

DOI: 10.18721/JPM.12313
УДК 535.3

ВЛИЯНИЕ ДИПОЛЬ-ДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ЭВОЛЮЦИЮ МОДЫ РЕЗОНАТОРА В МОДЕЛИ ЛАЗЕРА НА НЕСКОЛЬКИХ ИЗЛУЧАТЕЛЯХ

Н.В. Ларионов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе теоретически исследуется модель лазера на двух атомах. Оба двухуровневых атома находятся в условиях некогерентной накачки, помещены в резонатор Фабри – Перо и взаимодействуют с выделенной затухающей модой. В случае выключенного поля накачки рассматривается влияние межатомного диполь-дипольного взаимодействия на эволюцию затухающей моды резонатора. Показано, что эта эволюция существенно зависит от начального суперпозиционного состояния атомов. При включенной некогерентной накачке «память» о начальном состоянии атомов в резонаторе со временем исчезает.

Ключевые слова: нанолазер, одноатомный лазер, диполь-дипольное взаимодействие, ближнее поле

Ссылка при цитировании: Ларионов Н.В. Влияние диполь-дипольного взаимодействия на эволюцию моды резонатора в модели лазера на нескольких излучателях // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 3. С. 155–163. DOI: 10.18721/JPM.12313

IMPACT OF DIPOLE-DIPOLE INTERACTION ON THE CAVITY MODE EVOLUTION IN THE MODEL OF FEW EMITTERS LASER

N.V. Larionov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

In the paper, the simple model of a two-atom laser is theoretically studied. The both dipole-dipole coupled atoms are under conditions of incoherent pump, are placed into the Fabry – Perot cavity and interact with a single damping field mode. In the switched-off pump position, the effect of dipole-dipole interaction on evolution of the damping mode has been considered. This evolution was shown to be strongly dependent on an initial atomic superposition state of atoms. In the switched-on pump position, the ‘memory’ for the initial atomic state should collapse with time.

Keywords: nanolaser, single-atom laser, dipole-dipole interaction, near-field effect

Citation: Larionov N.V., Impact of dipole-dipole interaction on the cavity mode evolution in the model of few emitters laser, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 12 (3) (2019) 155–163. DOI: 10.18721/JPM.12313

Введение

В настоящее время наблюдается интерес к системам, состоящим из одного или нескольких квантовых объектов, помещенных в определенные условия и взаимодействующих с электромагнитным полем, модифицированным этими же условиями. Ярким примером таких систем являются нанолазеры [1 – 6], т. е. лазеры, рабочую среду которых составляют либо один, либо несколько квантовых излучателей – атомов [7], ионов [8], квантовых точек (КТ) [9]. Кроме очевидного фундаментального интереса к нанолазерам как сугубо квантовым системам, существует и практический интерес. Они могут быть использованы как источники неклассических состояний поля или выступать в роли кубитов в сложных квантовых сетях [10, 11]. Здесь в качестве примера можно привести систему, представляющую собой несколько КТ, помещенных в отдельные, связанные волокном или полевыми модами, микрорезонаторы [12]. Другой пример – это атомы, внедренные в оптическое волокно и взаимодействующие с модами этого волокна [13]. Такая квазилинейная система используется для создания атомных запутанных состояний и востребована в квантово-информационных приложениях.

Если излучатели расположены на расстоянии порядка длины волны излучения относительно друг друга, то начинают проявляться коллективные эффекты, связанные с межатомным резонансным диполь-дипольным взаимодействием. Как показано в работах [14, 15], для ансамбля примесных атомов, внедренных в твердотельную матрицу, расположенную в резонаторе Фабри – Перо, или для отдельных атомов, находящихся вблизи заряженной поверхности, диполь-дипольное взаимодействие приведет к существенной модификации динамики спонтанного излучения атомов. В работах [16, 17] была продемонстрирована необходимость учета диполь-дипольного взаимодействия для корректного описания динамики запутанных состояний двух и более атомов, находящихся в резонаторе без потерь. Коллективные эффекты также могут влиять на интерференционные эффекты при рассеянии света в плотных атомных облаках, охлажденных в магнитооптических ловушках [18 – 20].

В теоретических работах [21 – 23] исследовалась система, представляющая собой

одну или две КТ, связанные с одной затухающей модой резонатора. Рассматривалось влияние отстройки частоты моды резонатора от КТ-резонансов на образующиеся коллективные состояния излучателей. В случае присутствия некогерентной накачки исследовалась генерация излучения такого лазера и были обнаружены условия, при которых происходит сильное запутывание между двумя излучателями. Также исследован стационарный режим такого лазера.

Если не учитывать специфику лазера на КТ, связанную с наличием валентной зоны и зоны проводимости, а, следовательно, соответствующего оператора взаимодействия, то рассмотренные в [21 – 23] задачи можно сопоставить с задачей о лазере на двух двухуровневых атомах.

В данной работе исследуется модель лазера на двух двухуровневых атомах с замкнутой схемой некогерентной накачки, взаимодействующих между собой через резервуар мод резонатор Фабри – Перо и связанных с выделенной затухающей модой. В отсутствие накачки изучается влияние межатомного диполь-дипольного взаимодействия на эволюцию затухающей моды резонатора. При включенной некогерентной накачке исследованы изменения начальных суперпозиционных атомных состояний. Основное отличие от упомянутых выше работ состоит в учете влияния структуры мод резонатора на различные атомные релаксационные константы, а также в учете конечного времени жизни выделенной моды резонатора.

Модель нанолазера

Лазер на двух излучателях будем описывать следующей моделью. Два одинаковых покоящихся двухуровневых атома помещены в резонатор Фабри – Перо. Размеры зеркал будем считать достаточно большими, чтобы не учитывать дифракции на их краях. Моды резонатора с потерями имеют сложную структуру [24], поэтому все атомные релаксационные константы будут вычислены в приближении идеального резонатора Фабри – Перо [14].

Выделение одной затухающей моды резонатора, с которой будут взаимодействовать атомы, является приближением, которое хорошо зарекомендовало себя в некоторых задачах для обычных лазеров (см., например, работы [25, 26]). Для нанолазера, в частности, из-за флуктуаций положения

зеркал, излучатель будет взаимодействовать с суперпозицией мод, которая характеризуется неким разбросом волновых векторов вблизи направления оси резонатора. Составляющие этой суперпозиции будут существенно влиять на поведение нанолазера. В представленной работе этот аспект не учитывается, а рассматривается упрощенная ситуация, когда атомы взаимодействуют с одной выделенной скалярной затухающей модой.

Воздействие некогерентной накачки предполагается одинаковым для обоих атомов, вне зависимости от их пространственного расположения.

Ориентируясь на соответствующие эксперименты, интенсивность внутрирезонаторного поля будем считать малой, так что среднее число фотонов в резонаторе $\langle n \rangle \ll 1$. Оценить величину $\langle n \rangle$ можно с помощью отношения скорости некогерентной накачки атомов к скорости распада моды резонатора.

Уравнение для оператора плотности рассматриваемой модели нанолазера имеет следующий вид [27]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = & -\frac{i}{\hbar} [\hat{V}, \hat{\rho}] + \frac{\kappa}{2} (2\hat{a}\hat{\rho}\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{a}^\dagger\hat{a}) + \\ & + \sum_{i=a,b} \frac{\gamma_i}{2} (2\hat{\sigma}_i\hat{\rho}\hat{\sigma}_i^\dagger - \hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\sigma}_i\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\sigma}_i) + \\ & + \sum_{i=a,b} \frac{\Gamma}{2} (2\hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\rho}\hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_i\hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}_i\hat{\sigma}_i^\dagger) + \\ & + \sum_{i \neq j=a,b} \frac{\gamma_{ij}}{2} (2\hat{\sigma}_i\hat{\rho}\hat{\sigma}_i^\dagger - \hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\sigma}_j\hat{\rho} - \hat{\rho}\hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\sigma}_j) - \\ & - i \sum_{i \neq j=a,b} \Omega_{ij} [\hat{\sigma}_i^\dagger\hat{\sigma}_j, \hat{\rho}]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь \hat{a} , \hat{a}^\dagger – операторы рождения и уничтожения фотона в затухающей моде резонатора; $\hat{\sigma}_i = |g_i\rangle\langle e_i|$, $\hat{\sigma}_i^\dagger = |e_i\rangle\langle g_i|$ – проекционные операторы для i -го атома ($i = a, b$), где $|g_i\rangle$ и $|e_i\rangle$ – векторы основного и возбужденного состояний i -го атома, соответственно.

Оператор взаимодействия атомов с модой резонатора имеет вид

$$\begin{cases} \hat{V} = i\hbar \sum_{i=a,b} g(i) (\hat{a}^\dagger\hat{\sigma}_i - \hat{\sigma}_i^\dagger\hat{a}), \\ g(i) = \sqrt{\frac{2\pi\omega_{n_0}}{\hbar L^2 a}} d_{21} \sin(k_{n_0} z_i), \end{cases} \quad (2)$$

где $g(i)$ – константа связи для i -го атома, зависящая от его пространственного положения; $\omega_{n_0} = ck_{n_0} = 2\pi c / \lambda_{n_0}$ – частота атомного перехода $|g_i\rangle \rightarrow |e_i\rangle$, совпадающая с частотой выделенной моды резонатора.

Как и оговаривалось выше, размеры зеркал – $L \times L$, такие что $L \gg a$ (a – расстояние между ними). Второе слагаемое, в левой части уравнения (1), описывает затухание моды резонатора со скоростью κ . Третье слагаемое в уравнении (1) отвечает за независимый спонтанный распад i -го атома со скоростью γ_i , обусловленный взаимодействием с резервуаром мод резонатора. Некогерентной накачке атомов со скоростью Γ соответствует четвертое слагаемое в уравнении (1). Два последних слагаемых в нем обусловлены наличием резонансного диполь-дипольного взаимодействия между атомами, причем γ_{ij} – релаксационная константа, описывающая зависимый спонтанный распад атомов, а Ω_{ij} – соответствующий сдвиг.

Явные выражения релаксационных констант γ_i , γ_{ij} , Ω_{ij} для двухуровневых атомов (переход $J_e = 0 \rightarrow J_g = 1$) были получены в работе [14]. Для примера приведем здесь выражение для константы независимого спонтанного распада атома в резонаторе Фабри – Перо (выражения для других констант можно найти в работе [14]):

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_i}{2} = & \frac{\pi\gamma_0}{2ak_{n_0}} + \\ & + \frac{\pi\gamma_0}{ak_{n_0}} \sum_{n=1}^{[[ak_{n_0}/\pi]]} \left(1 - \frac{k_n^2}{k_{n_0}^2} \cos^2(2k_n z_i) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\gamma_0 = \frac{2k_{n_0}^3 d_{eg}^2}{3\hbar}$, $k_n = \frac{\pi n}{a}$, $n = 1, 2, \dots$,

и обозначение $[[x]]$ означает наибольшее целое значение x , меньшее, чем величина x .

Для решения операторного уравнения (1), оно переписывалось в представлении чисел заполнения $|n\rangle$ полевой моды и в проекциях на атомные состояния $|\alpha_i\rangle$ [3]:

$$\langle \alpha_i | \langle n | \hat{\rho} | m \rangle | \alpha_j \rangle \equiv \rho_{nm}^{\alpha_i \alpha_j},$$

где

$$\begin{cases} \hat{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, \\ \hat{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle; \\ |\alpha_1\rangle = |g_a\rangle|g_b\rangle, |\alpha_2\rangle = |e_a\rangle|e_b\rangle, \\ |\alpha_3\rangle = |e_a\rangle|g_b\rangle, |\alpha_4\rangle = |g_a\rangle|e_b\rangle. \end{cases} \quad (4)$$

Результаты расчетов и обсуждение

Все расчеты проведем для следующей геометрии эксперимента. Расстояние между зеркалами выберем равным $a = 50\lambda_{n_0}$, и ось резонатора направим вдоль оси z . Атомы в резонаторе расположим на расстоянии

$$r_{ab} = \sqrt{\rho_{ab}^2 + (z_a - z_b)^2} \approx \lambda_{n_0} / 2\pi$$

друг от друга, выбрав их координаты таким образом, чтобы каждый атом участвовал во взаимодействии с затухающей модой:

$$\rho_{ab} = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2} = 0, 2\lambda_{n_0},$$

$$z_a = 15, 25\lambda_{n_0}, z_b = 15, 10\lambda_{n_0};$$

при этом атомные релаксационные константы и константы связи (в единицах κ) равны:

$$\gamma_a / \kappa = 19, 7, \gamma_b / \kappa = 19, 8,$$

$$\gamma_{ab} / \kappa = 6, 0; \Omega_{ab} / \kappa = 0, 6;$$

$$g(a) / \kappa = 5, 0, g(b) / \kappa = 2, 7.$$

Сначала рассмотрим ситуацию, когда некогерентная накачка отключена. На рис. 1, а, для разных начальных состояний атомно-полевой системы

$$|\Psi_3\rangle = |\alpha_3\rangle|vac\rangle, |\Psi_4\rangle = |\alpha_4\rangle|vac\rangle,$$

представлена временная зависимость вероятности

$$p_{11}(t) = \text{Sp}_{at} [\rho_{11}^{\alpha\alpha'}]$$

обнаружения одного фотона в затухающей моде резонатора. Здесь $\text{Sp}_{at}[\dots]$ означает след по атомным переменным, а $|vac\rangle \equiv |n=0\rangle$ – вакуумное состояние затухающей моды резонатора.

Из данных рис. 1, а видно, что учет диполь-дипольного взаимодействия существенно влияет на результат. Так, для начального состояния системы $|\Psi_4\rangle$ (состояние, в котором атом b находится на возбужденном уровне, а атом a – на основном) у вероятности $p_{11}(t)$, при учете диполь-дипольного взаимодействия, появляется дополнительный максимум. Такое поведение вероятности $p_{11}(t)$ можно объяснить «перебросом» возбуждения с атома b на атом a , который, в силу выбранного пространственного расположения, сильнее взаимодействует с затухающей модой, т. е. $g(a) > g(b)$.

На рис. 1, б показаны результаты исследования случая изначально запутанных атомных состояний

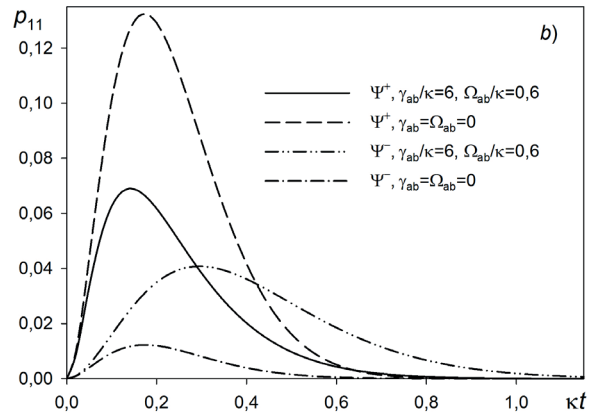
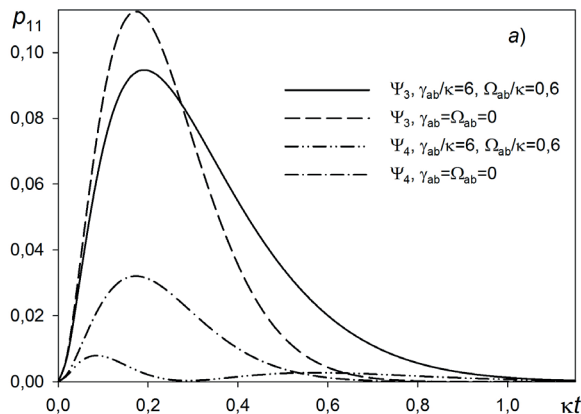


Рис. 1. Временная зависимость вероятности обнаружения одного фотона в моде резонатора для четырех различных начальных состояний: а – $|\Psi_3\rangle, |\Psi_4\rangle$; б – $|\Psi^+\rangle, |\Psi^-\rangle$. Расчеты проведены без учета (пунктир, штрихпунктир) и с учетом (сплошная линия, штрихпунктир с двумя точками) диполь-дипольного взаимодействия

$$|\Psi^\pm\rangle = (|\alpha_3\rangle \pm |\alpha_4\rangle)|vac\rangle / \sqrt{2}.$$

Так же как и для свободного пространства, наблюдаются различные скорости распада этих состояний. Здесь, вследствие симметричного распределения атомных возбуждений в начальный момент времени, в поведении временной зависимости $p_{11}(t)$, при учете диполь-дипольного взаимодействия, не наблюдается появления дополнительных максимумов, как это было в предыдущем случае.

Интересно отметить, что учет диполь-дипольного взаимодействия, в случае с состоянием $|\Psi^-\rangle$, повышает вероятность обнаружить фотон в затухающей моде, тогда как для всех других рассмотренных начальных состояний наблюдается обратная ситуация. Это связано с тем, что снятие атомного возбуждения может происходить в два канала: в выделенную затухающую моду резонатора и в резервуар мод, обуславливающий атомные релаксационные константы. Учитывая диполь-дипольное взаимодействие, мы тем самым усиливаем связь атомной подсистемы с упомянутым резервуаром. Следовательно, повышается вероятность спонтанного распада вне выделенной моды. Однако если атомы находятся в состоянии $|\Psi^-\rangle$, то распад в резервуар подавлен и атомное возбуждение снимается в другой канал.

На рис. 2 представлены временная эволюция среднего числа фотонов в резонаторе, а также их статистики – Q -параметра Манделя:

$$Q = \frac{\langle n(n-1) \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle}.$$

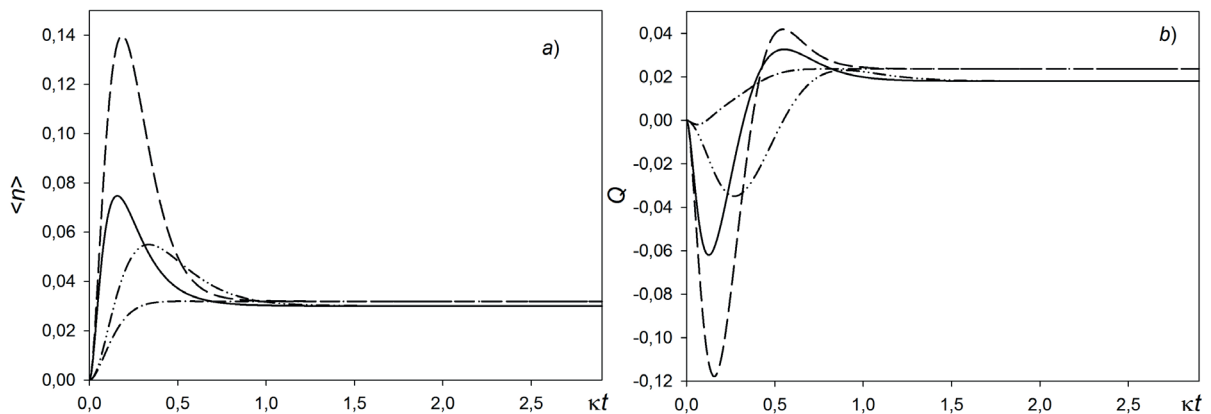


Рис. 2. Временные зависимости среднего числа фотонов в резонаторе (а) и Q -параметра Манделя (b).

Параметры системы и обозначения соответствуют приведенным на рис. 1. Скорость накачки $\Gamma/\kappa = 0,75$

Скорость накачки выбиралась такой, чтобы среднее число фотонов в резонаторе было меньше единицы ($\Gamma/\kappa < 1$). Из графиков на рис. 2 видно, что для выбранных параметров системы установление стационарного режима происходит при значениях времени порядка времени жизни фотона в резонаторе $\tau_{ph} \sim 1/\kappa$. Информация о начальных состояниях атомной подсистемы, благодаря диссипативным процессам и некогерентной накачке, исчезает.

На рис. 3 приведена временная эволюция атомной подсистемы. Можно видеть, что для данной скорости некогерентной накачки и выбранных параметров нанолазера, вероятность

$$p^{--}(t) = \text{Sp}_f [\rho_{mm}^{\alpha^- \alpha^-}]$$

обнаружить атомную подсистему в состоянии

$$|\alpha^-\rangle = (|\alpha_3\rangle - |\alpha_4\rangle) / \sqrt{2}$$

преобладает над вероятностью

$$p^{++}(t) = \text{Sp}_f [\rho_{mm}^{\alpha^+ \alpha^+}]$$

– обнаружения этой же подсистемы в состоянии

$$|\alpha^+\rangle = (|\alpha_3\rangle + |\alpha_4\rangle) / \sqrt{2}$$

(обозначение $\text{Sp}_f[\dots]$ означает след по полевым переменным).

С наибольшей вероятностью подсистема будет обнаружена в основном состоянии $|\alpha_1\rangle$, что указывает на отсутствие инверсии населенностей в рассматриваемом случае. Различие вероятностей $p^{--}(t)$ и $p^{++}(t)$, которое обнаруживается только при учете диполь-дипольного взаимодействия,

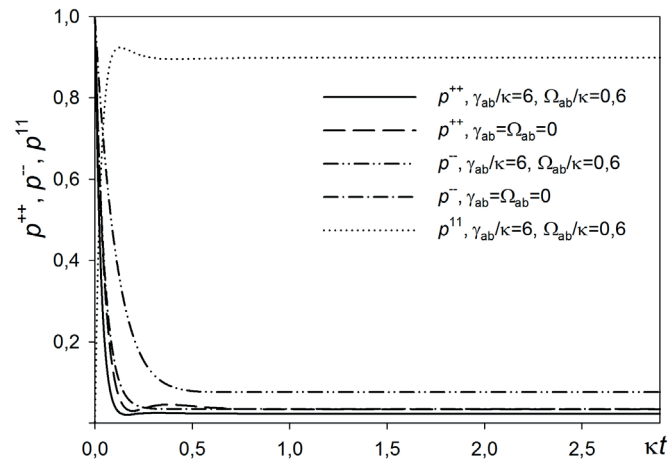


Рис. 3. Временная эволюция различных атомных состояний (с учетом и без учета диполь-дипольного взаимодействия); $p^{11}(t) = \text{Sp}_f [\rho_{mm}^{\alpha_1 \alpha_1}]$ – вероятность обнаружить атомную подсистему в состоянии $|\alpha_1\rangle$.

Параметры системы и обозначения соответствуют приведенным на рис. 1 и 2

можно объяснить, как и выше, – снятием атомного возбуждения в два (отличных друг от друга) канала (см. пояснения в тексте к рис. 1, *b*).

Заключение

В работе теоретически исследовано влияние межатомного резонансного диполь-дипольного взаимодействия на поведение лазера на нескольких излучателях. Показано, что это межатомное взаимодействие существенно влияет как на релаксацию внутрирезонаторного поля, так и на временную эволюцию атомных суперпозиционных со-

стояний.

Как было отмечено выше, более строгое описание работы лазера на нескольких излучателях требует ухода от одномодового приближения. Возможно, эту задачу можно решить с помощью подхода, разработанного в статье [28], посвященной пространственному поведению поля с неклассической статистикой.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-12-01085).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mu Yi., Savage C.M. One-atom laser // Phys. Rev. A. 1992. Vol. 46. No. 9. Pp. 5944–5954.
2. Larionov N.V., Kolobov M.I. Quantum theory of a single-emitter nanolaser // Phys. Rev. A. 2013. Vol. 88. No. 1. P. 013843.
3. Ларионов Н.В., Баранцев К.А., Попов Е.Н. Одноатомный лазер, работающий в режиме сильной связи и низкодобротного резонатора // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 4. С. 104–111.
4. Kilin S.Ya., Mikhalychev A.B. Single-atom laser generates nonlinear coherent states // Phys. Rev. A. 2012. Vol. 85. No. 6. P. 063817.
5. Карлович Т.Б. Влияние тепловых возбуждений резервуара на фазовую бистабильность в фундаментальной модели квантовой оптики // Оптика и спектроскопия. 2011. Т. 111. № 5. С.758–763.
6. Popov E.N., Larionov N.V. Glauber – Sudarshan P function in the model of a single-emitter laser generating in a strong-coupling regime // Proceedings of SPIE. 2016. Vol. 9917. P. 99172X.
7. McKeever J., Boca A., Boozer A.D., Buck J.R., Kimble H.J. Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong-coupling // Nature (London). 2003. Vol. 425. No. 6955. Pp. 268–271.
8. Dubin F., Russo C., Barros H.G., Stute A., Becher C., Piett O.S., Blatt R. Quantum to classical transition in a single-atom laser // Nature Physics. 2010. Vol. 6. No. 5. Pp. 350–353.
9. Nomura M., Kumagai N., Iwamoto S., Ota Y., Aracawa Y. Photonic crystal nanocavity laser



with a of a single-quantum dot gain // Optics Express. 2009. Vol. 17. No. 18. Pp. 15975–15982.

10. Ritter S., Nilleke C., Hahn C., et al. An elementary quantum network of single atoms in optical cavities // Nature. 2012. Vol. 484. No. 7393. Pp. 195–200.

11. Zeeb S., Noh Ch., Parkins A.S., Carmichael H.J. Superradiant decay and dipole-dipole interaction of distant atoms in a two-way cascaded cavity QED system // Phys. Rev. A. 2015. Vol. 91. No. 2. P. 023829.

12. Bellomo B., Compagno G., Lo Franco R., et. al. Entanglement dynamics of two independent cavity-embedded quantum dots // Physica Scripta. 2011. Vol. 2011. No. T143. P. 014004.

13. Corzo N.V., Raskop Jérémy, Chandra Aveek, Sheremet A.S., Gouraud B., Laurat J. Waveguide-coupled single collective excitation of atomic arrays // Nature. 2019. Vol. 566. No. 7744. Pp. 359–362.

14. Курапцев А.С., Соколов И.М. Микроскопическая теория диполь-дипольного взаимодействия в ансамблях примесных атомов в резонаторе Фабри – Перо // ЖЭТФ. 2016. Т. 150. Вып. 2. С. 275–287.

15. Курапцев А.С., Соколов И.М. Особенности межатомного диполь-дипольного взаимодействия вблизи идеально проводящей заряженной поверхности // ЖЭТФ. 2018. Т. 154. Вып. 3. С. 534–542.

16. Bashkirov E.K. Entanglement of two dipole-coupled qubits induced by a detuned thermal field // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1096. P. 012063.

17. Vorobiev A., Bashkirov E. Influence of dipole-dipole interaction and detuning on entanglement dynamics in two-atom Jaynes-Cummings model // Proc. SPIE. 2017. Vol. 10717 (Saratov Fall Meeting 2017 “Laser Physics and Photonics XVIII”; and “Computational Biophysics and Analysis of Biomedical Data IV”).

18. Ларионов Н.В., Соколов И.М. Влияние электрического и магнитного полей на угло-

вое распределение интенсивности света, рассеянного холодным атомным ансамблем // Оптика и спектроскопия. 2019. Т. 127. № 9. С. 405–410.

19. Ларионов Н.В., Соколов И.М. Влияние электрического и магнитного полей на интерференционные эффекты при многократном рассеянии света в холодных атомных ансамблях // ЖЭТФ. 2018. Т. 154. № 2. С. 310–320.

20. Skipetrov S.E., Sokolov I.M. Absence of Anderson localization of light in a random ensemble of point scatterers // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 112. No. 2. P. 023905.

21. Del Valle E., Troiani F., Tejedor C. Cavity quantum electrodynamics for two quantum dots // AIP Conference Proceedings. 2007. Vol. 893. No. 1. Pp. 1077–1079.

22. Del Valle E., Laussy F.P., Troiani F., Tejedor C. Entanglement and lasing with two quantum dots in a microcavity // Phys. Rev. B. 2007. Vol. 76. No. 23. P. 235317.

23. Del Valle E., Fabrice P.L., Troiani F., Tejedor C. The steady state of two quantum dots in a cavity // Superlattices and Microstructures. 2008. Vol. 43. No. 5–6. Pp. 465–469.

24. Fox A.G., Li T. Resonant modes in a maser interferometer // Bell System Technical Journal. 1961. Vol. 40. No. 2. Pp. 453–488.

25. Golubeva T., Ivanov D., Golubev Yu. Broadband squeezed light from phase-locked single-mode sub-Poissonian lasers // Phys. Rev. A. 2008. Vol. 77. No. 5. P. 052316.

26. Davidovich L. Sub-Poissonian processes in quantum optics // Reviews of Modern Physics. 1996. Vol. 68. No. 1. Pp. 127–173.

27. Agarwal G.S. Quantum statistical theories of spontaneous emission and their relation to other approaches. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag. 1974. Pp. 1–128.

28. Kolobov M.I. The spatial behavior of non-classical light // Reviews of Modern Physics. 1999. Vol. 71. No. 5. Pp. 1539–1589.

Статья поступила в редакцию 20.06.2019, принята к публикации 15.07.2019.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

ЛАРИОНОВ Николай Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Лазерные технологии» Института металлургии, машиностроения и транспорта Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
larionov.nickolay@gmail.com

REFERENCES

1. **Mu Yi., Savage C.M.**, One-atom laser, *Phys. Rev. A.* 46 (9) (1992) 5944–5954.
2. **Larionov N.V., Kolobov M.I.**, Quantum theory of a single-emitter nanolaser, *Phys. Rev. A.* 88 (1) (2013) 013843.
3. **Larionov N.V., Barantsev K.A., Popov E.N.**, Single-atom laser with a low-finesse cavity operating in the strong-coupling regime, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics.* 11 (4) (2018) 104–111.
4. **Kilin S.Ya., Mikhalychev A.B.**, Single-atom laser generates nonlinear coherent states, *Phys. Rev. A.* 85 (6) (2012) 063817.
5. **Karlovich T.B.**, Effect of thermal excitations of the reservoir on phase bistability in the fundamental model of quantum optics, *Optics and Spectroscopy.* 111 (5) (2011) 722–726.
6. **Popov E.N., Larionov N.V.**, Glauber – Sudarshan P function in the model of a single-emitter laser generating in a strong-coupling regime, *Proceedings of SPIE.* 9917 (2016) 99172X.
7. **McKeever J., Boca A., Boozer A.D., et al.**, Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong-coupling, *Nature (London).* 425 (6955) (2003) 268–271.
8. **Dubin F., Russo C., Barros H.G., et al.**, Quantum to classical transition in a single-atom laser, *Nature Physics.* 6 (5) (2010) 350–353.
9. **Nomura M., Kumagai N., Iwamoto S., et al.**, Photonic crystal nanocavity laser with a single-quantum dot gain, *Optics Express.* 17 (18) (2009) 15975–15982.
10. **Ritter S., Nilleke C., Hahn C., et al.**, An elementary quantum network of single atoms in optical cavities, *Nature.* 484 (7393) (2012) 195–200.
11. **Zeeb S., Noh Ch., Parkins A.S., Carmichael H.J.**, Superradiant decay and dipole-dipole interaction of distant atoms in a two-way cascaded cavity QED system, *Phys. Rev. A.* 91 (2) (2015) 023829.
12. **Bellomo B., Compagno G., Lo Franco R., et al.**, Entanglement dynamics of two independent cavity-embedded quantum dots, *Physica Scripta.* 2011 (T143) (2011) 014004.
13. **Corzo N.V., Raskop Jérémy, Chandra Aveek, et al.**, Waveguide-coupled single collective excitation of atomic arrays, *Nature.* 566 (7744) (2019) 359–362.
14. **Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.**, Microscopic theory of dipole-dipole interaction in ensembles of impurity atoms in a Fabry – Perot cavity, *JETP.* 123 (2) (2016) 237–248.
15. **Kuraptsev A.S., Sokolov I.M.**, Specific features of interatomic dipole-dipole interaction near a perfectly conducting charged surface, *JETP.* 127 (3) (2018) 455–462.
16. **Bashkirov E.K.**, Entanglement of two dipole-coupled qubits induced by a detuned thermal field, *Journal of Physics: Conference Series.* 1096 (2018) 012063.
17. **Vorobiev A., Bashkirov E.**, Influence of dipole-dipole interaction and detuning on entanglement dynamics in two-atom Jaynes – Cummings model, *Proc. SPIE.* 10717, Saratov Fall Meeting 2017: Laser Physics and Photonics XVIII; and Computational Biophysics and Analysis of Biomedical Data IV.
18. **Larionov N.V., Sokolov I.M.**, Angle distribution of light scattered on the cold atomic ensemble under condition of static electric or magnetic field, *Optics and Spectroscopy.* 127 (9) (2019) 405–410.
19. **Larionov N.V., Sokolov I.M.**, Influence of electric and magnetic fields on interference effects upon multiple light scattering in cold atomic ensembles, *JETP.* 127 (2) (2018) 264–273.
20. **Skipetrov S.E., Sokolov I.M.**, Absence of Anderson localization of light in a random ensemble of point scatterers, *Phys. Rev. Lett.* 112 (2) (2014) 023905.
21. **Del Valle E., Troiani F., Tejedor C.**, Cavity quantum electrodynamics for two quantum dots, *AIP Conference Proceedings.* 893 (1) (2007) 1077–1079.
22. **Del Valle E., Laussy F.P., Troiani F., Tejedor C.**, Entanglement and lasing with two quantum dots in a microcavity, *Phys. Rev. B.* 76 (23) (2007) 235317.
23. **Del Valle E., Fabrice P.L., Troiani F., Tejedor C.**, The steady state of two quantum dots in a cavity, *Superlattices and Microstructures.* 43 (5–6) (2008) 465–469.
24. **Fox A.G., Li T.**, Resonant modes in a maser interferometer, *Bell System Technical Journal.* 40 (2) (1961) 453–488.
25. **Golubeva T., Ivanov D., Golubev Yu.**, Broadband squeezed light from phase-locked single-mode sub-Poissonian lasers, *Phys. Rev. A.* 77 (5) (2008) 052316.
26. **Davidovich L.**, Sub-Poissonian processes in quantum optics, *Reviews of Modern Physics.* 68 (1) (1996) 127–173.
27. **Agarwal G.S.**, Quantum statistical theories of spontaneous emission and their relation to other approaches, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, (1974) 1–128.
28. **Kolobov M.I.**, The spatial behavior of nonclassical light, *Reviews of Modern Physics.* 71 (5) (1999) 1539–1589.



Received 20.06.2019, accepted 15.07.2019.

THE AUTHOR

LARIONOV Nikolay V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

larionov.nickolay@gmail.com