



DOI: 10.18721/JPM.12210  
УДК 539.12

## АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РОЖДЕНИИ ПАР АДРОННЫХ СТРУЙ В ПРОТОН-ПРОТОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ СВЕРХВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

**А.Ю. Егоров, Я.А. Бердников**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе проанализированы возможности поиска эффектов эволюции Балицкого – Фадиной – Кураева – Липатова (БФКЛ) на будущих протон-протонных коллайдерах при максимальных энергиях в системе центра масс протонов 14, 27 и 100 ТэВ в процессах рождения пар адронных струй с большим разделением по быстроте между струями в паре. Выполнено моделирование протон-протонных столкновений в программных пакетах Монте-Карло, основанных на эволюции Докшицера – Грибова – Липатова – Альтарелли – Паризи PYTHIA8 и HERWIG++, а также в программном пакете HEJ+ARIADNE, основанном на приближении БФКЛ. Результаты моделирования указали на перспективность экспериментального обнаружения эффектов БФКЛ при условиях, созданных на будущих протон-протонных коллайдерах.

**Ключевые слова:** квантовая хромодинамика, приближение БФКЛ, рождение пар адронных струй, большая быстрота

**Ссылка при цитировании:** Егоров А.Ю., Бердников Я.А. Асимптотические эффекты при рождении пар адронных струй в протон-протонных столкновениях при сверхвысоких энергиях // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 2. С. 121–129. DOI: 10.18721/JPM.12210

## ASYMPTOTIC EFFECTS IN DIJET PRODUCTION IN PROTON-PROTON COLLISIONS AT EXTREMELY HIGH ENERGIES

**A.Yu. Egorov, Ya.A. Berdnikov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

In the paper, the scope for the search of the Balitsky–Fadin–Kuraev–Lipatov (BFKL) evolution effects at future proton-proton colliders at center-of-mass energies of 14, 27 and 100 TeV has been analyzed for processes of dijets production with a large jet separation in rapidity at a dijet. Simulation of proton-proton collisions using Monte Carlo calculations performed with generator packages PYTHIA8 and HERWIG++ based on Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi evolution and with generator package HEJ+ARIADNE based on BFKL approach was carried out. The simulation observations pointed to a promise to reveal the BFKL effects experimentally under conditions established at future proton-proton colliders.

**Keywords:** quantum chromodynamics, BFKL approach, dijet production, large rapidity

**Citation:** Egorov A.Yu., Berdnikov Ya.A., Asymptotic effects in dijet production in proton-proton collisions at extremely high energies, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 12 (2) (2019) 121–129. DOI: 10.18721/JPM.12210

### Введение

Жесткие столкновения адронов при предельно высокой энергии системы центра масс ( $\sqrt{s} \rightarrow \infty$ ), большом переданном импульсе ( $Q \rightarrow \infty$ ) и фиксированном отношении  $Q/\sqrt{s} \sim x$  (данный предел носит название предела Бьеркена, а  $x$  – скейлинговая переменная), описываются в терминах пертурбативной квантовой хромодинамики в рамках коллинеарной факторизации. Последняя обеспечивает факторизацию адрон-адронного сечения на жесткий подпроцесс и партонные функции распределения. Этот кинематический режим требует суммирования диаграмм, усиленных большими логарифмами переданного импульса, а именно – членов пертурбативного ряда, пропорциональных величине

$$(\alpha_s(Q^2) \ln Q^2)^n,$$

где  $\alpha_s(Q^2)$  – бегущая константа сильного взаимодействия,  $n$  – порядок члена пертурбативного ряда.

Такое суммирование во всех порядках теории возмущений достигнуто в главном логарифмическом приближении (ГЛП) в уравнениях эволюции Докшицера – Грибова – Липатова – Альтарелли – Паризи (ДГЛАП) [1 – 5], описывающих эволюцию партонных функций распределения с масштабом  $Q$ . Суммирование членов, пропорциональных  $[\alpha_s(Q^2)]^n [\ln Q^2]^{n-1}$ , приводит к уравнениям ДГЛАП в логарифмическом приближении, следующим за ГЛП (СГЛП).

Рассеянный в жестком подпроцессе партон испускает тормозное излучение, формирующее партонный ливень. Партонный ливень также можно описать в разных логарифмических приближениях функций расщепления ДГЛАП. Излучающиеся партоны упорядочены по поперечному импульсу  $p_\perp$ , оставаясь при этом одного порядка по быстроте  $y$ :

$$y = 1/2 \ln[(E + p_z)/(E - p_z)],$$

где  $E$  – энергия партона,  $p_z$  – продольный импульс (импульс вдоль пучка сталкивающихся адронов).

Партонный ливень и адронизация приводят к образованию адронных струй. Инклюзивное рождение адронных струй хорошо согласуется с расчетами в рамках подхода ДГЛАП в СГЛП в широком диапазоне поперечных импульсов, причем для всех экспериментально доступных на сегодняшний день энергий, которые достига-

ются на ускорителях HERA (DESY, Германия), Теватрон (Fermilab, США) и Большом адронном коллайдере (LHC, CERN, Швейцария). Однако согласие с экспериментом становится хуже, когда адронные струи сильно разделены по быстроте [6].

Когда энергия столкновения системы центра масс  $\sqrt{s}$  стремится к бесконечности, т. е. намного превышает конечный масштаб жесткого взаимодействия  $Q$ , так что  $Q/\sqrt{s} \sim x \rightarrow 0$  (предел Редже – Грибова), жесткие партоны рассеиваются под большими быстротами  $y$ , и при этом излучение партонов быстро растет с увеличением фазового пространства, доступного по быстроте. Такая динамика обусловлена диаграммами, усиленными большими логарифмами:

$$\ln s \sim \ln(1/x).$$

Суммирование этих логарифмов достигнуто в ГЛП- и СГЛП-приближениях в уравнениях эволюции Балицкого – Фаина – Кураева – Липатова (БФКЛ) [7 – 9].

Поиски эволюции БФКЛ в процессах рождения адронных струй в протон-протонных столкновениях, ранее были выполнены на Теватроне в эксперименте D0 [10 – 12] для энергий  $\sqrt{s} = 630$  и 1800 ГэВ, а также на LHC в экспериментах ATLAS [13, 14] и CMS [6, 15 – 17] для энергии системы центра масс  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ, достигнутой в фазе Run I работы LHC. В то время как эволюция ДГЛАП хорошо подтверждается в эксперименте в бьеркеновском пределе (большие энергии системы центра масс и большие переданные импульсы), эксперименты по поиску эволюции БФКЛ, которая должна доминировать в полужестких процессах (большие энергии системы центра масс и умеренные значения передачи импульса), дают неопределенный результат. Это обусловлено несколькими причинами. Одна из них – это отсутствие генератора Монте-Карло, выполняющего расчет эволюции БФКЛ в СГЛП, а также отсутствие генератора, выполняющего чистый расчет в приближении ДГЛАП. Существующие генераторы Монте-Карло, основанные на уравнениях ДГЛАП, включают в себя феноменологические модельные поправки, частично эмулирующие эффекты БФКЛ, такие как явления цветовой когерентности, углового упорядочения в партонном

каскаде и дипольного партонного ливня. Дополнительной неопределенностью при поиске проявлений эволюции БФКЛ является теоретическая неопределенность в энергетическом масштабе  $\sqrt{s_0}$ , на котором эффекты БФКЛ становятся доминирующими. Поэтому для поиска таких эффектов необходимы энергии, максимально доступные в эксперименте.

В настоящей работе с помощью моделирования Монте-Карло рассматриваются возможности поисков эффектов БФКЛ на будущих планируемых адронных коллайдерах при максимальных энергиях системы центра масс, а именно при значении  $\sqrt{s} = 14$  ТэВ. Это номинальная энергия Большого адронного коллайдера (LHC), на которую он должен выйти в фазе Run III. Представляют также интерес значения  $\sqrt{s} = 27$  и 100 ТэВ, это соответственно энергии планируемого HE-LHC (High Energy – Large Hadron Collider) [18] и планируемого FCC (Future Circular Collider) [19].

#### Использованные генераторы Монте-Карло

В настоящей работе для моделирования столкновений протонов использовались генераторы Монте-Карло, основанные как на эволюции ДГЛАП, так и на эволюции БФКЛ. К первым из указанных относятся генераторы PYTHIA8 (8153) [20] с наборами настроек 4C [21], а также HERWIG++ (2.7.1) [22] с набором настроек UE-EE3C [23]. Они выполняют расчет матричных элементов в лидирующем порядке теории возмущений, уточненный благодаря учету партонного ливня в ГЛП уравнений ДГЛАП. Различие между генераторами PYTHIA8 и HERWIG++ состоит в том, что они используют разные феноменологические модели для моделирования партонного ливня и адронизации.

Для выполнения задач настоящей работы важно, что в этих генераторах по-разному реализованы эффекты цветовой когерентности в партонном каскаде, частично эмулирующие эволюцию БФКЛ:

в PYTHIA8 используется *дипольный* каскад, упорядоченный по *поперечному импульсу*;

в HERWIG++ применяется *партонный* каскад, упорядоченный по *углу*.

Указанные эффекты лишь частично учитывают динамику БФКЛ. Расчет методом Монте-Карло, основанный на ГЛП уравнений БФКЛ, выполнен генератором HEJ

(1.4.0) [24] на партонном уровне. Адронизация же партонного уровня произведена генератором ARIADNE (4.12J01) [25]. Предсказания, основанные на ГЛП уравнений БФКЛ, будут далее обозначаться HEJ+ARIADNE.

Результаты расчетов с помощью генераторов Монте-Карло дают предсказания на адронном уровне. Адроны в конечном состоянии могут формировать струи, несущие информацию о партонном подпроцессе. Для восстановления адронных струй наилучшими считаются инфракрасно- и коллинеарно-безопасные кластерные алгоритмы, к числу которых относится анти- $k_T$  алгоритм [26]. В настоящей работе используется этот алгоритм, который реализован в программном пакете FASTJET [27]. Значение параметра размера струи было выбрано равным 0,5 в пространстве псевдобыстроты и азимутального угла  $\phi$ . Псевдобыстрота – безразмерная физическая величина:

$$\eta = -\ln[\text{tg}(\theta/2)],$$

где  $\theta$  – полярный угол.

Выбранное значение параметра соответствует использованному при измерениях на LHC при энергии системы центра масс  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ [15].

#### Наблюдаемые, чувствительные к эффектам БФКЛ

Одной из основных трудностей обнаружения эффектов БФКЛ является выбор величины, возможной и удобной для измерения. В работе [28] показано, что в столкновении протонов измерение сечения процесса рождения пар адронных струй с большим разделением по быстрой является чувствительным к эффектам БФКЛ. При этом пара адронных струй, обладающих наибольшей и наименьшей быстротами ( $y_{\max}$  и  $y_{\min}$ ), среди адронных струй, рожденных в протон-протонном столкновении, с поперечными импульсами свыше определенного порога ( $p_{\perp} \geq p_{\perp \min}$ ), называется парой струй Мюллера – Навеле (МН). В этом исследовании приближение БФКЛ было использовано, чтобы рассчитать величину отношения сечения рождения МН-пары адронных струй к борновскому сечению ( $K$ -фактор МН).

Следует отметить, что  $K$ -фактором называется отношение сечения, рассчитанного в высших порядках теории возмущений, к борновскому сечению. Но измерение бор-

новского сечения практически не осуществимо, так как невозможно кинематически запретить виртуальные поправки. Однако вместо борновского сечения можно измерять «эксклюзивное» двухструйное сечение, т. е. сечение процесса рождения строго двух струй с поперечными импульсами выше порога  $p_{\perp \min}$ .

В работе [29] был рассчитан инклюзивный  $K$ -фактор в рамках теории БФКЛ, т. е. отношение инклюзивного сечения рождения пар адронных струй к борновскому сечению. В инклюзивном сечении рождения пар адронных струй все струи с поперечными импульсами выше порога  $p_{\perp \min}$  дают попарный вклад в сечение. Измерение инклюзивного сечения рождения пар адронных струй может быть предпочтительным перед МН-сечением, так как при большой энергии системы центра масс, МН-пара может оказаться за пределами акцептанса детектора по быстроте [29].

Следует отметить, что при поиске эффектов БФКЛ необходимо обеспечить как можно более высокую энергию системы центра масс, и при этом как можно низкое значение порога по поперечному импульсу  $p_{\perp \min}$ . В эксперименте измерение поперечного импульса струй ограничено снизу. Еще одно требование предъявляется к детектору: необходима его способность регистрировать адронные струи при больших быстротах, что связано с малыми углами относительно сталкивающихся пучков. Так, в измерениях ATLAS [13, 14] регистрировались двухструйные наблюдаемые, чувствительные к эффектам БФКЛ, для среднего поперечного импульса пары

$$\langle p_{\perp} \rangle = (p_{\perp 1} + p_{\perp 2})/2 > 50(60) \text{ ГэВ}$$

при интервалах быстроты между струями до

$$\Delta y = |y_1 - y_2| = 6(8),$$

где  $y_1, y_2$  – быстроты адронных струй в паре.

В то же время в эксперименте CMS [15 – 16] измерялись пары адронных струй с поперечным импульсом  $p_{\perp} \geq 35$  ГэВ и интервалом быстроты до  $\Delta y = 9,4$ . Таким образом, измерения CMS более чувствительны к возможным эффектам БФКЛ.

В работе [16] сотрудниками коллаборации CMS измерены величины  $R^{incl}$  и  $R^{MN}$  – отношения сечений рождения пар адронных струй в протон-протонных столкновениях при энергии  $\sqrt{s} = 7$  ТэВ в системе центра масс как функции разделения по

быстроте  $\Delta y$ :

$$R^{incl} = \sigma^{incl} / \sigma^{excl}, R^{MN} = \sigma^{MN} / \sigma^{excl}, \quad (1)$$

где  $\sigma^{incl}$  – инклюзивное сечение рождения пар струй с поперечным импульсом струй  $p_{\perp} \geq 35$  ГэВ;  $\sigma^{excl}$  – «эксклюзивное» сечение рождения пары струй;  $\sigma^{MN}$  – МН-сечение рождения пар струй (МН-пара – это максимально разделенная по быстроте пара среди струй с поперечным импульсом  $p_{\perp} \geq 35$  ГэВ, рожденных в событии).

События, имеющие только одну пару струй с поперечным импульсом струй  $p_{\perp} \geq 35$  ГэВ, дают вклад в «эксклюзивное» сечение. В эксперименте CMS [15] было проведено сравнение результатов измерения с предсказаниями Монте-Карло. Для получения этих предсказаний были использованы такие же генераторы, какие мы применяли в настоящей работе. Авторами работы [15] было показано, что генератор PYTHIA8 (4C) адекватно описывает экспериментальные данные, тогда как HERWIG++ (UE-EE3C) их переоценивает в области больших быстрот. Что же касается генератора HEJ+ARIADNE, то он значительно переоценивает экспериментальные данные. Однако известно, что ГЛП БФКЛ предсказывает чересчур сильный рост сечений. Следовательно, важным становится учет вклада СГЛП БФКЛ, который, как известно, замедляет рост сечений.

### Результаты расчетов и их обсуждение

В настоящей работе проведены прогностические расчеты величин (1) методом Монте-Карло как функций интервала быстроты  $\Delta y = |y_1 - y_2|$ , ( $y_1, y_2$  – быстроты первой и второй адронной струи в паре) в различных генераторах (см. их описание в разделе «Использованные генераторы Монте-Карло» настоящей статьи), для протон-протонных столкновений с энергиями  $\sqrt{s} = 14, 27$  и  $100$  ТэВ, доступными для будущих коллайдеров. В расчетах были использованы модели PYTHIA8 (4C) и HERWIG++ (UE-EE3C), выполняющие вычисления матричных элементов в лидирующем порядке теории возмущений с учетом партонного ливня в ГЛП ДГЛАП, а также модели HEJ+ARIADNE, основанные на ГЛП БФКЛ. Струи восстановлены с помощью алгоритма анти- $k_T$  с параметром размера струи  $0,5$ . Результаты расчетов приведены на рис. 1.

Полученные зависимости отношений

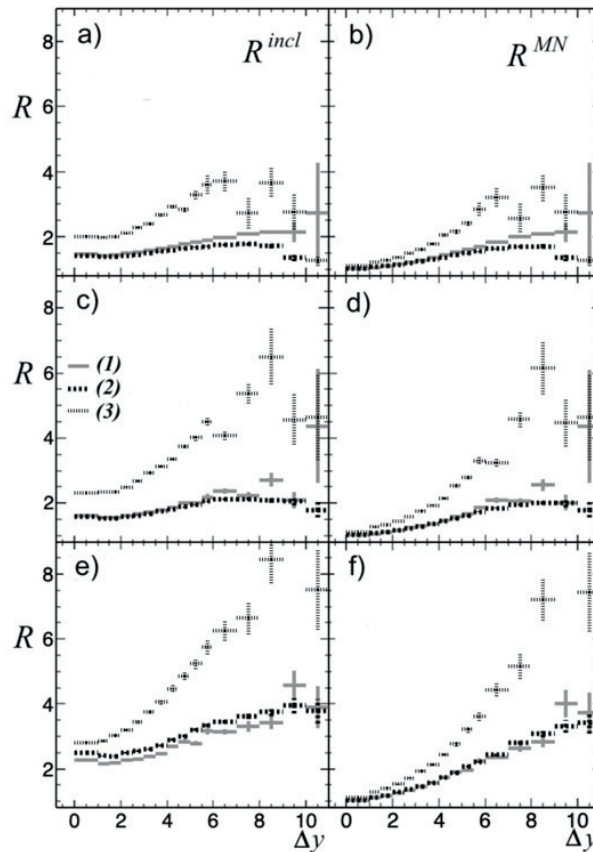


Рис. 1. Расчетные зависимости величин  $R^{incl}$  (a, c, e) и  $R^{MN}$  (b, d, f) от интервалов быстроты  $\Delta y$  между струями в паре, для различных энергий  $\sqrt{s_{NN}}$ , ТэВ: 14 (a, b), 27 (c, d), 100 (e, f). Поперечный импульс струй  $p_{\perp} \geq 35$  ГэВ.

Использованы генераторы HERWIG++ (1), PYTHIA8 (2) и HEJ+ARIADNE (3)

сечений рождения пар адронных струй  $R^{incl}$  и  $R^{MN}$  от интервала быстроты  $\Delta y = |y_1 - y_2|$  между струями в паре имеют ожидаемую форму. Наблюдается рост значений  $R^{incl}$  и  $R^{MN}$  с увеличением интервала быстроты  $\Delta y$ , что связано с ростом фазового пространства для излучения, а также динамическими эффектами. При самых больших интервалах быстрот наблюдается спад отношений, что связано с кинематическими ограничениями на излучение струи с поперечным импульсом выше порога  $p_{\perp min} = 35$  ГэВ, дополнительной к «эксклюзивной» паре струй. При максимальном значении  $\Delta y$  отношения должны стать равными единице, когда вся энергия в системе центра масс будет потрачена на рождение «эксклюзивной» пары струй.

Наблюдается увеличение доступного по  $\Delta y$  фазового пространства с увеличением энергии в системе центра масс. Максимум отношений смещается в сторону больших интервалов быстроты.

Результаты расчетов в генераторном пакете HEJ+ARIADNE (основан на ГЛП БФКЛ) предсказывают значительно больший рост отношений с интервалом быстроты  $\Delta y$ , чем таковые в генераторах PYTHIA8 и HERWIG++. Однако расчеты в ГЛП БФКЛ могут давать завышенные значения роста сечения.

Анализ результатов, полученных с помощью HEJ+ARIADNE, приводит к заключению, что в этом случае предсказывается более быстрый рост отношений с энергией  $\sqrt{s}$  в системе центра масс, чем при использовании генераторов PYTHIA8 и HERWIG++. Следовательно, увеличение энергии взаимодействия делает измерения более чувствительными к эффектам БФКЛ.

Динамика уравнений ДГЛАП не имеет эволюции по быстроте. Излучение партонов (адронных струй) должно быть равновероятным во всем интервале быстрот. Следовательно, отношения сечений должны оставаться постоянными во всем ин-

тервале быстрот. Наблюдаемый рост величин, рассчитанных с помощью генераторов RYTHIA8 и HERWIG++ (основаны на ДГЛАП), может быть связан с ростом фазового пространства и с явлениями, частично эмулирующими эффекты БФКЛ, такими как цветовая когерентность, угловое упорядочение в партонном каскаде и дипольный каскад. Разница в предсказаниях, полученных с помощью генераторов RYTHIA8 и HERWIG++, обусловлена различием в реализации моделей цветовой когерентности. В первом случае реализуется дипольный каскад, упорядоченный по поперечному импульсу, а во втором – партонный каскад, упорядоченный по углу.

Полученные результаты расчетов показывают, что эти модели предсказывают различное поведение расчетных величин с ростом энергий в системе центра масс, причем в первом случае предсказывается более интенсивный рост отношений, чем во втором. Следует также отметить, что модели, учитывающие цветовую когерентность, были введены в расчеты в генераторы, основанные на ДГЛАП, с целью улучшения согласия с экспериментом в центральных по быстрой областях, т. е. туда, где расчеты характеризовались малыми поправками. Результаты моделирования продемонстрировали нестабильное поведение этих поправок при больших быстрой и энергиях в системе центра масс.

Сравнение величин отношений  $R^{incl}$  и  $R^{MN}$  между собой позволяет заключить, что первая из них всегда превышает вторую, при этом первая лежит значительно выше второй для небольших интервалов быстрой и становится соизмеримой с ней для больших. Такой результат можно объяснить тем, что МН-пары адронных струй составляют подмножество инклюзивных

пар. В инклюзивное сечение рождения пар струй дают вклад как МН-пары адронных струй, так и попарные комбинации струй, лежащих в интервале быстрой между МН-струями. Как следует из полученных результатов, при сверхвысоких энергиях интервал быстрой в МН-паре может достигать значений  $\Delta y > 11$ . Эти события наиболее чувствительны к эффектам БФКЛ. Однако их детектирование представляет существенные экспериментальные трудности. В то же время эти события могут давать вклад в инклюзивное сечение за счет струй, рожденных вместе с МН-парой, которые упорядочены по быстрой при меньших интервалах быстрой.

Таким образом, инклюзивные сечения рождения пар адронных струй следует предпочесть при поиске эффектов БФКЛ на сверхвысоких энергиях.

### Заключение

Полученные расчетные результаты моделирования указывают на перспективность экспериментального обнаружения эффектов БФКЛ при условиях, созданных на будущих протон-протонных коллайдерах.

Для получения более определенных и четких выводов относительно проявления эффектов БФКЛ, необходимо иметь чистые предсказания, основанные на эволюции ДГЛАП, без добавок, частично эмулирующих эффекты БФКЛ. Кроме того, необходимо развивать как аналитические вычисления, так и оценки методом Монте-Карло на основе эволюции БФКЛ в логарифмическом приближении, следующим за ГЛП (СГЛП).

Результаты настоящей работы были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России 3.1498.2017/4.6.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Грибов В.Н., Липатов Л.Н. Глубоко неупругое  $ep$ -рассеяние в теории возмущений // Ядерная физика. 1972. Т. 15. № 4. С. 781–807.
2. Грибов В.Н., Липатов Л.Н. Аннигиляция  $e^+e^-$ -пар и глубоко неупругое  $ep$ -рассеяние в теории возмущений // Ядерная физика. 1972. Т. 15. № 6. С. 1218–1237.
3. Липатов Л.Н. Партонная модель и теория возмущений // Ядерная физика. 1974. Т. 20. № 1. С. 181–198.
4. Altarelli G., Parisi G. Asymptotic freedom in parton language // Nuclear Physics. B. 1977. Vol. 126. No. 2. Pp. 298–318.
5. Докшицер Ю.Л. Вычисление структурных функций для глубоконеупругого рассеяния и  $e^+e^-$  аннигиляции в теории возмущений квантовой хромодинамики // ЖЭТФ. 1977. Т. 73. № 4. С. 1216–1249.
6. Chatrchyan S., Khachatryan V., Sirunyan A.M., et al. Measurement of the inclusive production cross sections for forward jets and for dijet events with one forward and one central jet



- in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV // *Journal of High Energy Physics*. 2012. Vol. 2012. No. 6. P. 36. Pp. 1–37.
7. **Кураев Е.А., Липатов Л.Н., Фадин В.С.** Мультиреджеонные процессы в теории Янга – Миллса // *ЖЭТФ*. 1976. Т. 43. № 3. С. 840–855.
8. **Кураев Е.А., Липатов Л.Н., Фадин В.С.** Сингулярность Померанчука в неабелевых калибровочных теориях // *ЖЭТФ*. 1977. Т. 72. № 2. С. 377–389.
9. **Балицкий Я.Я., Липатов Л.Н.** Сингулярность Померанчука в квантовой хромодинамике // *Ядерная физика*. 1978. Т. 28. № 7. С. 1597–1611.
10. **Abachi S. et al.** (D0 Collaboration). Azimuthal decorrelation of jets widely separated in rapidity // *Physical Review Letters*. 1996. Vol. 77. No. 4. Pp. 595–600.
11. **Abbott B. et al.** (D0 Collaboration). Probing Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov dynamics in the dijet cross section at large rapidity intervals in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 1800$  and 630 GeV // *Physical Review Letters*. 2000. Vol. 84. No. 25. Pp. 5722–5727.
12. **Abbott B. et al.** (D0 Collaboration). Probing hard color-singlet exchange in  $p\bar{p}$  collisions at root  $s = 630$  GeV and 1800 GeV // *Physics Letters. B*. 1998. Vol. 440. No. 1–2. Pp. 189–202.
13. **Aad G. et al.** (The ATLAS Collaboration). Measurement of dijet production with a veto on additional central jet activity in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV using the ATLAS detector // *Journal of High Energy Physics*. 2011. Vol. 2011. No. 9. P. 53. Pp. 1–53.
14. **Aad G., Abbott B., Abdallah J., et al.** (The ATLAS Collaboration). Measurements of jet vetoes and azimuthal decorrelations in dijet events produced in  $pp$  collisions at root  $s = 7$  TeV using the ATLAS detector // *The European Physical Journal. C*. 2014. Vol. 74. No. 11. P. 3117. Pp. 1–27.
15. **Chatrchyan S., Khachatryan V., Sirunyan A.M., et al.** (The CSM Collaboration). Ratios of dijet production cross sections as a function of the absolute difference in rapidity between jets in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV // *The European Physical Journal. C*. 2012. Vol. 72. No. 11. Pp. 2216–2234.
16. **Khachatryan V., Sirunyan A.M., Tumasyan A., et al.** (The CSM Collaboration). Azimuthal decorrelation of jets widely separated in rapidity in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV // *Journal of High Energy Physics*. 2016. Vol. 2016. No. 8. P. 139. Pp. 1–40.
17. **Sirunyan A.M., Tumasyan A., Adam W., et al.** (The CSM Collaboration). Study of dijet events with a large rapidity gap between the two leading jets in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV // *The European Physical Journal. C*. 2018. Vol. 78. No. 3. Pp. 242–282.
18. **Zimmermann F. et al.** Future circular collider study. Vol. 4. The high energy LHC (HE-LHC). Tech. Rep. CERN-ACC-2018-0059. Geneva: CERN, 2018.
19. **Benedikt M. et al.** Future circular collider. Vol. 3. The hadron collider (FCC-hh). 2018. No. CERN-ACC-2018-0058.
20. **Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P.** A brief introduction to PYTHIA 8.1 // *Computer Physics Communications*. 2008. Vol. 178. No. 11. Pp. 852–867.
21. **Corke R., Sjöstrand T.** Interleaved parton showers and tuning prospects // *Journal of High Energy Physics*. 2011. Vol. 2011. No. 3. P. 32. Pp. 1–51.
22. **Bähr M., Gieseke S., Gigg M.A., et al.** Herwig++ physics and manual // *The European Physical Journal. C*. 2008. Vol. 58. No. 4. Pp. 639–707.
23. **Gieseke S., Grellscheid D., Hamilton K., et al.** Herwig++ 2.5 release note // arXiv preprint arXiv:1102.1672. 2011.
24. **Andersen J.R., Smillie J. M.,** Multiple jets at the LHC with high energy jets // *Journal of High Energy Physics*. 2011. Vol. 2011. No. 6. P. 10. Pp. 10–47.
25. **Lönnblad L.** ARIADNE version 4 – A program for simulation of QCD cascades implementing the color dipole model // *Comput. Phys. Commun.* 1992. Vol. 71. No. 1–2. Pp. 15–31.
26. **Cacciari M., Salam G.P., Soyez G.** The anti- $k_t$  jet clustering algorithm // *Journal of High Energy Physics*. 2008. Vol. 2008. No. 4. P. 63. Pp. 1–13.
27. **Cacciari M., Salam G.P., Soyez G.** FastJet user manual // *The European Physical Journal. C*. 2012. Vol. 72. No. 3. Pp. 1896–1950.
28. **Mueller A.H., Navelet H.** An inclusive minijet cross section and the bare pomeron in QCD // *Nuclear Physics. B*. 1987. Vol. 282. Pp. 727–744.
29. **Kim V.T., Pivovarov G.B.** Balitskiĭ-Fadin-Kuraev-Lipatov QCD pomeron in high energy hadron collisions: Inclusive dijet production // *Physical Review. D*. 1996. Vol. 53. No. 1. Pp. 6–10.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**ЕГОРОВ Анатолий Юрьевич** — ассистент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
egorov.a@spbstu.ru

**БЕРДНИКОВ Ярослав Александрович** — доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29  
berdnikov@spbstu.ru

## REFERENCES

1. **Gribov V.N., Lipatov L.N.**, Deep inelastic  $ep$  scattering in perturbative theory, *Sov. J. Nucl. Phys.* 15 (4) (1972) 438–450.
2. **Gribov V.N., Lipatov L.N.**,  $e^+e^-$  pair annihilation and deep inelastic  $ep$ -scattering in perturbation theory, *Yadern. Fiz.* 15 (6) (1972) 1218–1237.
3. **Lipatov L.N.**, The parton model and perturbation theory, *Sov. J. Nucl. Phys.* 20 (1) (1974) 94–102.
4. **Altarelli G., Parisi G.**, Asymptotic freedom in parton language, *Nuclear Physics, B.* 126 (2) (1977) 298–318.
5. **Dokshitzer Y.L.**, Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and  $e^+e^-$  annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics, *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* 73 (4) (1977) 1216–1240.
6. **Chatrchyan S., Khachatryan V., Sirunyan A.M., et al.**, Measurement of the inclusive production cross sections for forward jets and for dijet events with one forward and one central jet in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV, *Journal of High Energy Physics.* 2012 (6) (2012) 36, 1–37.
7. **Kuraev E.A., Lipatov L.N., Fadin V.S.**, Multi-reggeon processes in Yang-Milles theory, *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* 43 (3) (1976) 443–443.
8. **Kuraev E.A., Lipatov L.N., Fadin V.S.**, Pomeranchuk singularity in non-Abelian gauge theories, *Journal of Experimental and Theoretical Physics.* 72 (2) (1977) 377–389.
9. **Balitsky I.I., Lipatov L.N.**, The Pomeranchuk singularity in quantum chromodynamics, *Sov. J. Nucl. Phys.* 28 (7) (1978) 822–829.
10. **Abachi S. et al.** (D0 Collaboration), Azimuthal decorrelation of jets widely separated in rapidity, *Physical Review Letters.* 77 (4) (1996) 595–600.
11. **Abbott B. et al.** (D0 Collaboration), Probing Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov dynamics in the dijet cross section at large rapidity intervals in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 1800$  and 630 GeV, *Physical Review Letters.* 84 (25) (2000) 5722–5727.
12. **Abbott B. et al.** (D0 Collaboration), Probing hard color-singlet exchange in  $p\bar{p}$  collisions at  $\sqrt{s} = 630$  GeV and 1800 GeV, *Physics Letters, B.* 440 (1–2) (1998) 189–202.
13. **Aad G., Abbott B., Abdallah J., et al.** (The ATLAS Collaboration), Measurement of dijet production with a veto on additional central jet activity in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV using the ATLAS detector, *Journal of High Energy Physics.* 2011 (9) (2011) 1–53.
14. **Aad G., Abbott B., Abdallah J., et al.** (The ATLAS Collaboration), Measurements of jet vetoes and azimuthal decorrelations in dijet events produced in  $pp$  collisions at root  $s = 7$  TeV using the ATLAS detector, *The European Physical Journal, C.* 74 (11) (2014) 3117, 1–27.
15. **Chatrchyan S., Khachatryan V., Sirunyan A.M., et al.** (The CSM Collaboration), Ratios of dijet production cross sections as a function of the absolute difference in rapidity between jets in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV, *The European Physical Journal, C.* 72 (11) (2012) 2216–2234.
16. **Khachatryan V., Sirunyan A.M., Tumasyan A., et al.** (The CSM Collaboration), Azimuthal decorrelation of jets widely separated in rapidity in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV, *Journal of High Energy Physics.* 2016 (8) (2016) 139, 1–40.
17. **Sirunyan A.M., Tumasyan A., Adam W., et al.** (The CSM Collaboration), Study of dijet events with a large rapidity gap between the two leading jets in  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV, *The European Physical Journal, C.* 78 (3) (2018) 242– 282.





18. **Zimmermann F. et al.**, Future circular collider study, Vol. 4: The high energy LHC (HE-LH), Tech. Rep. CERN-ACC-2018-0059, CERN, Geneva, 2018.
19. **Benedikt M. et al.**, Future circular collider: Vol. 3: The Hadron Collider (FCC-hh), No. CERN-ACC-2018-0058, 2018.
20. **Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P.**, A brief introduction to PYTHIA 8.1, Computer Physics Communications. 178 (11) (2008) 852–867.
21. **Corke R., Sjöstrand T.**, Interleaved parton showers and tuning prospects, Journal of High Energy Physics. 2011 (3) (2011) 32, 1–51.
22. **Bähr M. et al.**, Herwig++ physics and manual, The European Physical Journal C. 58 (4) (2008) 639–707.
23. **Gieseke S. et al.**, Herwig++ 2.5 release note, arXiv preprint arXiv:1102.1672, 2011.
24. **Andersen J.R., Smillie J.M.** Multiple jets at the LHC with high energy jets, Journal of High Energy Physics. 2011 (6) (2011) 10, 10–47.
25. **Lönnblad L.**, ARIADNE version 4 – A program for simulation of QCD cascades implementing the color dipole model, Comput. Phys. Commun. 71 (1–2) (1992) 15–31.
26. **Cacciari M., Salam G.P., Soyez G.**, The anti- $k_t$  jet clustering algorithm, Journal of High Energy Physics. 2008 (4) (2008) 63, 1 – 13.
27. **Cacciari M., Salam G.P., Soyez G.**, FastJet user manual, The European Physical Journal, C. 72 (3) (2012) 1896–1950.
28. **Mueller A.H., Navelet H.**, An inclusive minijet cross section and the bare pomeron in QCD, Nuclear Physics, B. 282 (1987) 727–744.
29. **Kim V.T., Pivovarov G. B.**, Balitskiĭ-Fadin-Kuraev-Lipatov QCD pomeron in high energy hadron collisions: Inclusive dijet production, Physical Review, D. 53 (1) (1996) 6–10.

*Received 20.03.2019, accepted 01.04.2019.*