

DOI: 10.18721/JPM.12411
УДК 538.911

**ИЗЛУЧЕНИЕ ПОЗИТРОНОВ И ЭЛЕКТРОНОВ
С ЭНЕРГИЕЙ 375 МэВ ПРИ КАНАЛИРОВАНИИ В ПРЯМЫХ
И ПЕРИОДИЧЕСКИ ИЗОГНУТЫХ КРИСТАЛЛАХ АЛМАЗА**

А.В. Павлов¹, В.К. Иванов¹, А.В. Король², А.В. Соловьев²

¹Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация;

²Научно-исследовательский центр мезобионаносистем (MBN),
г. Франкфурт-на-Майне, Германия

В работе представлены результаты расчета и анализа траекторий и спектров излучения ультрарелятивистских электронов и позитронов с энергией 375 МэВ, каналирующих в прямых и периодически изогнутых кристаллах алмаза длиной 20 и 40 мкм. Численное моделирование процессов планарного каналирования частиц вдоль кристаллографической плоскости (110) проводилось с помощью пакета MBN Explorer. Параметры пучков частиц и ориентация кристаллов были выбраны близкими к экспериментальным условиям на ускорителе MAMI (г. Майнц, Германия). Проведено сравнение полученных результатов для электронов и позитронов.

Ключевые слова: ультрарелятивистские электроны и позитроны, периодически изогнутый кристалл алмаза, излучение при каналировании

Ссылка при цитировании: Павлов А.В., Иванов В.К., Король А.В., Соловьев А.В. Излучение позитронов и электронов с энергией 375 МэВ при каналировании в прямых и периодически изогнутых кристаллах алмаза // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 4. С. 108–118. DOI: 10.18721/JPM.12411

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

**RADIATION OF 375 MeV ELECTRONS AND POSITRONS
DURING CHANNELING IN STRAIGHT AND
PERIODICALLY BENT DIAMOND CRYSTALS**

A.V. Pavlov¹, V.K. Ivanov¹, A.V. Korol², A.V. Solov'yov²

¹Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

²MBN Research Center UG, Frankfurt am Main, Germany

The paper presents the results of calculation and analysis of the trajectories and emission spectra of ultrarelativistic electrons and positrons with an energy of 375 MeV channeling in straight and periodically bent diamond crystals with a length of 20 and 40 μm . The numerical simulation of planar channeling of particles along the crystallographic plane (110) is carried out using the MBN Explorer package. The parameters of the particle beams and the orientation of the crystals are chosen close to the experimental conditions at the MAMI accelerator (Mainz, Germany). The comparison between the results obtained for electrons and positrons is performed.

Keywords: ultrarelativistic electrons and positrons, periodically bent diamond crystal, channeling radiation

Citation: Pavlov A.V., Ivanov V.K., Korol A.V., Solov'yov A.V., Radiation of 375 MeV electrons and positrons during channeling in straight and periodically bent diamond crystals,



Введение

В середине 60-х годов прошлого столетия Дж. Линдхард [1] предсказал, что заряженные ультрарелятивистские частицы могут проходить аномально большие расстояния в ориентированных кристаллах, двигаясь внутри потенциального канала, созданного электростатическим полем атомных плоскостей или осей. Данное явление носит название каналирования. Стабильность процесса каналирования определяется малым значением энергии поперечного движения, по сравнению с величиной электростатического барьера. С момента открытия процесс каналирования является объектом большого количества теоретических и экспериментальных исследований. Их результаты имеют как прикладное значение (создание новых источников излучения), так и фундаментальное (определение свойств распространения и излучения частиц), см. работу [2] и ссылки в ней.

При планарном каналировании частица осциллирует в канале, расположенном параллельно какому-либо семейству плоскостей. Это приводит к появлению дополнительного электромагнитного излучения – излучения при каналировании (Channeling Radiation (ChR)), интенсивность которого на порядки превосходит интенсивность тормозного излучения в соответствующей аморфной среде. Спектр излучения при каналировании ультрарелятивистских электронов лежит в области от сотен кэВ до единиц МэВ.

Каналирование возможно и в равномерно изогнутом кристалле. В таком случае движение частицы складывается из двух компонент: осцилляции при движении в канале и распространение частицы вдоль средней линии изогнутого кристалла. Последнее приводит к появлению дополнительного излучения – синхротронного.

Современные технологии выращивания кристаллов позволяют создавать кристаллы, где профиль изгиба носит квазипериодический характер. Системы, в которых периодически изогнутой кристалл скombинирован с пучком ультрарелятивистских частиц, часто называют кристаллическими ондуляторами (Crystalline Undulator (CU))

[2 – 8]. Возможность практической реализации CU была показана относительно недавно. Движение заряженных частиц в CU приводит к появлению нового типа спонтанного ондуляторного излучения – излучения кристаллического ондулятора (CUR) [2, 5 – 8]. С применением современных ускорителей заряженных частиц и совершенных кристаллов, становится возможным получить пиковую светимость CUR на уровне 10^{25} фотон/с·мрад²·мм²·0,1% BW для фотонов с энергией $10^{-2} – 10^1$ МэВ [2]. Следует отметить, что такую светимость невозможно получить, если использовать классические ондуляторы на магнитах [9].

За последнее время проведено большое количество как теоретических [2, 10 – 18], так и экспериментальных [5, 8, 19 – 27] работ, направленных на изучение механизмов каналирования и получение спектров излучения электронов и позитронов в прямых и изогнутых кристаллах кремния и алмаза. Последние измерения включают в себя эксперименты на микротроне Mainzer Microtron (MAMI, [20, 21]), CERN [28], SLAC [29].

Целью данной работы является теоретическое описание процессов каналирования электронов и позитронов с энергией 375 МэВ в прямых и периодически изогнутых кристаллах алмаза. Определение параметров этих процессов, таких как характерная длина, спектр излучения и другие, представляет значительный интерес не только в связи с возможностью создания нового источника когерентного излучения, но и с проведением в настоящее время экспериментальных исследований процесса каналирования электронов с ультрарелятивистскими энергиями в подобных кристаллах [20, 21]. Моделирование процесса каналирования электронов и позитронов выполнялось с помощью универсального пакета вычислительных программ MBN Explorer [30, 31].

Моделирование процесса каналирования

Моделирование процесса каналирования проводилось в два этапа: на первом вычислялись трехмерные траектории движения частиц в кристалле и определялись пара-

метры каналирования, на втором вычислялись спектры излучения частиц на основе траекторий движения.

Для получения трехмерных траекторий движения ультрарелятивистских частиц в кристаллической среде используется релятивистская молекулярная динамика, реализованная в MBN Explorer [31]. При этом стандартный молекулярно-динамический алгоритм претерпел следующие изменения [2]. Во-первых, для описания движения частиц используются релятивистские уравнения движения. Во-вторых, учитывается взаимодействие ультрарелятивистской частицы с отдельными атомами, при этом кристаллическое окружение генерируется динамически по ходу движения частиц. Движение ультрарелятивистских частиц описывается в рамках квазиклассического приближения, поскольку при таких энергиях квантовые поправки малы. Детальное описание алгоритма решения этих уравнений представлено в работах [2, 10, 11, 14, 31, 32]. Данный подход к вычислениям показал свою состоятельность, поэтому результаты расчета сравнивались с экспериментальными данными предыдущих работ [2, 10 – 12, 14, 15]. Алгоритмы расчета, использованные в пакете MBN Explorer, при их применении на современных суперкомпьютерах позволяют получить предсказательную силу, сравнимую с экспериментальными измерениями.

В качестве объекта исследования был выбран кристалл алмаза, ориентированный вдоль кристаллографических плоскостей (110). Чтобы избежать аксиального каналирования [33], направление распространения z было выбрано вдоль оси $\langle 10, -10, 0 \rangle$. В расчетах предполагалось, что пучок частиц имеет нулевую расходимость; иными словами, поперечные компоненты скорости равны нулю.

Взаимодействие между ультрарелятивистскими частицами и атомами решетки моделировалось с помощью межатомного потенциала Мольера [34]. В расчете учитывались тепловые колебания атомов решетки при температуре 300 К. Параметры кристалла и пучка налетающих частиц были выбраны в соответствии с условиями экспериментов, проводимых с электронами на ускорителе MAMI [20, 21]. Для периодически изогнутых кристаллов профиль изгиба $S(z)$ имел гармоническую форму:

$$S(z) = a \cos(2\pi z/\lambda_u),$$

где координата z определяет направление распространения частиц; a – амплитуда изгиба кристалла ($a = 0 \text{ \AA}$ для прямого кристалла, $a = 2,5$ и $4,0 \text{ \AA}$ для периодически изогнутого); λ_u – период изгиба, был фиксирован на значении 5 мкм.

Примеры систем с такой геометрией можно найти в работе [15]. В настоящих вычислениях распространение частиц было проанализировано в кристаллах длиной $L_{cr} = 20$ и 40 мкм (4 и 8 периодов ондулятора соответственно).

Для каждого набора параметров было проанализировано 6000 траекторий. Ввиду случайности в выборе положения частицы на входе в кристалл и случайного расположения атомов вокруг нее из-за термических флуктуаций, каждая траектория соответствует распространению в уникальном кристаллическом окружении.

Траектории статистически независимы и могут быть использованы для определения параметров каналирования и расчета спектров электромагнитного излучения. Для каждой траектории спектральное распределение электромагнитного излучения интегрировалось по углу $\theta_0 = 0,24$ мрад. Данное значение значительно меньше естественного угла эмиссии $\gamma^{-1} = 1,36$ мрад, соответственно собиралось только «излучение вперед».

Спектр для конкретного набора параметров был получен путем усреднения спектра по всем траекториям, таким образом учитывался вклад как от участков, где частица находилась в режиме каналирования, так и участков свободного движения над барьером.

Результаты расчетов и их обсуждение

Важным наблюдаемым результатом каналирования релятивистских частиц в кристаллах являются спектры электромагнитного излучения (см., например, работу [21]). Частица, каналирующая в периодически изогнутом кристалле, испытывает два типа квазипериодического движения: осцилляции в канале и движение вдоль профиля изгиба канала.

Квазипериодическое движение приводит к электромагнитному излучению, которое в общем случае можно представить в виде набора гармоник. Так, для каждого значения угла эмиссии спектральное распределение состоит из набора узких эквидистантных пиков. В области энергий излучения $\hbar\omega$,

значительно меньших по отношению к первичной энергии частиц, частоту излучения n -ой гармоники ω_n можно найти из соотношения

$$\omega_n = \frac{2\gamma^2\Omega}{1 + \gamma^2\theta^2 + K^2/2} n,$$

$$n = 1, 2, \dots,$$

где Ω – частота соответствующих осцилляций (Ω_{ch} – частота осцилляций при каналировании или $\Omega = 2\pi/\lambda_u$ – частота, соответствующая периоду ондулятора λ_u); θ – угол сбора излучения; K^2 – средний квадрат параметра ондулятора.

В случае, когда движение частиц состоит из двух типов квазипериодического движения, которые не коррелируют по частоте, полное значение K^2 определяется суммой квадратов параметров ондулятора:

$$K^2 = K_u^2 + K_{ch}^2,$$

где $K_u = 2\pi\gamma a/\lambda_u$ – параметр ондулятора периодически изогнутого кристалла; $K_{ch} = 2\gamma^2 \langle v_{\perp}^2 \rangle / c^2$ – параметр ондулятора,

отвечающий за движение в канале ($\langle v_{\perp}^2 \rangle$ – средний квадрат скорости поперечного движения внутри канала, подробнее см. работу [2]).

На рис. 1 и 2 показаны энергетические зависимости спектральной плотности $dE/\hbar d\omega$ для электронов и позитронов, каналирующих в кристаллах длиной 20 и 40 мкм соответственно. В спектрах излучения для прямого кристалла (рис. 1, *a* и 2, *a*) преобладает излучение при каналировании ChR, спектральная плотность которого значительно превышает плотность тормозного излучения в аморфных средах. Из-за сильной ангармоничности осцилляций электронов в канале, спектры излучения последних сильно уширены (рис. 1, *a*), по сравнению с узкой спектральной линией для позитронов (рис. 2, *a*). Максимум ChR на спектре для позитронов расположен около энергии $\hbar\omega \approx 1,1$ МэВ, тогда как для электронов это значение из-за ангармоничности смещается в сторону больших энергий и составляет $\hbar\omega \approx 2$ МэВ.

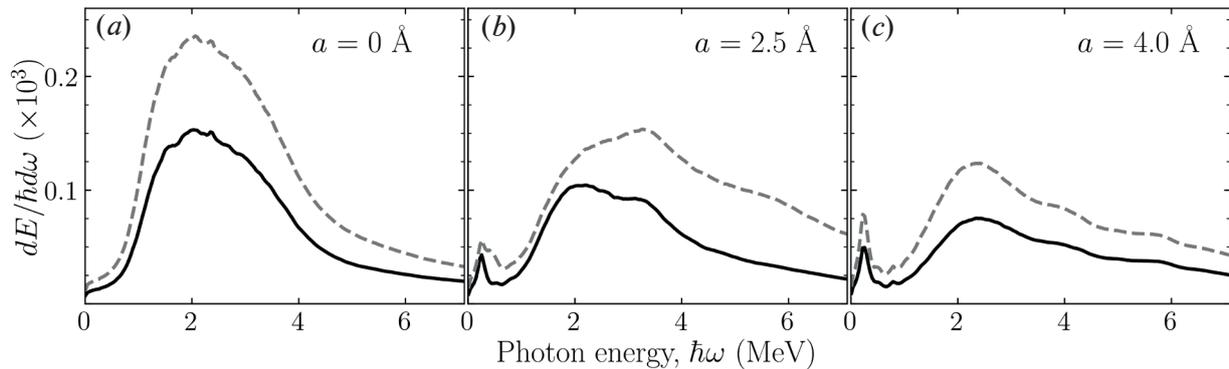


Рис. 1. Спектральная плотность электромагнитного излучения электронов с энергией 375 МэВ, проходящих через прямой кристалл (*a*) и периодически изогнутый кристалл (*b, c*) с амплитудами изгиба $a = 2,5 \text{ \AA}$ (*b*) и $a = 4,0 \text{ \AA}$ (*c*), в зависимости от энергии фотонов.

Сплошная линия показывает зависимости для $L_{cr} = 20$ мкм, пунктирная – для $L_{cr} = 40$ мкм

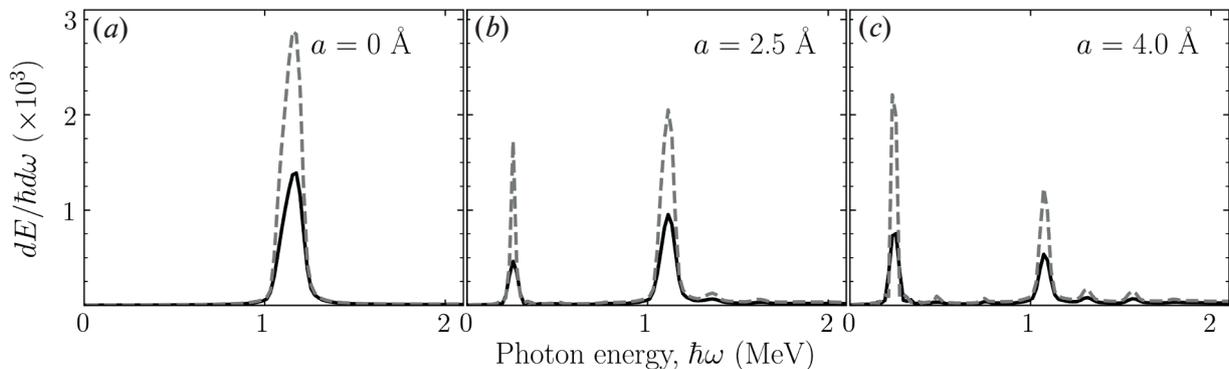


Рис. 2. Зависимости спектральных плотностей электромагнитного излучения от энергии фотонов, аналогичные приведенным на рис. 1, но для позитронов.

Обозначения те же, что на рис. 1

В спектрах излучения частиц, каналирующих в периодически изогнутых кристаллах (рис. 1,*b,c* и 2,*b,c*), появляются дополнительные пики при энергии $\hbar\omega \approx 0,25$ МэВ. Эти пики соответствуют когерентному ондуляторному излучению (CUR). Их возникновение связано с движением частиц в периодически изогнутом кристалле, а частота квантов излучения Ω_u определяется периодом изгиба кристалла и продольной энергией заряженной частицы [2 – 8, 14]. Следует отметить, что плотность излучения позитронов оказывается на порядок выше плотности излучения каналирующих электронов.

Теперь отметим самые заметные особенности, которые проявляются в спектрах излучения и требуют обсуждения.

1. В случае каналирования позитронов в PBC, в спектре излучения появляются дополнительные пики. Дополнительные гармоники более заметны для больших амплитуд изгиба (см. дополнительные пики на рис. 2,*c*).

2. Интенсивности CUR и ChR растут с увеличением толщины кристалла в разной степени для электронов и позитронов.

3. Интенсивность ChR падает с увеличением амплитуды изгиба для обоих сортов частиц.

Первую особенность можно объяснить тем, что в случае позитронов с энергией 375 МэВ, распространяющихся в периодически изогнутых кристаллах алмаза с означенными выше параметрами, параметр ондулятора

$$K \sim K_u = 2\pi\gamma a/\lambda_u \leq 1$$

В таком случае теория ондуляторного излучения предсказывает, что спектр излучения должен состоять из ряда эквидистантных гармоник, интенсивность которых быстро спадает с номером гармоники n .

Для того чтобы проанализировать изменение спектров излучения в зависимости от амплитуды изгиба и толщины кристалла, нужно предварительно рассмотреть свойства каналирования частиц. Поскольку первый результат расчетов – это траектории частиц в кристалле, то появляется возможность прямого исследования данных свойств. В частности, становится возможным определить количество каналирующих частиц на любой глубине кристалла. Подобные данные невозможно получить

экспериментально, однако они могут быть полезны при анализе полученных данных и для хотя бы качественного объяснения зависимостей.

Важной характеристикой процесса каналирования является коэффициент захвата частиц A (acceptance). Последний представляет собой отношение числа частиц N_{acc} , захваченных в канал на входе в кристалл, к числу всех падающих частиц N_0 :

$$A = N_{acc} / N_0.$$

Параметр A имеет наибольшее значение для прямого кристалла и плавно уменьшается с ростом кривизны изогнутого кристалла вследствие увеличения центробежных сил, действующих на частицу [35].

При статистическом анализе процессов каналирования можно ввести величину длины, которая характеризует процесс каналирования.

Введем величину L_p – среднюю глубину проникновения. Она показывает, какое расстояние в среднем проходят частицы, захваченные в режиме каналирования на входе в канал. Число таких частиц обозначим как N_p . Средняя длина каналирования L_{ch} – это L_p длина всех участков каналирования, усредненная по количеству траекторий N .

Число частиц, которые находятся в режиме каналирования на некоторой глубине проникновения в кристалл, обозначим как N_{ch} .

На рис. 3 представлены зависимости N_p/N и N_{ch}/N для электронов (рис. 3,*a,b*) и позитронов (рис. 3,*c,d*) от глубины z проникновения в кристалл.

На приведенных графиках величина коэффициента захвата A соответствует значениям N_p/N и N_{ch}/N в точке $z = 0$. Например, для позитронов в прямом кристалле значение параметра A равно 0,96. Значения L_p и L_{ch} можно найти путем усреднения данных зависимостей по глубине z проникновения в кристалл.

Рассмотрим сначала каналирование позитронов. Позитрон движется в канале между двумя кристаллографическими плоскостями. Столкновения с атомами решетки приводят к росту его энергии поперечного движения, и при достижении некоторого критического значения этой энергии позитрон деканализируется. Имеет место обратный процесс – реканализация – это когда позитрон может захватываться

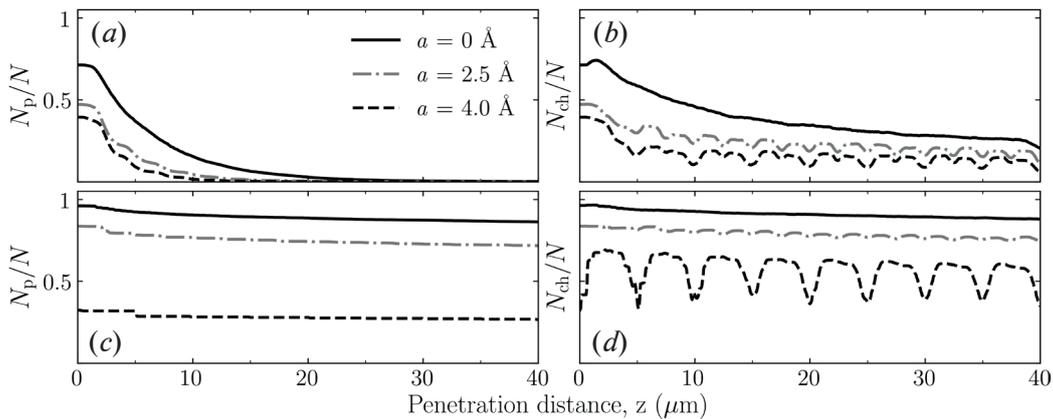


Рис. 3. Зависимости доли каналирующих частиц с энергией 375 МэВ в прямом ($a = 0 \text{ \AA}$) (a, c) и периодически изогнутом кристаллах алмаза (110) (b, d) от глубины проникновения частиц в кристалл. Представлены доли захваченных электронов (a) и позитронов (c) в канал на входе в кристалл, а также доли каналирующих электронов (b) и позитронов (d) с учетом реканалирования

ваться в канал вследствие столкновений с атомами решетки. При больших толщинах кристалла, например $L_{cr} \approx 300 \text{ мкм}$, позитрон может испытывать деканализацию и реканалирование несколько раз при распространении внутри кристалла. Однако при малых значениях толщины кристалла процессы деканализации/реканалирования происходят редко. В периодически изогнутых кристаллах реканалирование позитронов может происходить на участках кристалла с малой кривизной [15] (см. график осцилляции количества частиц на рис. 3, d).

Интенсивность CUR можно оценить как величину, пропорциональную произведению $I \propto A \cdot L_p \cdot a^2$ [16]. Из этого следует, что основной вклад в интенсивность CUR вносят частицы, которые были захвачены на входе в кристалл. Для рассмотренных значений длины кристаллов величина N_p/N практически не зависит от глубины z (см. зависимость $N_p/N(z)$ на рис. 3, a).

Таким образом, с увеличением толщины кристалла интенсивность пика должна расти пропорционально увеличению L_p . При увеличении амплитуды изгиба коэффициент захвата и средняя глубина проникновения незначительно падают, однако это падение компенсируется увеличением квадрата амплитуды изгиба, что приводит в результате к росту интенсивности CUR. Большая глубина проникновения приводит к тому, что при увеличении длины кристалла в 2 раза интенсивность CUR для случая $a = 4,0 \text{ \AA}$ (см. рис. 2, c) возрастает более чем вдвое. Данный факт есть след-

ствие конструктивной интерференции.

При анализе энергетической зависимости ChR становится важным учитывать изменение амплитуды осцилляций при каналировании [16]. Периодический изгиб кристалла снижает амплитуду колебаний в канале, так как глубина потенциальной ямы канала эффективно падает под действием центробежной силы. Этот эффект приводит к тому, что спектральная плотность ChR падает с увеличением амплитуды изгиба. При увеличении толщины кристалла интенсивность ChR растет, так как среднее количество частиц в канале практически не меняется с глубиной (см. рис. 3, c).

Для электронов зависимости параметров каналирования от амплитуды изгиба кристалла носят другой характер. Поскольку траектории электронов проходят в непосредственной близости от ионов решетки, они значительно чаще испытывают столкновения с ионами и, как следствие, деканализуют. Этим объясняются почти на порядок меньшие значения глубины проникновения L_p и полной длины каналирования L_{ch} , по сравнению с аналогичными значениями для позитронов. В прямом кристалле число захваченных в канал электронов быстро падает с расстоянием (см. рис. 1, a). В периодически изогнутом кристалле деканализация происходит еще быстрее. Немного иной становится ситуация при учете реканалирования: появляются дополнительные, чаще всего достаточно короткие, сегменты каналирования, которые эффективно увеличивают время нахождения электронов в канале.

Быстрый процесс деканалирования электронов, захваченных на входе в канал, приводит к тому, что с увеличением толщины кристалла интенсивность CUR растет мало, по сравнению со случаем для позитронов. При изменении амплитуды периодически изогнутого кристалла изменение интенсивности также мало, поскольку рост квадрата амплитуды нивелируется снижением значений двух других параметров.

При анализе поведения интенсивности ChR становится важным учет реканалирования частиц. Как было отмечено выше, электроны реканализуют на участках кристалла с малой амплитудой изгиба, что приводит к тому, что они могут двигаться на этих участках с амплитудой колебаний, значительно большей, чем таковая возможна на участках с большой амплитудой изгиба. Такой процесс влечет за собой менее выраженное падение интенсивности ChR с увеличением амплитуды изгиба, чем в случае позитронов. С увеличением толщины кристалла интенсивность ChR увеличивается незначительно, так как в более длинном кристалле средняя длина, которую частица прошла в режиме каналирования, оказывается больше.

Таким образом, динамика каналирования/деканалирования/ реканалирования проявляется по-разному для электронов и позитронов. Большое влияние на свойства каналирования и излучения в периодически изогнутых кристаллах оказывает центробежная сила. Она приводит к подавлению ChR при увеличении амплитуды изгиба, она также ответственна за осцилляции количества частиц в режиме каналирования. Дополнительные вопросы, касающиеся каналирования в периодически изогнутых кристаллах алмаза при других энергиях налетающих электронов и позитронов, рассмотрены в работах [15, 16].

Заключение

Проведено компьютерное моделирование процессов планарного каналирования электронов и позитронов в периодически

изогнутых кристаллах алмаза. Пучки электронов и позитронов с энергией 375 МэВ направлялись вдоль кристаллографической плоскости алмаза (110). Особенности спектров излучения, связанные с осцилляциями частиц в канале и с ондуляторным движением, получили свое объяснение с использованием статистического анализа траекторий частиц, полученных в процессе численного эксперимента.

Низкоэнергетический максимум в области 0,25 МэВ появляется при движении частиц в периодически изогнутом канале и имеет ондуляторную природу. Несмотря на малое число периодов изогнутого кристалла (4 и 8 периодов), это излучение имеет заметную интенсивность, что представляет интерес для возможного создания источника излучения в гамма-диапазоне.

Полученные результаты показывают, например, что увеличение толщины кристаллического ондулятора значительно увеличивает интенсивность CUR в случае позитронов, но данное усиление существенно меньше в случае электронов. При увеличении амплитуды изгиба периодически изогнутого кристалла интенсивность ChR падает как в случае электронов, так и в случае позитронов. Полученные результаты можно использовать при планировании будущих экспериментов, например, при подборе оптимальных параметров кристалла, энергии и типа частиц.

Благодарности

Авторы работы выражают благодарность руководству Суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого за предоставленные вычислительные ресурсы и помощь в проведении вычислений.

Данная работа поддержана в рамках гранта Alexander von Humboldt Foundation Linkage Grant и проекта HORIZON 2020 RISE-PEARL.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lindhard J., Winther A., Dan K. Influence of crystal lattice on motion of energetic charged particles // Kongel. Dan. Vidensk. Selsk., Mat.-Fys. Medd. 1965. Vol. 34. No. 14. Pp. 1–64.
2. Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.

Channeling and radiation in periodically bent crystals. 2nd edition. Berlin, Heidelberg: Springer Verlag, 2014. 240 p.

3. Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W. Coherent radiation of an ultrarelativistic charged



- particle channelled in a periodically bent crystal // *Journal of Physics. G: Nuclear and Particle Physics*. 1998. Vol. 24. No. 5. P. L45.
4. **Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.** Photon emission by an ultra-relativistic particle channeling in a periodically bent crystal // *International Journal of Modern Physics. E*. 1999. Vol. 8. No. 1. Pp. 49–100.
 5. **Wistisen T.N., Andersen K.K., Yilmaz S., et al.** Experimental realization of a new type of crystalline undulator // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 112. No. 25. P. 254801.
 6. **Backe H., Krambrich D., Lauth W., et al.** Future aspects of X-ray emission from crystal undulators at channeling of positrons // *Nuovo Cimento. C*. 2011. Vol. 34. No. 4. Pp. 175–180.
 7. **Sushko G.B., Korol A.V., Greiner W., Solov'yov A.V.** Sub-GeV electron and positron channeling in straight, bent and periodically bent silicon crystals // *Journal of Physics: Conf. Ser.* 2013. Vol. 438. No. 1. P. 012018.
 8. **Wistisen T.N., Uggerhøj U.I., Hansen J.L., et al.** Radiation collimation in a thick crystalline undulator // *Eur. Phys. J. D*. 2017. Vol. 71. No. 5. P. 124.
 9. **Yabashi M., Tanaka H.** The next ten years of X-ray science // *Nature Photonics*. 2017. Vol. 11. No. 1. Pp. 12–14.
 10. **Sushko G.B., Bezchastnov V.G., Korol A.V., et al.** Simulations of electron channeling in bent silicon crystal // *Journal of Physics: Conf. Ser.* 2013. Vol. 438. No. 1. P. 012019.
 11. **Sushko G.B., Korol A.V., Solov'yov A.V.** Multi-GeV electron and positron channeling in bent silicon crystals // *Nucl. Instrum. Meth. B*. 2015. Vol. 355. 15 July. Pp. 39–43.
 12. **Polozkov R.G., Ivanov V.K., Sushko G.B., et al.** Radiation emission by electrons channeling in bent silicon crystals // *Eur. Phys. J. D*. 2014. Vol. 68. No. 9. Pp. 268–277.
 13. **Shen H., Zhao Q., Zhang F. S., et al.** Channeling and radiation of 855 MeV electrons and positrons in straight and bent tungsten (110) crystals // *Nucl. Instrum. Meth. B*. 2018. Vol. 424. 1 June. Pp. 26–36.
 14. **Агапьев К.Б., Иванов В.К., Король А.В., Соловьев А.В.** Каналирование ультра-релятивистских частиц в кристалле алмаза // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2018. Т. 11. № 2. С. 139–150.
 15. **Korol A.V., Bezchastnov V.G., Solov'yov A.V.** Channeling and radiation of the 855 MeV electrons enhanced by the re-channeling in a periodically bent diamond crystal // *Eur. Phys. J. D*. 2017. Vol. 71. No. 6. P. 174.
 16. **Pavlov A.V., Korol A.V., Ivanov V.K., Solov'yov A.V.** Interplay and specific features of radiation mechanisms of electrons and positrons in crystalline undulators // *Journal of Physics. B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 2019. Vol. 52. No. 11. Pp. 11–16.
 17. **Kostyuk A.** Crystalline undulator with a small amplitude and a short period // *Phys. Rev. Lett.* 2013. Vol. 110. No. 11. P. 115503.
 18. **Korol A.V., Bezchastnov V.G., Sushko G.B., Solov'yov A.V.** Simulation of channeling and radiation of 855 MeV electrons and positrons in a small-amplitude short-period bent crystal // *Nucl. Instrum. Meth. B*. 2016. Vol. 387. 15 November. Pp. 41–53.
 19. **Backe H., Lauth W.** Channeling experiments with sub-GeV electrons in flat silicon single crystals // *Nucl. Instrum. Meth. B*. 2015. Vol. 355. 15 July. Pp. 24–29.
 20. **Backe H., Lauth W.** Channeling experiments with electrons at the Mainz Microtron MAMI // 4th Int. Conf. "Dynamics of Systems on the Nanoscale" (Bad Ems, Germany, Oct. 3–7 2016). *Book of Abstracts*, 2016. P. 58.
 21. **Backe H., Lauth W., Tran Thi T.N.** Channeling experiments at planar diamond and silicon single crystals with electrons from the Mainz Microtron MAMI // *Journal of Instrumentation*. 2018. Vol. 13. No. 4. P. C04022.
 22. **Wistisen T.N., Uggerhøj U.I., Wienands U., et al.** Channeling, volume reflection, and volume capture study of electrons in a bent silicon crystal // *Phys. Rev. Acc. Beams*. 2016. Vol. 19. No. 7. P. 071001.
 23. **Bagli E., Bandiera L., Bellucci V., et al.** Experimental evidence of planar channeling in a periodically bent crystal // *Eur. Phys. J. C*. 2014. Vol. 74. No. 10. P. 3114.
 24. **Bandiera L., Bagli E., Germogli G., et al.** Investigation of the electromagnetic radiation emitted by sub-GeV electrons in a bent crystal // *Phys. Rev. Lett.* 2015. Vol. 115. No. 2. P. 025504.
 25. **Wienands U., Markiewicz T.W., Nelson J., et al.** Observation of deflection of a beam of multi-GeV electrons by a thin crystal // *Phys. Rev. Lett.* 2015. Vol. 114. No. 7. P. 074801.
 26. **Mazzolari A., Bagli E., Bandiera L., et al.** Steering of a sub-GeV electron beam through planar channeling enhanced by rechanneling // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 112. No. 13. P. 135503.
 27. **Uggerhøj U.I., Wistisen T.N.** Intense and energetic radiation from crystalline undulators // *Nucl. Instrum. Meth. B*. 2015. Vol. 355. 15 July. Pp. 35–38.
 28. **Boshoff D., Copeland M., Haffjee F.,**

et al. The search for diamond crystal undulator radiation // 4th Int. Conf. "Dynamics of Systems on the Nanoscale" (Bad Ems, Germany, Oct. 3–7, 2016). Book of Abstracts, 2016. P. 38.

29. **Wienands U.** Channeling of electrons and positrons at SLAC. A talk at "Channeling 2016 – Charged & Neutral Particles Channeling Phenomena" (Sirmione del Garda, Italy. Sept. 25–30, 2016). 2016.

30. **Solov'yov I.A., Yakubovich A.V., Nikolaev P.V., et al.** MesoBioNano explorer – a universal program for multiscale computer simulations of complex molecular structure and dynamics // J. Comput. Chem. 2012. Vol. 33. No. 30. Pp. 2412–2439.

31. **Sushko G.B., Bezchastnov V.G., Solov'yov I.A., et al.** Simulation of ultra-relativistic electrons and positrons channeling in crystals with MBN Explorer // J. of Comp. Phys. 2013. Vol. 252. 1 November. Pp. 404–418.

32. **Sushko G.B., Bezchastnov V.G., Korol A.V., et al.** Simulations of electron channeling in bent silicon crystal // Journal of Physics: Conf. Ser. 2019. Vol. 438. No. 1. P. 012019.

33. **Sushko G.B., Korol A.V., Solov'yov A.V.** Electron and positron propagation in straight and periodically bent axial and planar silicon channels // St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 2015. No. 3 (225). Pp. 173–184.

34. **Moliere G.** Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen I. Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-Feld // Zeitschrift für Naturforschung. A. 1947. Band 2. Num. 3. S. 133–145.

35. **Tsyganov E.N.** Some aspects of the mechanism of a charge particle penetration through a monocrystal // Fermilab TM-682. 1976. Pp. 1– 5.

Статья поступила в редакцию 18.10.2019, принята к публикации 15.11.2019.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПАВЛОВ Александр Валерьевич – аспирант кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
a.pavlov@physics.spbstu.ru

ИВАНОВ Вадим Константинович – доктор физико-математических наук, профессор кафедры экспериментальной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ivanov@physics.spbstu.ru

КОРОЛЬ Андрей Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент, научный сотрудник Научно-исследовательского центра мезобионаносистем (MBN), г. Франкфурт-на-Майне, Германия.

Altenhoferallee 3, 60438 Frankfurt am Main, Germany
korol@mbnexplorer.com

СОЛОВЬЕВ Андрей Владимирович – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского центра мезобионаносистем (MBN), г. Франкфурт-на-Майне, Германия.

Altenhoferallee 3, 60438 Frankfurt am Main, Germany
solovyov@mbnresearch.com

REFERENCES

1. **Lindhard J., Winther A., Dan K.**, Influence of crystal lattice on motion of energetic charged particles, Kongel. Dan. Vidensk. Selsk., Mat.-Fys. Medd. 34 (14) (1965) 1–64.

2. **Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.**,

Channeling and radiation in periodically bent crystals, 2nd edition, Springer Verlag, Berlin Heildeberg, 2014.

3. **Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.**, Coherent radiation of an ultrarelativistic charged



particle channelled in a periodically bent crystal, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. 24 (5) (1998) L45.

4. **Korol A.V., Solov'yov A.V., Greiner W.**, Photon emission by an ultra-relativistic particle channeling in a periodically bent crystal, *International Journal of Modern Physics, E*. 8(01) (1999) 49–100.

5. **Wistisen T.N., Andersen K.K., Yilmaz S., et al.**, Experimental realization of a new type of crystalline undulator, *Phys. Rev. Lett.* 112 (25) (2014) 254801.

6. **Backe H., Krambrich D., Lauth W., et al.**, Future aspects of X-ray emission from crystal undulators at channeling of positrons, *Nuovo Cimento, C*. 34 (4) (2011) 175.

7. **Sushko G.B., Korol A.V., Greiner W., Solov'yov A.V.**, Sub-GeV electron and positron channeling in straight, bent and periodically bent silicon crystals, *Journal of Physics: Conf. Ser.* 438(1) (2013) 012018.

8. **Wistisen T.N., Uggerh j.U.I., Hansen J.L., et al.**, Radiation collimation in a thick crystalline undulator, *Eur. Phys. J., D*. 71(5) (2017) 124.

9. **Yabashi M., Tanaka H.**, The next ten years of X-ray science, *Nature Photonics*. 11(1) (2017) 12–14.

10. **Sushko G.B., Bezchastnov V.G., Korol A.V., et al.**, Simulations of electron channeling in bent silicon crystal, *Journal of Physics: Conf. Ser.* 438(1) (2013) 012019.

11. **Sushko G.B., Korol A.V., Solov'yov A.V.**, Multi-GeV electron and positron channeling in bent silicon crystals, *Nucl. Instrum. Meth. B*. 355 (15 July) (2015) 39–43.

12. **Polozkov R.G., Ivanov V.K., Sushko G.B., et al.**, Radiation emission by electrons channeling in bent silicon crystals, *Eur. Phys. J., D*. 68 (9) (2014) 268–277.

13. **Shen H., Zhao Q., Zhang F.S., et al.**, Channeling and radiation of 855 MeV electrons and positrons in straight and bent tungsten (110) crystals, *Nucl. Instrum. Meth. B*. 424 (1 June) (2018) 26–36.

14. **Agapev K.B., Ivanov V.K., Korol A.V., Solov'yov A.V.**, Channeling of ultrarelativistic particles in a diamond crystal, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 11 (2) (2018) 139–150.

15. **Korol A.V., Bezchastnov V.G., Solov'yov A.V.**, Channeling and radiation of the 855 MeV electrons enhanced by the rechanneling in a periodically bent diamond crystal, *Eur. Phys. J., D*. 71 (6) (2017) 174.

16. **Pavlov A.V., Korol A.V., Ivanov V.K., Solov'yov A.V.**, Interplay and specific features of

radiation mechanisms of electrons and positrons in crystalline undulators, *Journal of Physics, B: Atomic, Molecular and Optical Physics*. 52 (11) (2019) 11–16.

17. **Kostyuk A.**, Crystalline undulator with a small amplitude and a short period, *Phys. Rev. Lett.* 110 (11) (2013) 115503.

18. **Korol A.V., Bezchastnov V.G., Sushko G.B., Solov'yov A.V.**, Simulation of channeling and radiation of 855 MeV electrons and positrons in a small-amplitude short-period bent crystal, *Nucl. Instrum. Meth., B*. 387 (15 November) (2016) 41–53.

19. **Backe H., Lauth W.**, Channeling experiments with sub-GeV electrons in flat silicon single crystals, *Nucl. Instrum. Meth., B*. 355 (15 July) (2015) 24–29.

20. **Backe H., Lauth W.**, Channeling experiments with electrons at the Mainz Microtron MAMI, 4th Int. Conf. "Dynamics of Systems on the Nanoscale" (Bad Ems., Germany, Oct. 3–7 2016), *Book of Abstracts*. 2016. P. 58.

21. **Backe H., Lauth W., Tran Thi T.N.**, Channeling experiments at planar diamond and silicon single crystals with electrons from the Mainz Microtron MAMI, *Journal of Instrumentation*. 13 (04) (2018) C04022.

22. **Wistisen T.N., Uggerh j.U.I., Wienands U., et al.**, Channeling, volume reflection, and volume capture study of electrons in a bent silicon crystal, *Phys. Rev. Acc. Beams*. 19 (7) (2016) 071001.

23. **Bagli E., Bandiera L., Bellucci V., et al.**, Experimental evidence of planar channeling in a periodically bent crystal, *Eur. Phys. J., C*. 74 (10) (2014) 3114.

24. **Bandiera L., Bagli E., Germogli G., et al.**, Investigation of the electromagnetic radiation emitted by sub-GeV electrons in a bent crystal, *Phys. Rev. Lett.* 115 (2) (2015) 025504.

25. **Wienands U., Markiewicz T.W., Nelson J., et al.**, Observation of deflection of a beam of multi-GeV electrons by a thin crystal, *Phys. Rev. Lett.* 114 (7) (2015) 074801.

26. **Mazzolari A., Bagli E., Bandiera L., et al.**, Steering of a sub-GeV electron beam through planar channeling enhanced by rechanneling, *Phys. Rev. Lett.* 112 (13) (2014) 135503.

27. **Uggerhoj U.I., Wistisen T.N.**, Intense and energetic radiation from crystalline undulators, *Nucl. Instrum. Meth., B*. 355 (15 July) (2015) 35–38.

28. **Boshoff D., Copeland M., Haffjee F., et al.**, The search for diamond crystal undulator radiation, 4th Int. Conf. "Dynamics of Systems on the Nanoscale" (Bad Ems., Germany, Oct. 3

–7 2016), Book of Abstracts, 2016, P. 38.

29. **Wienands U.**, Channeling of electrons and positrons at SLAC, A talk at "Channeling 2016 – Charged & Neutral Particles Channeling Phenomena" (Sirmione del Garda, Italy, Sept. 25–30 2016), 2016.

30. **Solov'yov I.A., Yakubovich A.V., Nikolaev P.V., et al.**, MesoBioNano explorer – a universal program for multiscale computer simulations of complex molecular structure and dynamics, *J. Comput. Chem.* 33 (30) (2012) 2412–2439.

31. **Sushko G.B., Bezchastnov V.G., Solov'yov I.A., et al.**, Simulation of ultra-relativistic electrons and positrons channeling in crystals with MBN Explorer, *J. of Comp. Phys.* 252 (1 November) (2013) 404–418.

32. **Sushko G.B., Bezchastnov V.G., Korol A.V.,**

et al., Simulations of electron channeling in bent silicon crystal, *Journal of Physics: Conf. Ser.* 438 (1) (2013) 012019.

33. **Sushko G.B., Korol A.V., Solov'yov A.V.**, Electron and positron propagation in straight and periodically bent axial and planar silicon channels, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics.* (3(225)) (2015) 173–184.

34. **Moliere G.**, Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen I. Einzelstreuung am abgeschirmten Coulomb-Feld, *Zeitschrift für Naturforschung A.* 2 (3) (1947) 133–145.

35. **Tsyganov E.N.**, Some aspects of the mechanism of a charge particle penetration through a monocrystal, *Fermilab TM-682* (1976) 1 – 5.

Received 18.10.2019, accepted 15.11.2019.

THE AUTHORS

PAVLOV Alexander V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
a.pavlov@physics.spbstu.ru

IVANOV Vadim K.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
ivanov@physics.spbstu.ru

KOROL Andrey V.

MBN Research Center UG

Altenhoferallee 3, 60438 Frankfurt am Main, Germany
korol@mbnexplorer.com

SOLOV'YOV Andrey V.

MBN Research Center UG

Altenhoferallee 3, 60438 Frankfurt am Main, Germany
solovyov@mbnresearch.com