_{cf} , Вт/(м·К), – коэффициент теплопроводности фреона R132b; $d_{c.in}$, м, – внутренний диаметр трубки теплообменника-конденсатора; Re, Pr – числа Рейнольдса и Прандтля для потока хладагента внутри трубы, соответственно.

Критерий Рейнольдса для потока хладагента внутри трубы в уравнении (26) вычислялся по формуле:

$$Re = \frac{4G_{com}}{\mu \lambda d_{c.in}}. \quad (27)$$

Среднее значение коэффициента теплоотдачи при конденсации рабочего агента в круглых трубах α_c для двухфазной области 2''– 3' (см. рис. 1, б), в соответствии с [20], определялось из уравнения:

$$\alpha_c(t) = \alpha_f(t) \cdot \left(\frac{5}{9} + \frac{2,04}{Pr^{0,38}(t)}\right), \quad (28)$$

где α_f , Вт/(м²·К), – коэффициент теплоотдачи, используемый для расчета в однофазной области по уравнению (26).

Коэффициент теплоотдачи α_a для воздуха в конденсаторе-теплообменнике, представляющем собой пучок труб шахматного расположения с наружным оребрением круглой формы [21]:

$$\alpha_a = 0,23 \frac{\lambda_{a.c}}{b} \left(\frac{v_{a.c} \cdot b}{v_{a.c}}\right)^{0,65} \times \left(\frac{b}{d_{c.out}}\right)^{0,54} \left(\frac{h_{fin}}{b}\right)^{0,14} \varepsilon_c \varepsilon_z, \quad (29)$$

где $\varepsilon_c = (S1_c - d_{c.out}/S2_c - d_{c.out})^{0,2}$ – коэффициент; ε_z – коэффициент, учитывающий количество вертикальных рядов в теплообменнике-конденсаторе; $S1_c, S2_c$, м, – продольный и поперечный шаг трубок, соответственно; $d_{c.out}$, м, – наружный диаметр трубки теплообменника-конденсатора; b , м, – шаг оребрения; h_{fin} , м, – высота ребра; $\lambda_{a.c}$, Вт/(м·К), – коэффициент теплопроводности воздуха в конденсаторе; $v_{a.c}$, м/с, – скорость воздуха в пучке трубок в конденсаторе; $v_{a.c}$, м²/с, – кинематический коэффициент вязкости воздуха в конденсаторе.

Уравнение (29) справедливо в диапазоне чисел Рейнольдса $Re_a = 300 - 22500$. За

определяющий размер принят шаг орebreния b , а за определяющую скорость – максимальная скорость в узком сечении:

$$v_{a-c} = G_a \left(\rho_a F_{c,f} \left(1 - \frac{d_{c,out}}{S1_c} \times \left(1 + 2 \cdot \frac{h_{fin}}{b} \cdot \frac{\delta_{fin}}{d_{c,out}} \right) \right) \right)^{-1} \quad (30)$$

где ρ_a , кг/м³, – плотность воздуха; δ_{fin} , м, – высота и толщина ребра; $F_{c,f}$, м², – фронтальная площадь теплообменника-конденсатора; G_a , кг/с, – массовый расход воздуха через конденсатор.

Масса рабочего агента в теплообменнике-испарителе и конденсаторе. Теоретическая масса рабочего агента m (кг) в теплообменнике-испарителе и в теплообменнике-конденсаторе, при условии замкнутой системы, принималась постоянной и определялась для номинального режима работы по формуле

$$m = m_f + m_v = \frac{V}{L} \left[\int_0^L \rho_v \frac{S_v}{S} dl + \int_0^L \rho_f \frac{S_f}{S} dl \right], \quad (31)$$

где m_f , m_v , кг, – массы жидкой и газообразной фаз рабочего агента, соответственно; V , м³, – внутренний объем трубок; l , м, – продольная координата; ρ_f , ρ_v , кг/м³, – плотности жидкой и газообразной фаз рабочего агента, соответственно; S , м², – площадь проходного сечения трубок; S_f , S_v , м², – площади жидкой и газообразной фаз рабочего агента, соответственно; L , м, – эквивалентная длина трубок (V/S).

С учетом того, что удельное объемное паросодержание α' для элементарного объема равно

$$\alpha' = \frac{S_v}{S_v + S_f}, \quad (32)$$

формулу (31) можно записать в следующем виде:

$$m = \frac{V}{L} \left[\int_0^L (\rho_v \alpha' + (1 - \alpha') \rho_f) dl \right]. \quad (33)$$

Удельное массовое паросодержание X

определяется отношением массового расхода паровой фазы \dot{m}_v (кг/с) к полному массовому расходу хладагента $\dot{m}_v + \dot{m}_f$ (кг/с):

$$X = \frac{\dot{m}_v}{\dot{m}_v + \dot{m}_f}. \quad (34)$$

Если учесть, что $\dot{m} = \rho \cdot S \cdot v$, то удельное объемное паросодержание (32) можно привести к уравнению вида

$$\alpha' = \left[1 + \left(\frac{1 - X}{X} \right) \frac{\rho_v}{\rho_f} \gamma \right]^{-1}, \quad (35)$$

где $\gamma = v_v/v_f$ – коэффициент скольжения фаз на границе раздела ($\gamma = 1$ для гомогенной модели).

После совместного решения уравнений (33) и (35) получим выражение для расчета массы рабочего агента m_{ev} (кг), например, в теплообменнике-испарителе, при номинальном режиме работы с учетом паросодержания в рабочей точке 4 термодинамического цикла (см. рис. 1, b):

$$m_{ev} = \frac{V_{ev}}{L_{ev}} \int_0^{L_{ev}} \left(\rho_{v,ev} + \frac{\rho_{f,ev} - \rho_{v,ev}}{1 + f_1} \right) dl, \quad (36)$$

где

$$f_1 = [((1 - x_{ev}) \cdot l/L_{ev} + x_{ev})^{-1} - 1] (\rho_{v,ev}/\rho_{f,ev})$$

– функция, учитывающая изменение удельного массового паросодержания X по длине L_{ev} теплообменника-испарителя (при $l = 0$ паросодержание равно его текущему значению в рабочей точке 4, т. е. $X = x_{ev}$ (см. рис. 1, b); при $l = L_{ev}$ паросодержание принимает значение $X = 1$); $\rho_{v,ev}$, $\rho_{f,ev}$, кг/м³, – плотности газообразной и жидкой фаз рабочего агента в испарителе; V_{ev} , м³, – внутренний объем трубок испарителя.

Соответственно выражение для расчета массы m_c (кг) рабочего агента в теплообменнике-конденсаторе, с учетом предположения, что процесс конденсации происходит полностью и удельное массовое паросодержание меняется в диапазоне от 1 до 0, имеет вид

$$m_c = \frac{V_c}{L_c} \int_0^{L_c} \left(\rho_{v,c} + \frac{(\rho_{f,c} - \rho_{v,c})}{1 + f_2} \right) dl, \quad (37)$$

где

$$f_2 = [(1 - l/L_c)^{-1} - 1] \cdot (\rho_{v,c}/\rho_{f,c})$$

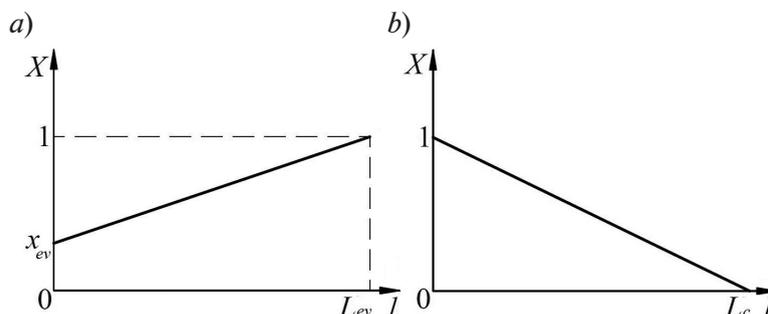


Рис. 2. Изменение удельного массового паросодержания X : a – по длине теплообменника-испарителя L_{ev} при кипении хладагента; b – по длине теплообменника-конденсатора L_c при конденсации хладагента; x_{ev} – массовое паросодержание в рабочей точке 4 цикла, l – продольная координата

– функция, учитывающая изменение паросодержания X по длине L_c теплообменника-конденсатора (при $l = 0$ паросодержание равно $X = 1$, при $l = L_c$ паросодержание принимает значение $X = 0$); L_c , м – длина трубок в конденсаторе; V_c , м³ – внутренний объем трубок конденсатора; $\rho_{v,c}$, $\rho_{f,c}$, кг/м³, – плотности газообразной и жидкой фаз рабочего агента в конденсаторе.

На рис. 2 изменение удельного массового паросодержания X представлено на графиках.

Моделирование, его результаты и их обсуждение

Уравнения динамики (12) и (25) температур в испарителе и конденсаторе (соответственно) решались численным методом Рунге – Кутты 4-го порядка с фиксированным шагом. Коэффициенты теплоотдачи при испарении (α_{ev} , см. формулы (13) – (15)) и конденсации (α_c , (28)) в двухфазной области, а также массы рабочего агента в испарителе (m_{ev} , (36)) и конденсаторе (m_c , (37)) являлись функциями массового расхода ($G_{com}(t)$, (6)), который, в свою очередь, зависел от частоты вращения вала компрессора. При этом процесс разгона вала компрессора при включении установки описывался экспоненциальной функцией (n_s , об/мин, – установившееся значение частоты вращения вала; t_s , мин, – время разгона вала):

$$n(t) = n_s \left(1 - \exp\left(\frac{-7t}{t_s}\right) \right). \quad (38)$$

Расчеты выполнены при допущении, что в начальный момент времени $t = 0$ массы хладагента в конденсаторе $m_{c,0}$ (кг) и испарителе $m_{ev,0}$ (кг) распределены пропорционально внутренним объемам этих теплообменников V_c и V_{ev} , при давлении насыщенного пара, соответствующем температуре окружающей среды, равной 25°C для первого случая и 50°C для второго:

$$m_{c,0} = \frac{m_\Sigma}{V_{ev} + V_c} V_c; \quad (39)$$

$$m_{ev,0} = \frac{m_\Sigma}{V_{ev} + V_c} V_{ev}, \quad (40)$$

где $m_\Sigma = m_c + m_{ev}$, кг, – суммарная масса рабочего агента в теплообменниках (испарителе и конденсаторе) в номинальном режиме работы парокompрессионной системы охлаждения.

Значения теплоемкостей жидкой и газообразной фаз (Cp' и Cp'') рабочего агента в конденсаторе и испарителе, удельных энтальпий i в рабочих точках цикла (см. рис. 1, b), коэффициентов теплопроводности λ , динамической вязкости μ и плотностей жидкой и газообразной фаз (ρ' и ρ'') определялись в каждый момент времени как функции температуры испарения и конденсации, путем интерполяции данных в справочных таблицах [23].

По результатам численного моделирования были построены переходные характеристики системы в моменты запуска из режима ожидания при температурах окружающей среды 25 и 50°C, которые пред-

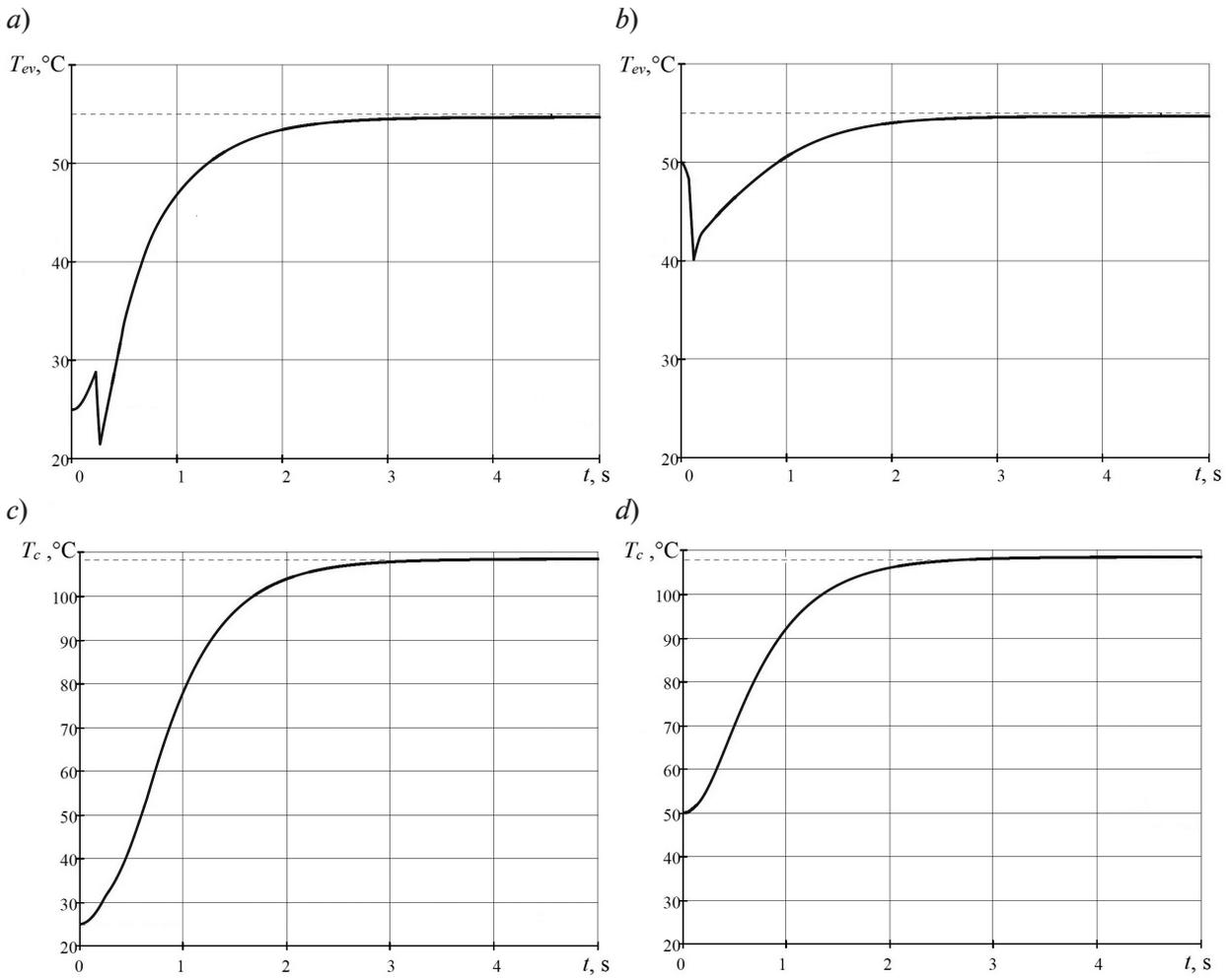


Рис. 3. Переходные характеристики температур испарения T_{ev} (a, b) и конденсации T_c (c, d) при температурах окружающей среды плюс 25°C (a, c) и 50°C (b, d); установившиеся значения T_{ev} и T_c показаны пунктиром

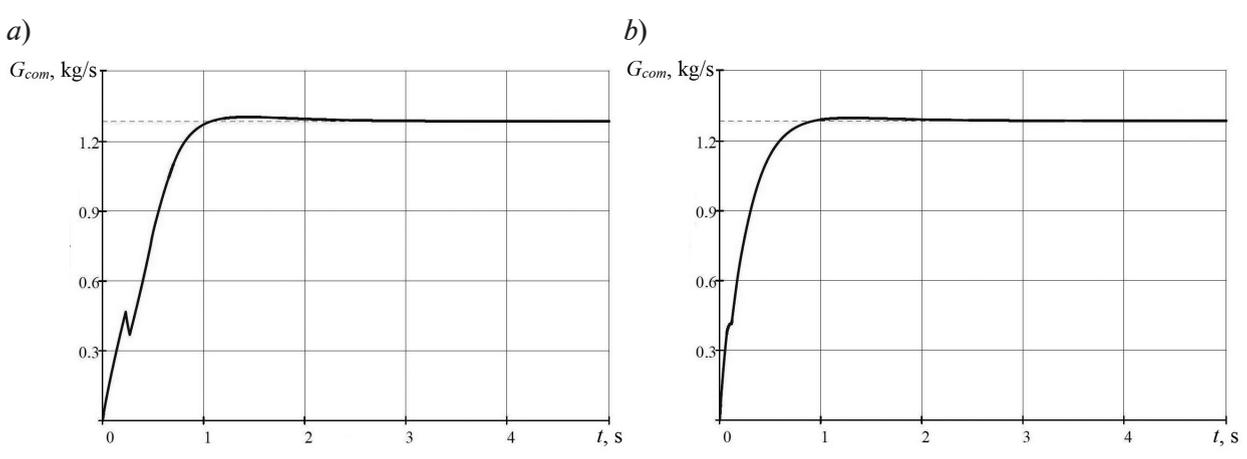


Рис. 4. Переходные характеристики массового расхода рабочего агента при температурах окружающей среды плюс 25°C (a) и 50°C (b); установившиеся значения массового расхода показаны пунктиром

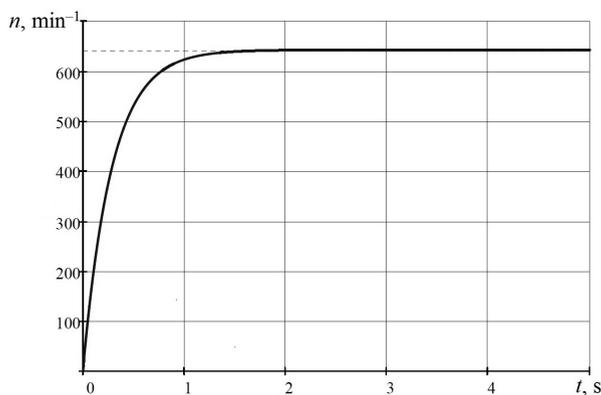


Рис. 5. Динамика частоты вращения вала компрессора; установившееся значение частоты показано пунктиром

ставлялись в виде зависимостей температур рабочего агента в испарителе и конденсаторе и соответствующих им удельных объемов рабочего агента (получены интерполяцией данных в таблицах [21]) (рис. 3 – 5).

Отмечено большее время стабилизации температур испарения, конденсации (рис. 3) и массового расхода (рис. 4) относительно установления номинальных оборотов вала компрессора (рис. 5). Так, температуры испарения и конденсации рабочего агента достигают установившегося значения в среднем за 4,5 с, причем независимо от значений температуры окружающей среды в момент запуска системы (и перед ним).

Обнаружено некоторое снижение температуры испарения рабочего агента в течение 0,1 с после пуска системы при температуре окружающей среды плюс 50°C (см. рис. 3, *b*). Наблюдающийся вслед за этим резкий спад температуры испарения вызван сменой режима двухфазного течения с разделенного на перемежающийся (первый излом характеристики). При переходе к дисперсному режиму (второй излом характеристики) зафиксирован плавный рост температуры испарения до установившегося значения. Причиной отрицательной динамики температуры испарения, согласно уравнению (12), является малое значение коэффициента теплопередачи, вызванное сравнительно небольшим логарифмическим температурным напором и невысокими приведенными скоростями v''_{ev} , v'_{ev}

(см. формулы (16) и (17)) движения фаз рабочего агента при значительно большей величине тепла, отведенного компрессором.

Для варианта с температурой окружающей среды 25°C, существенно увеличившийся температурный напор в теплообменнике-испарителе компенсирует малое значение коэффициента теплопередачи при малых приведенных скоростях движения рабочего агента. Поэтому температура испарения T_{ev} (см. рис. 3, *a*) возрастает до того момента времени, когда изменение значений приведенных скоростей приведет к смене режимов двухфазного течения. На перемежающемся режиме происходит уменьшение температуры испарения. После установления в трубках теплообменника-испарителя дисперсного течения, температура испарения T_{ev} плавно возрастает до установившегося значения.

В ходе анализа зависимости изменения переходных характеристик массового расхода хладагента G_{com} (см. рис. 4) и числа оборотов в единицу времени n_{com} вала компрессора от времени (см. рис. 5) было установлено, что расход стабилизируется медленнее, чем частота вращения вала, причем задержка составляет 1,2 с при температуре окружающей среды 25°C и 0,8 с – при 50°C.

Очевидно, что на время стабилизации температур испарения T_{ev} и конденсации T_c в пароконденсационной системе охлаждения, согласно уравнениям динамики (12) и (25), оказывает влияние теплосодержание рабочего агента в испарителе и конденсаторе, определяемое его массой, а также величина теплоотдачи, зависящая от режима двухфазного течения в испарителе.

Увеличение времени стабилизации массового расхода компрессора G_{com} , согласно уравнению (5), связано с тем, что удельный объем рабочего агента в рабочей точке *I* (см. рис. 1, *b*) зависит от температуры испарения T_{ev} и утечек λ_{com} , величина которых возрастает с увеличением степени повышения давления π_{com} (6).

Заключение

В данной работе представлена динамическая модель пароконденсационной системы охлаждения, дополнительно учитывающая

(посредством критериальных уравнений) массы рабочего агента в теплообменниках (испарителе и конденсаторе), изменение во времени паросодержания рабочего агента в точке 4 термодинамического цикла на выходе из расширительного клапана и весь спектр режимов двухфазных течений при испарении рабочего агента. В ходе численного моделирования установлено, что для стабилизации температур и массового расхода в парокompрессионной системе охлаждения требуется большее время, чем для частоты вращения вала компрессора. Замедление зависит от значений масс рабочего агента в теплообменниках и коэффициента теплоотдачи в испарителе, существенно изменяющегося в зависимости от

режима двухфазного течения. Кроме того, задержка стабилизации массового расхода связана с утечками рабочего агента, которые увеличиваются пропорционально степени повышения давления π_{com} , а также с влиянием начальных условий работы системы, в частности исходной температуры окружающей среды.

На переходных характеристиках выявлены временные интервалы, когда после пуска системы из состояния ожидания наблюдалось снижение температуры испарения со временем. Установлена связь отрицательной динамики температуры T_{ev} с исходной температурой окружающей среды, а также со сменой режима двухфазного течения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Патрахальцев Н.Н., Савастенко А.А. Форсирование двигателей внутреннего сгорания наддувом. М.: Легион–Автодата, 2004. 176 с.
2. Кривов В.Г., Синатов С.А., Ким Ф.Г., Устинов Н.А. Теплоотвод в зарубашечное пространство форсированного тепловозного дизеля при его высокотемпературном охлаждении // Двигателестроение. 1986. № 11. С. 5–11.
3. Соколовский Э.И., Улитенко А.И., Пяткина Т.А. Оптимизация режима теплоотвода от твердотельных СВЧ-приборов в условиях повышенной температуры окружающей среды // Электроника: Межвуз. сб. науч. трудов. Рязань, 1978. С. 128–131.
4. Склифус Я.К. Фазовые переходы теплоносителя в системе охлаждения дизеля тепловоза // Труды Ростовского государственного университета путей сообщения. 2014. № 4 (29). С. 92–95.
5. Dilay E., Vargas J.V.C., Souza J.A., Ordonez J.C., Yang S., Mariano A.B. A volume element model (VEM) for energy systems engineering // International Journal of Energy Research. 2015. Vol. 39. No. 1. Pp. 46–74.
6. Nunes T.K., Vargas J.V.C., Ordonez J.C., Shah D., Martinho L.C.S. Modeling, simulation and optimization of a vapor compression refrigeration system dynamic and steady state response // Applied Energy. 2015. Vol. 158. No. 15. Pp. 540–555.
7. Catano J., Zhang T., Wenc J.T., Jensen M.K., Peles Y. Vapor compression refrigeration cycle for electronics cooling. Part I: Dynamic modeling and experimental validation // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2013. Vol. 66. November. Pp. 911–921.
8. Cabello R., Torrella E., Navarro-Esbri J. Experimental evaluation of the internal heat exchanger influence on a vapor-compression plant performance using R134a, R407C and R22 as working fluids // Applied Thermal Engineering. 2004. Vol. 24. No. 13. Pp. 1905–1917.
9. Карелин Д.Л., Гуреев В.М., Мулюкин В.Л. Моделирование системы охлаждения с парожидкостной компрессионной установкой // Вестник КГТУ им. Туполева. 2015. № 5. С. 5–10.
10. Карелин Д.Л., Гуреев В.М. Метод расчета температуры конденсации рабочего агента для парожидкостных компрессионных систем охлаждения // Вестник КГТУ им. Туполева. 2016. № 4. С. 20–24.
11. Карелин Д.Л. Методика расчета параметров термодинамического цикла парокompрессионной системы охлаждения // Труды Академэнерго. 2017. № 3. С. 23–31.
12. Elgendy E., Schmidt J., Khalil A., Fatouh M. Modelling and validation of a gas engine heat pump working with R410A for cooling applications // Applied Energy. 2011. Vol. 88. No. 11. Pp. 4980–4988.
13. Lei Zhao, Zaheeruddin M. Dynamic simulation and analysis of a water chiller refrigeration system // Applied Thermal Engineering. 2005. Vol. 25. No. 14–15. Pp. 2258–2271.
14. Sanaye S., Chahartaghi M., Asgari H. Dynamic modeling of gas engine driven heat pump system in cooling mode // Energy. 2013. Vol. 55. 15 June. Pp. 195–208.
15. Розенфельд Л.М., Ткачев А.Г. Холодильные машины и аппараты. М.: ГИТЛ, 1960. 666 с.

16. Кошкин Н.Н. Тепловые и конструктивные расчеты холодильных машин. Л.: Машиностроение, 1976. 402 с.

17. Klimentov V.V. A generalized correlation for two-phase forced flow heat transfer // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1988. Vol. 31. No. 3. Pp. 541–552.

18. 2001 ASHRAE handbook: Fundamentals. Atlanta: American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, 2001. 544 p.

19. Jabardo J.M.S., Mammani W.G., Ianella M.R. Modeling and experimental evaluation of an automotive air conditioning system with a variable capacity compressor // International Journal of Refrigeration. 2002. Vol. 25. No. 8. Pp. 1157–1172.

Pp. 1157–1172.

20. Shah M.M. A general correlation for heat transfer during film condensation in tubes // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1974. Vol. 22. No. 4. Pp. 547–556.

21. Авчугов В.В., Паюсте Б.Я. Задачник по процессам тепломассообмена. М.: Энергоатомиздат, 1986. 144 с.

22. Чумак И.Г., Чепурненко В.П., Чулкин С.Г. Холодильные установки. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Легкая и пищевая промышленность, 1981. 344 с.

23. Максимов Б.Н., Барабанов В.Г., Серушкин И.Л. Промышленные фторорганические продукты. Ленинград: Химия, 1990. 464 с.

Статья поступила в редакцию 13.05.2018, принята к публикации 02.11.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КАРЕЛИН Дмитрий Леонидович – кандидат технических наук, доцент кафедры высокоэнергетических процессов и агрегатов Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Казань, Российская Федерация.

420008, Российская Федерация, Республика Татарстан, г. Казань, Кремлевская ул., 18
karelindl@mail.ru

БОЛДЫРЕВ Алексей Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры высокоэнергетических процессов и агрегатов Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Казань, Российская Федерация.

423812, Российская Федерация, Республика Татарстан, г. Набережные Челны, пр. Мира, 68/19 (1/18).
alexeyboldyrev@mail.ru

ГУРЕЕВ Виктор Михайлович – доктор технических наук, заведующий кафедрой теплоэнергетики и энергетического машиностроения Казанского национального исследовательского технического университета им. А.Н. Туполева – КАИ, г. Казань, Российская Федерация.

420111, Российская Федерация, Республика Татарстан, г. Казань, ул. К. Маркса, 10.
victor.gureev@kai.ru

БОЛДЫРЕВ Сергей Владимирович – кандидат технических наук, доцент кафедры высокоэнергетических процессов и агрегатов Казанского (Приволжского) федерального университета, г. Казань, Российская Федерация.

423812, Российская Федерация, Республика Татарстан, г. Набережные Челны, пр. Мира, 68/19 (1/18).
underminder@mail.ru

REFERENCES

[1] N.N. Patrakhaltsev, A.A. Savastenko, Forsirovaniye dvigateley vnutrennego sgoraniya nadduvom [Boosting internal combustion engines], Legion – Avtodata, Moscow (2004).

[2] V.G. Krivov, S.A. Sinatov, F.G. Kim, N.A. Ustinov, Teplootvod v zarubashechnoye prostranstvo forsirovannogo teplovoznogo dizelya pri yego vysokotemperaturnom okhlazhdenii [Heat removal to the volume of the boosted diesel engine with

its high-temperature cooling], Dvigatelistroyeniye. (11) (1986) 5–11.

[3] Eh.I. Sokolovskij, A.I. Ulitenko, T.A. Pyatkina, Mode optimization of the heat removal from the solid-state microwave devices under high-temperature ambient conditions // Ehlektronika: Mezhevuz. sb. nauch. trudov. Ryazan' (1978) 128–131.

[4] Ya.K. Sklifus, Fazovyye perekhody

teplonositel'ya v sisteme okhlazhdeniya dizelya teplovoza [Phase transitions of the coolant in diesel locomotive cooling system], Proceedings of Rostov State Transport University. (4(29)) (2014) 92–95.

[5] **E. Dilay, J.V.C. Vargas, J.A. Souza, et al.**, A volume element model (VEM) for energy systems engineering, International Journal of Energy Research. 39 (1) (2015) 46–74.

[6] **T.K. Nunes, J.V.C. Vargas, J.C. Ordonez, et al.**, Modeling, simulation and optimization of a vapor compression refrigeration system dynamic and steady state response, Applied Energy. 158 (15) (2015) 540–555.

[7] **J. Catano, T. Zhang, J.T. Wenc, et al.**, Vapor compression refrigeration cycle for electronics cooling, Part I: Dynamic modeling and experimental validation, International Journal of Heat and Mass Transfer. 66 (Nov.) (2013) 911–921.

[8] **R. Cabello, E. Torrella, J. Navarro-Esbri**, Experimental evaluation of the internal heat exchanger influence on a vapor-compression plant performance using R134a, R407C and R22 as working fluids, Applied Thermal Engineering. 24 (13) (2004) 1905–1917.

[9] **D.L. Karelin, V.M. Gureyev, V.L. Mulyukin**, Modeling system of cooling with two-phase compression installation, Vestnik KGTU im. Tupoleva. (5) (2015) 5–10.

[10] **D.L. Karelin, V.M. Gureyev**, One method of calculation of condensing temperature of the working agent for vapour-liquid compression cooling systems, Vestnik KGTU im. Tupoleva. (4) (2016) 20–24.

[11] **D.L. Karelin**, Metodika rascheta parametrov termodinamicheskogo tsikla parokompressionnoy sistemy okhlazhdeniya [Method for calculating the parameters of the thermodynamic cycle of a vapor compression cooling system]. Trudy Akademenergo. (3) (2017) 23–31.

[12] **E. Elgandy, J. Schmidt, A. Khalil, M. Fatouh**, Modelling and validation of a gas engine heat pump working with R410A for cooling applications, Applied Energy. 88 (11) (2011) 4980–4988.

[13] **Lei Zhao, M. Zaheeruddin**, Dynamic simulation and analysis of a water chiller refrigeration system, Applied Thermal Engineering. 25 (14–15) (2005) 2258–2271.

[14] **S. Sanaye, M. Chahartaghi, H. Asgari**, Dynamic modeling of gas engine driven heat pump system in cooling mode, Energy. 55 (15 June) (2013) 195–208.

[15] **L.M. Rozenfeld, A.G. Tkachev**, Kholodilnyye mashiny i apparaty [Refrigerating machines and devices], GITL, Moscow (1960).

[16] **N.N. Koshkin**, Teplovyye i konstruktivnyye raschety kholodilnykh mashin [Thermal and structural calculations of refrigerating machines], Mashinostroyeniye, Leningrad (1976).

[17] **V.V. Klimenko**, A generalized correlation for two-phase forced flow heat transfer, International Journal of Heat and Mass Transfer. 31 (3) (1988) 541–552.

[18] 2001 ASHRAE handbook, Fundamentals, American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Atlanta (2001).

[19] **J.M.S. Jabardo, W.G. Mammani, M.R. Ianella**, Modeling and experimental evaluation of an automotive air conditioning system with a variable capacity compressor, International Journal of Refrigeration. 25 (8) (2002) 1157–1172.

[20] **M.M. Shah**, A general correlation for heat transfer during film condensation in tubes, International Journal of Heat and Mass Transfer. 22 (4) (1974) 547–556.

[21] **V.V. Avchukhov, B.Ya. Payuste**, Zadachnik po protsessam teplomassoobmena [Book of problems in heat and mass transfer processes], Energoatomizdat, Moscow (1986).

[22] **I.G. Chumak, V.P. Chepurnenko, S.G. Chuklin**, Kholodilnyye ustanovki [Refrigeration units], 2nd ed., Legkaya i pishchevaya promyshlennost [Light and Food Industry PH], Moscow (1981).

[23] **B.N. Maksimov, V.G. Barabanov, I.L. Serushkin**, Promyshlennyye ftororganicheskiye produkty [Industrial organofluorine ware], Chemistry PH, Leningrad (1990).

Received 13.05.2018, accepted 02.11.2018.

THE AUTHORS

KARELIN Dmitriy L.

Kazan (Volga region) Federal University

18 Kremlyovskaya St., Kazan, Republic of Tatarstan, 420008, Russian Federation

karelindl@mail.ru

BOLDYREV Alexey V.

Kazan Federal University – Naberezhnye Chelny Institute

68/19 (1/18) Mir Ave., Naberezhnye Chelny, Republic of Tatarstan, 423812, Russian Federation

alexeyboldyrev@mail.ru

GUREEV Viktor M.

Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev – KAI
10 K. Marx St., Kazan, Republic of Tatarstan, 420111, Russian Federation
viktor.gureev@kai.ru

BOLDYREV Sergey V.

Kazan Federal University – Naberezhnye Chelny Institute
68/19 (1/18) Mir Ave., Naberezhnye Chelny, Republic of Tatarstan, 423812, Russian Federation
underminder@mail.ru

DOI: 10.18721/JPM.11407

УДК 537.533.2

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
С ПОЛЕВЫМ ЭМИТТЕРОМ ДЛЯ КОРОТКОВОЛНОВОГО
ДИАГНОСТИЧЕСКОГО ГИРОТРОНА****Е.П. Тарадаев, Г.Г. Соминский**Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Изучена возможность работы многоострийных кремниевых эмиттеров с защитными металлфуллереновыми покрытиями в трехэлектродной электронно-оптической системе (ЭОС) с магнитным удержанием. Данная ЭОС предназначена для формирования электронного потока в коротковолновом диагностическом гиротроне. Были проведены трехмерные расчеты с использованием программного пакета Comsol. Показана возможность получения токов свыше 20 – 30 мА, необходимых для работы диагностического гиротрона. В ходе расчетов было определено соотношение токов, попадающих на управляющий электрод и на коллектор. В отсутствие магнитного поля ток управляющего электрода составлял 0,5% от тока катода. При значениях индукции магнитного поля в области между катодом и управляющим электродом свыше 0,07 Тл, ток управляющего электрода отсутствовал.

Ключевые слова: многоострийный полевой эмиттер, электронная пушка, магнитное сопровождение, электронный пучок

Ссылка при цитировании: Тарадаев Е.П., Соминский Г.Г. Моделирование электронно-оптической системы с полевым эмиттером для коротковолнового диагностического гиротрона // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 77–84. DOI: 10.18721/JPM.11407

**SIMULATION OF THE ELECTRON-OPTICAL SYSTEM WITH A FIELD
EMITTER FOR A SHORT-WAVE DIAGNOSTIC GYROTRON****E.P. Taradaev, G.G. Sominskii**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The operational capability of multi-tip silicon emitters with protective metal fullerene coatings in a three-electrode electron-optical system (EOS) with magnetic confinement has been studied. This EOS is intended for electron-stream generation in the diagnostic shortwave gyrotron. Three-dimensional calculations were performed using the Comsol software package. The feasibility of attainment of currents beyond 20 – 30 mA required for the diagnostic gyatron operation was shown. In the course of the calculations, the ratio of the currents falling on the control electrode and on the collector was determined. In the absence of a magnetic field, the control electrode's current was 0.5% of the cathode's one. No control electrode's current existed when

the values of the magnetic field induction in the region between the cathode and the control electrode were beyond 0.07 T.

Keywords: multi-tip field emitter, electron gun, magnetic tracking, electron beam

Citation: E.P. Taradaev, G.G. Sominskii, Simulation of the electron-optical system with a field emitter for a short-wave diagnostic gyrotron, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 77–84. DOI: 10.18721/JPM.11407

Введение

Все больший и больший интерес привлекают к себе миниатюрные электронные СВЧ-устройства коротковолнового (миллиметрового и субмиллиметрового) диапазона длин волн, находящие применение в самых разных областях, в частности в физике, медицине и биологии. Например, эти устройства применяют для диагностики плотной плазмы, спектроскопии ядерного магнитного резонанса, динамической поляризации ядер. В системах формирования электронных потоков в вакуумных СВЧ-приборах обычно используют термокатоды. Однако применение накаливаемых катодов в устройствах малого размера связано с рядом серьезных проблем при их эксплуатации.

При нагреве катода меняются размеры деталей прибора, а это приводит к нежелательному изменению его выходных характеристик. Кроме того, в некоторых приложениях важно обеспечивать максимальную безынерционность запуска и выключения СВЧ-приборов, что затруднено при использовании термокатодов. По указанным причинам перспективной представляется замена термокатодов полевыми эмиттерами, которые не требуют накала и практически безынерционны. Несмотря на указанные очевидные преимущества полевых эмиттеров, они практически не используются в СВЧ-приборах. Применению холодных эмиттеров в высоковольтных, но миниатюрных устройствах, работающих в условиях технического вакуума, препятствуют их малая долговечность в условиях интенсивной ионной бомбардировки, а также трудности в достижении с их помощью требуемых больших токов эмиссии. Для обеспечения работы даже сравнительно маломощных (десятки ватт) диагностических гиротронов необходимы токи эмис-

сии свыше 20 – 30 мА при плотности тока порядка или более 100 мА /см² [1].

Делаются попытки применения в высоковольтных приборах «распределенных» полевых эмиттеров [2 – 6], способных обеспечивать необходимые токи полевой эмиссии. Примером одной из самых успешных попыток запустить СВЧ-приборы может служить опыт использования катодов Спиндта [6 – 8]. Однако демонстрационные эксперименты, выполненные с такими катодами, были немногочисленными, кратковременными и проводились либо в низковольтных (менее 4 кВ) лампах бегущей волны сантиметрового диапазона (достаточно длинноволновых) [6, 7], либо в чрезвычайно высоковольтных (более 40 кВ) источниках рентгеновского излучения [8]. Иными словами, опыты проведены с приборами, где либо мал коэффициент распыления ионами катода, либо мало сечение ионизации молекул остаточного газа и мал, в связи с этим, поток ионов на катод. Еще одним примером применения полевых эмиттеров может служить попытка использовать эмиттер на основе углеродных нанотрубок в магнетронно-инжекторной пушке гиротрона [9]. Авторы указанной работы опробовали функционирование такого катода в гиротроне на частоте 0,2 ТГц. Однако они не смогли достичь на таком приборе выходной мощности, превышающей хотя бы 0,5 Вт. Столь низкое значение, скорее всего, было связано с плохим согласованием частот гиротрона и конфигурации эмиттера с аномально большой поверхностью и неоднородным покрытием последнего.

Совсем недавно лабораторией сильноточной и СВЧ-электроники СПбПУ (Санкт-Петербург), совместно с коллегами из Института прикладной физики РАН (г. Нижний Новгород), была разработана концепция создания триодной электронно-оптической системы (ЭОС) с

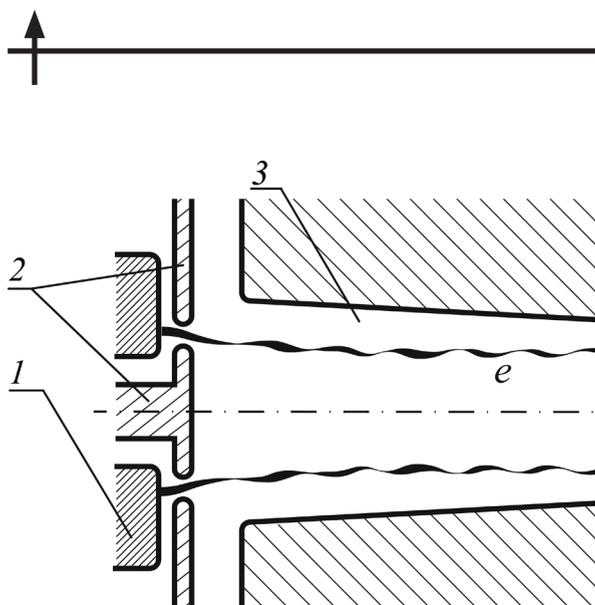


Рис. 1. Схематическое изображение сечения проектируемой электронной пушки с кольцевым полевым эмиттером [10]: 1 – катодная система с полевым эмиттером на торце, 2 – управляющий электрод с кольцевой диафрагмой, 3 – канал транспортировки электронного пучка (e)

полевым эмиттером [10] для диагностического гиротрона. Проектируемый гиротрон работает в миллиметровом диапазоне длин волн при рабочих напряжениях порядка 15 – 20 кВ. На рис. 1 приведено схематическое изображение ЭОС, включающей катодную систему 1 с полевым эмиттером на торце, управляющий электрод 2 с кольцевой диафрагмой и канал транспортировки электронного пучка 3. В качестве источника электронов в этой ЭОС предложено использовать разработанные и исследованные [11 – 13] многоострийные эмиттеры из кремния [14] со специальным двухслойным металлфуллереновым покрытием.

В работе [12] изучены многоострийные кремниевые катоды с двухслойным металлфуллереновым покрытием, имеющие площадь эмитирующей поверхности около 0,2 – 0,3 см². Нанесение слоя молибдена толщиной 5 – 15 нм на поверхность кремниевого эмиттера позволяло повысить проводимость и прочность острий. Для защиты эмиттера от разрушающего действия ионной бомбардировки, поверх металлического слоя наносилось 2 – 3 монослоя молекул фуллерена C₆₀ [15].

Чтобы свести к допустимому минимуму разогрев коллектора, вызванный ин-

тенсивной электронной бомбардировкой его поверхности, измерения эмиссионных характеристик в непрерывном режиме выполнялись при токах с катода, не превышающих 1,0 – 1,5 мА. Измерения при больших токах проводились только в импульсном режиме (1 – 2 мкс, 50 – 500 Гц). В том же режиме были получены чрезвычайно большие (до 100 – 110 мА) полные токи эмиссии при плотностях тока эмиссии свыше 0,4 А/см² [16]. Между тем, для многих приложений желательно обеспечивать получение больших токов именно в непрерывном режиме.

Такое требование можно удовлетворить, если свести к допустимому минимуму разогрев под действием электронной бомбардировки электродов ЭОС. Перегрева крупногабаритного коллектора ЭОС можно избежать, если использовать его принудительное водяное охлаждение. В случае же миниатюрного управляющего электрода, охлаждение водой оказывается трудной задачей. Поэтому чрезвычайно важно наладить максимально полное прохождение пучка электронов сквозь диафрагму этого электрода.

В настоящей работе рассмотрены возможности решения этой проблемы в системе формирования электронного пучка при введении в прибор удерживающего магнитного поля, которое не позволит электронам осесть на управляющий электрод.

Методика расчетов

Расчет выполнен для триодной системы (см. рис. 1). Основные расчетные параметры и их значения представлены в таблице.

Магнитное поле создавалось с помощью соленоида, ось которого совпадает с осью вращения ЭОС. Расчеты выполнены в широком интервале значений магнитного поля (от 0 до 0,3 Тл). Магнитное поле соленоида в области формирования и транспортировки электронного пучка рассчитывалось стандартными методами в программе Comsol с учетом его фиксированных размеров (см. таблицу). Величина магнитного поля регулировалась изменением тока I_s обмотки соленоида. Распределение магнитного поля вдоль оси прибора при разных

Таблица

Значения параметров моделирования

Объект	Параметр	Значение
Триодная система	Расстояние между управляющим электродом и катодом	2 мм
	Ширина диафрагмы в управляющем электроде	2 мм
Катод	Средний диаметр	14 мм
	Ширина эмитирующего пояса	0,65 мм
	Высота острия, расстояние между ними	30 мкм
	Радиус вершины острия	10 – 40 нм
	Работа выхода острий	5,3 эВ
	Работа выхода покрытия	5,3 эВ
Соленоид	Диаметр обмотки: внешний внутренний	480 мм 130 мм
	Толщина обмотки соленоида	190 мм
	Диаметр провода обмотки	2 мм

токах I_s в обмотке соленоида показано на рис. 2. Отсчет координаты z на рис. 2 велся от катода.

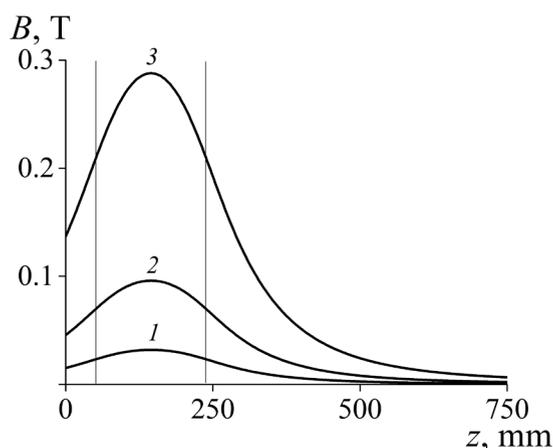


Рис. 2. Распределение магнитного поля вдоль оси прибора при разных токах I_s в обмотке соленоида. Значения I_s , А: 1 (кривая 1), 3 (2), 9 (3). Вертикальными линиями указаны границы соленоида

В расчетах были выбраны оптимальные размеры катода и морфология его поверхности. Расчетные параметры кольцевого катода также представлены в таблице. Высота острий h и расстояние L между ними принимались равными. Радиус вершины каждого острия R (с учетом толщины покрытия) варьировался от 10 до 40 нм. В расчетах работа выхода острий $e\phi$ была принята равной работе выхода фуллеренового покрытия. На катод подавалось отрицательное напряжение $1 \leq U \leq 20$ кВ относительно заземленных управляющего электрода и коллектора.

Токи с катода, токи на управляющий электрод I_g и на коллектор I_c рассчитывались по методике, использованной в работе [18]. Ток коллектора определялся путем вычитания значения тока управляющего электрода из значения полного тока эмиттера I_{Σ} . Все расчеты были выполнены в трехмерной модели с использованием пакета программ Comsol Multiphysics.

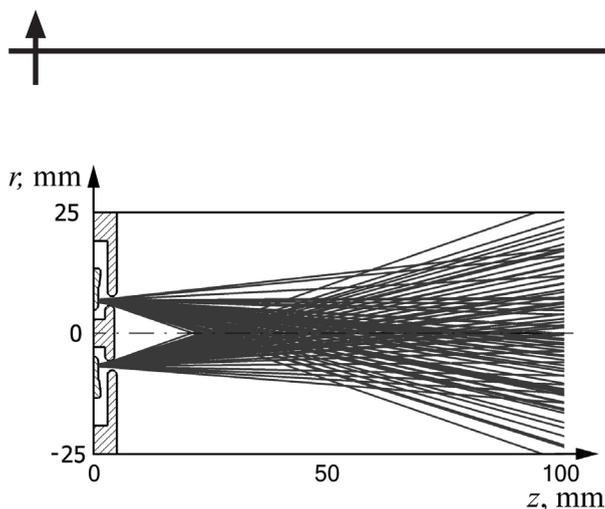


Рис. 3. Типичные траектории движения электронов в ЭОС в отсутствие магнитного поля. Расчет приведен для катода с $R = 15$ нм, при напряжении $U = 15$ кВ

Результаты расчетов и их обсуждение

Важным параметром, определяющим возможности использования ЭОС, является коэффициент прохождения электронов k сквозь управляющий электрод, численно равный отношению тока электронов, прошедших сквозь диафрагму управляющего электрода (тока на коллектор), к величине тока электронов, покинувших эмиттер.

В отсутствие магнитного поля на управляющий электрод ЭОС попадала лишь малая часть (0,5 %) эмитированных электронов. Большая часть электронов (99,5 %), пройдя сквозь диафрагму, достигала коллектора. На рис. 3 показаны типичные траектории электронов в триодной ЭОС с многоострийным полевым эмиттером, рассчитанные в отсутствие магнитного поля,

при фиксированных значениях $R = 15$ нм и $U = 15$ кВ.

Электронный поток начинал оседать на стенках канала транспортировки электронов (коллектора) диаметром 50 мм уже на расстоянии 100 мм от торца катода. На рис. 4 приведены зависимости тока коллектора и управляющего электрода от приложенного напряжения U .

Из расчетов следует, что даже в отсутствие магнитного поля, сопровождающего электронный поток, коэффициент прохождения через управляющий электрод стремится к единице, а перехват тока диафрагмой не превышает примерно 0,5 % от полного тока катода. Однако с учетом того факта, что этот ток оседал на малую площадь управляющего электрода, при больших напряжениях возможен нагрев участков поверхности на управляющем электроде. Например, в условиях, когда $R = 15$ нм при $U = 20$ кВ (см. рис. 4), ток коллектора составлял 31,5 мА, что уже достаточно для запуска диагностического гиротрона. При этом ток управляющего электрода был равен 0,15 мА. Этот сравнительно небольшой ток оседал на площадь, равную примерно 0,2 см². Выделяемая на этом участке удельная мощность достигала значений около 15 Вт/см². Примерно при таких удельных мощностях в экспериментах, представленных в работе [13], наблюдался ощутимый разогрев коллектора и отмечалось повышение давления в вакуумной камере.

Под воздействием магнитного поля менялись траектории электронов и умень-

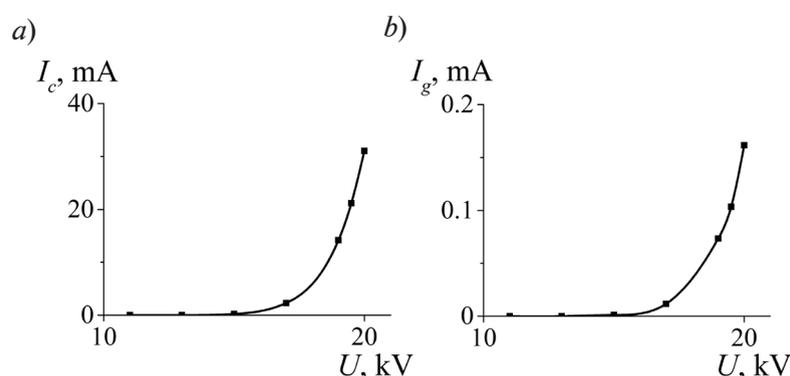


Рис. 4. Типичные зависимости тока электронов от приложенного напряжения: a – ток коллектора, b – ток управляющего электрода. Расчет проведен для катода с $R = 15$ нм, $I_s = 0$

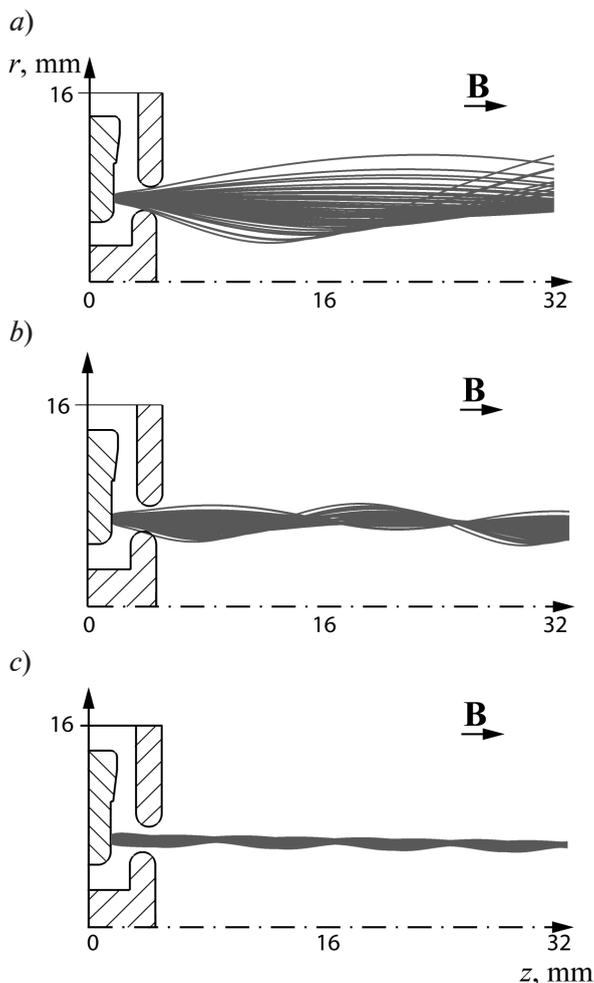


Рис. 5. Типичные траектории электронов в ЭОС при разных значениях тока соленоида I_s , А: 1 (a), 3 (b), 9 (c). Ось вращения ЭОС совпадает с осью z

шался ток, перехватываемый управляющим электродом. Согласно расчетам, при значении магнитной индукции на катоде, равном или превышающем 0,07 Тл, все электроны, покинувшие эмиттер, проходили сквозь диафрагму. Прощедшие диафрагму электроны осаждались на внутренней поверхности канала транспортировки пучка (на коллекторе) на расстоянии (более 500

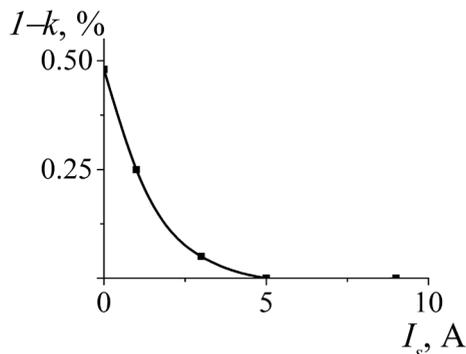


Рис. 6. Величина отношения тока электронов, попавших на управляющий электрод, к полному току катода как функция тока в соленоиде

мм) от катода. На рис. 5 показаны траектории электронов при разных значениях тока соленоида. Рис. 6 иллюстрирует изменение отношения тока управляющего электрода к суммарному току катода при увеличении тока соленоида.

Заключение

В данном исследовании рассмотрена возможность функционирования многоострийных кремниевых эмиттеров с защитными металлфуллереновыми покрытиями в трехэлектродной электронно-оптической системе (ЭОС) с магнитным удержанием. Укажем важнейшие результаты проделанной работы.

Определено влияние магнитного поля на движение электронов в трехэлектродной пушке и продемонстрирована возможность исключить перехват электронов управляющим электродом — диафрагмой.

Показано, что в триодной системе можно получать токи эмиссии, необходимые для работы диагностического гиротрона.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного задания для вузов (базовая часть) №3.5469.2017.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Glyavin M.Yu., Chirkov A.V., Denisov G.G., et al. Experimental tests of a 263 GHz gyrotron for spectroscopic applications and diagnostics of various media // Review of Scientific Instruments. 2015. Vol. 86. No. 5. P. 054705.

2. Chen Z., Zhang Q., Lan P., Zhu B., Yu T., Cao G., den Engelsen D. Ultrahigh-current field emission from sandwich-grown well-aligned uniform multi-walled carbon nanotube arrays with high adherence strength // Nanotechnology. 2007.

Vol. 18. No. 26. P. 265702.

3. **Li Ch., Zhang Y., Mann M., et al.** High emission current density, vertically aligned carbon nanotube mesh, field emitter array // *Applied Physics Letters*. 2010. Vol. 97. No. 11. P. 113107.

4. **Бушуев Н.А., Глухова О.Е., Григорьев Ю.А. и др.** Исследование эмиссионных характеристик многолучевой электронной пушки с автоэмиссионным катодом из стеклоглерода // *Журнал технической физики*. 2016. Т. 86. № 2. С. 134–139.

5. **Гуляев Ю.В., Абаньшин Н.П., Горфинкель Б.И., Морев С.П., Резчиков А.Ф., Сеницын Н.И., Якунин А.Н.** Новые решения для создания перспективных приборов на основе низковольтной полевой эмиссии углеродных наноразмерных структур // *Письма в Журнал технической физики*. 2013. Т. 39. № 11. С. 63–70.

6. **Whaley D.R., Duggal R., Armstrong C.M., Bellew C.L., Holland C.E., Spindt C.A.** 100 W operation of a cold cathode TWT // *IEEE Transactions on Electron Devices*. 2009. Vol. 56. No. 5. Pp. 896–905.

7. **Whaley D., Duggal R., Armstrong C., Holland C., Spindt C., Thibert D.** High average power field emitter cathode and testbed for X/Ku-band cold cathode TWT // *Proceedings of 2013 IEEE 14th International Vacuum Electronics Conference (IVEC)*. Paris: IEEE, 2013. Pp. 1–2.

8. **Schwoebel P.R., Holland C.E., Spindt C.A.** The development of a stationary X-ray source for medical imaging // *Proceedings of International Vacuum Nanoelectronics Conference*. 2010. July. Palo Alto. CA. IEEE. Pp. 14–15.

9. **Yuan X., Zhu W., Zhang Y., Xu N., Yan Y., Wu J., Shen Y.** A fully-sealed carbon-nanotube cold-cathode terahertz gyrotron // *Scientific Reports*. 2016. Vol. 6. P. 32936.

10. **Glyavin M.Yu., Manuilov V.N., Sominskii G.G., Taradaev E.P., Tumareva T.A.** The

concept of an electron-optical system with field emitter for a spectroscopic gyrotron // *Infrared Physics & Technology*. 2016. Vol. 78. September. Pp. 185–189.

11. **Соминский Г.Г., Тумарева Т.А., Тарадаев Е.П., Мишин М.В., Степанова А.Н.** Многоострийные полупроводниковые полевые эмиттеры с двухслойными защитными покрытиями нового типа // *Журнал технической физики*. 2015. Т. 85. № 1. С. 138–142.

12. **Соминский Г.Г., Сезонов В.Е., Тарадаев Е.П. и др.** Полевые эмиттеры нового типа для высоковольтных электронных устройств // *Известия вузов. Радиофизика*. 2015. Т. 58. № 7. С. 568–576.

13. **Соминский Г.Г., Тарадаев Е.П., Тумарева Т.А., Гиваргизов М.Е., Степанова А.Н.** Полевая эмиссия многоострийных кремниевых структур с защитными покрытиями // *Журнал технической физики*. 2016. Т. 86. № 11. С. 108–111.

14. **Гиваргизов Е.И.** Управляемый рост нитевидных кристаллов и создание монокристаллических висцерных зондов // *Кристаллография*. 2006. Т. 51. № 5. С. 947–953.

15. **Тумарева Т.А., Соминский Г.Г.** Работа полевых эмиттеров с активированными фуллереновыми покрытиями в техническом вакууме // *Журнал технической физики*. 2013. Т. 83. № 7. С. 121–124.

16. **Соминский Г.Г., Сезонов В.Е., Тумарева Т.А., Тарадаев Е.П.** Разработка и исследование полевых эмиттеров для коротковолновых СВЧ приборов в СПбПУ. Последние достижения // *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 2018. Т. 26. № 3. С. 109–126.

17. **Соминский Г.Г., Тарадаев Е.П.** Оптимизация многоострийных полевых эмиттеров с двуслойными защитными покрытиями // *Журнал технической физики*. 2017. Т. 87. № 6. С. 930–934.

Статья поступила в редакцию 15.11.2018, принята к публикации 17.11.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ТАРАДАЕВ Евгений Петрович — кандидат физико-математических наук, инженер Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
evgeny_tar@hotmail.com

СОМИНСКИЙ Геннадий Гиршевич — доктор физико-математических наук, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
sominski@rphf.spbstu.ru

REFERENCES

- [1] M.Yu. Glyavin, A.V. Chirkov, G.G. Denisov, et al., Experimental tests of a 263 GHz gyrotron for spectroscopic applications and diagnostics of various media, *Review of Scientific Instruments*. 86 (5) (2015) 054705.
- [2] Z. Chen, Q. Zhang, P. Lan, et al., Ultrahigh-current field emission from sandwich-grown well-aligned uniform multi-walled carbon nanotube arrays with high adherence strength, *Nanotechnology*. 18 (26) (2007) 265702.
- [3] Ch. Li, Y. Zhang, M. Mann, et al., High emission current density, vertically aligned carbon nanotube mesh, field emitter array, *Applied Physics Letters*. 97(11) (2010) 113107.
- [4] N.A. Bushuev, O.E. Glukhova, Yu.A. Grigorev, et al., Emissivity of a multibeam electron gun with a glassy carbon field-emission cathode, *Technical Physics*. 61 (2) (2016) 290–295.
- [5] Y.V. Gulyaev, N.P. Abanshin, S.P. Morev, et al., New solutions for designing promising devices based on low-voltage field emission from carbon nanostructures, *Technical Physics Letters*. 39 (6) (2013) 525–528.
- [6] D.R. Whaley, R. Duggal, C.M. Armstrong, et al., 100 W operation of a cold cathode TWT, *IEEE Transactions on Electron Devices*. 56 (5) (2009) 896–905.
- [7] D. Whaley, R. Duggal, C. Armstrong, et al., High average power field emitter cathode and testbed for X/Ku-band cold cathode TWT, *Proceedings of 2013 IEEE 14th International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Paris, IEEE* (2013) 1–2.
- [8] P.R. Schwoebel, C.E. Holland, C.A. Spindt, The development of a stationary X-ray source for medical imaging, *Proceedings of International Vacuum Nanoelectronics Conference, Palo Alto, CA, IEEE* (2010) 14–15.
- [9] X. Yuan, W. Zhu, Y. Zhang, et al., A fully-sealed carbon-nanotube cold-cathode terahertz gyrotron, *Scientific Reports*. 6 (2016) 32936.
- [10] M.Yu. Glyavin, V.N. Manuilov, G.G. Sominskii, et al., The concept of an electron-optical system with field emitter for a spectroscopic gyrotron, *Infrared Physics & Technology*. 78 (Sept.) (2016) 185–189.
- [11] G.G. Sominskii, T.A. Tumareva, E.P. Taradaev, et al., Multitip semiconductor field emitters with new-type bilayer protecting coatings, *Technical Physics*. 60(1) (2015) 133–136.
- [12] G.G. Sominski, V.E. Sezonov, E.P. Taradaev, et al., Innovative field emitters for high-voltage electronic devices, *Radiophysics and Quantum Electronics*. 58 (7) (2015) 511–519.
- [13] G.G. Sominskii, E.P. Taradaev, T.A. Tumareva, et al., Field emission of multitip silicon structures with protection coatings, *Technical Physics* 61(11) (2016) 1711–1714.
- [14] E.I. Givargizov, Controlled growth of filamentary crystals and fabrication of single-crystal whisker probes, *Crystallography Reports*. 51 (5) (2006) 888–894.
- [15] T.A. Tumareva, G.G. Sominskii, Operation of activated-fullerene-coated field emitters in technical vacuum, *Technical Physics*. 58 (7) (2013) 1048–1051.
- [16] G.G. Sominskii, V.E. Sezonov, T.A. Tumareva, E.P. Taradaev, Development of field emitters for short wave microwave devices and their investigation in SPbPU: The last achievements, *Applied Nonlinear Dynamics. Izvestiya VUZ*. 26 (3) (2018) 109–126.
- [17] G.G. Sominskii, E.P. Taradaev, Optimization of multi-tip-shaped field emitters with bilayer protective coatings, *Technical Physics*. 62(6) (2017) 948–952.

Received 15.11.2018, accepted 17.11.2018.

THE AUTHORS

TARADAEV Evgeny P.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
evgeny_tar@hotmail.com

SOMINSKII Gennadii G.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
sominski@rphf.spbstu.ru

DOI: 10.18721/JPM.11408

УДК 536.21

ВЛИЯНИЕ СВОЙСТВ КОМПОНЕТОВ НА ЭФФЕКТИВНУЮ ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

**В.В. Степанов¹, Ю.К. Петреня², А.М. Андреев²,
А.М. Костельов², Э.Р. Маннанов², В.А. Талалов¹**

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

² ПАО «Силовые машины», Санкт-Петербург, Российская Федерация

Целью данного исследования является повышение эффективной теплопроводности полимерных композитных материалов. В связи с этим проведено численное моделирование теплопроводности при введении в полимерную матрицу композита высокотеплопроводных микрочастиц различной формы. При этом варьировалась объемная концентрация этих микрочастиц. Проанализировано влияние теплопроводности частиц наполнителя на эффективную теплопроводность полимерных композитных материалов. Предложены конкретные рекомендации по повышению эффективной теплопроводности путем изменения формы, концентрации, теплопроводности частиц наполнителя и повышения теплопроводности полимерной матрицы. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными и опубликованными данными. Проведенное исследование позволило глубже понять действие высокотеплопроводных наполнителей на эффективную теплопроводность полимерных композитов.

Ключевые слова: численное моделирование, композитный материал, эффективная теплопроводность, высокотеплопроводный наполнитель

Ссылка при цитировании: Степанов В.В. Петреня Ю.К., Андреев А.М., Костельов А. М., Маннанов Э.Р., Талалов В.А. Влияние свойств компонентов на эффективную теплопроводность полимерных композитных материалов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 85–94. DOI: 10.18721/JPM.11408

EFFECTIVE HEAT CONDUCTIVITY OF POLYMERIC COMPOSITE MATERIALS: THE INFLUENCE OF COMPONENT PROPERTIES

**V.V. Stepanov¹, Yu. K. Petrenya², A.M. Andreev²,
A.M. Kostelov², E.R. Mannanov², V.A. Talalov¹**

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation;

² PJSC “Power Machines”, St. Petersburg, Russian Federation

The goal of this study is to increase the effective heat conductivity (EHC) of the polymer composite materials. We have carried out numerical simulation of the polymer composite EHC when making microsized high-thermal conductivity fillers of various shape a component of the composite, and its volume fraction being varied

as well. The influence of particles' thermal conductivity on the polymer composite materials' EHC was analyzed. Recommended practice for the polymer composite EHC increasing was suggested. Shape changing, volume fraction optimization, the filler particles', and the matrix' thermal conductivity increasing was proposed. The calculation results were in good agreement with our experimental data and published in scientific literature. This study gave an insight into the function of high-thermal conductivity fillers on the EHC of the polymer composite materials.

Keywords: numerical simulation, composite material, effective thermal conductivity, high-thermal conductivity filler

Citation: V.S. Stepanov, Yu.K. Petrenya, A.M. Andreev, A.M. Kostelov, E.R. Mannanov, V.A. Talalov, Effective heat conductivity of polymeric composite materials: The influence of component properties, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 85–94. DOI: 10.18721/JPM.11408

Введение

Полимерные композитные материалы (ПКМ), представляющие собой структуры, состоящие из двух или большего числа компонентов с различными физическими свойствами и четкой границей между ними, широко используются в настоящее время в различных областях науки и техники.

При использовании ПКМ в системах электрической изоляции высоковольтного электрооборудования актуальными являются задачи улучшения теплопередачи с одновременным обеспечением высоких диэлектрических характеристик. Полимерная матрица, как правило, обладает пониженными теплопроводящими и высокими диэлектрическими свойствами. Чтобы улучшить теплопередачу ПКМ, можно вводить в полимерную матрицу диэлектрические наполнители микронных размеров, имеющие высокие теплофизические характеристики [1 – 13].

При такой методике нельзя исключить снижение электроизоляционных свойств ПКМ, характер изменения которых определяется электрофизическими свойствами частиц и их концентраций в ПКМ [9, 13 – 15].

Возможности повышения эффективности теплопередачи в ПКМ будут определяться правильно подобранными свойствами, размерами и концентрацией частиц наполнителя в полимерной матрице. Поскольку исследуемый объект ПКМ представляет собой двухкомпонентную систему, целесообразно использовать аналитические модели для решения теплофизических за-

дач. Наиболее зарекомендовавшие свое применение аналитические модели для приближенного расчета эффективной теплопроводности композитов приведены в работах [1 – 4, 10]. Однако в тех случаях, когда требуется выполнение расчета с возможностью изменения концентраций частиц наполнителя в широком диапазоне или варьирования формы и размера частиц, аналитические модели не могут обеспечить достаточную достоверность получаемых результатов [10].

Разработка численной модели

Современные вычислительные средства позволяют проводить прямое моделирование теплопроводности сред со сложной структурой. При этом можно использовать такие стандартные пакеты как ANSYS, FLUENT и др.

На сегодняшний день среда моделирования ANSYS доказала свою эффективность, гибкость, универсальность, благодаря повсеместному применению для широкого спектра инженерных проблем, в том числе для теплофизических и связанных с ними задач. Указанные особенности пакета позволяют в дальнейшем усовершенствовать расчетные модели, например, добавить модуль расчета электрофизических процессов с использованием программы APDL (ANSYS Parametric Design Language).

На первом этапе моделирования рассматривалось равномерное распределение частиц. Объем матрицы ПКМ можно представить в виде множества элементарных ячеек, в каждой из которых заключена одна частица наполнителя требуемой фор-

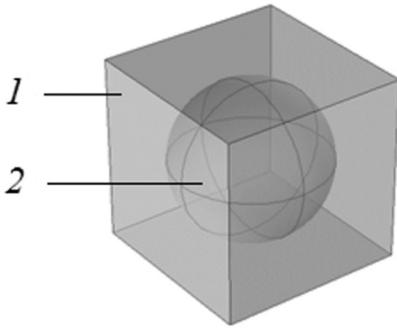


Рис. 1. Модельное представление равномерного распределения частиц наполнителя: элементарный объем ячейки матрицы ПКМ (1) с наполнителем (2) в форме сферы

мы (рис. 1). Расчеты были проведены для частиц различной формы и ориентации.

Чтобы упростить расчетную модель, мы приняли ряд допущений.

1. Задачи рассматриваются как стационарные, поскольку выравнивание температуры в теплопроводящем объеме происходит значительно быстрее, чем изменение внешних условий.

2. Материалы, составляющие композит, считаются изотропными, а их теплопроводность – не зависящей от температуры.

3. Ориентация кубических и цилиндрических частиц наполнителя совпадает с направлением координатных осей.

4. Размеры частиц наполнителя считаются одинаковыми (микронными); фракционный состав частиц не учитывается.

5. Тепловой контакт между частицами и полимером принимается идеальным (данное допущение влечет за собой рост теплопроводности композита вследствие нулевого теплового сопротивления на границе сред полимер – частица).

6. Наличие микродефектов не учитывается.

Параметризация численной модели дает возможность варьировать свойства системы; в данном случае это размеры частиц, их свойства и свойства матрицы ПКМ.

Согласно разработанной модели, связь между длиной L ребра куба (она определяет размер расчетной области, содержащей одну частицу) и объемом частицы V_p дается формулой

$$L = \left(\frac{V_p}{N_v} \right)^{\frac{1}{3}},$$

где N_v – объемная концентрация частиц.

Эффективная теплопроводность λ_{eff} ПКМ рассчитывалась по формуле:

$$\lambda_{eff} = q_m \cdot \frac{L}{\Delta T},$$

где q_m – средний тепловой поток через грань куба с частицей, ΔT – перепад температуры на гранях куба;

$$\Delta T = T_0 - T_L.$$

С целью определения величины q_m выполняется численное решение трехмерной стационарной задачи теплопроводности:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) = 0.$$

Коэффициент теплопроводности в этом уравнении зависит от координат: $\lambda = \lambda(x, y, z)$.

На двух поверхностях куба задаются граничные условия первого рода, на остальных четырех налагаются условия теплоизоляции.

Для удобства расчетов и упрощения анализа результатов вводились безразмерные переменные вида

$$\Theta = \frac{T - T_L}{\Delta T}, \quad \bar{x} = \frac{x}{L}, \quad \bar{y} = \frac{y}{L}, \quad \bar{z} = \frac{z}{L}, \quad (1)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_M}, \quad \bar{q} = \frac{q \cdot L}{\lambda_M \cdot \Delta T}.$$

В двух последних выражениях λ_M – теплопроводность матрицы.

В переменных (1) задача принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} \right) + \frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left(\bar{\lambda} \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{z}} \right) = 0,$$

а граничные условия и коэффициент теплопроводности –

$$\bar{x} = 0, \quad \Theta = 1; \quad \bar{x} = 1, \quad \Theta = 0; \quad \bar{y} = 0, \quad \bar{y} = 1,$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \bar{y}} = 0; \quad \bar{z} = 0, \quad \bar{z} = 1, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \bar{z}} = 0;$$

при этом $\bar{\lambda} = 1$, если координаты точки принадлежат матрице, и $\bar{\lambda} = \lambda_p / \lambda_M$, если

координаты точки принадлежат частице с теплопроводностью λ_p .

Относительная эффективная теплопроводность (по отношению к теплопроводности матрицы) определяется интегрированием безразмерного теплового потока по безразмерной единичной поверхности грани куба:

$$\overline{\lambda_{eff}} = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_M} = \int_{\bar{S}} \bar{q} \cdot d\bar{s}.$$

Результаты расчетов эффективной теплопроводности в ПКМ

Распределение тепловых потоков для рассматриваемых частиц в поперечном сечении расчетной области приведено на рис. 2. Представленные поля тепловых потоков соответствуют одной объемной концентрации частиц ($N_V = 10\%$) и демонстрируют существенные различия в зависимости от формы и положения (для цилиндрической

частицы) частиц.

Результаты расчета относительной эффективной теплопроводности ПКМ приведены на рис. 3 и 4. Для всех вариантов расчетов объемная концентрация частиц ограничена значением $N_V = 30\%$, что обусловлено необходимостью поддержания допустимых электрофизических свойств ПКМ.

Кроме того, на рис. 3 и 4 проведено сравнение результатов, полученных в настоящей работе, с экспериментальными данными работ [4, 5, 8, 10]. Экспериментальные значения эффективной теплопроводности получены при введении в матрицу (ее теплопроводность $\lambda_M = 0,28$ Вт/(м·К)) частиц гексагональной формы, теплопроводность которых варьировалась в диапазоне $\lambda_p = 40 - 120$ Вт/(м·К) [10]. При численном моделировании мы принимали теплопроводность матрицы равной $\lambda_M = 0,28$ Вт/(м·К), а теплопроводность частиц $\lambda_p = 40$ Вт/(м·К).

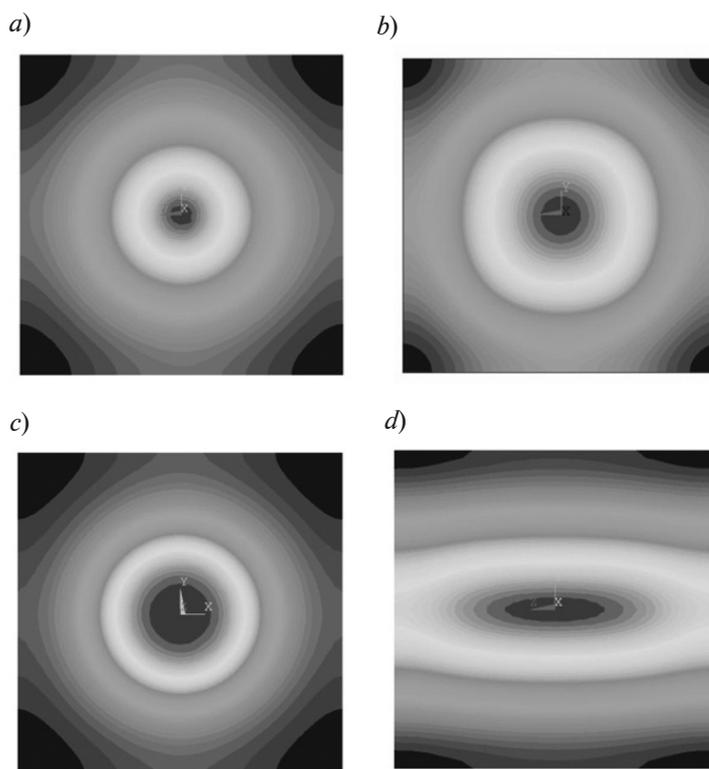


Рис. 2. Распределение тепловых потоков в поперечном сечении расчетной области для микрочастиц разной формы: сферической (a), кубической (b) и цилиндрической (c, d); тепловой поток направлен вдоль (c) и поперек (d) частицы; $N_V = 10\%$

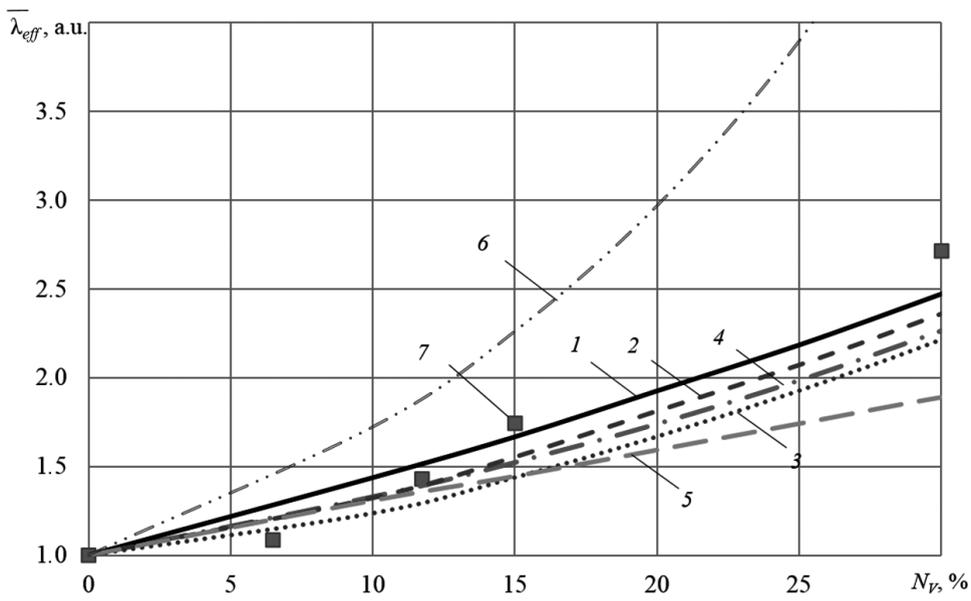


Рис. 3. Расчетные (линии) и экспериментальные [5] (символы 7) данные по относительной эффективной теплопроводности ПКМ с микрочастицами наполнителя разной формы: сферической (1, 7), кубической (2) и цилиндрической при $D = h$ (3). Результаты расчета получены по моделям Максвелла [4, 10] (4), Тимофеевой [4] (5), по геометрической модели [4, 10] (6) и в настоящей работе (1 – 3)

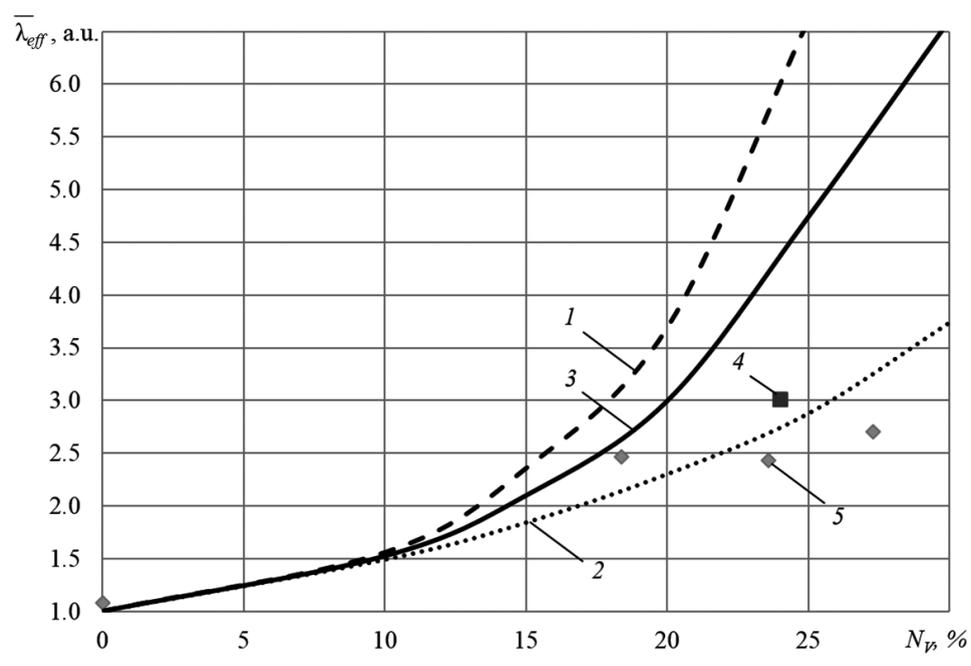


Рис. 4. Расчетные (линии 1 – 3) и экспериментальные [8, 10] (символы 4 и 5 соответственно) данные по концентрационным зависимостям относительной эффективной теплопроводности ПКМ с микрочастицами наполнителя разной формы: цилиндрической при $D/h = 2/3$ (1 – 3) и гексагональной (4, 5). Получены средние значения указанной теплопроводности (3), а также ее значения для тепловых потоков, направленных вдоль (1) и поперек (2) микрочастиц

В рамках рассматриваемой модели эффективная теплопроводность слабо зависит от формы частицы (см. рис. 3, кривые 1 – 3). В случае усложненной модели учет полидисперсности частиц, структуры их поверхности, хаотичность распределения в объеме и случайные образования теплопроводящих мостиков (структуры, образованные группой частиц), может привести к другому результату: к выраженной зависимости эффективной теплопроводности от формы частиц.

Результаты расчетов, в целом, соответствуют экспериментальным данным. Применение аналитических моделей позволяет оценить эффективную теплопроводность для низких концентраций наполнителя. При этом наилучшие результаты дает использование модели Максвелла (рис. 3).

Расчеты также показали, что увеличение теплопроводности матрицы приводит к прямо пропорциональному росту эффективного значения теплопроводности ПКМ. Этот вывод справедлив для низких концентраций наполнителя (до 30 %).

При рассмотрении микрочастиц вытянутой цилиндрической формы (см. рис. 4) наблюдается сильная зависимость эффективной теплопроводности как от концентрации, так

и от ориентации этих частиц относительно теплового потока (вдоль либо поперек).

Таким образом, использование на практике микрочастиц удлиненной формы должно приводить к их более существенному вкладу в увеличение эффективной теплопроводности, по сравнению с другими рассмотренными частицами. Эффект должен быть выражен сильнее для случая ориентации частиц по направлению теплового потока.

На рис. 5 показаны результаты исследования, в котором выяснялось, как влияет длина цилиндрических микрочастиц наполнителя (при их неизменном объеме) на эффективную теплопроводность ПКМ.

Как показало моделирование, увеличение длины микрочастиц сопровождается ростом теплопроводности ПКМ.

На рис. 6 представлены графики зависимостей эффективной теплопроводности ПКМ от теплопроводности частиц различной формы для двух объемных концентраций: 10 и 30 %.

Анализ представленных зависимостей показывает, что увеличения теплопроводности ПКМ можно достичь путем увеличения теплопроводности частиц наполнителя или удлинения частиц при повышении их объемной концентрации в полимерной

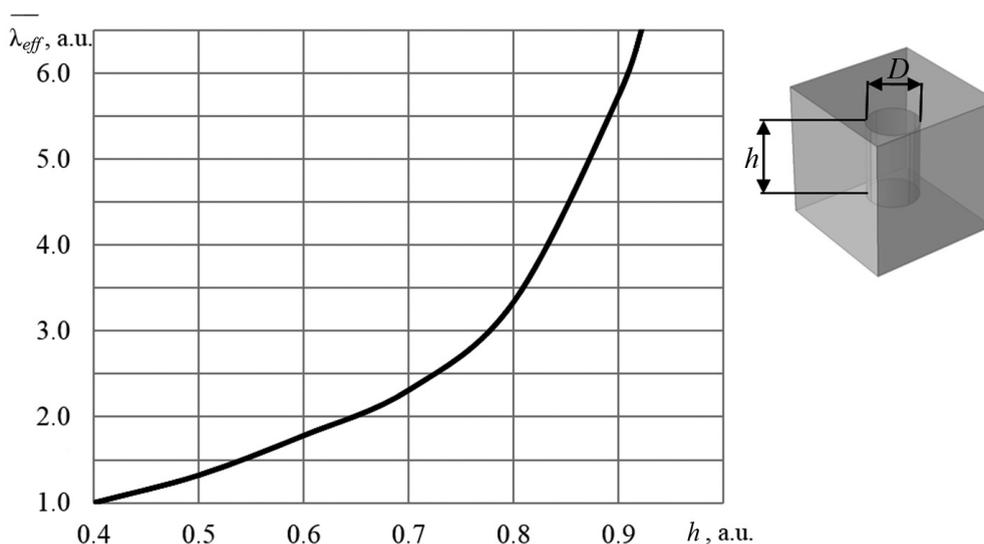


Рис. 5. Расчетная зависимость эффективной теплопроводности ПКМ от относительной длины цилиндрической микрочастицы наполнителя; $N_V = 30\%$. Справа показан элементарный кубический объем ($1 \times 1 \times 1$) ячейки матрицы ПКМ с микрочастицей наполнителя цилиндрической формы

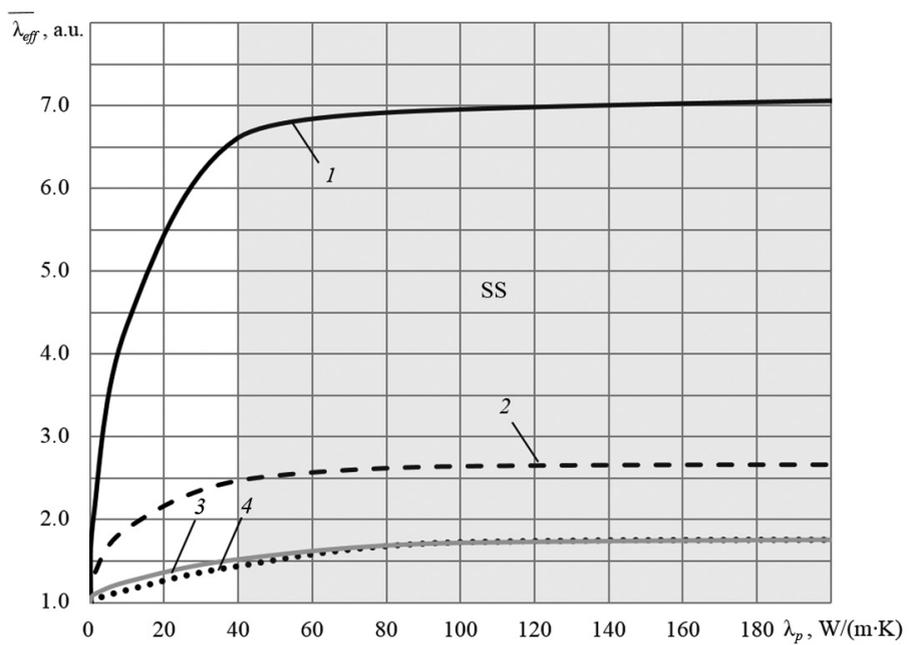


Рис. 6. Расчетная зависимость эффективной теплопроводности ПКМ от теплопроводности микрочастиц наполнителя разной формы: цилиндрической при $D/h = 2/3$ (1, 3) и кубической (2, 4); $N_v = 30\%$ (1, 2) и 10% (3, 4). Темный фон соответствует области, относящейся к состоянию насыщения (SS – Saturated State)

матрице. Однако повышение теплопроводности частиц имеет практический смысл до значений 40 – 100 Вт/(м·К), в зависимости от их формы и концентрации.

Этот эффект объясняется тем, что тепловое сопротивление микрочастиц становится значительно меньше теплового сопротивления матрицы и оно практически не влияет на средний тепловой поток.

Тренд зависимостей, представленных на рис. 6, закономерен для частиц любой формы.

Итак, максимальное значение эффективной теплопроводности полимерного композитного материала определяется величинами теплопроводности как полимерной матрицы, так и микрочастиц наполнителя, а также концентрацией частиц, их формой и ориентацией в матрице относительно направления теплового потока.

Заключение

Настоящее исследование, проведенное при помощи пакета ANSYS, состояло в прямом моделировании теплопроводности полимерной двухкомпонентной среды со

сложной структурой.

В результате численного моделирования были решены следующие задачи:

1. Изучено влияние объемной концентрации кубических, сферических и цилиндрических микрочастиц на эффективную теплопроводность ПКМ.
2. Проанализировано влияние формы и положения цилиндрических частиц наполнителя на эффективную теплопроводность ПКМ.
3. Изучено влияние теплопроводности частиц, включенных в матрицу полимера, на эффективную теплопроводность.
4. Установлено влияние теплопроводности полимерной матрицы на эффективную теплопроводность.

Анализ полученных результатов позволил сделать вывод, что максимальное значение эффективной теплопроводности ПКМ определяется величинами теплопроводности как полимерной матрицы, так и наполнителя, а также концентрацией частиц, их формой и ориентацией в матрице относительно направления теплового потока.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Mishra D., Satapathy A.** A study on thermal and dielectric characteristics of solid glass microsphere filled epoxy composites // Polymer Science Book Series. No. 1: Research Advances, Practical Applications and Educational Aspects. A. Mendez-Vilas, A. Solano (Eds.). Badajoz, Spain: Formatex Research Center, 2016. Pp. 13–28.
2. **Hong He, Renli Fu, Yanchun Han, Yuan Shen, Xiufeng Song.** Thermal conductivity of ceramic particle filled polymer composites and theoretical predictions // J. Mater. Sci. 2007. Vol. 42. No. 16. Pp. 6749–6754.
3. **Reine B., Di-Tomaso J., Dusserre G., Olivier P.A.** Study of thermal behavior of thermoset polymer matrix filled with micro and nanoparticles // Proc. of the 15th European Conference on Composite Materials. Venice, Italy, 24–28 June, 2012. Pp. 1–9.
4. **Kochetov R.** Modeling of the thermal conductivity in polymer nanocomposites and the impact of the interface between filler and matrix // Journal of Physics D: Applied Physics. 2011. Vol. 44. No. 39 Pp. 1–12.
5. **Han Z., Wood J.W., Herman H., Zhang C., Stevens G.C.** Thermal properties of composites filled with different fillers // Conference Record of the IEEE International Symposium on Electrical Insulation. Vancouver, BC, Canada. 9–12 June, 2008. Pp. 499–501.
6. **Михеев В.А., Сулаберидзе В.Ш.** Расчетно-экспериментальные исследования эффективной теплопроводности композиционных материалов на основе полимеров // Мир измерений. 2017. № 3. С. 26–28.
7. **Choudhury M., Mohanty S., Nayak K., Aphale R.** Preparation and characterization of electrically and thermally conductive polymeric nanocomposites // Journal of Minerals and Materials. Characterization and Engineering. 2012. Vol. 11. No. 7. Pp. 744–756.
8. **Wang Z., Iizuka T.** Development of epoxy/bn composites with high thermal conductivity and sufficient dielectric breakdown strength. Part I. Sample preparations and thermal conductivity // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2011. Vol.18. No. 6. Pp. 1963–1972.
9. **Zhe Li.** The role of nano and micro particles on partial discharge and breakdown strength in epoxy composites // IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 2011. Vol. 18. No. 3. Pp. 675–681.
10. **Andreev A.M., Azizov A.Sh., Bezborodov A.A.** Influence of nano-modifiers on electrical properties of epoxy resins and impregnated insulating composites. Proc. 22 Nordis Insulation Symp. 13–15 June 2011. Tampere. Pp. 133–135.
11. **Безбородов А.А. Цобкалло Е.С., Ожегова Т.А.** Влияние степени наполнения и структурных особенностей на теплопроводность композиционного материала полипропилен – технический углерод // Матер. XII Междунар. конф. «Физика диэлектриков» (Диэлектрики-2011), 23–26 мая 2011 г. Т. 2. СПб: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2011. С. 135–138.
12. **Ngo I.L., Byon C.** Thermal conductivity of particle-filled polymers// Polymer Science Book Series. No. 1: Research Advances, Practical Applications and Educational Aspects. A. Míndez-Vilas, A. Solano (Eds.). Badajoz, Spain: Formatex Research Center, 2016. Pp. 554–565.
13. **Азизов А.Ш., Андреев А.М., Костельов А.М., Поликарпов Ю.И.** Теплопроводность системы изоляции статорной обмотки мощных турбогенераторов с воздушным охлаждением // Электротехника. 2009. № 3. С. 26–28.
14. **Jae-Jun Park, Seong-Sik Shin, Chan-Young Yoon.** Electrical and mechanical properties of epoxy microsized alumina composite and the effect of nano-sized alumina on those properties // Transactions on Electrical and Electronic Materials. 2015. Vol. 16. No. 5. Pp. 260–262.
15. **Tari M., Yoshida K., Sekito S., Allison J., Brutsch R., Lutz A.** A high voltage insulating system with increased thermal conductivity for turbo generators // Proceedings of the Electrical Insulation Conference and Electrical Manufacturing and Coil Winding Technology Conference. Indianapolis, Indiana, USA, IEEE. 23–25 Sept. 2003. P. 2.

Статья поступила в редакцию 05.06.2018, принята к публикации 17.09.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СТЕПАНОВ Вячеслав Васильевич – кандидат технических наук, доцент Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация. 195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vstepanov@phmf.spbstu.ru



ПЕТРЕНЯ Юрий Кириллович – доктор физико-математических наук, заместитель генерального директора – технический директор ПАО «Силовые машины», Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195009, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Ватутина, 3А.
Petrenya_YK@power-m.ru

АНДРЕЕВ Александр Михайлович – доктор технических наук, начальник отдела ПАО «Силовые машины», Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195009, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Ватутина, 3А.
Andreev_am@power-m.ru

КОСТЕЛОВ Андрей Михайлович – начальник отдела ПАО «Силовые машины», Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195009, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Ватутина, 3А.
Kostelov_AM@power-m.ru

МАННАНОВ Эмиль Рамилевич – специалист ПАО «Силовые машины», Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195009, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, ул. Ватутина, 3А.
Mannanov_ER@power-m.ru

ТАЛАЛОВ Виктор Алексеевич – кандидат технических наук, доцент Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
vtalalov@phmf.spbstu.ru

REFERENCES

- [1] **D. Mishra, A. Satapathy**, A study on thermal and dielectric characteristics of solid glass microsphere filled epoxy composites, Polymer Science Book Series, No. 1: Research Advances, Practical Applications and Educational Aspects, A. Méndez-Vilas, A. Solano (Eds.), Formatex Research Center, Badajoz, Spain (2016) 13–28.
- [2] **Hong He, Renli Fu, Yanchun Han, et al.**, Thermal conductivity of ceramic particle filled polymer composites and theoretical predictions, J. Mater. Sci. 42 (16) (2007) 6749–6754.
- [3] **B. Reine, J. Di-Tomaso, G. Dusserre, P.A. Olivier**, Study of thermal behavior of thermoset polymer matrix filled with micro and nanoparticles, Proc. of the 15th European Conference on Composite Materials. Venice, Italy, 24–28 June (2012) 1–9.
- [4] **R. Kochetov**, Modeling of the thermal conductivity in polymer nanocomposites and the impact of the interface between filler and matrix, Journal of Physics D: Applied Physics. 44 (39) (2011) 1–12.
- [5] **Z. Han, J.W. Wood, H. Herman, et al.**, Thermal properties of composites filled with different fillers, Conference Record of the IEEE International Symposium on Electrical Insulation, Vancouver, BC, Canada, 9–12 June (2008) 499–501.
- [6] **V.A. Mikheyev, V.Sh. Sulaberidze**, Raschetno-eksperimentalnyye issledovaniya effektivnoy teploprovodnosti kompozitsionnykh materialov na osnove polimerov [Experiment-calculated studies in efficient heat conduction of the polymer-based composite materials], The World of Measurement. (3) (2017) 26–28.
- [7] **M. Choudhury, S. Mohanty, K. Nayak, et al.**, Preparation and characterization of electrically and thermally conductive polymeric nanocomposites, Journal of Minerals and Materials, Characterization and Engineering. 11(7) (2012) 744–756.
- [8] **Z. Wang, T. Iizuka**, Development of epoxy/BN composites with high thermal conductivity and sufficient dielectric breakdown strength, Part I: Sample preparations and thermal conductivity, IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 18 (6) (2011) 1963–1972.
- [9] **Zhe Li**, The role of nano and micro particles on partial discharge and breakdown strength in epoxy composites, IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation. 18(3) (2011) 675–681.
- [10] **A.M. Andreev, A.Sh. Azizov, A.A. Bezborodov**, Influence of nano-modifiers on electrical properties of epoxy resins and impregnated insulating composites, Proc. 22 Nordis Insulation Symp. 13 –15 June 2011, Tampere. (2011) 133–135.
- [11] **A.A. Bezborodov, E.S. Tsobkallo, T.A. Ozhegova**, Vliyaniye stepeni napolneniya i

strukturnykh osobennostey na teploprovodnost kompozitsionnogo materiala polipropilen – tekhnicheskii uglerod [The influence of degree of admision and structural features on the heat conductivity of polypropylene – technical carbon composite], Proceedings of the 12th International Conference on Dielectric Physics (“Dielectrics 2011”) May 23–26 2011, Vol. 2, Herzen State Pedagogical University of Russia, St. Petersburg. (2011) 135–138.

[12] **I.L. Ngo, C. Byon**, Thermal conductivity of particle-filled polymers, Polymer Science Book Series, No. 1: Research Advances, Practical Applications and Educational Aspects, A. Mendez-Vilas, A. Solano (Eds.), Formatex Research Center, Badajoz, Spain, (2016) 554–565.

[13] **A.Sh. Azizov, A.M. Andreyev, A.M. Kostelov, Yu.I. Polikarpov**, Teploprovodnost sistemy izolyatsii

Received 05.06.2018, accepted 17.09.2018.

statornoy obmotki moshchnykh turbogeneratorov s vozdushnym okhlazhdeniyem [The insulating system’s heat conductivity of the stator winding of air-cooled powerful turbogenerators], Electrical Engineering. (3) (2009) 26–28.

[14] **Jae-Jun Park, Seong-Sik Shin, Chan-Young Yoon**, Electrical and mechanical properties of epoxy microsized alumina composite and the effect of nanosized alumina on those properties, Transactions on Electrical and Electronic Materials. 16 (5) (2015) 260–262.

[15] **M. Tari, K. Yoshida, S. Sekito, et al.**, A high-voltage insulating system with increased thermal conductivity for turbo generators, Proceedings of the Electrical Insulation Conference and Electrical Manufacturing and Coil Winding Technology Conference, IEEE, Indianapolis, Indiana, USA, 23–25 Sept. 2003. (2003) 2.

THE AUTHORS

STEPANOV Vyacheslav V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vstepanov@phmf.spbstu.ru

PETRENYA Yuriy K.

PJSC “Power Machines”
3A Vatutina St., St. Petersburg, 195009, Russian Federation
Petrenya_YK@power-m.ru

ANDREEV Alexander M.

PJSC “Power Machines”
3A Vatutina St., St. Petersburg, 195009, Russian Federation
Andreev_am@power-m.ru

KOSTELOV Andrey M.

PJSC “Power Machines”
3A Vatutina St., St. Petersburg, 195009, Russian Federation
Kostelov_AM@power-m.ru

MANNANOV Emil R.

PJSC “Power Machines”
3A Vatutina St., St. Petersburg, 195009, Russian Federation
Mannanov_ER@power-m.ru

TALALOV Viktor A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
vtalalov@phmf.spbstu.ru

DOI: 10.18721/JPM.11409

УДК 530.12:517.988.38(075.8)

СОБСТВЕННОЕ ВРЕМЯ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Н.Н. Горобей, А.С. Лукьяненко

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В рамках релятивистской квантовой механики предложена формулировка для бесспиновых частиц, которая сохраняет формальное равноправие пространственных и временной координат такой частицы благодаря введению вспомогательного параметра эволюции. Предлагаемая модификация теории дает пространственно-временную картину элементарных процессов, происходящих в конечных областях пространства Минковского в форме амплитуд рассеяния. Для определения указанного параметра введено дополнительное условие – наличие экстремума фазы амплитуды рассеяния. Вероятностная интерпретация амплитуды рассеяния включает ограничение меры интегрирования в пространстве Минковского трехмерной поверхностью, задаваемой условиями эксперимента. Показано, что нерелятивистский предел модифицированной теории совпадает с теорией Шрёдингера, в том числе для динамической модели стационарной задачи рассеяния в форме движения волновых пакетов.

Ключевые слова: пространство Минковского, бесспиновая частица, волновой пакет, собственное время, амплитуда рассеяния

Ссылка при цитировании: Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С. Собственное время в релятивистской квантовой механике // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 95–103. DOI: 10.18721/JPM.11409

INTERNAL TIME IN RELATIVISTIC QUANTUM MECHANICS

N.N. Gorobey, A.S. Lukyanenko

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

A formulation for spinless particles, that holds true the formal equivalency of spatial and time particle's coordinates achieved through the introduction of an auxiliary parameter of evolution, has been put forward in terms of relativistic quantum mechanics. The proposed modification of theory gave a space-time picture of elementary processes involved in a finite region of the Minkowsky space in the form of scattering amplitudes. In order to define the evolution parameter, an additional condition was introduced. That was the presence of an extreme of the scattering amplitude phase. The probabilistic interpretation of the scattering amplitude includes a contraction of integration measure in the Minkowsky space on a 3D-surface given by experimental conditions. The nonrelativistic limit of the modified theory was shown to coincide with the Schrödinger theory, including the dynamical model of the stationary scattering problem in terms of wave packets movement.

Keywords: Minkowsky space, spinless particle, wave packet, internal time, scattering amplitude

Citation: N.N. Gorobey, A.S. Lukyanenko, Internal time in relativistic quantum mechanics, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 95–103. DOI: 10.18721/JPM.11409

Введение

Самым впечатляющим результатом специальной теории относительности является объединение пространства и времени в единое четырехмерное пространство-время – пространство Минковского. В таком случае необходимость выделения времени опять в качестве параметра эволюции для описания динамики частиц было бы определенным шагом назад. Этого можно избежать в классической (неквантовой) релятивистской механике, где допускается описание движения в терминах инвариантного собственного времени, измеряемого часами, связанными с каждой частицей.

В квантовой механике такое описание вызывает затруднения хотя бы потому, что невозможно снабдить элементарную частицу собственными часами. Здесь опять в качестве параметра эволюции используют координатное время пространства Минковского. Так поступают в релятивистской квантовой механике (РКМ), основанной на уравнении Клейна – Гордона (КГ) для бесспиновых частиц и уравнении Дирака для частиц спина $1/2$ [1].

В данной работе мы ограничимся рассмотрением бесспиновых заряженных частиц. Асимптотическими (свободными, поскольку взаимодействие выключается) решениями уравнения Клейна – Гордона при $t \rightarrow \pm\infty$ являются волны Де Бройля, а решение уравнения КГ во всем пространстве Минковского, в частности в рамках теории возмущений, позволяет определить амплитуды рассеяния этих волн. Ковариантность этой теории рассеяния обеспечена именно благодаря бесконечным пределам временной координаты.

Однако в такой постановке задачи рассеяния имеется существенная неполнота. Асимптотическое состояние в виде волны Де Бройля является идеализацией, подобной понятию материальной точки в классической механике. На самом деле частицы возникают в свободном состоянии (высвобождаются из источника) в ограниченной

области пространства-времени и так же детектируются. Для описания этих процессов наиболее подходит понятие источника (стока) Швингера [2]. Возникающее в источнике состояние является «обрезком» волны Де Бройля, или волновым пакетом. Размеры волнового пакета по всем четырем измерениям мы далее будем называть параметрами когерентности. Они определяются пространственными и временными характеристиками элементарного процесса высвобождения частицы из связанного состояния в источнике. Волновой пакет не является решением уравнения КГ, а значит, он будет эволюционировать вплоть до регистрации частицы после рассеяния, в некоторой точке пространства Минковского (редукция волнового пакета). Весь элементарный процесс рассеяния локализован в конечной области этого пространства. Для описания движения волнового пакета в указанном пространстве, нам потребуется собственное время как вспомогательный параметр эволюции.

Использование собственного времени в релятивистской квантовой механике имеет уже длительную историю, которая начинается с работ П. Дирака [3]. Последующее развитие формализма вспомогательного времени связано с именами В.А. Фока [4], Э. Штюкельберга [5], Р. Фейнмана [6], Дж. Швингера [7] и А. Киприанидиса [8], где оно ассоциируется с понятием индефинитной массы. Связь этого вспомогательного параметра с собственным временем частицы установлена в работе [9]. Введение собственного времени в качестве параметра эволюции волнового пакета в пространстве Минковского предложено в работах [10, 11]. Поскольку это время не является наблюдаемым, оно должно быть исключено и выражено через данные рассеяния. Это достигается наложением на амплитуду рассеяния дополнительного условия экстремума ее фазы относительно собственного времени. Здесь мы опираемся на аналогию с классическим принципом наименьше-

го действия в релятивистской механике, в котором собственное время является независимой динамической переменной [4], а также на замечание Дирака о том, что фаза волновой функции есть квантовый аналог функционала действия [12]. Наложение этого дополнительного условия на собственное время влечет за собой необходимость дополнительного условия нормировки амплитуды рассеяния. Для него вводится мера интегрирования на произвольной 3D-поверхности в пространстве Минковского. Выбор поверхности, а значит и вероятностная интерпретация амплитуды рассеяния, зависит от постановки эксперимента.

Цель данной работы состоит в уточнении новой формулировки релятивистской квантовой механики с дополнительным параметром эволюции.

Помимо этого, в качестве обоснования формализма получен нерелятивистский предел этого параметра, который совпадает с пределом в теории Шрёдингера. Дополнительно в этом пределе установлена связь указанного формализма с постановкой задачи рассеяния в терминах движения волновых пакетов в 3D-пространстве (такая задача рассмотрена в работе [13]).

Собственное время в классической и квантовой механике

Начнем рассмотрение с канонической формы действия заряженной частицы во внешнем поле:

$$I = \int_0^S (\theta_\mu p_\mu \dot{x}_\mu - H) d\tau, \quad (1)$$

где точкой обозначена производная по параметру $\tau \in [0, S]$, а

$$H \equiv \theta_\mu (p_\mu - eA_\mu)^2 - mc^2 \quad (2)$$

есть функция Гамильтона.

По повторяющимся греческим индексам $\mu = 0, 1, 2, 3$ предполагается суммирование, а сигнатура геометрии Минковского

$$\theta_\mu = (+1, -1, -1, -1)$$

введена явно.

Следуя В.А. Фоку [4], рассмотрим верхний предел интегрирования S в качестве

независимой динамической переменной, которая находится из принципа наименьшего действия после решения уравнений движения заряда в пространстве Минковского между заданными граничными точками

$$x_\mu(0) = x_{0\mu}, x_\mu(S) = x_{1\mu}.$$

Например, в отсутствие внешнего поля находим:

$$S = \pm \frac{\sqrt{\Delta x^2}}{2mc}, \quad (3)$$

где

$$\Delta x^2 = \theta_\mu (x_{1\mu} - x_{0\mu})^2 \quad (4)$$

есть расстояние между граничными точками в пространстве Минковского. Знаки плюс-минус соответствуют движению заряда вперед и назад во времени τ .

В квантовой механике действию (1) соответствует волновое уравнение типа уравнения Шрёдингера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial \tau} = \hat{H} \psi; \quad (5)$$

оно описывает эволюцию волновой функции $\psi(\tau, x)$ в пространстве Минковского с течением времени $\tau \in [0, S]$.

Здесь

$$\hat{H} \equiv \theta_\mu \left[\frac{\hbar}{i} \nabla_\mu - eA_\mu(x_\mu) \right]^2 - m^2 c^2 \quad (6)$$

— это оператор Гамильтона.

Стационарные состояния частицы в статическом внешнем поле $A_\mu(x_k)$, как мы полагаем, по-прежнему являются решениями уравнения КГ $\hat{H}\psi = 0$. Сюда же следует отнести и обычную формулировку стационарной задачи рассеяния в терминах асимптотических плоских волн Де Бройля [1].

Здесь мы представим описание элементарных процессов рассеяния, локализованных в конечных областях пространства Минковского. Рассмотрим для этого уравнения задачу, аналогичную граничной задаче в классической механике. Начальное состояние заряда зададим гауссовым волновым пакетом с центром в точке $x_{0\mu}$:

$$\psi_0(x) = A \exp \left[-\frac{(x_\mu - x_{0\mu})^2}{2\sigma_\mu^2} + \frac{i}{\hbar} \theta_\mu p_{0\mu} x_\mu \right]. \quad (7)$$

Это состояние представляет собой «обрезок» волны Де Бройля с 4-импульсом $p_{0\mu}$, локализованный в окрестности начальной точки $x_{0\mu}$. Размер области локализации задается параметрами σ_μ , которые названы выше параметрами когерентности волны Де Бройля. Они определяются тем физическим процессом, который «высвобождает» частицу из связанного состояния в источнике. Заметим, что размеры пакета σ_μ подчиняются преобразованиям Лоренца, так что подразумевается, что система отсчета фиксирована.

Состояние (7) имеет конечную норму с обычной мерой интегрирования в пространстве Минковского:

$$\|\psi\|^2 \equiv \int \prod_\mu dx_\mu |\psi|^2 < \infty, \quad (8)$$

и эта норма сохраняется при его эволюции, описываемой уравнением (5).

Мы, однако, не можем рассматривать величину $|\psi(\tau, x_\mu)|^2$ как плотность вероятности обнаружить частицу в окрестности точки x_μ в пространстве Минковского в данный момент времени τ , поскольку само это время не наблюдаемо и его еще следует определить.

Для этого нам потребуется квантовый аналог классического принципа наименьшего действия. Следуя П. Дираку [12], будем рассматривать в качестве квантового действия фазу I волновой функции в ее экспоненциальном представлении:

$$\psi = R \cdot \exp\left(\frac{i}{\hbar} I\right). \quad (9)$$

Возьмем значение волновой функции в конечный момент времени $\tau = S$ в некоторой конечной точке $x_{1\mu}$. Для соответствующего модуля R и фазы I волновой функции, из волнового уравнения (5) получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial R}{\partial S} = -2\theta_\mu \nabla_\mu R \cdot (\nabla_\mu I - eA_\mu) - R\theta_\mu \nabla_\mu^2 I, \quad (10)$$

$$\frac{\partial I}{\partial S} = -\theta_\mu (\nabla_\mu I - eA_\mu)^2 + m^2 c^2 + \hbar^2 \frac{\theta_\mu \nabla_\mu^2 R}{R}. \quad (11)$$

Значение волновой функции в конечной точке $\psi(S, x_{1\mu})$ имеет смысл амплитуды

рассеяния частицы из начального состояния (7) в пространстве Минковского в конечное состояние

$$\delta^4(x_\mu - x_{1\mu}),$$

локализованное в конечной точке $x_{1\mu}$ (предварительной, пока не фиксировано собственное время S).

Физически это означает, что в конечной точке «сработал» детектор, например в виде цилиндра Фарадея, который перевел частицу в связанное состояние. Мы полагаем, что этот процесс «связывания» локализован в области пространства Минковского, много меньшей параметров когерентности σ_μ начальной волны Де Бройля. Именно в таком контексте можно говорить о корпускулярно-волновом дуализме в квантовой механике: в источнике рождается волна Де Бройля (она ограничена параметрами когерентности), а детектируется точечная частица.

Теперь подготовлены условия для того, чтобы фиксировать параметр S , и для этого следует ввести дополнительное условие экстремума:

$$\frac{\partial I}{\partial S} = 0, \quad (12)$$

которое в нашей работе [10] названо квантовым принципом наименьшего действия.

После нахождения (предварительной) амплитуды рассеяния $\psi(S, x_{1\mu})$ уравнение (12) определяет собственное время S как функцию кинематических параметров эксперимента: координат источника $x_{0\mu}$ и детектора $x_{1\mu}$, размеров источника σ_μ и начального 4-импульса $p_{0\mu}$. Как будет далее показано, если источник находится далеко от рассеивающего центра, то начальный импульс $p_{0\mu}$ удовлетворяет условию

$$p_{0\mu}^2 = m^2 c^2. \quad (13)$$

После подстановки найденного собственного времени в амплитуду $\psi(S, x_{1\mu})$ последняя становится амплитудой рассеяния частицы в заданных экспериментальных условиях.

Однако теперь следует уточнить вероятностную интерпретацию этой амплитуды рассеяния, поскольку при учете дополни-

тельного условия (12) мы не можем утверждать сохранение нормы (8) волновой функции в пространстве Минковского. В работе [11] предложено определять меру интегрирования в пространстве Минковского в соответствии с поставленной экспериментальной задачей. В общем виде это сводится к ограничению интегрирования некоторой 3D-поверхностью $F(x_\mu) = 0$ в пространстве Минковского. Более точно мы определим теперь норму амплитуды рассеяния следующим образом:

$$\|\psi\|_F^2 \equiv \int_{t_0}^{\infty} dt \int \prod_k dx_k \delta(F) |\psi|^2. \quad (14)$$

В этом определении учитывается, что эксперимент проходит после возникновения начального состояния в момент времени t_0 . При этом мы имеем дело с частицей, если $p_0 > 0$, и античастицей, если $p_0 < 0$. В следующем параграфе это определение нормы будет обосновано в нерелятивистском пределе.

Завершим этот раздел представлением решения для случая свободного движения волнового пакета. Оно описывается амплитудой

$$\begin{aligned} \psi(S, x_{1\mu}) = & A \left(\prod_\mu \sqrt{1 + 2i\hbar \frac{\theta_\mu S}{\sigma_\mu^2}} \right)^{-1} \times \\ & \times \exp \left\{ -\frac{(\Delta x_\mu - 2Sp_{0\mu})^2}{2(\sigma_\mu^2 + 4i\hbar\theta_\mu S)} + \right. \\ & \left. + \frac{i}{\hbar} [\theta_\mu p_{0\mu} \Delta x_\mu - (\theta_\mu p_{0\mu}^2 - m^2 c^2) S] \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

Отсюда получаем квантовое действие:

$$\begin{aligned} I = & -\frac{1}{2} \arctg \frac{2\hbar\theta_\mu S}{\sigma_\mu^2} + \frac{\hbar^2 (\Delta x_\mu - 2Sp_{0\mu})^2 S \theta_\mu}{\sigma_\mu^4 + 4\hbar^2 S^2} + \\ & + \theta_\mu p_{0\mu} \Delta x_\mu - (\theta_\mu p_{0\mu}^2 - m^2 c^2) S. \end{aligned} \quad (16)$$

Напомним, что по индексу μ предполагается суммирование. Его классический предел ($\hbar \rightarrow 0$) совпадает с классическим действием (1) в случае свободного движения частицы. Для него из условия экстремума (12) следует условие (13). При разложении квантового действия (16) в ряд по степеням \hbar первая ненулевая поправка имеет второй порядок:

$$I = I_0 + \hbar^2 I_2 + \dots, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} I_2 = & - \left[4(\theta_\mu p_{0\mu} \Delta x_\mu - \theta_\mu p_{0\mu}^2 S) \frac{S^2}{\sigma_\mu^4} + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\theta_\mu}{\sigma_\mu^2} - \frac{\theta_\mu \Delta x_\mu^2}{\sigma_\mu^4} \right) S \right]. \end{aligned} \quad (18)$$

Тогда, если выполнено условие (13), то из условия экстремума (12), для квантового действия с указанной точностью получаем:

$$S = \frac{2 \sum_\mu \frac{\theta_\mu p_{0\mu} \Delta x_\mu \pm \sqrt{D}}{\sigma_\mu^4}}{6 \sum_\mu \frac{\theta_\mu p_{0\mu}^2}{\sigma_\mu^4}}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} D \equiv & 4 \left(\sum_\mu \frac{\theta_\mu p_{0\mu} \Delta x_\mu}{\sigma_\mu^4} \right)^2 - \\ & - 3 \left(\sum_\mu \frac{\theta_\mu p_{0\mu}^2}{\sigma_\mu^4} \right)^2 \left(\sum_\mu \theta_\mu \left(\frac{\Delta x_\mu^2}{\sigma_\mu^4} - \frac{1}{\sigma_\mu^2} \right) \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Выбор знака в выражении (19) теперь определяется знаком p_{00} : следует брать плюс, если $p_{00} > 0$ (частица) и минус, если $p_{00} < 0$ (античастица).

Полученное выражение (19) следует подставить в формулу для исходной волновой функции (15), модуль которой

$$\begin{aligned} R = & A \left[\prod_\mu \sqrt{\sigma_\mu^2 + \hbar^2 S^2} \right]^{-1} \times \\ & \times \exp \left[-\frac{(\Delta x_\mu - 2Sp_{0\mu})^2}{2(\sigma_\mu^2 + 4\hbar^2 S^2/\sigma_\mu^2)} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

определяет движение волнового пакета в пространстве Минковского. Здесь в показателе экспоненты предполагается суммирование по μ .

Нерелятивистское приближение

Рассмотрим нерелятивистский предел сначала для случая свободного движения волнового пакета. Этот предел реализуется, если начальный 3-импульс частицы мал, т. е.

$$|p_{0k}| \ll mc. \quad (22)$$

Согласно выражению (21), перемещение центра пакета в 3D-пространстве тогда тоже мало за конечный промежуток времени, а именно

$$|\Delta x_k| \ll \Delta x_0. \quad (23)$$

Тогда для достаточно большого промежутка времени, т. е.

$$\Delta x_0 \gg \sigma_0, \quad (24)$$

из выражения (19) получаем с высокой точностью:

$$S \cong \frac{\Delta t}{2m}. \quad (25)$$

Таким образом, в этом пределе собственное время частицы совпадает (с точностью до множителя $1/2m$) с координатным временем, как и следовало ожидать.

В этом случае модуль волновой функции (21) имеет вид

$$R \sim A \exp \left[-\frac{(\Delta x_k - \Delta t p_{0k} / m)^2}{2(\sigma_k^2 + \hbar^2 \Delta t^2 / m^2 \sigma_k^2)} \right], \quad (26)$$

где в показателе экспоненты предполагается суммирование по k .

Именно такой результат дает решение нестационарного уравнения Шрёдингера для движения гауссова волнового пакета.

При наличии внешнего электромагнитного поля, к неравенствам (22) в нерелятивистском приближении следует добавить также следующее:

$$|eA_\mu| \ll mc. \quad (27)$$

Переход к нерелятивистскому пределу, так же как и в случае уравнения Клейна – Гордона, осуществим путем выделения в волновой функции быстро осциллирующего множителя [1, 14]:

$$\psi(t, x_k) \sim \exp \left(\frac{i}{\hbar} mc^2 t \right) \psi'(t, x_k). \quad (28)$$

Что же касается ее медленно меняющейся части $\psi'(t, x_k)$, покажем, что она удовлетворяет уравнению Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial \psi'}{\partial t} = \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla_k - eA_k \right)^2 \psi' + e c A_0 \psi'. \quad (29)$$

В рассматриваемом здесь формализме быстро меняющийся множитель возник-

нет как стационарное значение той части действия I , которая отвечает временной координате Δt . Действительно, полностью пренебрегая движением частицы в 3D-пространстве, учитывая неравенства (22), (27) и действие внешнего поля, получим свободное «движение» координатного времени t с «течением» внутреннего времени τ . Это приближение мы назовем ультрарелятивистским.

В данном приближении справедливы все формулы для случая свободного движения волнового пакета, в котором имеется только вклад $\mu = 0$. В частности, формула (19) в этом случае сводится к выражению

$$S \cong \frac{\Delta t}{3m} + \sqrt{\left(\frac{\Delta t}{3m} \right)^2 - \frac{(\Delta t^2 - \sigma_0^2)}{12m^2}}. \quad (30)$$

При малых значениях Δt оно имеет ненулевой предел, а при $\Delta t \gg \sigma_0$ переходит в выражение (25). При больших же значениях Δt , в начальном волновом пакете (7) можно перейти к пределу $\sigma_0 \rightarrow 0$, в котором он принимает вид

$$\psi_0(x_\mu) = \delta(t - t_0) \psi'_0(t, x_k), \quad (31)$$

где $\psi'_0(t, x_k)$ – начальный волновой пакет в 3D-пространстве.

Напомним, что термин «начальный» здесь применяется по отношению к собственному времени τ . Тогда решение уравнения (5) в рассматриваемом ультрарелятивистском пределе принимает вид

$$\psi(t) = \sqrt{\frac{2mc^2}{i\pi\hbar t}} \exp \left(\frac{i}{\hbar} mc^2 t \right). \quad (32)$$

Осталось найти к данному решению нерелятивистские поправки, учитывающие (медленное) движение частицы и действие внешнего поля.

Для этого обратимся к уравнениям (10) и (11). Если считать, что условие экстремума (12) удовлетворено и выражение для собственного времени имеет вид (25), то в уравнении (11) можно извлечь квадратный корень:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \sqrt{Z} + e\varphi, \quad (33)$$

где

$$Z = m^2 c^4 + c^2 (\nabla_k - eA_k)^2 + \hbar^2 c^2 \frac{\theta_\mu \nabla_\mu^2 R}{R}. \quad (34)$$

В искомом нерелятивистском пределе квадратный корень аппроксимируется следующим образом:

$$\frac{\partial I}{\partial t} \cong mc^2 + \frac{1}{2m} (\nabla_k - eA_k)^2 + e\varphi - \hbar^2 \frac{\Delta R}{R}, \quad (35)$$

где была отброшена также вторая производная

$$\frac{1}{c^2 R} \frac{\partial^2 R}{\partial t^2}. \quad (36)$$

Обратимся теперь к уравнению (10). Нулевая составляющая первого слагаемого в его правой части ($\mu = 0$), согласно формуле (35), может быть аппроксимирована произведением

$$-2m \frac{\partial R}{\partial t}. \quad (37)$$

Если пренебречь также нулевой составляющей во втором слагаемом и разделить на $2m$ обе части уравнения, то уравнение принимает вид

$$\left(\frac{1}{2m} \frac{\partial R}{\partial S} + \frac{\partial R}{\partial t} \right) = \frac{1}{m} (\nabla_k I - eA_k) \nabla_k R + \frac{1}{2m} R \nabla_k (\nabla_k I - eA_k). \quad (38)$$

Выражение в скобках в левой части уравнения (38) равно полной частной производной R по времени. В таком виде уравнения (35) и (37) эквивалентны уравнению Шрёдингера (29) для медленно меняющейся со временем волновой функции $\psi'(t, x_k)$, если положить

$$I = mc^2 t + I'$$

(I' – ее фаза):

$$\psi' = R \cdot \exp\left(\frac{i}{\hbar} I'\right). \quad (39)$$

Тем самым установлен нерелятивистский предел для волнового уравнения (5) в рамках рассматриваемой теории.

Осталось уточнить вероятностную интерпретацию амплитуды $\psi(x_\mu)$ в нерелятивистском пределе. Здесь можно рассмотреть две возможности. Первая – обычная, когда время t рассматривается как классический пара-

метр эволюции при больших значениях Δt :

$$\Delta t \equiv T \gg \sigma_0. \quad (40)$$

Для рассмотрения этой возможности представим себе следующий эксперимент: через промежуток времени T после рождения частицы включаются детекторы во всем пространстве. До этого, с момента рождения t_0 (σ_0 в этом случае можно считать равным нулю), частица двигалась в заданном потенциальном поле в отсутствие наблюдателя. Такому эксперименту соответствует определенный выбор поверхности интегрирования в выражении (14):

$$F \equiv \Delta t - T = 0. \quad (41)$$

В этом случае снимается интегрирование по времени в (14) и волновая функция $\psi'(t, x_k)$, будучи решением уравнения Шрёдингера (29), приобретает обычную интерпретацию плотности распределения вероятности в 3D-пространстве.

Другая возможность интерпретации более соответствует стандартному эксперименту по рассеянию частиц на статической мишени. Мишень обычно помещают в центр вакуумной камеры, а детекторы (цилиндры Фарадея) располагаются на поверхности сферического экрана. Картина дифракции получается в результате фиксации результатов элементарных актов рассеяния за большой промежуток времени наблюдения. Если ρ – радиус экрана с центром в мишени, то поверхность интегрирования в (14) есть 3D-сфера:

$$F \equiv \sqrt{x_k^2} - \rho = 0. \quad (42)$$

Таким образом в (14) снимается интегрирование по радиальной переменной в 3D-пространстве, но сохраняется интегрирование по времени. Это можно считать удачным вариантом: элементарный акт рассеяния частицы завершается лишь при прохождении через детектор всего пакета. Такой вариант соответствует динамической интерпретации стационарной задачи рассеяния в терминах движения волновых пакетов, рассмотренной в работе [13]. На практике происходит также усреднение элементарных актов рассеяния по времени экспозиции.

Заключение

Рассмотренная в данной работе формулировка релятивистской квантовой механики с максимально возможной детализацией описывает пространственно-временные характеристики элементарных процессов, которые локализованы в конечных областях пространства Минковского. Это описание включает в себя и характеристики начального состояния – параметры когерентности σ_{μ} , которые тем самым являются наблюдаемыми величинами. Введение дополнительного параметра эволюции для сохранения равноправия пространственных и временной координат пространства Минковского требует наложения дополнительного условия – с тем, чтобы исключить этот параметр как ненаблюдаемую величину, а также дополнительно определить вероятностную меру.

Выбор такой меры определяется условиями эксперимента. С учетом этих дополнительных условий, решения уравнения (5) приобретают физический смысл ампли-

туд рассеяния. Предложенный формализм следует рассматривать как дополнение к стационарной теории рассеяния асимптотических волн Де Бройля, основанной на уравнении Клейна – Гордона, в котором учитываются конечные пространственно-временные характеристики элементарных процессов рассеяния. Одним из обоснований предложенной теории является то обстоятельство, что амплитуды рассеяния, вместе с их вероятностной интерпретацией, имеют правильный нерелятивистский предел.

Рассмотренная в настоящем исследовании формулировка релятивистской квантовой механики для бесспиновых частиц может быть обобщена на случай частиц со спином.

Благодарность

Авторы благодарят доктора физико-математических наук А.В. Гольцева за полезные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бьёркен Дж.Д., Дрелл С.Д. Релятивистская квантовая теория. В 2-х тт. Пер. с англ. Т. 1. Релятивистская квантовая механика. М.: Наука, 1978. 295 с.
2. Швингер Ю. Частицы, источники, поля. В 2-х тт. Пер. с англ. Т. 1. Общий курс теории элементарных частиц и квантовой теории поля. М.: Мир, 1973. 502 с.
3. Dirac P.A.M. On the theory of quantum mechanics // Proc. R. Soc. Lond. Ser. A . 1926. Vol. 112. No. 762. Pp. 661–677.
4. Фок В.А. Собственное время в классической и квантовой механике // Изв. АН СССР. 1937. № 4–5. С. 551–568.
5. Stueckelberg E.C.G. Remark of the creation of pairs of particles in the theory of relativity // Helv. Phys. Acta. 1941. Vol. 14. No. 7. Pp. 588–594.
6. Feynman R.P. Mathematical formulation of the quantum theory of electromagnetic interaction // Phys. Rev. 1950. Vol. 80. No. 3. Pp. 440–456.
7. Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. 1951. Vol. 82. No. 5. Pp. 664–679.
8. Kyprianidis A. Scalar time parametrization of relativistic quantum mechanics: The covariant Schrödinger formalism // Phys. Reports. 1987. Vol. 155. No. 1. Pp. 1–27.
9. Aparicio J.P., Gaioli F.H., Alvarez G.E.T. Interpretation of the evolution parameter of Feynman parametrization of the Dirac equation // arXiv: 9502015v1 [quant-ph] 16 Feb 1995.
10. Горобей Н.Н., Лукьяненко А.С. Квантовый принцип наименьшего действия в релятивистской квантовой механике // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2008. № 6 (70). С. 7–10.
11. Gorobey N., Lukyanenko A., Lukyanenko I. Quantum action principle in relativistic mechanics (II) // arXiv:1010.3824v1[quant-ph], 2010.
12. Дирак П. Принципы квантовой механики. М.: Наука, 1979. 479 с.
13. Фаддеев Л.Д., Якубовский О.А. Лекции по квантовой механике для студентов-математиков. Л.: Изд-во ЛГУ, 1980, 199 с.
14. Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики. В 2-х тт. Т. 2. Квантовая механика. Квантовая статистика и физическая кинетика. Изд. 2-е. М.: Наука, 1971. 936 с.

Статья поступила в редакцию 03.03.2018, принята к публикации 13.09.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГОРОБЕЙ Наталья Николаевна — доктор физико-математических наук, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
n.gorobey@mail.ru

ЛУКЪЯНЕНКО Александр Сергеевич — доктор физико-математических наук, профессор Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
alex.lukyan@rambler.ru

REFERENCES

- [1] **J.D. Bjorken, S.D. Drell**, Relativistic quantum theory, Vol. I. Relativistic quantum mechanics, McGraw-Hill, New York, 1964.
- [2] **J. Schwinger**, Particles, sources, and fields, Vol. I. Addison-Wesley PC, London, Amsterdam, 1973.
- [3] **P.A.M. Dirac**, On the theory of quantum mechanics, Proc. R. Soc. Lond., Ser. A. 112 (762) (1926) 661–677.
- [4] **V. Fock**, Die Eigenzeit in der Klassischen und in der Quantenmechanik, Sow. Phys. 12 (1937) 404–425.
- [5] **E.C.G. Stueckelberg**, Remark of the creation of pairs of particles in the theory of relativity, Helv. Phys. Acta. 14 (7) (1941) 588–594.
- [6] **R.P. Feynman**, Mathematical formulation of the quantum theory of electromagnetic interaction, Phys. Rev. 80 (3) (1950) 440–456.
- [7] **J. Schwinger**, On gauge invariance and vacuum polarization, Phys. Rev. 82 (5) (1951) 664–679.
- [8] **A. Kyprianidis**, Scalar time parametrization of relativistic quantum mechanics: The covariant Schrödinger formalism, Phys. Reports. 155 (1) (1987) 1–27.
- [9] **J.P. Aparicio, F.H. Gaioli, G.E.T. Alvarez**, Interpretation of the evolution parameter of Feynman parametrization of the Dirac equation, arXiv: 9502015v1 [quant-ph] 16 Feb 1995.
- [10] **N.N. Gorobey, A.S. Luk'yanenko**, The least action principle in relativistic quantum mechanics, St. Petersburg Polytechnical University Journal. (6(70)) (2008) 7–10.
- [11] **N. Gorobey, A. Lukyanenko, I. Lukyanenko**, Quantum action principle in relativistic mechanics (II), arXiv:1010.3824v1[quant-ph], 2010.
- [12] **P. Dirac**, The principles of quantum mechanics, 4th Ed, Oxford at the Clarendon Press, 1958.
- [13] **L.D. Faddeev, O.A. Yakubovskii**, Lectures on quantum mechanics for mathematics students, Transl. by H. McFaden, Student Mathematical Library 47. Providence, RI: American Mathematical Society (AMS). xii, 2009.
- [14] **V.G. Levich, Yu.A. Vdovin, V.A. Myamlin**, Kurs teoreticheskoy fiziki. T. 2. [A course of lectures on theoretical physics. Vol. 2], Nauka, Moscow, 1971.

Received 03.03.2018, accepted 13.09.2018.

THE AUTHORS

GOROBEY Nataliya N.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
n.gorobey@mail.ru

LUKYANENKO Alexander S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
alex.lukyan@rambler.ru

DOI: 10.18721/JPM.11410

УДК 535.3

ОДНОАТОМНЫЙ ЛАЗЕР, РАБОТАЮЩИЙ В РЕЖИМЕ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ И НИЗКОДОБРОТНОГО РЕЗОНАТОРА

Н.В. Ларионов, К.А. Баранцев, Е.Н. Попов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Численно исследованы эволюция и стационарный режим работы одноатомного лазера с некогерентной накачкой в условиях сильной связи и низкодобротного резонатора. В режиме беспороговой генерации проведено сравнение полученных численных результатов с соответствующими экспериментальными. Проанализированы зависимости амплитуды и частоты релаксационных колебаний от величины некогерентной накачки. Установлено, что величина накачки оказывает существенное влияние на амплитуду этих колебаний и практически не влияет на их частоту. Обсуждается возможность уменьшения шумов лазера посредством увеличения числа атомов в резонаторе.

Ключевые слова: одноатомный лазер, режим сильной связи, беспороговый режим генерации, релаксационные колебания

Ссылка при цитировании: Ларионов Н.В., Баранцев К.А., Попов Е.Н. Одноатомный лазер, работающий в режиме сильной связи и низкодобротного резонатора // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 104–111. DOI: 10.18721/JPM.11410

SINGLE-ATOM LASER WITH A LOW-FINESSE CAVITY OPERATING IN THE STRONG-COUPPLING REGIME

N.V. Larionov, K.A. Barantsev, E.N. Popov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

In this work, transition processes and a stationary regime of a single-atom laser with incoherent pumping under conditions of the strong-coupling and bad-cavity limit have been studied. In the thresholdless regime, our numerical results were compared with corresponding experimental data. The amplitude and the frequency of the relaxation oscillations as the functions of the incoherent pumping value were also analyzed. The pumping strength was established to have a very significant effect on the amplitude of these oscillations and no appreciable effect on their frequency. The possibility of the noise reduction by means of increasing of the number of atoms in the cavity was discussed.

Keywords: single-atom laser, strong-coupling regime, thresholdless lasing, relaxation oscillations

Citation: N.V. Larionov, K.A. Barantsev, E.N. Popov, Single-atom laser with a low-finesse cavity operating in the strong-coupling regime, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 104–111. DOI: 10.18721/JPM.11410

Введение

Одной из фундаментальных моделей квантовой оптики является модель одноатомного лазера. Он представляет собой двухуровневую систему с некогерентной накачкой, взаимодействующую с одной за-

тухающей полевой модой [1]. Эта модель исследовалась многими авторами (см. работы [1 – 8] и ссылки в них). В указанных работах было обнаружено множество особенностей одноатомного лазера. Это эффект «самотушения» [1], перепутанные

состояния между излучателем и полевой подсистемой [2], беспороговый режим генерации и генерация без инверсии [3, 6], многократное сжатие амплитудных флуктуаций [4] и субпуассоновская статистика фотонов в резонаторе [4, 6], отклонение от формулы для ширины линии Шавлова – Таунса обычного лазера с некогерентной накачкой [1, 6].

Интерес к этой проблеме вызван не только ее фундаментальными свойствами, но также успешными экспериментами в этой области, начало которым было положено еще в 2003 году группой Дж. Кимбла [9]. Помимо одиночного атома в качестве рабочей среды [9], были проведены эксперименты с одиночными ионами [10] и квантовыми точками [11].

Практический интерес к «одноатомным» лазерам связан с тем, что они являются перспективными объектами в задачах метрологии и стандартов частоты [12 – 16], где они могут использоваться как источники «неклассических» состояний света, а в задачах квантовой информатики играть роль «кубитов» в сложных квантовых сетях [17].

В упомянутых выше и других теоретических статьях исследовались различные режимы работы одноатомного лазера, однако некоторые аспекты были изучены недостаточно подробно. Так, в работе [6], ориентированной на исследование лазера с помощью распределений по когерентным состояниям, на основе полученного приближенного выражения для P -функции Глаубера, была сделана попытка сравнения результатов теоретических расчетов с данными эксперимента [10]. Однако сопоставление параметров модели с параметрами реального эксперимента не позволило провести полного сравнения, включающего изучение статистики фотонов в резонаторе. Это было связано как с тем, что значения подобранных параметров не вполне удовлетворяли условиям, при которых «работает» приближенное решение для P -функции, так и с тем, что численное решение соответствующих уравнений сталкивается с трудностями описания обобщенных функций [7].

Также в работе [6], с помощью линеаризации уравнений Гейзенберга – Ланжевена около полуклассического решения, был проанализирован спектр амплитудных флуктуаций. В режиме сильной связи и низкодобротного резонатора обнаружено существование релаксационных колебаний. Однако численной проверки этих результатов проведено не было, а также не была исследована зависимость частоты и амплитуды этих колебаний от величины накачки.

Отметим, что управление этими переходными процессами является важной задачей при реализации лазеров с большим значением фактора β [18 – 20] – лазеров, в которых вклад спонтанного излучения в лазерную моду велик и к которым относится рассматриваемый одноатомный лазер.

Таким образом, целью представленной работы является численное исследование характеристик релаксационных колебаний, а также статистики фотонов одноатомного лазера в условиях сильной связи и низкодобротного резонатора.

Структура статьи следующая. В первой части конкретизируется модель одноатомного лазера, классифицируются режимы его работы и записываются основные уравнения, используемые для численного моделирования. Во второй части приводятся результаты расчетов и их обсуждение. В заключение представлены выводы и обсуждается возможность уменьшения шумов посредством увеличения числа излучателей в резонаторе.

Модель одноатомного лазера.

Основное уравнение

Простейшая модель одноатомного лазера представлена двухуровневой системой с некогерентной накачкой с нижнего на верхний энергетический уровень и взаимодействующей с одной модой резонатора с потерями. Такую модель характеризуют всего четыре параметра:

γ – константа спонтанного распада возбужденного состояния атома;

Γ – скорость некогерентной накачки с нижнего уровня $|a\rangle$ на верхний $|b\rangle$;

κ – константа распада моды резонатора, обусловленная полупрозрачным зеркалом;

g – константа связи атом – поле.

Уравнение для оператора плотности $\hat{\rho}$ рассматриваемого лазера имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = & -\frac{i}{\hbar} [\hat{V}, \hat{\rho}] + \frac{\kappa}{2} (2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}) + \\ & + \frac{\gamma}{2} (2\hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger - \hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}) + \\ & + \frac{\Gamma}{2} (2\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho}\hat{\sigma} - \hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\hat{V} = i\hbar g(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma} - \hat{\sigma}^\dagger\hat{a}),$$

где \hat{a} , \hat{a}^\dagger – операторы уничтожения и рождения фотона в моде резонатора; $\hat{\sigma} = |a\rangle\langle b|$, $\hat{\sigma}^\dagger = |b\rangle\langle a|$ – атомные проекционные операторы; \hat{V} – оператор взаимодействия атома с модой резонатора.

Второе слагаемое в уравнении (1) описывает распад моды резонатора, третье и четвертое – спонтанный распад возбужденного состояния атома и его некогерентную накачку, соответственно.

Состояния атома удовлетворяют условию полноты

$$|a\rangle\langle a| + |b\rangle\langle b| = \hat{1},$$

где $\hat{1}$ – единичный оператор.

Далее, в соответствии с работой [6], будем характеризовать наш лазер следующими тремя безразмерными параметрами:

$c = 4g^2 / \kappa\gamma$ – безразмерная константа связи (кооперативный параметр);

$I_s = \gamma / \kappa$, $r = \Gamma / \gamma$ – безразмерные параметры насыщения и накачки, соответственно.

Конкретизируем некоторые режимы работы одноатомного лазера. Формально случай $I_s \gg 1$ называется режимом добротного резонатора, а случай $I_s \ll 1$ – режимом низкодобротного резонатора. Неравенство $cI_s \gg 1$ ($g \gg \kappa$) соответствует ситуации, когда за время жизни фотона в резонаторе он успевает многократно провзаимодействовать с атомом. Это же условие, при определенных значениях накачки, позволяет накопить большое число когерентных фотонов в резонаторе. Следующее неравенство $c \gg I_s$ ($g \gg \gamma$) представляет собой так называемое условие сильной связи, когда связь атома с полем

сильнее, чем с термостатом, обеспечивающим его спонтанный распад. Именно при этом условии могут наблюдаться беспороговый режим работы одноатомного лазера и генерация «неклассических» состояний света.

При условии $c \gg 1$ существует полуклассическое решение для внутрирезонаторной интенсивности [6]:

$$I(r) = \frac{I_s}{2} \left[(r-1) - \frac{(r+1)^2}{c} \right]. \quad (2)$$

Корни уравнения $I(r) = 0$ определяют полуклассический порог одноатомного лазера r_{th} и значение накачки r_q , при котором происходит его «самотушение»:

$$\begin{aligned} r_{th} &= r_m - \frac{c}{2} \sqrt{1 - 8/c}; \\ r_q &= r_m + \frac{c}{2} \sqrt{1 - 8/c}, \end{aligned}$$

где $r_m = (c/2) - 1$ – значение накачки, при котором интенсивность (2) принимает свое максимальное значение –

$$I(r_m) = \frac{cI_s}{8} (1 - 8/c).$$

Операторное уравнение (1) может быть записано в различных представлениях. Для численного счета лучше всего его переписать в представлении чисел заполнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{nm}^{aa}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{aa} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{aa} + 2\gamma\rho_{nm}^{bb} - 2\Gamma\rho_{nm}^{aa} + \\ &+ 2g(\sqrt{n}\rho_{n-1,m}^{ba} + \sqrt{m}\rho_{n,m-1}^{ab}); \\ \frac{\partial \rho_{nm}^{bb}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{bb} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{bb} - 2\gamma\rho_{nm}^{bb} + 2\Gamma\rho_{nm}^{aa} - \\ &- 2g(\sqrt{m+1}\rho_{n,m+1}^{ba} + \sqrt{n+1}\rho_{n+1,m}^{ab}); \\ \frac{\partial \rho_{nm}^{ab}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{ab} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{ab} - (\Gamma + \gamma)\rho_{nm}^{ab} + \\ &+ 2g(\sqrt{n}\rho_{n-1,m}^{bb} - \sqrt{m+1}\rho_{n,m+1}^{aa}); \\ \frac{\partial \rho_{nm}^{ba}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{ba} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{ba} - (\Gamma + \gamma)\rho_{nm}^{ba} + \\ &+ 2g(\sqrt{m}\rho_{n,m-1}^{bb} - \sqrt{n+1}\rho_{n+1,m}^{aa}). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\rho_{nm}^{\alpha\beta} = \rho_{nm}^{\alpha\beta}(t)$ — элемент атомно-полевой матрицы плотности; нижние индексы пробегают фотонные числа заполнения $n, m = 0, 1, 2, \dots, \infty$; верхние индексы соответствуют атомным состояниям $\alpha, \beta = a, b$.

Система (3) является бесконечной системой уравнений. Поэтому при численном моделировании мы анализировали сходимость среднего числа фотонов $\langle n \rangle$ и их дисперсии

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$$

в зависимости от числа учтенных в расчете чисел заполнения k . Другими словами, система уравнений (3) «обрывалась» на определенном k , которое изначально выбиралось из очевидного условия $k > [\Gamma / 2\kappa]$, и при этом рассчитывались $\langle n \rangle$ и $\langle \Delta n^2 \rangle$.

Следующий расчет выполнялся для больших значений k и проводилось сравнение с предыдущим результатом и т. д.

Среднее число фотонов и Q -параметр Манделя вычислялись по формулам:

$$\begin{aligned} \langle n^s \rangle &= \sum_{n=0}^k n^s \rho_{nn}, \\ Q &= \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1. \end{aligned} \quad (4)$$

где $\rho_{nm} = \rho_{nm}^{aa} + \rho_{nm}^{bb}$ — полевая матрица плотности.

Результаты расчетов и их обсуждение

На рис. 1 построены графики зависимостей среднего числа фотонов и Q -параметра Манделя от величины накачки r для двух значений констант связи c и нескольких значений параметров насыщения I_s ; графики получены с помощью численного моделирования системы (3). Точками на графиках представлены экспериментальные данные, взятые из работы [10] и соответствующие беспороговой работе одноатомного лазера. При нанесении экспериментальных точек мы учитывали, что фотоэлемент имеет определенную эффективность, и поэтому проводили масштабирование: по горизонтальной оси умножали значения величин на коэффициент 1,30, по вертикальной — на 7,22.

Следующие значения параметров $c = 5,75$ и $I_s = 3,5; 1,6$ были использованы в работе [6] при попытке сопоставления теоретической модели с экспериментом [10]. Как видно из рисунка, эти значения совершенно не подходят для описания рассматриваемой экспериментальной ситуации. При увеличении накачки шум возрастает и не наблюдается никакого характерного минимума для Q -параметра.

В связи с этим, нами был проведен численный анализ зависимостей $\langle n(r) \rangle$ и $Q(r)$

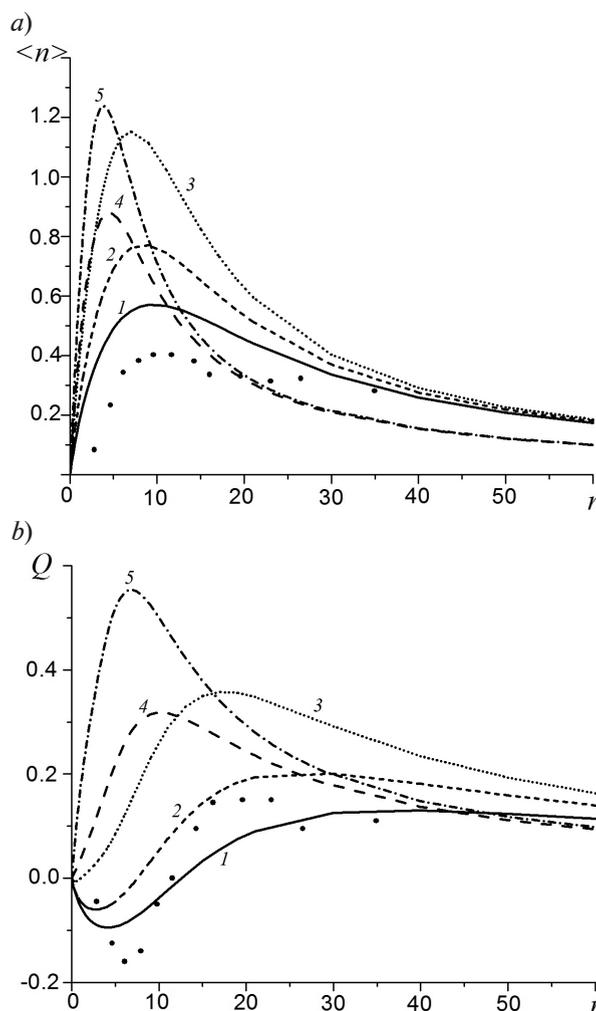


Рис. 1. Экспериментальные ([10], точки) и расчетные (линии) зависимости среднего числа фотонов в резонаторе (а) и Q -параметра Манделя (б) от величины накачки r при различных значениях параметров I_s (кривые 1 — 5) и c .
 $c = 10,00$ (1 — 3) и $5,75$ (4, 5); $I_s = 0,3$ (1), $0,5$ (2);
 $1,0$ (3), $1,6$ (4), $3,5$ (5)

широком диапазоне значений c , I_s и выбраны такие из них, при которых наша модель качественно описывает эксперимент [10]: $c = 10$, $I_s = 0,3$. Соответствующие графики, а также графики для других значений I_s приведены на рис. 1. Видно, что усиление связи посредством уменьшения параметра насыщения и перехода к режиму низкодобротного резонатора позволяет уменьшить флуктуацию числа фотонов в резонаторе и обеспечить субпуассоновскую статистику поля. При этом наибольшее подавление шума наблюдается, когда $cI_s \approx 1$, т. е. при условии, когда фотон после однократного взаимодействия с атомом по-

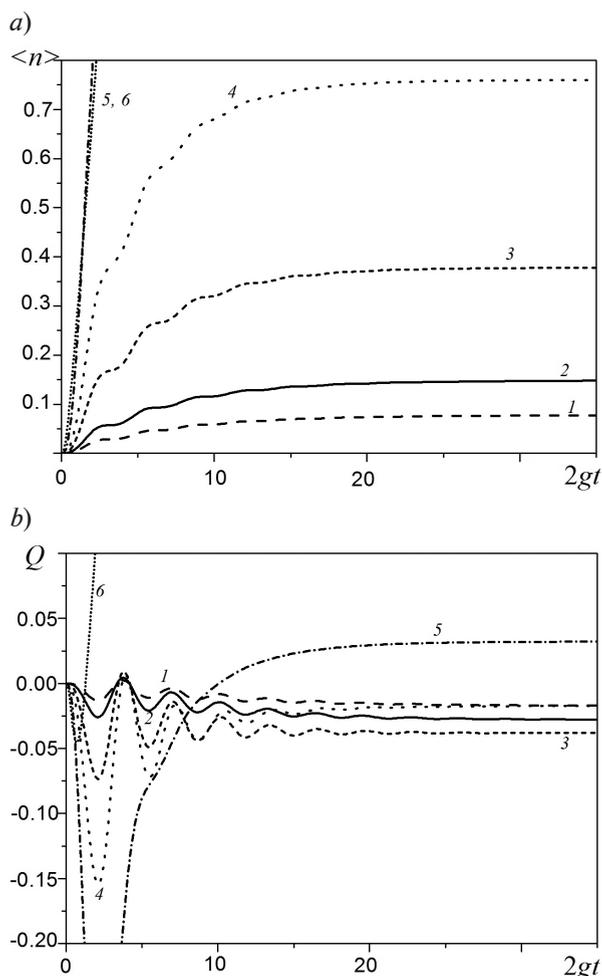


Рис. 2. Временная эволюция среднего числа фотонов в резонаторе (а) и Q -параметра Манделя (б) для разных значений параметра накачки r при фиксированных значениях $c = 400$, $I_s = 0,2$.
 $r = 0,5$ (1); 1,01 (2); 3,0 (3); 7 (4); 30 (5); 199 (6)

кидает резонатор и одновременно, за счет накачки, появляется новый фотон, повторяющий «судьбу» предыдущего, и т. д. (проявление эффекта антигруппировки).

Важно отметить, что рассматриваемая экспериментальная ситуация [10] соответствует режиму малого числа фотонов в резонаторе ($cI_s \approx 1$), тогда как приближенное выражение для P -функции, найденное в работе [6], может быть использовано только при условии $cI_s \gg 1$, т. е. когда реализуется возможность накопления макроскопического числа фотонов в моде.

На рис. 2 показана временная эволюция среднего числа фотонов в резонаторе и их дисперсия для случая сильной связи и низкодобротного резонатора: $c = 400$, $I_s = 0,2$ (при этом $cI_s \gg 1$). Несколько значений параметров накачки выбраны вблизи классического порога $r_{th} \approx 1,01$ (см. формулу (2)), а также несколько значений, существенно превышающих его, но не относящихся к области «самотушения» лазера. Значения $r = 3; 199$ такие же, как в работе [6], где они применялись при анализе спектра амплитудных флуктуаций.

На рис. 2 можно видеть релаксационные колебания, что и предсказывает линейная теория [6]. При увеличении значения накачки r амплитуда колебаний растет, а для $r \gg r_{th}$ колебания практически исчезают. При оценке частоты релаксационных колебаний можно убедиться, что она в несколько раз превосходит частоту

$$\Omega_{osc} / 2g = \sqrt{I_s(r-1)/2},$$

найденную в работе [6], и она не так сильно зависит от параметра накачки. Это несоответствие, скорее всего, вызвано тем, что линейризация уравнений Гейзенберга – Ланжевена, проведенная в работе [6], подразумевает большую внутрирезонаторную интенсивность, тогда как вблизи порога r_{th} среднее число фотонов мало.

Заключение

В данной работе мы исследовали поведение одноатомного лазера с некогерентной накачкой, работающего в режиме сильной связи ($c \gg I_s$) и низкодобротного резонатора ($I_s \ll 1$). Были найдены значения па-

раметров лазера, при которых статистика фотонов в резонаторе становится субпуассоновской, что объясняется проявлением эффекта антигруппировки. Соответствующие численные расчеты смогли качественно описать эксперимент [10].

Показано, что приближенное выражение для P -функции Глаубера, найденное в [6], нельзя использовать для описания работы лазера в случае низкодобротного резонатора.

Кроме того, было численно подтверждено предсказание существования релаксационных колебаний для одноатомного лазера, работающего в режиме сильной связи [6]. Однако применение аналитической формулы для частоты этих колебаний, выведенной в работе [6], не привело к подтверждению результатов численных расчетов, полученных в нашей статье. Как следует из численного анализа, частота релаксационных колебаний очень слабо зависит от величины накачки r , а их амплитуда растет с увеличением r .

В заключение отметим возрастающий интерес современных исследователей к

атомным системам, помещенным в резонатор и взаимодействующим с его модами. В качестве таких систем могут выступать холодные атомные ансамбли или одиночные атомы, внедренные в специальные матрицы. В работах, посвященных этой тематике (см., например, работы [21, 22]), отмечено существенное модифицирование взаимодействия атомов с полем, которое особенно сильно проявляется при учете эффектов ближнего поля (диполь-дипольное взаимодействие) или в случае, когда одна из поверхностей (стенка резонатора) заряжена.

Размещение нескольких излучателей в резонаторе, приготовленных в определенном перепутанном состоянии, должно повлиять на степень сжатия амплитудных флуктуаций полевой подсистемы такого лазера и, возможно, улучшить ее, по сравнению со степенью сжатия, найденной для одноатомного лазера [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №18-32-00250), Государственного задания для вузов (базовая часть) № 3.5469.2017 и Стипендии Президента РФ №СП-3321.2018.3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Mu Yi, Savage C.M.** One-atom lasers // *Phys. Rev. A*. 1992. Vol. 46. No. 9. P. 5944.
2. **Kilin S.Ya., Karlovich T.B.** Single-atom laser: Coherent and nonclassical effects in the regime of a strong atom-field correlation // *J. Exp. Theor. Phys.* 2002. Vol. 95. No. 5. P. 805.
3. **Karlovich T.B., Kilin S.Ya.** Quantum statistical properties of one-atom lasers // *Opt. Spectr.* 2001. Vol. 91. No. 91. Pp. 343–351.
4. **Козловский А.В., Ораевский А.Н.** Субпуассоновское излучение одноатомного двухуровневого лазера с некогерентной накачкой // *ЖЭТФ*. 1999. Т. 115. Вып. 4. С. 1210–1220.
5. **Larionov N.V., Kolobov M.I.** Analytical results from the quantum theory of single-emitter nanolaser // *Phys. Rev. A*. 2011. Vol. 84. No. 5. P. 055801.
6. **Larionov N.V., Kolobov M.I.** Quantum theory of a single-emitter nanolaser // *Phys. Rev. A*. 2013. Vol. 88. No. 1. P. 013843.
7. **Popov E.N., Larionov N.V.** Glauber-Sudarshan P function in the model of a single-emitter laser generating in strong coupling regime // *Proceeding of SPIE*. 2016. Vol. 9917. P. 99172X.
8. **Kilin S.Ya., Mikhalychev A.B.** Single-atom laser generates nonlinear coherent states // *Phys. Rev. A*. 2012. Vol. 85. No. 6. P. 063817.
9. **McKeever J., Boca A., Boozer A.D., Buck J.R., Kimble H.J.** Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling // *Nature (London)*. 2003. Vol. 425. Pp. 268–271.
10. **Dubin F., Russo C., Barros H. G., Stute A., Becher C., Piet O.S., Blatt R.** Quantum to classical transition in a single-ion laser // *Nat. Phys.* 2010. Vol. 6. Pp. 350–353.
11. **Nomura M., Kumagai N., Iwamoto S., Ota Y., Arakawa Y.** Photonic crystal nanocavity laser with a single quantum dot gain // *Opt. Express*. 2009. Vol. 17. No. 18. Pp. 15975–15982.
12. **Риле Ф.** Стандарты частоты. Принципы и приложения. М.: Физматлит, 2009. 512 с.
13. **Saxena G.M., Agarwal A.** Laser-cooling in noisy quadrature of squeezed vacuum for cesium fountain clock // *IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum*. 2003. Proceedings of the 2003. doi:10.1109/freq.2003.1275075.

14. **Vahlbruch H., Wilken D., Mehmet M., Willke B.** Laser power stabilization beyond the shot noise limit using squeezed light // *Phys. Rev. Lett.* 2018. Vol. 121. No. 17. P. 173601.

15. **Brazhnikov D.V., Ignatovich S.M., Vishnyakov V.I., Skvortsov M.N., Andreeva Ch., Entin V.M., Ryabtsev I.I.** High-quality electromagnetically-induced absorption resonances in a buffer-gas-filled vapour cell // *Las. Phys. Lett.* 2018. Vol. 15. No. 2. P. 025701.

16. **Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н., Петров В.М.** Анализ кратковременной стабильности и световых сдвигов квантового стандарта частоты на основе эффекта когерентного пленения населенностей в газовой ячейке в атомами ^{87}Rb // *Радиотехника.* 2016. № 12. С. 164–170.

17. **Ritter S., Nilleke C., Hahn C., et al.** An elementary quantum network of single atoms in optical cavities // *Nature.* 2012. Vol. 484. No. 7393. Pp. 195–200.

18. **Bjork G., Karlsson A., Yamamoto Y.** Defi-

inition of a laser threshold // *Phys. Rev. A.* 1994. Vol. 50. No. 2. P. 1675.

19. **Protsenko I.E., Travagnin M.** Microscopic model of semiconductor laser without inversion // *Phys. Rev. A.* 2001. Vol. 65. No. 1. P. 013801.

20. **Ellis B., Mayer M.A., Shambat G., Sarmiento T., Harris J., Haller E.E., Vuckovic J.** Ultralow-threshold electrically pumped quantum-dot photonic-crystal nanocavity laser // *Nat. Photonics.* 2011. Vol. 5. Pp. 297–300.

21. **Курапцев А.С., Соколов И.М.** Микроскопическая теория диполь-дипольного взаимодействия в ансамблях примесных атомов в резонаторе Фабри – Перо // *ЖЭТФ.* 2016. Т. 150. Вып. 2. С. 275–287.

22. **Курапцев А.С., Соколов И.М.** Особенности межатомного диполь-дипольного взаимодействия вблизи идеально проводящей заряженной поверхности // *ЖЭТФ.* 2018. Т. 154. Вып. 3. С. 534–542.

Статья поступила в редакцию 15.10.2018, принята к публикации 24.10.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛАРИОНОВ Николай Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
larionov.nickolay@gmail.com

БАРАНЦЕВ Константин Анатольевич – кандидат физико-математических наук, доцент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
kostmann@yandex.ru

ПОПОВ Евгений Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
enp-tion@yandex.ru

REFERENCES

[1] **Yi Mu, C.M. Savage,** One-atom lasers, *Phys. Rev. A.* 46 (9) (1992) 5944.

[2] **S.Ya. Kilin, T.B. Karlovich,** Single-atom laser: Coherent and nonclassical effects in the regime of a strong atom-field correlation, *J. Exp. Theor. Phys.* 95 (5) (2002) 805.

[3] **T.B. Karlovich, S.Ya. Kilin,** Quantum statistical properties of one-atom lasers, *Opt. Spectra.* 91 (91) (2001) 343–351.

[4] **A.V. Kozlovskiy, A.N. Orayevskiy,** Sub-Poissonian radiation of a one-atom two-level laser

with incoherent pumping, *JETP.* 88 (4) (1999) 666–671.

[5] **N.V. Larionov, M.I. Kolobov,** Analytical results from the quantum theory of single-emitter nanolaser, *Phys. Rev. A.* 84 (5) (2011) 055801.

[6] **N.V. Larionov, M.I. Kolobov,** Quantum theory of a single-emitter nanolaser, *Phys. Rev. A.* 88 (1) (2013) 013843.

[7] **E.N. Popov, N.V. Larionov,** Glauber-Sudarshan P function in the model of a single-emitter laser generating in strong coupling regime,

Proceeding of SPIE. 9917 (2016) 99172X.

[8] **S.Ya. Kilin, A.B. Mikhalychev**, Single-atom laser generates nonlinear coherent states, *Phys. Rev. A*. 85 (6) (2012) 063817.

[9] **J. McKeever, A. Boca, A.D. Boozer, et al.**, Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling, *Nature (London)*. 425 (2003) 268–271.

[10] **F. Dubin, C. Russo, H.G. Barros, et al.**, Quantum to classical transition in a single-ion laser, *Nat. Phys.* 6 (2010) 350–353.

[11] **M. Nomura, N. Kumagai, S. Iwamoto, et al.**, Photonic crystal nanocavity laser with a single quantum dot gain, *Opt. Express*. 17 (18) (2009) 15975–15982.

[12] **F. Riehle**, *Frequency standarts: Basic and applications*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co., Weinheim (2004).

[13] **G.M. Saxena, A. Agarwal**, Laser-cooling in noisy quadrature of squeezed vacuum for cesium fountain clock, *IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2003, Proceedings of the 2003*. doi:10.1109/freq.2003.1275075.

[14] **H. Vahlbruch, D. Wilken, M. Mehmet, B. Willke**, Laser power stabilization beyond the shot noise limit using squeezed light, *Phys. Rev. Lett.* 121 (17) (2018) 173601.

[15] **D.V. Brazhnikov, S.M. Ignatovich, V.I.**

Vishnyakov, et al., High-quality electromagnetically-induced absorption resonances in a buffer-gas-filled vapour cell, *Las. Phys. Lett.* 15 (2) (2018) 025701.

[16] **K.A. Barantsev, E.N. Popov, A.N. Litvinov, V.M. Petrov**, Analysis of short-term stability and light shifts of quantum frequency standarts based on coherent population trapping effect in ^{87}Rb buffer cell, *Radioengineering*. (12) (2016) 164–170.

[17] **S. Ritter, C. Nilleke, C. Hahn C., et al.**, An elementary quantum network of single atoms in optical cavities, *Nature*. 484 (7393) (2012) 195–200.

[18] **G. Bjork, A. Karlsson, Y. Yamamoto**, Definition of a laser threshold, *Phys. Rev. A*. 50 (2) (1994) 1675.

[19] **I.E. Protsenko, M. Travagnin**, Microscopic model of semiconductor laser without inversion, *Phys. Rev. A*. 65 (1) (2001) 013801.

[20] **B. Ellis, M.A. Mayer, G. Shambat, et al.**, Ultralow-threshold electrically pumped quantum-dot photonic-crystal nanocavity laser, *Nat. Photonics* 5 (2011) 297–300.

[21] **A.S. Kuraptsev, I.M. Sokolov**, Microscopic theory of dipole-dipole interaction in ensembles of impurity atoms in a Fabry – Perot cavity, *JETP*. 123 (2(8)) (2016) 237–248.

[22] **A.S. Kuraptsev, I.M. Sokolov**, The features of interatomic dipole-dipole interaction near an ideally conducting charged surface, *JETP*. 127 (3) (2018).

Received 15.10.2018, accepted 24.10.2018.

THE AUTHORS

LARIONOV Nikolay V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
larionov.nickolay@gmail.com

BARANTSEV Konstantin A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
kostmann@yandex.ru

POPOV Evgeniy N.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
enp-tion@yandex.ru

DOI: 10.18721/JPM.11411

УДК 534.23; 535.36

РАССЕЯНИЕ ВОЛН АНИЗОТРОПНОЙ ДВУХМАСШТАБНОЙ ШЕРОХОВАТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

П.А. Головинский, Д.К. Проскурин

Воронежский государственный технический университет,
г. Воронеж, Российская Федерация

Рассмотрено рассеяние скалярных волн шероховатой анизотропной поверхностью. Для решения задачи использована двухмасштабная модель, в которой рассеяние на крупных неоднородностях учитывается в приближении Кирхгофа, а рассеяние на мелких шероховатостях определяется методом Рэля. Проведено усреднение сечения рассеяния по анизотропному распределению наклонов поверхности. Представлены результаты численных расчетов полного сечения рассеяния, демонстрирующие влияние анизотропии распределения шероховатостей на индикатрису рассеяния волн.

Ключевые слова: рассеяние, шероховатая поверхность, анизотропия, приближение Кирхгофа, двухмасштабная модель

Ссылка при цитировании: Головинский П.А., Проскурин Д.К. Рассеяние волн анизотропной двухмасштабной шероховатой поверхностью // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 112–120. DOI: 10.18721/JPM.11411

WAVE SCATTERING BY AN ANISOTROPIC TWO-SCALE ROUGH SURFACE

P.A. Golovinski, D.K. Proskurin

Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation

The scalar-wave scattering by a rough anisotropic surface has been considered in the paper. In order to solve the problem, a two-scale model taking into account the wave scattering by coarse irregularities under the Kirchhoff's approximation and determining that one by fine roughnesses through the Rayleigh method was used. The scattering cross section was averaged over the anisotropic distribution of the surface slopes. The results of numerical calculations of the total scattering cross section were presented. They demonstrate the anisotropy impact of the roughness distribution on the wave scattering indicatrix.

Keywords: scattering, rough surface, anisotropy, Kirchhoff's approximation, two-scale model

Citation: P.A. Golovinski, D.K. Proskurin, Wave scattering by an anisotropic two-scale rough surface, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 112–120. DOI: 10.18721/JPM.11411

Введение

Реальные шероховатые поверхности часто имеют сложную случайную структуру, в

которой присутствуют как большие, так и малые (по сравнению с длиной волны) неоднородности. Подобными характеристика-

ми обладают разные объекты природного и искусственного происхождения, и они проявляются при отражении как акустических, так и электромагнитных волн [1 – 5]. Примером такой естественной поверхности, представляющей комбинацию неровностей разных масштабов, является, в частности, волнующаяся поверхность моря [6, 7], которая в ряде случаев может быть представлена как результат наложения мелкой ряби на крупную волну.

Для описания рассеяния волн на шероховатой поверхности с разномасштабными неровностями развита и используется двухмасштабная модель (ДММ), предложенная впервые в работе Б.Ф. Курьянова [8], в которой были рассмотрены изотропные шероховатые поверхности. В этом случае вычисления удается провести до конца и выразить ответ через интеграл ошибок. В частности, приведены расчеты, относящиеся к рассеянию абсолютно мягкой и абсолютно жесткой поверхностями. В акустическом случае ДММ применима, например, к учету рассеяния растительностью на случайно неоднородной поверхности Земли, морского дна или воздушных пузырьков на поверхности воды. Дальнейшее развитие модели позволило получить ряд количественных уточнений, сохранив как основные предположения, лежащие в основе подхода ДММ, так и главные качественные выводы, касающиеся угловой зависимости полного сечения рассеяния такой поверхностью [9 – 14]. Все известные результаты, полученные ранее в рамках ДММ, относятся к изотропным шероховатым поверхностям.

Целью настоящего исследования является демонстрация возможностей двухмасштабной модели для описания рассеяния волн на шероховатых поверхностях с анизотропными характеристиками.

Далее мы будем считать распределение мелкомасштабных шероховатостей однородным и изотропным, а распределение крупномасштабных неоднородностей – однородным анизотропным. Будет применено выражение для сечения рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях с учетом его зависимости от корреляционной функции и вычислены интегралы с анизотроп-

ным распределением Гаусса для наклонов поверхностей крупномасштабных шероховатостей. На основе ДММ будут построены диаграммы рассеяния анизотропной шероховатой поверхностью и проведено сравнение с результатами для изотропной модели. Проведенные расчеты позволят сделать вывод о влиянии анизотропии шероховатей поверхности на рассеяние волн.

Описание модели и основные уравнения

Рассмотрим шероховатую поверхность, которую можно представить в виде малых смещений $\zeta(\mathbf{r})$ на фоне крупномасштабных неоднородностей $\eta(\mathbf{r})$. Шероховатости $\zeta(\mathbf{r})$ и $\eta(\mathbf{r})$ должны удовлетворять следующим условиям:

$$2k\sigma_\zeta \sin \alpha \ll 1, \quad \langle (\nabla_\eta \zeta)^2 \rangle \ll 1, \quad (1)$$

$$\sigma_\zeta^2 = \langle \zeta^2 \rangle,$$

$$2k\tilde{R} \sin \alpha \ll 1,$$

где k – волновое число; \tilde{R} – характерный радиус кривизны крупномасштабной поверхности; α – локальный угол скольжения, отсчитываемый от плоскости, касательной к крупномасштабной поверхности; $\nabla_\eta \zeta$ – градиент смещений в касательной плоскости.

Сечение рассеяния может быть представлено в виде

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2, \quad (2)$$

где σ_1 – сечение рассеяния поверхностью $\eta(\mathbf{r})$, рассчитанное методом касательной плоскости [5, 6] в приближении Кирхгофа [15, 16]; σ_2 – сечение рассеяния мелкими шероховатостями $\zeta(\mathbf{r})$, рассчитанное методом Рэлея поверх крупномасштабных неоднородностей $\eta(\mathbf{r})$.

Для нормального распределения наклонов крупномасштабной шероховатости [6], которое выражается как

$$p(\eta_x, \eta_y) = (\pi\delta_x\delta_y)^{-1} \exp\left(-\frac{\eta_x^2}{\delta_x^2} - \frac{\eta_y^2}{\delta_y^2}\right), \quad (3)$$

сечение рассеяния σ_1 имеет вид

$$\sigma_1 = \frac{(VF)^2}{\pi\delta_x\delta_y} \exp\left(-\frac{1}{K^2} \left(\frac{Q_x^2}{\delta_x^2} + \frac{Q_y^2}{\delta_y^2}\right)\right), \quad (4)$$

где $F = (1/2)(1 + Q^2/K^2)$; $\mathbf{Q} = \mathbf{q} - \mathbf{q}_i$ — проекция вектора $\mathbf{k} - \mathbf{k}_i$ на плоскость поверхности (\mathbf{k}_i, \mathbf{k} — волновые векторы падающей и рассеянной волн соответственно); $K = k_{iz} + k_z$ — сумма вертикальных проекций волнового вектора падающей и рассеянной волны. Параметры δ_x и δ_y определяются дисперсией тангенсов наклона поверхности вдоль осей координат:

$$\delta_x^2 = 2 \langle \eta_x^2 \rangle, \delta_y^2 = 2 \langle \eta_y^2 \rangle.$$

При выводе выражения для σ_2 будем считать, что роль подстилающей поверхности $\eta(\mathbf{r})$ можно учесть с помощью метода касательной плоскости, а рассеяние на мелкомасштабных неоднородностях $\zeta(\mathbf{r})$ — методом Рэлея. Мы примем, что достаточно большой элемент поверхности $\eta(\mathbf{r})$ может считаться плоским, с размерами, значительно меньшими радиуса кривизны, но значительно превышающими радиус корреляции мелкомасштабной шероховатости, который, в свою очередь, намного меньше длины волны. В пределах этой области нормаль к поверхности \mathbf{n} можно считать постоянным вектором, и тогда сечение рассеяния вследствие мелкомасштабных шероховатостей можно рассчитать как для плоской поверхности.

Обозначим это локальное сечение $\sigma_{loc}(\mathbf{Q}_n)$, где \mathbf{Q}_n — проекция вектора $\mathbf{k} - \mathbf{k}_i$ на плоскость, касательную к поверхности $\eta(\mathbf{r})$. Чтобы найти σ_2 , величину локального сечения рассеяния $\sigma_{loc}(\mathbf{Q}_n)$ нужно усреднить по всем возможным наклонам крупномасштабной шероховатости, т. е.

$$\sigma_2 = \int \sigma_{loc}(\mathbf{Q}_n) p(\gamma) d\gamma, \quad (5)$$

где $\gamma = \{\eta_x(\mathbf{r}), \eta_y(\mathbf{r})\} = \nabla_{\perp} \eta(\mathbf{r})$; $p(\gamma)$ — двумерное распределение (3) этих коэффициентов наклона.

Локальное сечение рассеяния мелкомасштабными, абсолютно мягкими шероховатостями (в задаче Дирихле) можно записать в виде [17]

$$\sigma_{loc}(\mathbf{Q}_n) = \frac{4}{n_z} (\mathbf{kn})^2 (\mathbf{k}_i \mathbf{n})^2 c(\mathbf{Q}_n), \quad (6)$$

где

$$c(\mathbf{Q}_n) = \frac{1}{2\pi} \int c(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{Q}_n \mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (7)$$

Здесь $c(\mathbf{Q}_n)$ — характеристическая функция; $c(\mathbf{r}) = \langle \zeta(\mathbf{r}) \zeta(0) \rangle$ — корреляционная функция смещений $\zeta(\mathbf{r})$.

Формула (6) обобщает выражения для сечения рассеяния на случай, когда подстилающая поверхность не является горизонтальной плоскостью. Далее требуется вычислить интеграл в уравнении (5) для анизотропного распределения.

Б.Ф. Курьянов [8] использовал при анализе рассеяния функцию Бесселя для описания корреляций шероховатостей и получил результат для случая $kl \ll 1$, где l — корреляционная длина. В действительности, и для гауссовой корреляционной функции результат будет тем же, поскольку

$$c(\mathbf{q}) \sim \exp(-Q_n^2 l^2 / 2) \sim 1 \quad (8)$$

при $Q_n l \ll 1$, т. е. влияние корреляционной функции сводится к умножению на константу.

Таким образом, приближение Курьянова вполне оправдано для данной задачи, а анизотропия мелких шероховатостей вообще несущественна.

Мы ограничимся в дальнейшем наиболее важным для практических приложений случаем рассеяния назад. В этих условиях

$$(\mathbf{kn})^2 (\mathbf{k}_i \mathbf{n})^2 = (\mathbf{k}_i \mathbf{n})^4 = k^4 \cos^4 \theta$$

(θ — угол падения волны), и уравнение (6) принимает вид

$$\sigma_{loc}(\mathbf{Q}_n) = \frac{4k^4}{n_z} \cos^4 \theta c(\mathbf{Q}_n). \quad (9)$$

Угловая зависимость сечения рассеяния (9) при $Q_n l \ll 1$ полностью определяется множителем $\cos^4 \theta$. Этим обстоятельством мы воспользуемся при выполнении усреднения по наклонам крупномасштабной шероховатости.

Расчетные формулы и численные результаты

Для дальнейших вычислений выберем направление осей координат x, z в плоскости падения луча, так что ось z перпендикулярна гладкой подстилающей плоскости. Поскольку эллипсоид гауссового анизотропного распределения может быть ориентирован произвольно относительно оси x , его нужно записать в новых коор-

динатах с учетом поворота оси эллипса на некоторый угол β , задаваемый условиями падения волны.

Преобразование координат при таком повороте есть

$$x' = x \cos \beta + y \sin \beta,$$

$$y' = y \cos \beta - x \sin \beta$$

с якобианом преобразования $J = 1$.

Распределение наклонов в новых координатах получим с учетом равенств

$$\eta_{x'} = \eta_x \cos \beta + \eta_y \sin \beta,$$

$$\eta_{y'} = \eta_y \cos \beta - \eta_x \sin \beta$$

в виде

$$p_2(\eta_x, \eta_y) = (\pi \delta_x \delta_y)^{-1} \times \exp \left(- \frac{(\eta_x \cos \beta + \eta_y \sin \beta)^2}{\delta_x^2} - \frac{(\eta_y \cos \beta - \eta_x \sin \beta)^2}{\delta_y^2} \right). \quad (10)$$

Интенсивность рассеянной волны, обусловленная наличием мелких неровностей на крупной нерегулярной поверхности, отличается от интенсивности при рассеянии мелкими неровностями на плоскости наличием множителя

$$D = \iint \frac{(1 - utg\theta)^4}{(1 + u^2 + v^2)^{3/2}} \times \exp \left(- \frac{(u \cos \beta + v \sin \beta)^2}{\delta_x^2} - \frac{(v \cos \beta - u \sin \beta)^2}{\delta_y^2} \right) \frac{dudv}{\pi \delta_x \delta_y}, \quad (11)$$

где $tg\theta = k_x / k_z$.

При $\delta_x = \delta_y$ уравнение (11) соответствует изотропной шероховатости [8]. Далее необходимо вычислить получившийся двойной интеграл (11), который можно представить в виде суммы

$$D = A_0 + 6A_1 tg^2\theta + A_2 tg^4\theta, \quad (12)$$

где

$$A_n = \iint \frac{u^{2n}}{(1 + u^2 + v^2)^{3/2}} \times \exp \left(- \frac{(u \cos \beta + v \sin \beta)^2}{\delta_x^2} - \frac{(v \cos \beta - u \sin \beta)^2}{\delta_y^2} \right) \frac{dudv}{\pi \delta_x \delta_y}, \quad (13)$$

$$- \frac{(v \cos \beta - u \sin \beta)^2}{\delta_y^2} \frac{dudv}{\pi \delta_x \delta_y}, \quad (13)$$

$$n = 0, 1, 2$$

Интегралы по нечетным степеням u равны нулю в силу нечетности подынтегральной функции.

Перейдем к полярным координатам:

$$u = r \cos \phi, v = r \sin \phi.$$

Тогда интегралы (13) преобразуются к виду

$$A_n = \frac{1}{\pi \delta_x \delta_y} \int_0^{2\pi} \cos^{2n}(\phi) h_n(g) \phi d\phi, \quad (14)$$

$$h_n(g) = \int_0^\infty \frac{r^{2n}}{(1 + r^2)^{3/2}} \exp(-r^2 g^2) r dr,$$

$$p^2 = \frac{\cos^2(\phi - \beta)}{\delta_x^2} + \frac{\sin^2(\phi - \beta)}{\delta_y^2}.$$

При $\delta_x = \delta_y = \delta$, $p^2 = \delta^{-2}$ и интеграл по угловой переменной в уравнении (14) факторизуется, так что

$$A_n = \frac{h_n(p)}{\pi \delta^2} \alpha_n, \quad \alpha_n = \int_0^{2\pi} \cos^{2n}(\phi) d\phi. \quad (15)$$

Поскольку

$$\alpha_0 = 2\pi, n = 0,$$

$$\alpha_n = \int_0^{2\pi} \cos^{2n} \phi d\phi = \quad (16)$$

$$= 2\pi \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2n}, n > 0,$$

получаем, что $\alpha_0 = 2\pi$, $\alpha_1 = \pi$, $\alpha_2 = 3\pi / 4$.

Коэффициенты A_n для изотропного распределения выражаются через функцию интеграла ошибок [8, 18], имеющую вид

$$\Phi(p) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_p^\infty e^{-z^2} dz. \quad (17)$$

Формулы для коэффициентов A_n в данном случае следующие:

$$h_0 = 1 - K(p), \quad (18)$$

$$h_1 = \frac{K(p)}{2p^2} - (1 - K(p)),$$

$$h_2 = \frac{1}{p^2} \left[\frac{1}{2} - K(p) \left(1 - \frac{1}{4p^2} \right) \right] + (1 - K(p)),$$

где

$$K(p) = p\sqrt{\pi}\Phi(p)\exp(p^2) \quad (19)$$

при $p \gg 2$, $\Phi(p) \approx 0$.

Асимптотическое вычисление интеграла (15) при $p \rightarrow \infty$ дает выражения

$$h_0 = 1/2p^2, \quad h_1 = 1/2p^4, \quad h_2 = 1/p^6.$$

Соответственно,

$$A_0 = 1, \quad A_1 = 1/2p^2, \quad A_2 = 3/4p^4$$

в изотропном случае, и фактор D монотонно растет с ростом угла падения.

Результат расчета фактора D для вертикального падения волны на изотропную шероховатую поверхность как функции параметра дисперсии наклонов δ приведен на рис. 1. График показывает растущее отклонение поправки от единицы по мере увеличения шероховатости.

С учетом выражений (19) для функций $h_n(p)$, коэффициенты A_n и искомый фактор D в анизотропном случае можно достаточно просто вычислить однократным численным интегрированием по угловой переменной ϕ в уравнении (14). Таким образом, для рассеяния назад получаем выражение

$$\sigma_2(\mathbf{Q}) = 4k^4 \cos^4 \theta c(0)D. \quad (20)$$

Отметим, что сечения рассеяния по-

верхностью являются безразмерными величинами. Корреляционная функция мелких шероховатостей с гауссовым распределением имеет спектральный вид [17]:

$$c(Q) = \frac{\sigma_\zeta^2 l^2}{\pi} \exp(-Q^2 l^2), \quad (21)$$

так что $c(0) = \sigma_\zeta^2 l^2 / \pi$.

Итоговое сечение рассеяния запишем как

$$\sigma_2 = \frac{4}{\pi} (k^2 \sigma_\zeta l)^2 (A_0 \cos^4 \theta + A_1 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + A_2 \sin^4 \theta). \quad (22)$$

Остается выразить сечение рассеяния σ_1 подстилающей анизотропной крупношероховатой поверхностью через угол падения, исходя из выражения (4). В этом случае проекция $Q = 2k \cos \theta$, а $K = 2k \sin \theta$ — модуль проекции изменения волнового вектора на плоскость x, y . Учитывая, что $K_x = K \cos \beta$, $K_y = K \sin \beta$, запишем конечное выражение для сечения обратного рассеяния крупными шероховатостями:

$$\sigma_1 = \frac{V^2}{4\pi \delta_x \delta_y \cos^4 \theta} \times \exp \left[-\text{tg}^2 \theta \left(\frac{\cos^2 \beta}{\delta_x^2} + \frac{\sin^2 \beta}{\delta_y^2} \right) \right]. \quad (23)$$

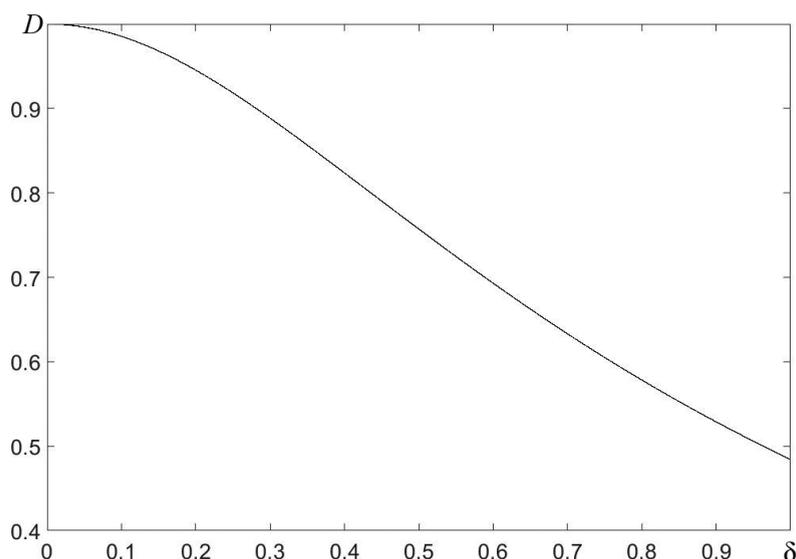


Рис. 1. Фактор D для вертикального падения волны как функция параметра дисперсии наклонов δ

Для проведения конкретных численных расчетов нам потребуется значение коэффициента отражения и безразмерные параметры распределения наклонов поверхностей. Положим в дальнейших вычислениях $V = -1$. Сечение рассеяния будем рассчитывать, зафиксировав

$$\delta_x = 0,1, \quad \delta_y = 0,4; \quad (k\sigma_\zeta)^2 = 0,05, \quad (kl)^2 = 0,1.$$

На рис. 2 представлены результаты расчета коэффициента D в зависимости от угла падения волны, измеренного в радианах. Они иллюстрируют доминирующее влияние распределения шероховатостей в плоскости падения на угловые характеристики интенсивности рассеяния. Поворот плоскости падения от меньшей шероховатости к большей вызывает явный рост рассеяния. При нормальном падении волны отношение сечений

$$\sigma_2(0) / \sigma_1(0) = 16\delta_x\delta_y(k^2\sigma_\zeta l)^2 A_0^2. \quad (24)$$

Для выбранных параметров это отношение составляет $\sim 3 \cdot 10^{-3}$, т. е. сечение σ_2 в области малых углов рассеяния является малой поправкой к основному сечению σ_1

рассеяния крупномасштабными шероховатостями. Его учет может быть важен только при больших углах, для которых основная составляющая резко убывает, за счет чего проявляется вклад в рассеяние мелких шероховатостей.

Функциональная зависимость сечения рассеяния назад крупными анизотропными шероховатостями от угла падения четко проявляет изменение рассеяния в зависимости от положения плоскости падения. Сечения рассеяния назад крупными шероховатостями от угла падения для плоскости падения с ориентацией вдоль малой оси эллипса анизотропии и вдоль большой оси анизотропии отличаются множителем

$$\exp \left[\operatorname{tg}^2 \theta \left(\frac{1}{\delta_x^2} - \frac{1}{\delta_y^2} \right) \right],$$

который при $\delta_x < \delta_y$ нарастает с увеличением угла падения.

Зависимость рассеяния мелкими неоднородностями на фоне крупных шероховатостей от угла падения при различной ориентации плоскости падения отличается плавным характером.

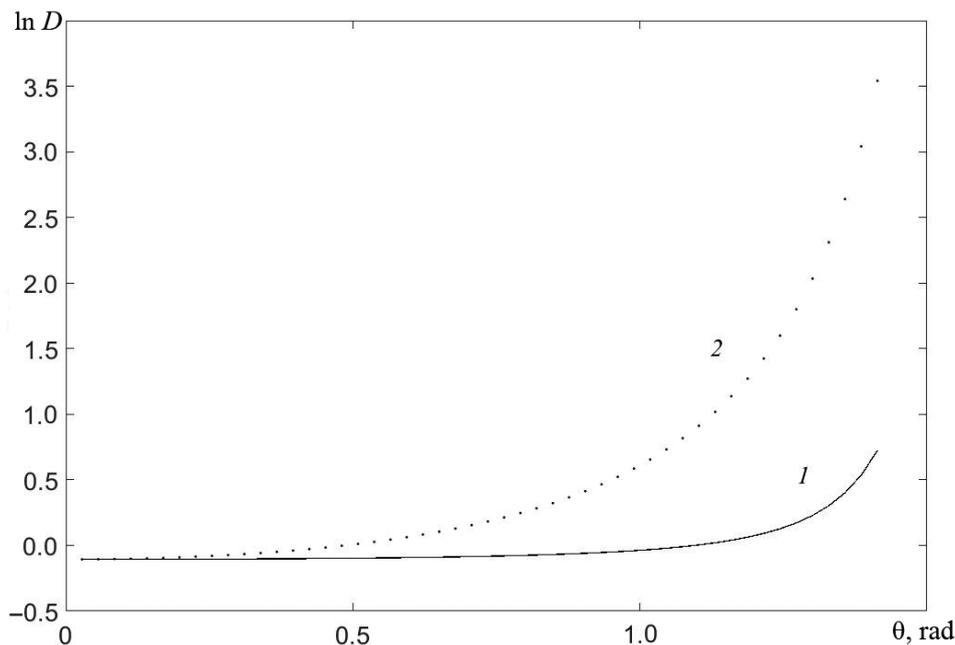


Рис. 2. Зависимости логарифма коэффициента учета анизотропии D от угла падения θ для двух случаев: плоскость падения проходит через малую (1) и через большую (2) оси эллипса анизотропии

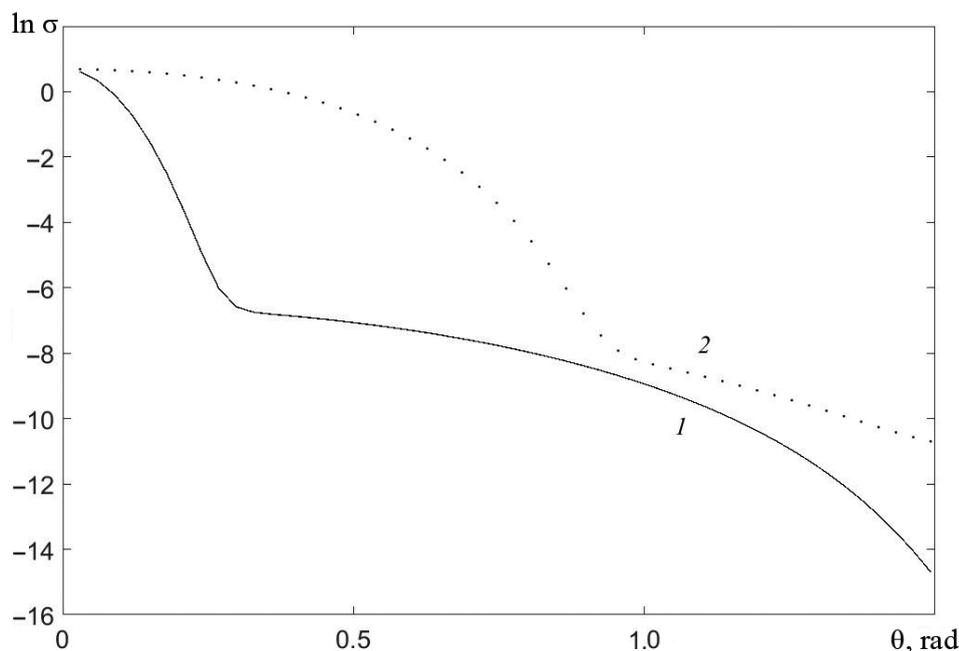


Рис. 3. Зависимости логарифма полного сечения рассеяния двухмасштабной шероховатой поверхностью от угла падения при разных ориентациях плоскости падения волны: вдоль меньших неоднородностей (1) и вдоль неоднородностей с большим наклоном (2)

На рис. 3 показана зависимость логарифма полного сечения рассеяния двухмасштабной шероховатой поверхностью при двух разных ориентациях плоскости падения. Нижняя кривая с меньшим рассеянием относится к ориентации плоскости падения по малой оси эллипса. Верхняя кривая относится к ориентации плоскости падения вдоль большой оси эллипса, что соответствует более крутым шероховатостям. Излом на графике связан с быстрым переходом от распределения в форме (23) при малых углах падения к распределению в форме (22) с ростом угла. Такое поведение характерно и для изотропной рассеивающей поверхности [8], но теперь проявляется новая зависимость от положения плоскости падения.

Заключение

Анализ рассеяния волн анизотропной шероховатой поверхностью в рамках двухмасштабной модели показал, что роль анизотропии мелких шероховатостей несуще-

ственна, в том смысле, что не она проявляется в угловой зависимости обратного рассеяния. Что касается анизотропии крупных неоднородностей с размерами больше длины волны, то она весьма заметна как в той части, которая обусловлена непосредственно этими плавными поверхностными структурами, так и в возникающем на этом фоне рассеянии мелкими случайными шероховатостями. Такие мелкие неоднородности, с размерами намного меньше длины волны, определяют слабоинтенсивное крыло сечения при больших углах рассеяния. Вариация интенсивности рассеянной обратно волны при повороте плоскости падения волны может служить индикатором степени анизотропии крупномасштабных случайных шероховатостей.

Представляет интерес дополнительное исследование влияния на рассеяние флуктуаций самих параметров анизотропной шероховатости вдоль поверхности, в том числе на масштабах, существенно превышающих длину корреляции крупных шероховатостей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Elfouhaily T.M., Guérin C.-A.** A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces // *Waves in Random Media*. 2004. Vol. 14. No. 4. Pp. R1–R40.
2. **Maradudin A.A.** (editor). *Light scattering and nanoscale surface roughness*. New York: Springer, 2007. 496 p.
3. **Pinel, N., Bourlier C.** *Electromagnetic wave scattering from random rough surfaces. Asymptotic models*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013. 162 p.
4. **Morozov A.K., Colosi J.A.** Equations for normal-mode statistics of sound scattering by a rough elastic boundary in an underwater waveguide, including backscattering // *The Journal of the Acoustic Society of America*. 2017. Vol. 142. No. 3. Pp. EL292–EL298.
5. **Ishimaru A.** *Electromagnetic wave propagation, radiation and scattering*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2017. 944 p.
6. **Бреховских Л.М., Лысанов Ю.П.** Теоретические основы акустики океана. М.: Наука, 2007. 370 с.
7. **Horoshenkov K.V., Van Renterghem T., Nichols A., Krynkina A.** Finite difference time domain modelling of sound scattering by the dynamically rough surface of a turbulent open channel flow // *Applied Acoustics*. 2016. Vol. 110. September. Pp. 13–22.
8. **Курьянов Б.Ф.** Рассеяние звука на шероховатостях с двумя типами неровностей // *Акустический журнал*. 1962. Т. 8. Вып. 3. С. 325–333.
9. **Boukabara S.A., Eymard L., Guillou C., Lemaire D., Sobieski P., Guissard A.** Development of a modified two-scale electromagnetic model simulating both active and passive microwave measurements: Comparison to data remotely sensed over the ocean // *Radio Science*. 2002. Vol. 37. No. 4. Pp. 16–1–16–11.
10. **Lemaire D., Sobieski P., Craeye C., Guissard A.** Two-scale models for rough surface scattering: Comparison between the boundary perturbation method and the integral equation method // *Radio Science*. 2002. Vol. 37. No. 1. Pp. 1–1–1–16.
11. **Nunziata F., Sobieski P., Migliaccio M.** The two-scale BPM scattering model for sea biogenic slicks contrast // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2009. Vol. 47. No. 7. Part 1. Pp. 1949–1956.
12. **Mouche A.A., Chapron B., Reul N.** A simplified asymptotic theory for ocean surface electromagnetic wave scattering // *Waves in Random and Complex Media*. 2007. Vol. 17. No. 3. Pp. 321–341.
13. **Ayari M.Y., Khenchaf A., Coatanhay A.** Simulations of the bistatic scattering using two-scale model and the unified sea spectrum // *Journal of Applied Remote Sensing*. 2007. Vol. 1. No. 1. P. 013532.
14. **Soriano G., Guérin C.-A.** A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surface // *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. 2008. Vol. 5. No. 2. Pp. 199–203.
15. **Shi F., Choi W., Lowe M.J.S., Skelton E.A., Craster R.V.** The validity of Kirchhoff theory for scattering of elastic waves from rough surfaces // *Proceedings of the Royal Society of London. A*. 2015. Vol. 471. No. 2178. P. 20140977.
16. **Osipov A.V., Tretyakov S.A.** *Modern electromagnetic scattering theory with application*. Chichester: Wiley & Sons, 2017. 806 p.
17. **Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И.** Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля. Ч. 2. М.: Наука, 1978. 463 с.
18. **Cahil K.** *Physical mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. 666 p.

Статья поступила в редакцию 13.09.2018, принята к публикации 08.10.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГОЛОВИНСКИЙ Павел Абрамович — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, Российская Федерация.

394006, Российская Федерация, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
golovinski@bk.ru

ПРОСКУРИН Дмитрий Константинович — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры прикладной информатики Воронежского государственного технического университета, г. Воронеж, Российская Федерация.

394006, Российская Федерация, г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
pdk@vgasu.vrn.ru

REFERENCES

- [1] T.M. Elfouhaily, C.-A. Guérin, A critical survey of approximate scattering wave theories from random rough surfaces, *Waves in Random Media*. 14 (4) (2004) R1–R40.
- [2] A.A. Maradudin, editor, *Light scattering and nanoscale surface roughness*, Springer, New York (2007).
- [3] N. Pinel, C. Bourlier, *Electromagnetic wave scattering from random rough surfaces, asymptotic models*, John Wiley & Sons, Hoboken (2013).
- [4] A.K. Morozov, J.A. Colosi, Equations for normal-mode statistics of sound scattering by a rough elastic boundary in an underwater waveguide, including backscattering, *J. Acoust. Soc. Am.* 142 (3) (2017) EL292–EL298.
- [5] A. Ishimaru, *Electromagnetic wave propagation, radiation and scattering*, John Wiley & Sons, Hoboken (2017).
- [6] L.M. Brekhovskikh, Yu.P. Lysanov, *Fundamentals of ocean acoustics*, Springer-Verlag, Berlin (1991).
- [7] K.V. Horoshenkov, T. Van Renterghem, A. Nichols, A. Krynkina, Finite difference time domain modeling of sound scattering by the dynamically rough surface of a turbulent open channel flow, *Applied Acoustics*. 110 (September) (2016) 13–22.
- [8] B.F. Kur'yanov, Acoustic scattering by roughness with two types of irregularities, *Acoustical Journal*. 8(3) (1962) 325–333.
- [9] S.A. Boukabara, L. Eymard, C. Guillou, et al., Development of a modified two-scale electromagnetic model simulating both active and passive microwave measurements: Comparison to data remotely sensed over the ocean, *Radio Science*. 37 (4) (2002) 16-1–16-11.
- [10] D. Lemaire, P. Sobieski, C. Craeye, A. Guissard, Two-scale models for rough surface scattering: Comparison between the boundary perturbation method and the integral equation method, *Radio Science*. 37 (1) (2002) 1-1–1-16.
- [11] F. Nunziata, P. Sobieski, M. Migliaccio, The two-scale BPM scattering model for sea biogenic slicks contrast, *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*. 47 (7-1) (2009) 1949–1956.
- [12] A.A. Mouche, B. Chapron, N. Reul, A simplified asymptotic theory for ocean surface electromagnetic wave scattering, *Waves in Random and Complex Media*. 17 (3) (2007) 321–341.
- [13] M.Y. Ayari, A. Khenchaf, A. Coatanhay, Simulations of the bistatic scattering using two-scale model and the unified sea spectrum, *Journal of Applied Remote Sensing*. 1 (1) (2007) 013532.
- [14] G. Soriano, C.-A. Guérin, A cutoff invariant two-scale model in electromagnetic scattering from sea surface, *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*. 5 (2) (2008) 199–203.
- [15] F. Shi, W. Choi, M.J.S. Lowe, et al., The validity of Kirchhoff theory for scattering of elastic waves from rough surfaces, *Proceedings of the Royal Society of London. A*. 471 (2178) (2015) 20140977.
- [16] A.V. Osipov, S.A. Tretyakov, *Modern electromagnetic scattering theory with application*. Wiley & Sons, Chichester (2017).
- [17] S.M. Rytov, Yu.A. Kravtsov, V.I. Tatarskiy, *Vvedeniye v statisticheskuyu radiofiziku. Sluchaynyye polya. Ch. 2. [Introduction to statistical radiophysics. Random fields, Part 2]*, Moscow, Nauka (1978).
- [18] K. Cahil, *Physical Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge (2013).

Received 13.09.2018, accepted 08.10.2018.

THE AUTHORS

GOLOVINSKI Pavel A.

Voronezh State Technical University

84, 20-letiya Oktyabrya St., Voronezh, 394006, Russian Federation
golovinski@bk.ru

PROSKURIN Dmitry K.

Voronezh State Technical University

84, 20-letiya Oktyabrya St., Voronezh, 394006, Russian Federation
pdk@vgasu.vrn.ru



АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Андреев А.М.	85	Малова М.М.	24, 35
Баранцев К.А.	104	Маннанов Э.Р.	85
Болдырев А.В.	61	Мусихин С.Ф.	24, 35
Болдырев С.В.	61	Петреня Ю.К.	85
Головинский П.А.	112	Попов Е.Н.	104
Горобей Н.Н.	95	Приходько А.В.	7, 15
Гуреев В.М.	61	Проскурин Д.К.	112
Елистратова М.А.	24	Романов Н.М.	24, 35
Захарова И.Б.	24	Соминский Г.Г.	77
Карелин Д.Л.	61	Степанов В.В.	85
Ковальчук А.А.	15	Талалов В.А.	85
Коньков О.И.	7	Тарадаев Е.П.	77
Костельов А.М.	85	Фараджева М.П.	7
Ларионов Н.В.	104	Храпунов Е.Ф.	47
Лахдеранта Э.	35	Чумаков Ю.С.	47
Лукьяненко А.С.	95		

Научное издание

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ
«ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL.
PHYSICS AND MATHEMATICS»
ТОМ 11, № 4, 2018**

Учредитель и издатель – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

Редакция

д-р физ.-мат. наук, профессор *В.К. Иванов* – председатель ред. коллегии
д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Э. Фотиади* – зам. председателя ред. коллегии
канд. физ.-мат. наук, доцент *В.М. Капралова* – ответственный секретарь
канд. физ.-мат. наук *О.А. Ящуржинская* – научный редактор, корректор
А.С. Колгатина – переводчик
Н.А. Бушманова – технический секретарь

Телефон редакции 294-22-85

Сайт <http://ntv.spbstu.ru>

E-mail: physics@spbstu.ru

Компьютерная верстка *А.Н. Смирнова*

Лицензия ЛР № 020593 от 07.08.97

Подписано в печать 24.12.2018. Формат 60×84 1/8. Бум. тип. № 1.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 15,5. Уч.-изд. л. 15,5. Тираж 1000. Заказ

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Издательство Политехнического университета,
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России
Адрес университета и издательства: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ

в журнале «Научно-технические ведомости

Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки»

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Журнал «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки» является периодическим печатным научным рецензируемым изданием. Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство ПИ №ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.) и распространяется по подписке агентства «Роспечать» (индекс издания 71823).

С 2008 года журнал издавался в составе сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ». **Сохраняя преемственность и продолжая научные и публикационные традиции сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ», журнал издавали под двоякими международными стандартными сериальными номерами ISSN 1994-2354 (сериальный) 2304-9782.** В 2012 году он зарегистрирован как самостоятельное периодическое издание **ISSN 2304-9782** (Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.). С 2012 г. начат выпуск журнала в двуязычном оформлении.

Издание входит в Перечень ведущих научных рецензируемых журналов и изданий (перечень ВАК) и принимает для печати материалы научных исследований, а также статьи для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук и кандидата наук по следующим основным научным направлениям: **Физика, Математика, Механика, Астрономия.** Научные направления журнала учитываются ВАК Минобрнауки РФ при защите докторских и кандидатских диссертаций в соответствии с Номенклатурой специальностей научных работников.

Журнал представлен в Реферативном журнале ВИНТИ РАН и включен в фонд научно-технической литературы (НТЛ) ВИНТИ РАН, а также в международной системе по периодическим изданиям «Ulrich's Periodicals Digest». Индексирован в базе данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ).

Периодичность выхода журнала – 4 номера в год.

Редакция журнала соблюдает права интеллектуальной собственности и со всеми авторами научных статей заключает издательский лицензионный договор.

2. ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДСТАВЛЯЕМЫМ МАТЕРИАЛАМ

2.1. Оформление материалов

1. Рекомендуемый объем статей – 12-20 страниц формата А-4 с учетом графических вложений. Количество графических вложений (диаграмм, графиков, рисунков, фотографий и т.п.) не должно превышать шести.

2. Число авторов статьи, как правило, не должно превышать пяти человек.

3. Авторы должны придерживаться следующей обобщенной структуры статьи: вводная часть (актуальность, существующие проблемы – объем 0,5 – 1 стр.); основная часть (постановка и описание задачи, методика исследования, изложение и обсуждение основных результатов); заключительная часть (предложения, выводы – объем 0,5 – 1 стр.); список литературы (оформление по ГОСТ 7.0.5-2008).

В списки литературы **рекомендуется** включать ссылки на научные статьи, монографии, сборники статей, сборники конференций, электронные ресурсы с указанием даты обращения, патенты.

Как правило, **нежелательны** ссылки на диссертации и авторефераты диссертаций (такие ссылки допускаются, если результаты исследований еще не опубликованы, или не представлены достаточно подробно).

В списки литературы **не рекомендуется** включать ссылки на учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций, ГОСТы и др. нормативные документы, на законы и постановления, а также на архивные документы (если все же необходимо указать такие источники, то они оформляются в виде сносок).

Рекомендуемый объем списка литературы для обзорных статей – не менее 50 источников, для остальных статей – не менее 10.

Доля источников давностью менее 5 лет должна составлять не менее половины. Допустимый процент самцитирования – не выше 10 – 20. Объем ссылок на зарубежные источники должен быть не менее 20%.

4. УДК (UDC) оформляется и формируется в соответствии с ГОСТ 7.90-2007.

5. Набор **текста** осуществляется в редакторе **MS Word**.

6. **Формулы** (включая мелкие), а также символы и обозначения набираются в редакторе MathType (не во встроеном редакторе Word). **Таблицы** набираются в том же формате, что и основной текст. В тексте буква «ё» заменяется буквой «е» и оставляется только в фамилиях.

7. **Рисунки** (в формате .tiff, .bmp, .jpeg) и **таблицы** оформляются в виде отдельных файлов. Рисунки представляются на английском языке и только в черно-белом варианте. Шрифт – **Times New Roman**, размер шрифта основного текста – 14, интервал – 1,5. Таблицы большого размера могут быть набраны кеглем 12. Параметры страницы: поля слева – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – 1,5 см. Текст размещается без переносов. Абзацный отступ – 1 см.

2.2. Представление материалов

1. Представление всех материалов осуществляется в электронном виде через электронную редакцию (<http://journals.spbstu.ru>). После регистрации в системе электронной редакции автоматически формируется персональный профиль автора, позволяющий взаимодействовать как с редакцией, так и с рецензентом.

2. Вместе с материалами статьи должно быть представлено экспертное заключение о возможности опубликования материалов в открытой печати.

3. Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст без названия, списка литературы, аннотации и ключевых слов, фамилий и сведений об авторах. Все эти поля заполняются отдельно через электронную редакцию.

2.3. Рассмотрение материалов

Предоставленные материалы (п. 2.2) первоначально рассматриваются редакционной коллегией и передаются для рецензирования. После одобрения материалов, согласования различных вопросов с автором (при необходимости) редакционная коллегия сообщает автору решение об опубликовании статьи. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

При отклонении материалов из-за нарушения сроков подачи, требований по оформлению или как не отвечающих тематике журнала материалы не публикуются и не возвращаются.

Редакционная коллегия не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

При поступлении в редакцию значительного количества статей их прием в очередной номер может закончиться **ДОСРОЧНО**.

**Более подробную информацию можно получить по телефону редакции:
(812) 294-22-85 с 10.00 до 18.00 – Наталья Александровна
или по e-mail: physics@spbstu.ru**