

DOI: 10.18721/JPM.12310
УДК 53.088.6

АНАЛИЗ МЕТОДОВ ОБРАТНОЙ СВЕРТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПРИ ИЗМЕРЕНИИ СЕЧЕНИЙ РОЖДЕНИЯ ПАР АДРОННЫХ СТРУЙ

А.Ю. Егоров, Я.А. Бердников, В.А. Бакаев, И.М. Никитцина

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Представлены результаты сравнения методов устранения детекторных искажений. Рассмотрены следующие методы: поправочных коэффициентов, обращения матрицы миграции, максимизации функции правдоподобия с регуляризацией Тихонова (TUnfold), сингулярного разложения матрицы миграции (SVD), итераций Д'Агостини. Сравнение выбранных методов осуществлялось на примере обработки результатов измерения сечений рождения пар адронных струй в протон-протонных столкновениях при энергии системы центра масс протонов 2,76 ТэВ на детекторе CMS (Compact Muon Solenoid) на Большом адронном коллайдере. В результате сравнения методов выбрана оптимальная схема устранения детекторных искажений в данном измерении и даны рекомендации по построению процедуры коррекции детекторных искажений.

Ключевые слова: детекторное искажение, обратная свертка, TUnfold, SVD, итерации Д'Агостини

Ссылка при цитировании: Егоров А.Ю., Бердников Я.А., Бакаев В.А., Никитцина И.М. Анализ методов обратной свертки экспериментальных данных при измерении сечений рождения пар адронных струй // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 3. С. 123–130. DOI: 10.18721/JPM.12310

AN ANALYSIS OF UNFOLDING METHODS FOR MEASUREMENT OF HADRON DIJET PRODUCTION CROSS SECTIONS

A.Yu. Egorov, Ya.A. Berdnikov, V.A. Bakaev, I.M. Nikittsina

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

The comparison results of different methods of detector's distortion elimination have been presented. The following methods were taken: bin-by-bin correction method, migration matrix inversion one, the one of maximal likelihood with Tikhonov regularisation (TUnfold), the one of singular value decomposition of the migration matrix (SVD), the one of D'Agostini iterations. The comparison of selected methods was performed through Monte Carlo simulation of hadron dijet production in proton-proton collisions at center-of-mass energy of 2.76 TeV and the simulation of a response of the CMS detector at Large Hadron Collider. The optimal scheme of unfolding was chosen for the measurement under study. Practical recommendations for building of unfolding procedure were given.

Keywords: detector effect, unfolding, TUnfold, SVD unfolding, D'Agostini iterations

Citation: Egorov A.Yu., Berdnikov Ya.A., Bakaev V.A., Nikittsina I.M., An analysis of unfolding methods for measurement of hadron dijet production cross sections, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 12 (3) (2019) 123–130. DOI: 10.18721/JPM.12310

Введение

В процессе измерения физической величины, которая часто бывает представлена в виде распределения или гистограммы, физический прибор (детектор) неизбежно вносит искажения, связанные с конечным разрешением, эффективностью регистрации и систематическими эффектами. Детекторные эффекты – это обобщающий термин, который подразумевает все возможные искажения, вносимые в процессе измерения детектором.

В настоящее время детекторы, используемые в физике высоких энергий, представляют собой многоуровневые системы, включающие в себя тысячи датчиков, сложную электронику и миллионы каналов. Примером таких детекторов могут служить детекторы ATLAS [1] и CMS (Compact Muon Solenoid) [2] на Большом адронном коллайдере (БАК, Large Hadron Collider). В таких условиях детекторные эффекты являются следствием большого числа стохастических процессов и могут приводить к существенным искажениям.

Обратная свертка – это общее название, используемое для обозначения процедуры коррекции измеренной величины, учитывающей искажения, которые внесены в процессе измерения.

Измеренное распределение, искаженное детектором, будем называть реконструированными данными. Напротив, распределение, которое могло бы быть в случае идеального детектора, будем называть истинным распределением. Истинные распределения для экспериментальных данных неизвестны. Обратная свертка предназначена для восстановления истинного распределения на основе реконструированных данных. Выполнение обратной свертки при анализе реконструированных данных необходимо, чтобы результаты измерения не зависели от деталей эксперимента и могли быть использованы за пределами лаборатории.

На сегодняшний день существует ряд методов решения задачи обратной свертки, обладающих как различными достоинствами, так и ограничениями. Выбор конкретного метода можно сделать только на основе анализа его применимости к данной конкретной задаче измерения. Это связано с тем, что задача обратной свертки является по своей сути плохо определенной математически. Уникальное решение не может быть найдено. Более того, задача ча-

сто оказывается нестабильной, т. е. малые флуктуации в реконструированных данных могут привести к большим в восстановленном распределении. Стабильность решения особенно важна, потому что измеренное распределение имеет статистические флуктуации, а они могут усиливаться в процессе обратной свертки. Применение различных техник регуляризации может быть необходимым для того, чтобы сделать решение стабильным.

Несмотря на плохую математическую определенность задачи обратной свертки и на то, что выбор оптимального метода сильно зависит от конкретной задачи измерения, все же можно выработать алгоритм проведения анализа применимости различных методов обратной свертки к данному измерению, который приведет к построению оптимальной схемы обратной свертки для данного измерения.

В настоящей работе проведен анализ применимости различных методов обратной свертки к измерению сечений рождения пар адронных струй в протонных столкновениях с помощью детектора CMS на БАК [2] при энергии в системе центра масс $\sqrt{s} = 2,76$ ТэВ.

Цель настоящей работы – построение оптимальной схемы обратной свертки в данном конкретном измерении. Дополнительной целью является выработка практических рекомендаций для проведения анализа применимости различных методов обратной свертки при измерениях.

Измеряемые физические величины

Анализ точности различных методов проведен в отношении измерения дифференциальных сечений рождения пар адронных струй

$$\sigma^{incl}, \sigma^{MN}, \sigma^{excl} \text{ и } \sigma^{excl veto},$$

где σ^{incl} – инклюзивное сечение рождения пар адронных струй, σ^{MN} – сечение рождения пар адронных струй Мюллера – Навеле, σ^{excl} – сечение рождения «эксклюзивных» пар адронных струй, $\sigma^{excl veto}$ – «эксклюзивное» сечение с вето (далее даны их характеристики).

Приведенные дифференциальные сечения измеряются как функции разделения по быстроте между струями в паре

$$\Delta y = |y_1 - y_2|,$$

где y_1, y_2 – быстроты первой и второй

адронных струй в паре, а y — быстрота, выражающаяся как

$$y = (1/2) \ln[(E + p_z)/(E - p_z)].$$

Здесь E — энергия адронной струи, p_z — импульс вдоль пучка сталкивающихся адронов.

Столкновение протонов, в котором рождены две и более адронные струи с величиной импульса, поперечного к пучку p_{\perp} , превышающей порог 35 ГэВ/с, будем называть инклюзивным событием. Все попарные комбинации адронных струй с поперечным импульсом $p_{\perp} \geq 35$ ГэВ/с в инклюзивном событии дают вклад в инклюзивное сечение рождения пар адронных струй σ^{incl} .

Сечение рождения пар адронных струй Мюллера — Навеле (MN) σ^{MN} относится к паре адронных струй (MN -пара), состоящей из адронной струи с максимальной быстротой и адронной струи с минимальной быстротой в инклюзивном событии среди адронных струй с поперечным импульсом $p_{\perp} \geq 35$ ГэВ/с. Таким образом, MN -события относятся к подклассу инклюзивных.

Подкласс инклюзивных событий, в которых рождаются строго две адронные струи с поперечным импульсом $p_{\perp} \geq 35$ ГэВ/с, называется эксклюзивным (σ^{excl} — сечение рождения). Пара адронных струй в эксклюзивном событии называется эксклюзивной парой адронных струй.

«Эксклюзивные с вето» события — подкласс эксклюзивных событий, в котором запрещены адронные струи, дополнительные к эксклюзивной паре, с поперечным импульсом $p_{\perp} \geq p_{\perp veto} = 20$ ГэВ/с ($\sigma^{excl veto}$ — «эксклюзивное с вето» сечение рождения).

Величина изменения интервала быстроты Δy определяется кинематическими ограничениями и составляет от 0 до 8,0.

Определения, приведенные выше, позволяют сделать заключения о возможных искажениях.

Во-первых, возможна миграция струй на порогах по поперечному импульсу 35 и 20 ГэВ/с по причине ограниченного разрешения детектора по поперечному импульсу струй. Такая миграция будет приводить к изменению числа событий, в разных классах. Уменьшение числа событий в классе интерпретируется как ограниченный акцептанс для этого класса. Увеличение числа событий в классе интерпретируется как фон. Указанные искажения влияют на форму и величину измеряемого сечения.

Во-вторых, возможна миграция струй по быстроте из-за ограниченного разрешения детектора по быстроте. Такая миграция приводит к тому, что события из одной ячейки истинного распределения по интервалу быстроты будут давать вклад в другие ячейки реконструированного распределения. Это приводит к изменению формы измеряемого сечения.

Процедура обратной свертки

Выборки столкновений адронов, полученные с помощью генераторов Монте-Карло (МК), используются для выполнения обратной свертки. Распределения, получаемые на основе МК-выборок столкновений до моделирования детектора, соответствуют истинным распределениям. Эти МК-распределения называются также генераторными. После моделирования детектора получают реконструированные МК-распределения.

Моделирование МК позволяет оценить потерю событий за счет эффективности и ограниченного акцептанса детектора, величину вклада от фоновых событий (событий, имитирующих сигнал) и величину миграции вкладов между ячейками гистограммы за счет ограниченного разрешения детектора. Миграция событий между ячейками гистограммы описывается матрицей миграции. Распределение на генераторном уровне, реконструированное МК-распределение и матрица миграций являются необходимыми входными данными для выполнения обратной свертки.

В настоящей работе для анализа точности различных методов обратной свертки используются две МК-модели PYTHIA8 (8135) [3] с наборами настроек 4C [4] и HERWIG++ (2.7.1) [5] с набором настроек UE-EE3C [6]. События генераторного уровня пропускаются через модель детектора CMS, выполненную на основе программного пакета GEANT4 [7]. Наличие двух различных МК-моделей позволяет проводить перекрестную проверку. Под перекрестной проверкой подразумевается выполнение обратной свертки результатов моделирования первого МК-генератора с помощью второго. Результаты, полученные с помощью первого генератора, играют при этом роль реконструированных данных. Перекрестная проверка позволяет сравнить результат выполнения обратной свертки с распределением на генераторном уровне.

Точность воспроизведения генераторного уровня будет зависеть как от работы алгоритма обратной свертки, так и от адекватности физических моделей, заложенных в генераторы.

В настоящей работе проведено сравнение следующих методов обратной свертки: поправочных коэффициентов (bin-by-bin);

обращения матрицы миграций (Matrix Inversion);

максимизации функции правдоподобия с регуляризацией Тихонова (TUnfold) [8];

сингулярного разложения матрицы миграции (Singular Value Decomposition – SVD) [9];

итераций Д’Агостини [10].

В методах TUnfold, SVD и методе итераций Д’Агостини имеется возможность использования регуляризации.

В первом из них регуляризация заключается в выборе ее типа (по абсолютной величине, регуляризация первой и второй производной) и выборе величины параметра регуляризации τ . Выбор оптимального значения этого параметра может осуществляться автоматически с помощью минимизации глобальной корреляции ρ_{\max} или с помощью метода l -кривой [8].

В методе SVD регуляризация осуществляется отбрасыванием части сингулярных чисел матрицы миграции. Выбор сингулярных чисел, которые можно отбросить, также можно сделать автоматически, с помощью параметра d_i [9].

Наконец, в методе итераций Д’Агостини ограничение числа итераций действует как регуляризация.

Следует отметить, что увеличение размера ячеек гистограммы также может действовать как регуляризация задачи. Однако увеличение размера ячеек гистограммы может приводить к смещению результата обратной свертки относительно генераторного уровня. В настоящей работе при выполнении обратной свертки исследовалась зависимость точности воспроизведения генераторного распределения от выбора размера ячеек.

При учете фоновых событий (события, ошибочно идентифицированные как сигнальные), а также при учете эффективности детектора (аксептанса) возможны различные варианты.

Первый метод мы будем называть методом расширения матрицы миграций. В

этом методе фоновые события и события, которые не были зарегистрированы за счет ограниченной эффективности и аксептанса, добавляются в дополнительные строки и столбцы матрицы миграции.

Второй метод связан с вычитанием фона. Аксептанс учитывается с помощью поправочных коэффициентов. Этот метод используется в случае некоррелированного фона, когда фоновые события возникают за счет независимых процессов, имеющих конечное состояние, имитирующее сигнал.

И третий метод – метод поправочных коэффициентов для учета фона и аксептанса. Он применяется, когда фон и аксептанс коррелированы с сигналом.

Результаты применения методов и их обсуждение

Как отмечено выше, в настоящей работе проведен анализ применимости обратной свертки для различных методов.

Различные значения регуляризационных параметров задавались вручную и с помощью методов поиска оптимального значения. Каждый из методов учета фона и аксептанса применялся для каждого из методов обратной свертки.

Получены результаты перекрестной проверки для всех сечений и всех методов. Доля фоновых событий растет с увеличением интервала быстроты от 40 % при $\Delta u = 0$ до 90 % при $\Delta u = 8$. Доля неучтенных в результате ограниченной эффективности и аксептанса событий составляет от 20% при $\Delta u = 0$ до 40% при $\Delta u = 8$. Миграция событий между ячейками интервала быстроты Δu не превышает 10 %, оставаясь практически постоянной во всем интервале быстроты. Миграция осуществляется в основном в соседние ячейки, что делает матрицу миграций практически диагональной.

Результаты перекрестной проверки показывают, что только метод поправочных коэффициентов для учета фона и аксептанса позволяет восстановить сечения на генераторном уровне. Другие методы учета фона и аксептанса приводят к тому, что результат обратной свертки сильно смещен. В рассматриваемом измерении фон и аксептанс появляются за счет миграции адронных струй относительно порогов по поперечному импульсу, равных 20 и 35 ГэВ/с. Таким образом, фон и аксептанс зависят от числа событий в сигнале, следовательно, коррелированы с уровнем сигнала.

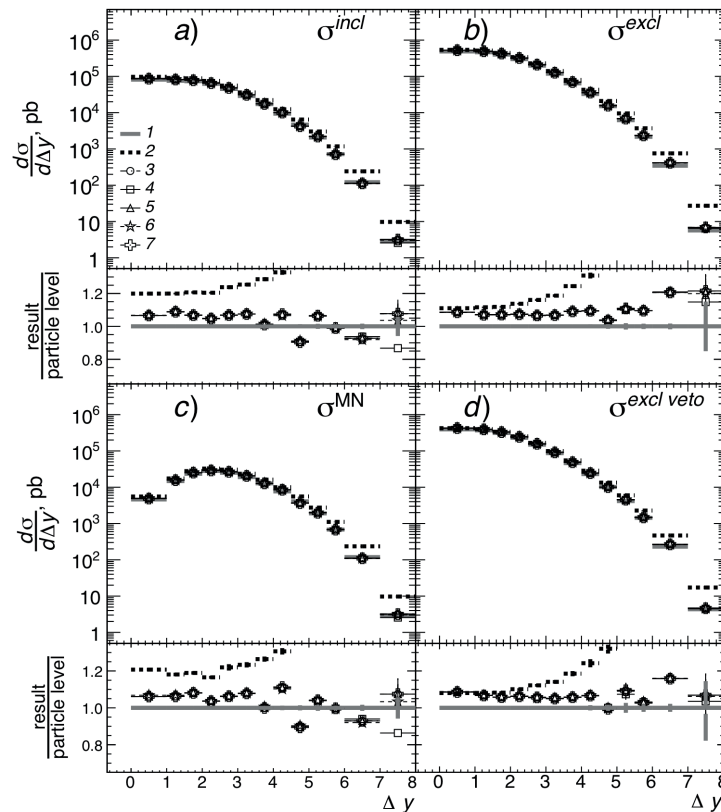
После того, как выполнен учет фона и акцептанса методом поправочных коэффициентов, методы обратной свертки дают одинаковый результат. Применение различных параметров регуляризации показывает, что оптимальным оказывается решение с минимальной или отсутствующей регуляризацией, что следует из того, что матрица миграций близка к диагональной.

Результаты перекрестной проверки для различных методов обратной свертки с коррекцией фона и акцептанса с помощью поправочных коэффициентов и оптимально выбранными параметрами регуляризации представлены на рисунке.

Как следует из результатов, приведенных на рисунке, обратная свертка воспроизводит распределение на генераторном уровне с точностью до 20 %. Анализ зависимости точности обратной свертки от размера ячеек гистограмм показывает, что результат не

зависит от выбора размера ячеек. Дополнительные исследования показывают, что отклонение результатов обратной свертки от генераторного распределения связано с различным откликом модели детектора на адронные струи, полученные с помощью разных МК-генераторов HERWIG++ и PYTHIA8. При выполнении обратной свертки для реконструированных экспериментальных данных мы не можем отдать предпочтение какому-либо МК-генератору. Выполнение обратной свертки реконструированных экспериментальных данных следует проводить двумя генераторами, а разница между результатами может служить оценкой систематической погрешности, связанной с выбором МК-модели.

На основе проведенного анализа выбор сделан в пользу обратной свертки с помощью метода TUnfold. Акцептанс и фон учитываются с помощью поправочных ко-



Результаты перекрестной проверки для дифференциальных сечений σ^{incl} (a), σ^{excl} (b), σ^{MN} (c) и $\sigma^{excl veto}$ (d).

Сечения на детекторном уровне (2) получены с помощью МК-генератора HERWIG++. Приведены результаты обратной свертки TUnfold (3), SVD (4), Д'Агостини (5), метода поправочных коэффициентов (6), обращения матрицы миграции (7), по сравнению с сечениями уровня частиц HERWIG++ (1). Обратная свертка выполнена с помощью МК-генератора PYTHIA8. Показаны отношения результатов обратной свертки к сечениям на уровне частиц (result / (particle level)), т. е. на генераторном уровне

эффициентов. Указанный выбор сделан в связи с тем, что реализация этого метода в программном пакете анализа данных ROOT [11] представляется более зрелой, чем реализации других методов; она хорошо документирована и имеет наибольшую гибкость в настройке и контроле процесса обратной свертки.

Практические рекомендации

Обратная свертка должна применяться после того, как сделана калибровка детектора и реконструкция всех объектов, необходимых для анализа (это треки заряженных частиц, башни колориметров, частицы, адронные струи). В экспериментах, даже после восстановления объектов, можно применять дополнительные коррекции, например коррекции энергии и разрешения, которые было желательно проводить еще до обратной свертки. Фазовое пространство и отборы следует определять и применять одинаково как для экспериментальных данных, так и для МК-моделирования. Поскольку задача обратной свертки плохо определена с математической точки зрения, необходимо проверять применимость различных методов обратной свертки. Совокупность имеющихся подходов не ограничивается методами, использованными в настоящей работе.

После того, как сделаны все подготовительные операции, а именно –

восстановлены и откорректированы данные;

выполнено МК-моделирование в нескольких моделях;

восстановлены МК-объекты;

отобраны экспериментальные данные и МК-модели;

выбраны методы обратной свертки, учета фона, эффективности и аксептанса, исследуется применимость различных методов в таком порядке.

1. Выбирается физическая величина, к которой применяется обратная свертка (она не обязательно должна совпадать с измеряемой физической величиной).

2. Выбирается размер ячеек гистограммы.

3. Строятся распределения генераторного уровня, реконструированного уровня и матрицы миграции для МК-моделей.

4. Тестируются различные методы обратной свертки с помощью перекрестной проверки с использованием МК-выборок событий.

5. Выбирается наилучший метод.

6. Анализируется остаточное смещение результатов обратной свертки относительно генераторного уровня.

7. Определяется влияние выбора размера ячеек гистограммы на результат обратной свертки. В случае выбора нового размера ячеек процедура повторяется для нового размера. Если остаточное смещение связано с выбором МК-моделей, используемых для обратной свертки, то остаточное смещение используется для оценки модельно-зависимой систематической неопределенности процедуры обратной свертки.

8. Выполняется обратная свертка с применением всех МК-моделей.

9. Рассчитываются (с помощью разных МК-моделей) восстановленное распределение, статистические и систематические неопределенности на основе результатов обратной свертки.

Заключение

На основе анализа различных методов обратной свертки при измерении сечений рождения пар адронных струй в протон-протонных столкновениях, при энергии системы центра масс $\sqrt{s} = 2,76$ ТэВ, с использованием детектора CMS, выбрана оптимальная схема обратной свертки экспериментальных данных в проведенном измерении. Даны практические рекомендации по построению процедуры анализа применимости различных методов обратной свертки.

Результаты настоящей работы были получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России 3.1498.2017/4.6.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Aad G., Abat E., Abdallah J., et al. (The ATLAS Collaboration). The ATLAS experiment at the CERN Large Hadron Collider // Journal of Instrumentation. 2008. Vol. 3. August. P. S08003.

2. Chatrchyan S., Hmayakyan G.,

Khachatryan V., et al. (The CMS Collaboration). The CMS experiment at the CERN LHC // Journal of Instrumentation. 2008. Vol. 3. August. P. S08004.

3. Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P. A brief



introduction to PYTHIA 8.1 // Computer Physics Communications. 2008. Vol. 178. No. 11. Pp. 852–867.

4. **Corke R., Sjöstrand T.** Interleaved parton showers and tuning prospects // Journal of High Energy Physics. 2011. Vol. 2011. No. 3. P. 32. Pp. 1–51.

5. **Bähr M., Gieseke S., Gigg M.A., et al.** Herwig++ physics and manual // The European Physical Journal C. 2008. Vol. 58. No. 4. Pp. 639–707.

6. **Gieseke S., Grellscheid D., Hamilton K., et al.** Herwig++ 2.5 release note // arXiv preprint arXiv:1102.1672. 2011.

7. **Allison J., Amako K., Apostolakis J., et al.** Recent developments in Geant4 // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and As-

sociated Equipment. 2016. Vol. 835. November. Pp. 186–225.

8. **Schmitt S.** TUnfold, an algorithm for correcting migration effects in high energy physics // Journal of Instrumentation. 2012. Vol. 7. No. 10. P. T10003.

9. **Hoecker A., Kartvelishvili V.** SVD approach to data unfolding // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research. Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 1996. Vol. 372. No. 3. Pp. 469–481.

10. **D'Agostini G.** Improved iterative Bayesian unfolding // arXiv preprint arXiv:1010.0632. 2010.

11. **Antcheva I., Ballintijn M., Bellenot B., et al.** Root – a C++ framework for petabyte data storage, statistical analysis and visualization // Computer Physics Communications. 2009. Vol. 180. No. 12. Pp. 2499–2512.

Статья поступила в редакцию 27.03.2019, принята к публикации 25.04.2019.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЕГОРОВ Анатолий Юрьевич – ассистент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
egorov.a@spbstu.ru

БЕРДНИКОВ Ярослав Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
berdnikov@spbstu.ru

БАКАЕВ Виктор Анатольевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
v_bakaev@phmf.spbstu.ru

НИКИТЦИНА Инна Михайловна – магистрант кафедры экспериментальной ядерной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
nikitsinna@yandex.ru

REFERENCES

1. **Aad G., Abat E., Abdallah J., et al.** (The ATLAS Collaboration), The ATLAS experiment at the CERN Large Hadron Collider, Journal of Instrumentation. 3 (August) (2008) S08003.

2. **Chatrchyan S., Hmayakyan G., Khachatryan V., et al.** (The CMS Collaboration), The CMS experiment at the CERN LHC, Journal of

Instrumentation. 3 (August) (2008) S08004.

3. **Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P.**, A brief introduction to PYTHIA 8.1, Computer Physics Communications. 178 (11) (2008) 852–867.

4. **Corke R., Sjöstrand T.**, Interleaved parton showers and tuning prospects, Journal of High Energy Physics. 2011 (3) (2011) 32, 1–51.

5. **Bähr M., Gieseke S., Gigg M.A., et al.**, Herwig++ physics and manual, *The European Physical Journal C*. 58 (4) (2008) 639–707.
6. **Gieseke S., Grellscheid D., Hamilton K., et al.**, Herwig++ 2.5 release note, arXiv preprint arXiv:1102.1672 (2011).
7. **Allison J., Amako K., Apostolakis J., et al.**, Recent developments in Geant4, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 835 (November) (2016) 186–225.
8. **Schmitt S.**, TUnfold, an algorithm for correcting migration effects in high energy physics, *Journal of Instrumentation*. 7 (10) (2012) T10003.
9. **Hoecker A., Kartvelishvili V.**, SVD approach to data unfolding, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. 372 (3) (1996) 469–481.
10. **D'Agostini G.**, Improved iterative Bayesian unfolding, arXiv preprint arXiv:1010.0632. (2010).
11. **Antcheva I., Ballintijn M., Bellenot B., et al.**, ROOT – a C++ framework for petabyte data storage, statistical analysis and visualization, *Computer Physics Communications*. 180 (12) (2009) 2499–2512.

Received 27.03.2019, accepted 25.04.2019.

THE AUTHORS

EGOROV Anatoliy Yu.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
egorov.a@spbstu.ru

BERDNIKOV Yaroslav A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
berdnikov@spbstu.ru

BAKAEV Victor A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
v_bakaev@phmf.spbstu.ru

NIKITSINA Inna M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
nikitsinna@yandex.ru