

DOI: 10.18721/JPM.11410

УДК 535.3

ОДНОАТОМНЫЙ ЛАЗЕР, РАБОТАЮЩИЙ В РЕЖИМЕ СИЛЬНОЙ СВЯЗИ И НИЗКОДОБРОТНОГО РЕЗОНАТОРА

Н.В. Ларионов, К.А. Баранцев, Е.Н. Попов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Численно исследованы эволюция и стационарный режим работы одноатомного лазера с некогерентной накачкой в условиях сильной связи и низкодобротного резонатора. В режиме беспороговой генерации проведено сравнение полученных численных результатов с соответствующими экспериментальными. Проанализированы зависимости амплитуды и частоты релаксационных колебаний от величины некогерентной накачки. Установлено, что величина накачки оказывает существенное влияние на амплитуду этих колебаний и практически не влияет на их частоту. Обсуждается возможность уменьшения шумов лазера посредством увеличения числа атомов в резонаторе.

Ключевые слова: одноатомный лазер, режим сильной связи, беспороговый режим генерации, релаксационные колебания

Ссылка при цитировании: Ларионов Н.В., Баранцев К.А., Попов Е.Н. Одноатомный лазер, работающий в режиме сильной связи и низкодобротного резонатора // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 104–111. DOI: 10.18721/JPM.11410

SINGLE-ATOM LASER WITH A LOW-FINESSE CAVITY OPERATING IN THE STRONG-COUPPLING REGIME

N.V. Larionov, K.A. Barantsev, E.N. Popov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

In this work, transition processes and a stationary regime of a single-atom laser with incoherent pumping under conditions of the strong-coupling and bad-cavity limit have been studied. In the thresholdless regime, our numerical results were compared with corresponding experimental data. The amplitude and the frequency of the relaxation oscillations as the functions of the incoherent pumping value were also analyzed. The pumping strength was established to have a very significant effect on the amplitude of these oscillations and no appreciable effect on their frequency. The possibility of the noise reduction by means of increasing of the number of atoms in the cavity was discussed.

Keywords: single-atom laser, strong-coupling regime, thresholdless lasing, relaxation oscillations

Citation: N.V. Larionov, K.A. Barantsev, E.N. Popov, Single-atom laser with a low-finesse cavity operating in the strong-coupling regime, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 11 (4) (2018) 104–111. DOI: 10.18721/JPM.11410

Введение

Одной из фундаментальных моделей квантовой оптики является модель одноатомного лазера. Он представляет собой двухуровневую систему с некогерентной накачкой, взаимодействующую с одной за-

тухающей полевой модой [1]. Эта модель исследовалась многими авторами (см. работы [1 – 8] и ссылки в них). В указанных работах было обнаружено множество особенностей одноатомного лазера. Это эффект «самотушения» [1], перепутанные

состояния между излучателем и полевой подсистемой [2], беспороговый режим генерации и генерация без инверсии [3, 6], многократное сжатие амплитудных флуктуаций [4] и субпуассоновская статистика фотонов в резонаторе [4, 6], отклонение от формулы для ширины линии Шавлова – Таунса обычного лазера с некогерентной накачкой [1, 6].

Интерес к этой проблеме вызван не только ее фундаментальными свойствами, но также успешными экспериментами в этой области, начало которым было положено еще в 2003 году группой Дж. Кимбла [9]. Помимо одиночного атома в качестве рабочей среды [9], были проведены эксперименты с одиночными ионами [10] и квантовыми точками [11].

Практический интерес к «одноатомным» лазерам связан с тем, что они являются перспективными объектами в задачах метрологии и стандартов частоты [12 – 16], где они могут использоваться как источники «неклассических» состояний света, а в задачах квантовой информатики играть роль «кубитов» в сложных квантовых сетях [17].

В упомянутых выше и других теоретических статьях исследовались различные режимы работы одноатомного лазера, однако некоторые аспекты были изучены недостаточно подробно. Так, в работе [6], ориентированной на исследование лазера с помощью распределений по когерентным состояниям, на основе полученного приближенного выражения для P -функции Глаубера, была сделана попытка сравнения результатов теоретических расчетов с данными эксперимента [10]. Однако сопоставление параметров модели с параметрами реального эксперимента не позволило провести полного сравнения, включающего изучение статистики фотонов в резонаторе. Это было связано как с тем, что значения подобранных параметров не вполне удовлетворяли условиям, при которых «работает» приближенное решение для P -функции, так и с тем, что численное решение соответствующих уравнений сталкивается с трудностями описания обобщенных функций [7].

Также в работе [6], с помощью линеаризации уравнений Гейзенберга – Ланжевена около полуклассического решения, был проанализирован спектр амплитудных флуктуаций. В режиме сильной связи и низкодобротного резонатора обнаружено существование релаксационных колебаний. Однако численной проверки этих результатов проведено не было, а также не была исследована зависимость частоты и амплитуды этих колебаний от величины накачки.

Отметим, что управление этими переходными процессами является важной задачей при реализации лазеров с большим значением фактора β [18 – 20] – лазеров, в которых вклад спонтанного излучения в лазерную моду велик и к которым относится рассматриваемый одноатомный лазер.

Таким образом, целью представленной работы является численное исследование характеристик релаксационных колебаний, а также статистики фотонов одноатомного лазера в условиях сильной связи и низкодобротного резонатора.

Структура статьи следующая. В первой части конкретизируется модель одноатомного лазера, классифицируются режимы его работы и записываются основные уравнения, используемые для численного моделирования. Во второй части приводятся результаты расчетов и их обсуждение. В заключение представлены выводы и обсуждается возможность уменьшения шумов посредством увеличения числа излучателей в резонаторе.

Модель одноатомного лазера.

Основное уравнение

Простейшая модель одноатомного лазера представлена двухуровневой системой с некогерентной накачкой с нижнего на верхний энергетический уровень и взаимодействующей с одной модой резонатора с потерями. Такую модель характеризуют всего четыре параметра:

γ – константа спонтанного распада возбужденного состояния атома;

Γ – скорость некогерентной накачки с нижнего уровня $|a\rangle$ на верхний $|b\rangle$;

κ – константа распада моды резонатора, обусловленная полупрозрачным зеркалом;

g – константа связи атом – поле.

Уравнение для оператора плотности $\hat{\rho}$ рассматриваемого лазера имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = & -\frac{i}{\hbar} [\hat{V}, \hat{\rho}] + \frac{\kappa}{2} (2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}) + \\ & + \frac{\gamma}{2} (2\hat{\sigma}\hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger - \hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}) + \\ & + \frac{\Gamma}{2} (2\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho}\hat{\sigma} - \hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}\hat{\sigma}^\dagger); \end{aligned} \quad (1)$$

$$\hat{V} = i\hbar g(\hat{a}^\dagger\hat{\sigma} - \hat{\sigma}^\dagger\hat{a}),$$

где \hat{a} , \hat{a}^\dagger – операторы уничтожения и рождения фотона в моде резонатора; $\hat{\sigma} = |a\rangle\langle b|$, $\hat{\sigma}^\dagger = |b\rangle\langle a|$ – атомные проекционные операторы; \hat{V} – оператор взаимодействия атома с модой резонатора.

Второе слагаемое в уравнении (1) описывает распад моды резонатора, третье и четвертое – спонтанный распад возбужденного состояния атома и его некогерентную накачку, соответственно.

Состояния атома удовлетворяют условию полноты

$$|a\rangle\langle a| + |b\rangle\langle b| = \hat{1},$$

где $\hat{1}$ – единичный оператор.

Далее, в соответствии с работой [6], будем характеризовать наш лазер следующими тремя безразмерными параметрами:

$c = 4g^2 / \kappa\gamma$ – безразмерная константа связи (кооперативный параметр);

$I_s = \gamma / \kappa$, $r = \Gamma / \gamma$ – безразмерные параметры насыщения и накачки, соответственно.

Конкретизируем некоторые режимы работы одноатомного лазера. Формально случай $I_s \gg 1$ называется режимом добротного резонатора, а случай $I_s \ll 1$ – режимом низкодобротного резонатора. Неравенство $cI_s \gg 1$ ($g \gg \kappa$) соответствует ситуации, когда за время жизни фотона в резонаторе он успевает многократно провзаимодействовать с атомом. Это же условие, при определенных значениях накачки, позволяет накопить большое число когерентных фотонов в резонаторе. Следующее неравенство $c \gg I_s$ ($g \gg \gamma$) представляет собой так называемое условие сильной связи, когда связь атома с полем

сильнее, чем с термостатом, обеспечивающим его спонтанный распад. Именно при этом условии могут наблюдаться беспороговый режим работы одноатомного лазера и генерация «неклассических» состояний света.

При условии $c \gg 1$ существует полуклассическое решение для внутрирезонаторной интенсивности [6]:

$$I(r) = \frac{I_s}{2} \left[(r-1) - \frac{(r+1)^2}{c} \right]. \quad (2)$$

Корни уравнения $I(r) = 0$ определяют полуклассический порог одноатомного лазера r_{th} и значение накачки r_q , при котором происходит его «самотушение»:

$$\begin{aligned} r_{th} &= r_m - \frac{c}{2} \sqrt{1 - 8/c}; \\ r_q &= r_m + \frac{c}{2} \sqrt{1 - 8/c}, \end{aligned}$$

где $r_m = (c/2) - 1$ – значение накачки, при котором интенсивность (2) принимает свое максимальное значение –

$$I(r_m) = \frac{cI_s}{8} (1 - 8/c).$$

Операторное уравнение (1) может быть записано в различных представлениях. Для численного счета лучше всего его переписать в представлении чисел заполнения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{nm}^{aa}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{aa} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{aa} + 2\gamma\rho_{nm}^{bb} - 2\Gamma\rho_{nm}^{aa} + \\ &+ 2g(\sqrt{n}\rho_{n-1,m}^{ba} + \sqrt{m}\rho_{n,m-1}^{ab}); \\ \frac{\partial \rho_{nm}^{bb}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{bb} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{bb} - 2\gamma\rho_{nm}^{bb} + 2\Gamma\rho_{nm}^{aa} - \\ &- 2g(\sqrt{m+1}\rho_{n,m+1}^{ba} + \sqrt{n+1}\rho_{n+1,m}^{ab}); \\ \frac{\partial \rho_{nm}^{ab}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{ab} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{ab} - (\Gamma + \gamma)\rho_{nm}^{ab} + \\ &+ 2g(\sqrt{n}\rho_{n-1,m}^{bb} - \sqrt{m+1}\rho_{n,m+1}^{aa}); \\ \frac{\partial \rho_{nm}^{ba}}{\partial t} &= 2\kappa\sqrt{(n+1)(m+1)}\rho_{n+1,m+1}^{ba} - \\ &- \kappa(n+m)\rho_{nm}^{ba} - (\Gamma + \gamma)\rho_{nm}^{ba} + \\ &+ 2g(\sqrt{m}\rho_{n,m-1}^{bb} - \sqrt{n+1}\rho_{n+1,m}^{aa}). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\rho_{nm}^{\alpha\beta} = \rho_{nm}^{\alpha\beta}(t)$ — элемент атомно-полевой матрицы плотности; нижние индексы пробегают фотонные числа заполнения $n, m = 0, 1, 2, \dots, \infty$; верхние индексы соответствуют атомным состояниям $\alpha, \beta = a, b$.

Система (3) является бесконечной системой уравнений. Поэтому при численном моделировании мы анализировали сходимость среднего числа фотонов $\langle n \rangle$ и их дисперсии

$$\langle \Delta n^2 \rangle = \langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$$

в зависимости от числа учтенных в расчете чисел заполнения k . Другими словами, система уравнений (3) «обрывалась» на определенном k , которое изначально выбиралось из очевидного условия $k > [\Gamma / 2\kappa]$, и при этом рассчитывались $\langle n \rangle$ и $\langle \Delta n^2 \rangle$.

Следующий расчет выполнялся для больших значений k и проводилось сравнение с предыдущим результатом и т. д.

Среднее число фотонов и Q -параметр Манделя вычислялись по формулам:

$$\begin{aligned} \langle n^s \rangle &= \sum_{n=0}^k n^s \rho_{nn}, \\ Q &= \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} - 1. \end{aligned} \quad (4)$$

где $\rho_{nm} = \rho_{nm}^{aa} + \rho_{nm}^{bb}$ — полевая матрица плотности.

Результаты расчетов и их обсуждение

На рис. 1 построены графики зависимостей среднего числа фотонов и Q -параметра Манделя от величины накачки r для двух значений констант связи c и нескольких значений параметров насыщения I_s ; графики получены с помощью численного моделирования системы (3). Точками на графиках представлены экспериментальные данные, взятые из работы [10] и соответствующие беспороговой работе одноатомного лазера. При нанесении экспериментальных точек мы учитывали, что фотоэлемент имеет определенную эффективность, и поэтому проводили масштабирование: по горизонтальной оси умножали значения величин на коэффициент 1,30, по вертикальной — на 7,22.

Следующие значения параметров $c = 5,75$ и $I_s = 3,5; 1,6$ были использованы в работе [6] при попытке сопоставления теоретической модели с экспериментом [10]. Как видно из рисунка, эти значения совершенно не подходят для описания рассматриваемой экспериментальной ситуации. При увеличении накачки шум возрастает и не наблюдается никакого характерного минимума для Q -параметра.

В связи с этим, нами был проведен численный анализ зависимостей $\langle n(r) \rangle$ и $Q(r)$

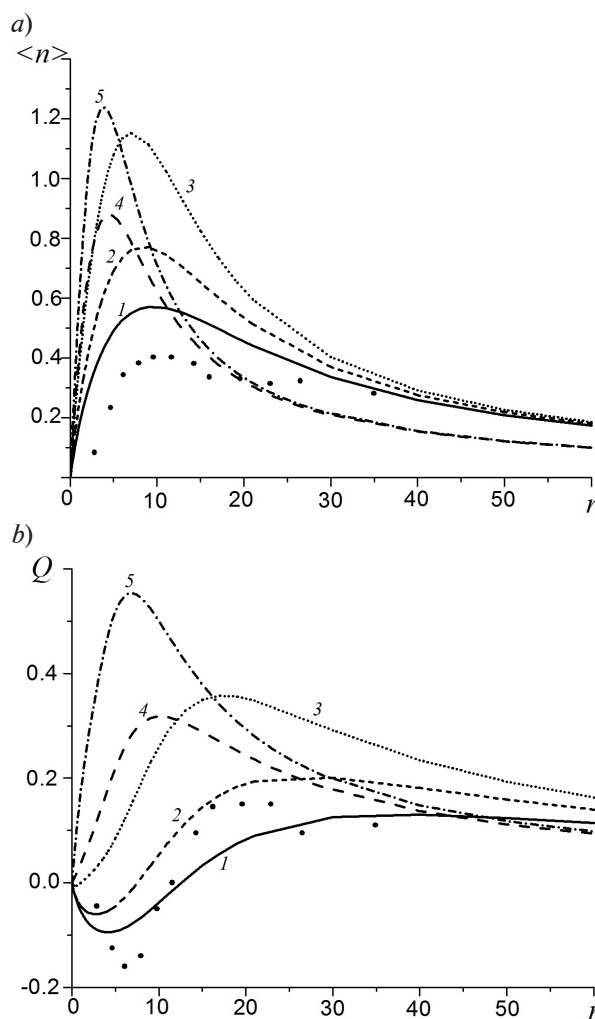


Рис. 1. Экспериментальные ([10], точки) и расчетные (линии) зависимости среднего числа фотонов в резонаторе (а) и Q -параметра Манделя (б) от величины накачки r при различных значениях параметров I_s (кривые 1 — 5) и c .
 $c = 10,00$ (1 — 3) и $5,75$ (4, 5); $I_s = 0,3$ (1), $0,5$ (2);
 $1,0$ (3), $1,6$ (4), $3,5$ (5)

широком диапазоне значений c , I_s и выбраны такие из них, при которых наша модель качественно описывает эксперимент [10]: $c = 10$, $I_s = 0,3$. Соответствующие графики, а также графики для других значений I_s приведены на рис. 1. Видно, что усиление связи посредством уменьшения параметра насыщения и перехода к режиму низкодобротного резонатора позволяет уменьшить флуктуацию числа фотонов в резонаторе и обеспечить субпуассоновскую статистику поля. При этом наибольшее подавление шума наблюдается, когда $cI_s \approx 1$, т. е. при условии, когда фотон после однократного взаимодействия с атомом по-

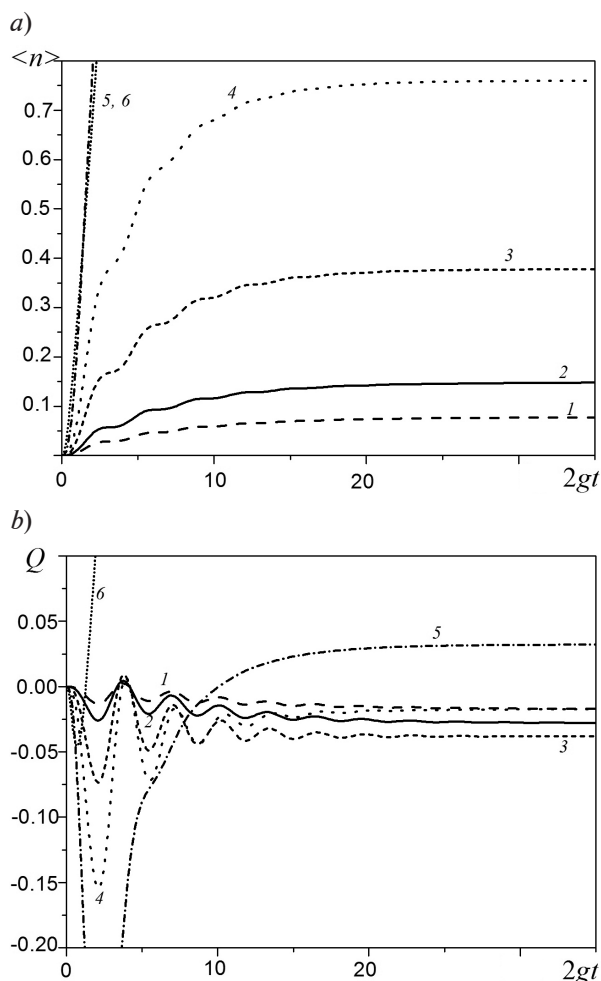


Рис. 2. Временная эволюция среднего числа фотонов в резонаторе (а) и Q -параметра Манделя (б) для разных значений параметра накачки r при фиксированных значениях $c = 400$, $I_s = 0,2$.
 $r = 0,5$ (1); $1,01$ (2); $3,0$ (3); 7 (4); 30 (5); 199 (6)

кидает резонатор и одновременно, за счет накачки, появляется новый фотон, повторяющий «судьбу» предыдущего, и т. д. (проявление эффекта антигруппировки).

Важно отметить, что рассматриваемая экспериментальная ситуация [10] соответствует режиму малого числа фотонов в резонаторе ($cI_s \approx 1$), тогда как приближенное выражение для P -функции, найденное в работе [6], может быть использовано только при условии $cI_s \gg 1$, т. е. когда реализуется возможность накопления макроскопического числа фотонов в моде.

На рис. 2 показана временная эволюция среднего числа фотонов в резонаторе и их дисперсия для случая сильной связи и низкодобротного резонатора: $c = 400$, $I_s = 0,2$ (при этом $cI_s \gg 1$). Несколько значений параметров накачки выбраны вблизи классического порога $r_{th} \approx 1,01$ (см. формулу (2)), а также несколько значений, существенно превышающих его, но не относящихся к области «самотушения» лазера. Значения $r = 3; 199$ такие же, как в работе [6], где они применялись при анализе спектра амплитудных флуктуаций.

На рис. 2 можно видеть релаксационные колебания, что и предсказывает линейная теория [6]. При увеличении значения накачки r амплитуда колебаний растет, а для $r \gg r_{th}$ колебания практически исчезают. При оценке частоты релаксационных колебаний можно убедиться, что она в несколько раз превосходит частоту

$$\Omega_{osc} / 2g = \sqrt{I_s(r-1)/2},$$

найденную в работе [6], и она не так сильно зависит от параметра накачки. Это несоответствие, скорее всего, вызвано тем, что линейризация уравнений Гейзенберга – Ланжевена, проведенная в работе [6], подразумевает большую внутрирезонаторную интенсивность, тогда как вблизи порога r_{th} среднее число фотонов мало.

Заключение

В данной работе мы исследовали поведение одноатомного лазера с некогерентной накачкой, работающего в режиме сильной связи ($c \gg I_s$) и низкодобротного резонатора ($I_s \ll 1$). Были найдены значения па-

раметров лазера, при которых статистика фотонов в резонаторе становится субпуассоновской, что объясняется проявлением эффекта антигруппировки. Соответствующие численные расчеты смогли качественно описать эксперимент [10].

Показано, что приближенное выражение для P -функции Глаубера, найденное в [6], нельзя использовать для описания работы лазера в случае низкодобротного резонатора.

Кроме того, было численно подтверждено предсказание существования релаксационных колебаний для одноатомного лазера, работающего в режиме сильной связи [6]. Однако применение аналитической формулы для частоты этих колебаний, выведенной в работе [6], не привело к подтверждению результатов численных расчетов, полученных в нашей статье. Как следует из численного анализа, частота релаксационных колебаний очень слабо зависит от величины накачки r , а их амплитуда растет с увеличением r .

В заключение отметим возрастающий интерес современных исследователей к

атомным системам, помещенным в резонатор и взаимодействующим с его модами. В качестве таких систем могут выступать холодные атомные ансамбли или одиночные атомы, внедренные в специальные матрицы. В работах, посвященных этой тематике (см., например, работы [21, 22]), отмечено существенное модифицирование взаимодействия атомов с полем, которое особенно сильно проявляется при учете эффектов ближнего поля (диполь-дипольное взаимодействие) или в случае, когда одна из поверхностей (стенка резонатора) заряжена.

Размещение нескольких излучателей в резонаторе, приготовленных в определенном перепутанном состоянии, должно повлиять на степень сжатия амплитудных флуктуаций полевой подсистемы такого лазера и, возможно, улучшить ее, по сравнению со степенью сжатия, найденной для одноатомного лазера [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №18-32-00250), Государственного задания для вузов (базовая часть) № 3.5469.2017 и Стипендии Президента РФ №СП-3321.2018.3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Mu Yi, Savage C.M.** One-atom lasers // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46. No. 9. P. 5944.
2. **Kilin S.Ya., Karlovich T.B.** Single-atom laser: Coherent and nonclassical effects in the regime of a strong atom-field correlation // J. Exp. Theor. Phys. 2002. Vol. 95. No. 5. P. 805.
3. **Karlovich T.B., Kilin S.Ya.** Quantum statistical properties of one-atom lasers // Opt. Spectr. 2001. Vol. 91. No. 91. Pp. 343–351.
4. **Козловский А.В., Ораевский А.Н.** Субпуассоновское излучение одноатомного двухуровневого лазера с некогерентной накачкой // ЖЭТФ. 1999. Т. 115. Вып. 4. С. 1210–1220.
5. **Larionov N.V., Kolobov M.I.** Analytical results from the quantum theory of single-emitter nanolaser // Phys. Rev. A. 2011. Vol. 84. No. 5. P. 055801.
6. **Larionov N.V., Kolobov M.I.** Quantum theory of a single-emitter nanolaser // Phys. Rev. A. 2013. Vol. 88. No. 1. P. 013843.
7. **Popov E.N., Larionov N.V.** Glauber-Sudarshan P function in the model of a single-emitter laser generating in strong coupling regime // Proceeding of SPIE. 2016. Vol. 9917. P. 99172X.
8. **Kilin S.Ya., Mikhalychev A.B.** Single-atom laser generates nonlinear coherent states // Phys. Rev. A. 2012. Vol. 85. No. 6. P. 063817.
9. **McKeever J., Boca A., Boozer A.D., Buck J.R., Kimble H.J.** Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling // Nature (London). 2003. Vol. 425. Pp. 268–271.
10. **Dubin F., Russo C., Barros H. G., Stute A., Becher C., Piet O.S., Blatt R.** Quantum to classical transition in a single-ion laser // Nat. Phys. 2010. Vol. 6. Pp. 350–353.
11. **Nomura M., Kumagai N., Iwamoto S., Ota Y., Arakawa Y.** Photonic crystal nanocavity laser with a single quantum dot gain // Opt. Express. 2009. Vol. 17. No. 18. Pp. 15975–15982.
12. **Риле Ф.** Стандарты частоты. Принципы и приложения. М.: Физматлит, 2009. 512 с.
13. **Saxena G.M., Agarwal A.** Laser-cooling in noisy quadrature of squeezed vacuum for cesium fountain clock // IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum. 2003. Proceedings of the 2003. doi:10.1109/freq.2003.1275075.

14. **Vahlbruch H., Wilken D., Mehmet M., Willke B.** Laser power stabilization beyond the shot noise limit using squeezed light // *Phys. Rev. Lett.* 2018. Vol. 121. No. 17. P. 173601.

15. **Brazhnikov D.V., Ignatovich S.M., Vishnyakov V.I., Skvortsov M.N., Andreeva Ch., Entin V.M., Ryabtsev I.I.** High-quality electromagnetically-induced absorption resonances in a buffer-gas-filled vapour cell // *Las. Phys. Lett.* 2018. Vol. 15. No. 2. P. 025701.

16. **Баранцев К.А., Попов Е.Н., Литвинов А.Н., Петров В.М.** Анализ кратковременной стабильности и световых сдвигов квантового стандарта частоты на основе эффекта когерентного пленения населенностей в газовой ячейке в атомами ^{87}Rb // *Радиотехника.* 2016. № 12. С. 164–170.

17. **Ritter S., Nilleke C., Hahn C., et al.** An elementary quantum network of single atoms in optical cavities // *Nature.* 2012. Vol. 484. No. 7393. Pp. 195–200.

18. **Bjork G., Karlsson A., Yamamoto Y.** Defi-

inition of a laser threshold // *Phys. Rev. A.* 1994. Vol. 50. No. 2. P. 1675.

19. **Protsenko I.E., Travagnin M.** Microscopic model of semiconductor laser without inversion // *Phys. Rev. A.* 2001. Vol. 65. No. 1. P. 013801.

20. **Ellis B., Mayer M.A., Shambat G., Sarmiento T., Harris J., Haller E.E., Vuckovic J.** Ultralow-threshold electrically pumped quantum-dot photonic-crystal nanocavity laser // *Nat. Photonics.* 2011. Vol. 5. Pp. 297–300.

21. **Курапцев А.С., Соколов И.М.** Микроскопическая теория диполь-дипольного взаимодействия в ансамблях примесных атомов в резонаторе Фабри – Перо // *ЖЭТФ.* 2016. Т. 150. Вып. 2. С. 275–287.

22. **Курапцев А.С., Соколов И.М.** Особенности межатомного диполь-дипольного взаимодействия вблизи идеально проводящей заряженной поверхности // *ЖЭТФ.* 2018. Т. 154. Вып. 3. С. 534–542.

Статья поступила в редакцию 15.10.2018, принята к публикации 24.10.2018.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛАРИОНОВ Николай Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
larionov.nickolay@gmail.com

БАРАНЦЕВ Константин Анатольевич – кандидат физико-математических наук, доцент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
kostmann@yandex.ru

ПОПОВ Евгений Николаевич – кандидат физико-математических наук, доцент Института физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
enp-tion@yandex.ru

REFERENCES

[1] **Yi Mu, C.M. Savage,** One-atom lasers, *Phys. Rev. A.* 46 (9) (1992) 5944.

[2] **S.Ya. Kilin, T.B. Karlovich,** Single-atom laser: Coherent and nonclassical effects in the regime of a strong atom-field correlation, *J. Exp. Theor. Phys.* 95 (5) (2002) 805.

[3] **T.B. Karlovich, S.Ya. Kilin,** Quantum statistical properties of one-atom lasers, *Opt. Spectra.* 91 (91) (2001) 343–351.

[4] **A.V. Kozlovskiy, A.N. Orayevskiy,** Sub-Poissonian radiation of a one-atom two-level laser

with incoherent pumping, *JETP.* 88 (4) (1999) 666–671.

[5] **N.V. Larionov, M.I. Kolobov,** Analytical results from the quantum theory of single-emitter nanolaser, *Phys. Rev. A.* 84 (5) (2011) 055801.

[6] **N.V. Larionov, M.I. Kolobov,** Quantum theory of a single-emitter nanolaser, *Phys. Rev. A.* 88 (1) (2013) 013843.

[7] **E.N. Popov, N.V. Larionov,** Glauber-Sudarshan P function in the model of a single-emitter laser generating in strong coupling regime,

Proceeding of SPIE. 9917 (2016) 99172X.

[8] **S.Ya. Kilin, A.B. Mikhalychev**, Single-atom laser generates nonlinear coherent states, *Phys. Rev. A*. 85 (6) (2012) 063817.

[9] **J. McKeever, A. Boca, A.D. Boozer, et al.**, Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling, *Nature (London)*. 425 (2003) 268–271.

[10] **F. Dubin, C. Russo, H.G. Barros, et al.**, Quantum to classical transition in a single-ion laser, *Nat. Phys.* 6 (2010) 350–353.

[11] **M. Nomura, N. Kumagai, S. Iwamoto, et al.**, Photonic crystal nanocavity laser with a single quantum dot gain, *Opt. Express*. 17 (18) (2009) 15975–15982.

[12] **F. Riehle**, *Frequency standarts: Basic and applications*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co., Weinheim (2004).

[13] **G.M. Saxena, A. Agarwal**, Laser-cooling in noisy quadrature of squeezed vacuum for cesium fountain clock, *IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition Jointly with the 17th European Frequency and Time Forum, 2003, Proceedings of the 2003*. doi:10.1109/freq.2003.1275075.

[14] **H. Vahlbruch, D. Wilken, M. Mehmet, B. Willke**, Laser power stabilization beyond the shot noise limit using squeezed light, *Phys. Rev. Lett.* 121 (17) (2018) 173601.

[15] **D.V. Brazhnikov, S.M. Ignatovich, V.I.**

Vishnyakov, et al., High-quality electromagnetically-induced absorption resonances in a buffer-gas-filled vapour cell, *Las. Phys. Lett.* 15 (2) (2018) 025701.

[16] **K.A. Barantsev, E.N. Popov, A.N. Litvinov, V.M. Petrov**, Analysis of short-term stability and light shifts of quantum frequency standarts based on coherent population trapping effect in ^{87}Rb buffer cell, *Radioengineering*. (12) (2016) 164–170.

[17] **S. Ritter, C. Nilleke, C. Hahn C., et al.**, An elementary quantum network of single atoms in optical cavities, *Nature*. 484 (7393) (2012) 195–200.

[18] **G. Bjork, A. Karlsson, Y. Yamamoto**, Definition of a laser threshold, *Phys. Rev. A*. 50 (2) (1994) 1675.

[19] **I.E. Protsenko, M. Travagnin**, Microscopic model of semiconductor laser without inversion, *Phys. Rev. A*. 65 (1) (2001) 013801.

[20] **B. Ellis, M.A. Mayer, G. Shambat, et al.**, Ultralow-threshold electrically pumped quantum-dot photonic-crystal nanocavity laser, *Nat. Photonics* 5 (2011) 297–300.

[21] **A.S. Kuraptsev, I.M. Sokolov**, Microscopic theory of dipole-dipole interaction in ensembles of impurity atoms in a Fabry – Perot cavity, *JETP*. 123 (2(8)) (2016) 237–248.

[22] **A.S. Kuraptsev, I.M. Sokolov**, The features of interatomic dipole-dipole interaction near an ideally conducting charged surface, *JETP*. 127 (3) (2018).

Received 15.10.2018, accepted 24.10.2018.

THE AUTHORS

LARIONOV Nikolay V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
larionov.nickolay@gmail.com

BARANTSEV Konstantin A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
kostmann@yandex.ru

POPOV Evgeniy N.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
enp-tion@yandex.ru