



Математическое моделирование физических процессов

DOI: 10.18721/JPM.13102
УДК 536.25

ПРЯМОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ РЭЛЕЯ – БЕНАРА В СЛЕГКА НАКЛОНЕННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КОНТЕЙНЕРЕ

С.И. Смирнов, Е.М. Смирнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Российская Федерация

Представлены результаты прямого численного моделирования турбулентной конвекции в подогреваемом снизу цилиндрическом контейнере с высотой, равной диаметру. Расчеты проведены для двух сред: воды ($Pr = 6,4$) и ртути ($Pr = 0,025$), при числах Рэлея 10^8 и 10^6 соответственно. Ось контейнера наклонена на небольшой угол по отношению к вектору гравитационного ускорения с целью подавления возможных азимутальных перемещений глобального вихря, развивающегося в контейнере. Анализируется структура осредненного конвективного движения, симметричного относительно центрального вертикального сечения. Выявлены особенности вихревого течения в угловых областях, присущие двум рассмотренным случаям. Получены представительные профили всех ненулевых составляющих тензора рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного теплового потока в центральном сечении.

Ключевые слова: конвекция Рэлея – Бенара, наклоненный контейнер, турбулентность, прямое численное моделирование, крупномасштабная циркуляция

Ссылка при цитировании: Смирнов С.И., Смирнов Е.М. Прямое численное моделирование турбулентной конвекции Рэлея – Бенара в слегка наклоненном цилиндрическом контейнере // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2020. Т. 13. № 1. С. 14–25. DOI: 10.18721/JPM.13102

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

DIRECT NUMERICAL SIMULATION OF THE TURBULENT RAYLEIGH – BÉNARD CONVECTION IN A SLIGHTLY TILTED CYLINDRICAL CONTAINER

S.I. Smirnov, E.M. Smirnov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russian Federation

Results of direct numerical simulation of the turbulent convection in a bottom-heated cylindrical container have been presented. The height-to-diameter ratio was equal to 1.0. The calculations were performed for two media: mercury ($Pr = 0.025$) and water ($Pr = 6.4$) at $Ra = 10^6$ and 10^8 respectively. To suppress possible azimuthal movements of the global vortex (large-scale circulation) developing in the container, its axis was tilted a small angle with respect to the gravity vector. Structure of the time-averaged flow pattern symmetrical with respect to the central vertical plane was analyzed. Peculiarities of vortex structures developing in the corner zones were revealed. Representative profiles of the Reynolds stresses and components of the turbulent heat flux vector were obtained for the central vertical plane.

Keywords: Rayleigh – Bénard convection, tilted container, turbulence, direct numerical simulation, large-scale circulation

Citation: Smirnov S.I., Smirnov E.M., Direct numerical simulation of the turbulent Rayleigh – Bénard convection in a slightly tilted cylindrical container, St. Petersburg Polytechnical

Введение

Постоянный интерес к исследованию свободной конвекции объясняется ее широким распространением в природе и технике. Одной из наиболее привлекательных модельных задач в этой области является рэлей-бенаровская конвекция жидкости в вертикально ориентированном круговом цилиндрическом контейнере.

В результате многочисленных экспериментальных и численных исследований было установлено, что характерной особенностью свободноконвективного течения в подогреваемом снизу цилиндрическом контейнере является наличие крупномасштабной циркуляции (КМЦ) (см., например, обзорную работу [1]). Если высота контейнера равна или близка к его диаметру, КМЦ представляет собой крупномасштабный вихрь, охватывающий всю область конвективного движения [1 – 5]. При строго вертикальном положении оси контейнера и осесимметричных граничных условиях, в задаче нет выделенного (преимущественного) азимутального положения, и естественно предполагать, что глобальный вихрь время от времени может перемещаться в азимутальном направлении. Экспериментальные исследования подтверждают это: в большинстве работ, посвященных изучению рэлей-бенаровской конвекции в круговом цилиндрическом контейнере, наблюдались медленные (сверхнизкочастотные) изменения ориентации КМЦ, имеющие нерегулярный характер (см., например, статьи [3 – 9]). Чаще всего экспериментально исследуют жидкие металлы [3, 4, 9] и воду [5 – 8]. Азимутальное поведение КМЦ в каждом конкретном случае определяется, очевидно, весьма малыми, трудно контролируемыми отклонениями от осевой симметрии, которые характерны для лабораторной модели. Указанная особенность КМЦ проявляется также в целом ряде численных экспериментов, связанных с исследованиями переходных и турбулентных режимов рэлей-бенаровской конвекции в цилиндрических емкостях при числах Прандтля (Pr), характерных для жидких металлов [10 – 13], воды [11] и воздуха [14 – 16].

Случайные смены азимутальной ориен-

тации КМЦ – не единственная особенность глобальной вихревой структуры данного вида. Было установлено, что КМЦ присущи еще два вида осцилляций: «плескания» и «скручивания» (в англоязычной терминологии – *sloshing and torsional oscillations*). Кроме того, КМЦ может исчезать на относительно короткий промежуток времени и возрождаться с существенно иной ориентацией (*cessation*). Данные особенности КМЦ изучались экспериментально в ряде работ [16 – 20]. Осцилляции «плескания» и «скручивания» воспроизводятся и в численных решениях (см., например, недавнюю работу [21] и ссылки в ней).

Азимутальная неустойчивость КМЦ затрудняет процесс получения статистических характеристик турбулентной конвекции в подогреваемых снизу цилиндрических контейнерах, в том числе осредненных трехмерных полей физических величин, характеризующих относительно мелкомасштабную «фоновую» турбулентность. «Фиксация» КМЦ в некотором азимутальном положении может достигаться посредством введения стабилизирующего внешнего фактора, не приводящего, вместе с тем, к существенному изменению интенсивности и структуры течения. В качестве такого фактора может выступать небольшой наклон контейнера. Данный подход многократно использовался в экспериментальных исследованиях, проведенных при разных значениях числа Рэля (Ra) для сред с $Pr = 0,025$ [3, 4], $0,7 – 0,8$ [17, 18] и $Pr = 4 – 6$ [17, 19, 20, 22 – 24]. В расчетной работе [25] численно исследовалось влияние слабого наклона контейнера, заполненного средой с $Pr = 0,025$, а также неоднородного нагрева горизонтальной стенки и структуры вычислительной сетки в центральной зоне.

Среди используемых сегодня численных подходов к описанию турбулентных свободноконвективных течений в относительно простых по геометрии областях, наиболее востребованным является метод прямого численного моделирования (*Direct Numerical Simulation (DNS)*), предполагающий разрешение всех составляющих турбулентного движения (см., например, работы [26 – 34], выполненные

для сред с различными числами Прандтля: $Pr = 0,005$ [30], $0,02$ [26, 30], $0,1 - 1,0$ [26, 27, 29, 32 - 34] и $6,4$ [28, 31]). Отметим также недавнюю работу [32], в которой представляются результаты DNS-моделирования турбулентной рэлей-бенаровской конвекции при $Pr = 1$, $Ra = 10^8$ в областях различной геометрической конфигурации (в том числе цилиндрической), с акцентом на кросс-верификацию различных программных пакетов в части предсказания интегральной теплоотдачи.

Настоящая работа посвящена прямому численному моделированию турбулентной конвекции в подогреваемом снизу, слегка наклоненном цилиндрическом контейнере, имеющем высоту, равную диаметру. Представлены результаты, полученные для значений числа Рэлея $Ra = 10^6$ при значении числа Прандтля $Pr = 0,025$ и $Ra = 10^8$ при значении $Pr = 6,4$.

Постановка задачи

В приближении Буссинеска рассматривается турбулентная конвекция жидкости с постоянными физическими свойствами в подогреваемом снизу круговом цилиндрическом контейнере с единичным отношением диаметра цилиндра к его высоте ($\Gamma = D/H = 1$). Контейнер наклонен на небольшой угол, $\varphi = 2^\circ$, по отношению к вектору ускорения свободного падения (рис. 1, а).

Нестационарное движение жидкости описывается приведенной ниже системой уравнений (1) – (3), включающей уравнение неразрывности, уравнения Навье – Стокса и конвективно-диффузионное уравнение переноса тепла:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \beta(T_0 - T) \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \chi \nabla^2 T. \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$ – вектор скорости в системе координат $x'y'z$; t – время; p , T , ρ – давление, температура и плотность жидкости; β , ν , χ – коэффициенты ее объемного расширения, кинематической вязкости и температуропроводности; \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения, направленный в противоположную сторону от оси y' и составляющий с ней угол в 2° ; T_0 – температура жидкости в условиях гидростатического равновесия.

Решение системы (1) – (3) проводится в системе координат $x'y'z$, ось y' которой совпадает с осью контейнера (см. рис. 1, а).

На всех границах задаются условия их непроницаемости и прилипания. На горизонтальных стенках задаются постоянные температуры; полагается, что верхняя стенка имеет температуру (T_c) меньшую, чем нижняя (T_h). Боковая стенка полагается адиабатической.

Безразмерными определяющими параметрами задачи являются число Прандтля $Pr = \nu/\chi$ и число Рэлея, связь между которыми выражается как

$$Ra = Pr \cdot (V_b H / \nu)^2,$$

где V_b – характерная (масштабная) скорость

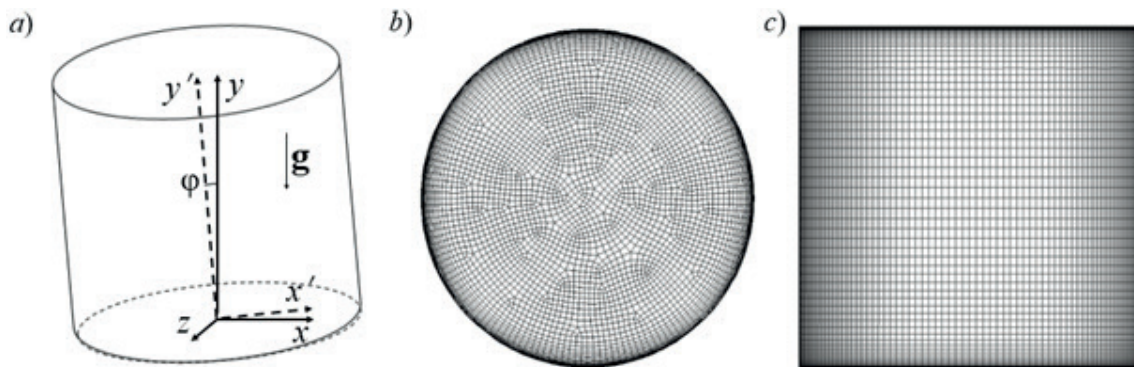


Рис. 1. Геометрия расчетной области в случае наклоненной емкости (а), а также структура сетки в центральных горизонтальном (b) и вертикальном (c) сечениях



течения (скорость плавучести),

$$V_b = (g\beta\Delta TH)^{0,5}$$

(ΔT – характерный перепад температуры, разность между температурами горячей (T_h) и холодной (T_c) стенок),

$$\Delta T = T_h - T_c.$$

Введем также число Грасгофа $Gr = Ra/Pr$, квадратный корень из которого можно рассматривать как аналог числа Рейнольдса в задачах свободной конвекции.

Представленные далее расчеты проведены при значениях пар чисел $Pr = 0,025$, $Ra = 10^6$ и $Pr = 6,4$, $Ra = 10^8$. Числа Грасгофа для этих двух вариантов – величины одного порядка и составляют соответственно $4,0 \cdot 10^7$ и $1,6 \cdot 10^7$.

Вычислительные аспекты

Расчеты выполнялись с использованием одной из последних версий конечно-объемного программного кода собственной разработки SINF/Flag-S (реализованные в коде вычислительные алгоритмы оперируют неструктурированными сетками). Применялся метод дробных шагов, авторский вариант которого представлен в работе [35]. Продвижение по времени осуществлялось по схеме Кранка – Николсон со вторым порядком точности. Для аппроксимации конвективных и диффузионных членов в уравнениях сохранения использовалась центрально-разностная схема. Расчетная сетка, состояла примерно из $1,5 \cdot 10^7$ гексагональных элементов; структура сетки в горизонтальном и вертикальном сечениях иллюстрируется на рис. 1, *b*, *c*. Сетка сгущена к стенкам, при этом величина первой пристенной ячейки составляла около $10^{-4}H$. Характерной особенностью расчетной сетки являлось наличие центральной «неструктурированной» (асимметричной) области диаметром примерно $0,8D$ (см. рис. 1, *b*).

«Конечно-объемные» расчеты конвекции Рэлея – Бенара на данной сетке можно трактовать как прямое численное моделирование турбулентности, если локальный размер ячейки достаточно мал по сравнению с размером наименьших вихрей в данной области. Хорошо известно, что в тех случаях, когда температурные слои толще скоростных ($Pr < 1$), наименьшим масштабом турбулентного течения является

колмогоровский масштаб

$$\delta_K = (v^3/\varepsilon)^{0,25},$$

где ε – скорость диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций,

$$\varepsilon = v \frac{\partial V'_i}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial V'_i}{\partial x_j}$$

(V'_i – пульсация i -ой компоненты скорости, x_j – декартовы координаты).

В случае, когда число Прандтля $Pr > 1$, наименьшим масштабом является масштаб Бэтчелора:

$$\delta_B = \delta_K / Pr^{0,5}.$$

Соответственно, для оценки качества расчетов следует сопоставить характерный размер сеточных элементов с тем или иным наименьшим масштабом турбулентности.

Расчеты стартовали с нулевого поля скорости и однородного поля температуры, значение которой полагалось равным $(T_h + T_c)/2$. Временной шаг не превышал одной тысячной от характерного времени $t_b = H/V_b$, что обеспечивало значения локального числа Куранта меньше единицы. Осреднение расчетных полей по времени начиналось после прохождения переходного процесса, длящегося около $200t_b$. Выборки для осреднения составляли $3000t_b$ в случае конвекции ртути и $4000t_b$ в расчетах для воды.

Результаты расчетов и их обсуждение

Далее при описании результатов расчетов, под величинами \mathbf{V} и T подразумеваются скорость и температурная разность $T - T_c$, отнесенные к соответствующему масштабу (V_b и ΔT), а под (x', y', z) – координаты, отнесенные к высоте контейнера.

Оценка качества сеточного разрешения проводилась после проведения расчетов, с помощью накопленной статистики для поля скорости диссипации кинетической энергии турбулентных пульсаций. Фактически анализировались поля рассчитанных (по приведенным выше соотношениям) наименьших масштабов турбулентности δ_K и δ_B , отнесенных к кубическому корню из объема расчетной ячейки ($V^{1/3}$). Было установлено, что практически во всей области течения отношения $\delta_K/V^{1/3}$ и $\delta_B/V^{1/3}$ принимали значения, превосходящие единицу. Исключение составлял небольшой участок вблизи боковой стенки, в среднем по вы-

соте слое, а также область расположения угловых вихрей, где наименьшие значения отношений $\delta_K/V^{1/3}$ и $\delta_B/V^{1/3}$ составляли 0,6 – 0,7.

Результаты для ртути. Рис. 2, *a* иллюстрирует мгновенную картину конвекции ртути в подогреваемом снизу цилиндрическом контейнере, где отчетливо выражена крупномасштабная циркуляция. На рис. 2, *b, c* приведено распределение осредненной вертикальной компоненты скорости в центральном сечении, перпендикулярном оси контейнера; здесь и далее под «вертикальной компонентой скорости» подразумевается составляющая скорости вдоль оси слегка наклоненного контейнера. Видно, что дан-

ное распределение обладает двойной симметрией, как этого и следовало ожидать для случая КМЦ, «зафиксированной» в определенном азимутальном положении.

Особый интерес представляет выявление характерных особенностей конвективного движения в центральном вертикальном сечении контейнера, совпадающем со средним сечением КМЦ (см. рис. 2); оно же – плоскость наклона оси контейнера $x'Oy'$.

На рис. 3 показана вихревая структура течения и поле температуры в этом сечении. Примечательно, что помимо КМЦ в картине течения присутствует ряд меньших вихрей, располагающихся в углах емкости. При этом область, занимаемая дополни-

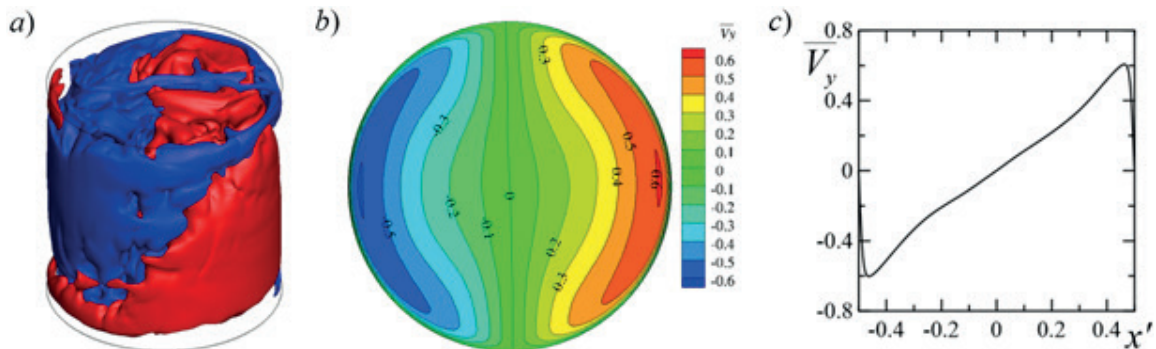


Рис. 2. Распределения мгновенной (*a*) и осредненной (*b, c*) вертикальной компоненты скорости в подогреваемом снизу цилиндрическом контейнере (ЦК) при $Pr=0,025$: *a* – изоповерхности компоненты, $|V_y|=0,14$; *b* – распределение в центральном сечении, перпендикулярном оси ЦК, $y' = 0,5$; *c* – распределение вдоль линии, лежащей в плоскости $(x'Oy')$ ЦК на высоте $y' = 0,5$.

Синие структуры соответствуют нисходящему течению, красные – восходящему

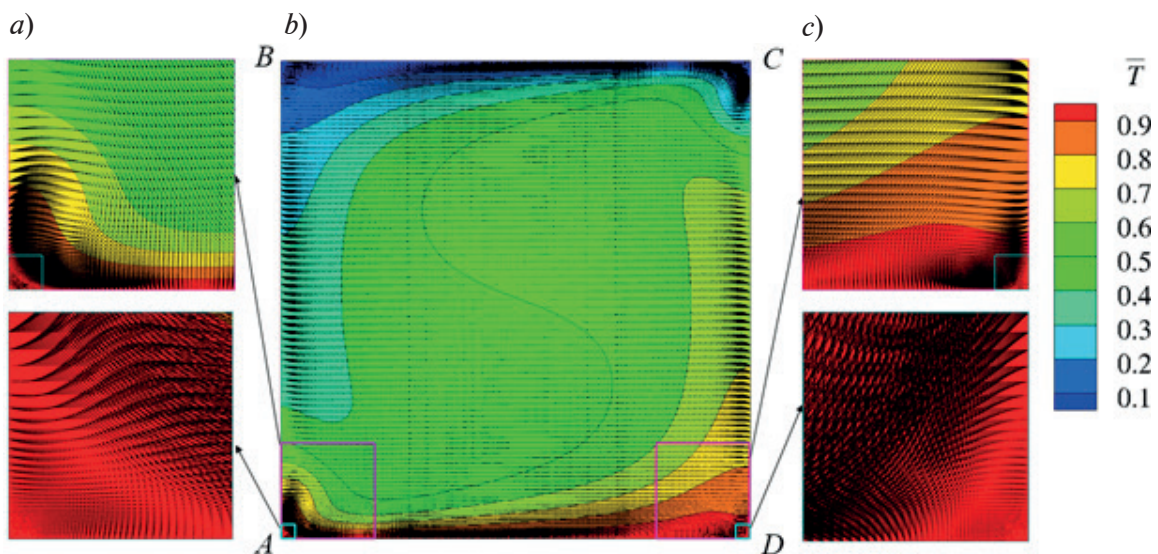


Рис. 3. Поле осредненной температуры в центральном вертикальном сечении контейнера (совпадающем со средним сечением КМЦ) с наложенными векторами осредненной скорости при $Pr = 0,025$: *b* – вся область конвекции, *a, c* – области с угловыми вихрями

тельными вихрями в углах A и C (см. рис. 3, a), существенно больше, чем в углах B и D (см. рис. 3, c); отличается и интенсивность вихрей: в углах A и C она существенно выше. В поле температуры отчетливо выражены градиентные слои у изотермических стенок.

В результате проведенных расчетов были получены также трехмерные поля всех составляющих тензора рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного теплового потока. Эти данные могут быть интересны, в частности, для дополнительной оценки возможностей различных моделей турбулентности второго порядка (моделей рейнольдсовых напряжений), которые применяются для расчетов конвективных течений на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса. В настоящей работе представляются данные, относящиеся к центральному вертикальному сечению контейнера. В этом сечении две из шести компонент тензора рейнольдсовых напряжений, а также одна из трех составляющих турбулентного теплового потока равны нулю вследствие статистической симметрии конвекции.

На рис. 4 распределения составляющих тензора рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного теплового потока даются вдоль диагоналей центрального вертикального сечения (используется соответствующая координата, обозначаемая

как $d_{x'0y'}$). В силу симметрии осредненного течения, распределения даются только для половины диагонали. Более того, приводимые распределения получены посредством осреднения по двум половинам каждой из диагоналей (очевидно, этот прием эффективно увеличивает исходную выборку для получения статистики). На рис. 4 видно, что в малой угловой области (условно, при $d_{x'0y'} < 0,02$), где практически отсутствует какое-либо движение среды, почти все приведенные корреляции близки к нулю, за исключением рейнольдсова напряжения, обусловленного пульсациями компоненты скорости, нормальной к рассматриваемому сечению (см. рис. 4, c). При $d_{x'0y'} > 0,02$ все корреляции нарастают по модулю в той или иной степени, а при дальнейшем увеличении расстояния от угла их изменение носит существенно немонотонный характер. В целом это согласуется с картиной векторного поля скорости, приведенной на рис. 3: здесь за зоной «углового покоя» следует область сосуществования двух вихревых структур, наличие и взаимодействие которых и обуславливает немонотонное поведение профилей, приведенных на рис. 4. В зависимости от выбора диагонали (AC или BD), протяженности участков немонотонности несколько отличаются. После прохождения зон, занятых угловыми вихрями ($d_{x'0y'} > 0,15 - 0,20$), следует область, охваченная КМЦ, в пределах которой кор-

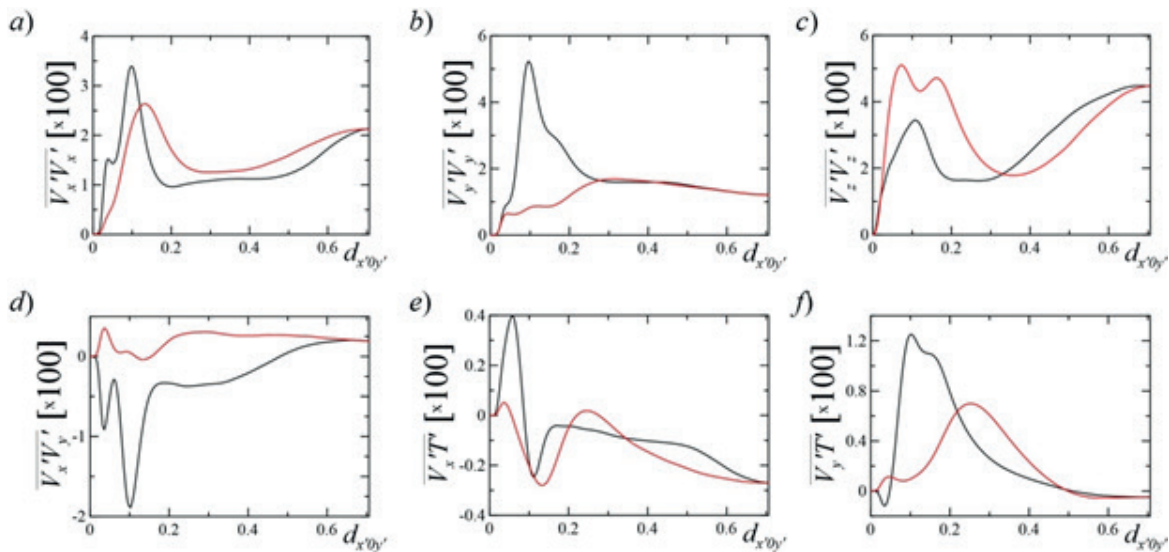


Рис. 4. Распределения нормированных компонент тензора рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного теплового потока вдоль диагоналей AC (черная кривая) и BD (красная кривая) центрального сечения контейнера в случае конвекции ртути (см. рис. 3), координата $d_{x'0y'} = 0$ в точках A и B , соответственно

реляции изменяются относительно плавно.

Полученное в результате настоящих расчетов интегральное значение числа Нуссельта для конвекции ртути, при значении числа Рэлея $Ra = 10^6$, составило $Nu = 5,64$, что хорошо согласуется с результатами предыдущих исследований, выполненных в рамках неявного LES (ILES) подхода: $Nu = 5,70$ [25], $Nu = 5,58$ [35], а также с результатами DNS расчетов, $Nu = 5,43$ [30].

Результаты для воды. Аналогичный набор иллюстраций и графиков приводится на рис. 5 – 7 для конвекции воды ($Pr = 6,4$) при значении числа Рэлея $Ra = 10^8$.

По распределениям осредненной вертикальной скорости и температуры (рис. 5) можно заключить, что и в этом случае полученное решение симметрично относительно среднего сечения КМЦ (центрального вертикального сечения). В случае длительных

выборок, симметрию статистических характеристик течения можно достичь лишь в случае КМЦ, «зафиксированной» в определенном азимутальном положении. Сопоставление расчетных данных, приведенных на рис. 2 и 5, позволяет заключить, что максимальные значения нормированной вертикальной скорости в случае конвекции воды оказываются примерно в пять раз меньше, чем для конвекции ртути.

На рис. 6 представлена структура конвективного движения воды в центральном вертикальном сечении. Как и в рассмотренной выше картине для конвекции ртути (см. рис. 3), крупномасштабная циркуляция воды дополняется угловыми вихревыми структурами. Однако, в отличие от конвекции ртути, в данном случае наблюдается только один выраженный угловой вихрь в каждом из углов A и C , а в углах B и D

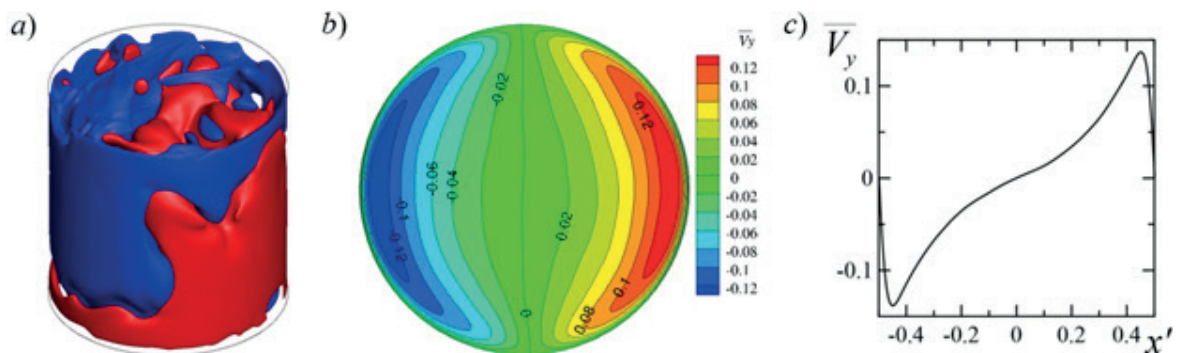


Рис. 5. Распределения мгновенной (a) и осредненной (b, c) вертикальной компоненты скорости в подогреваемом снизу цилиндрическом контейнере при $Pr = 6,4$.

Представленные иллюстрации аналогичны приведенным на рис. 2 для ртути

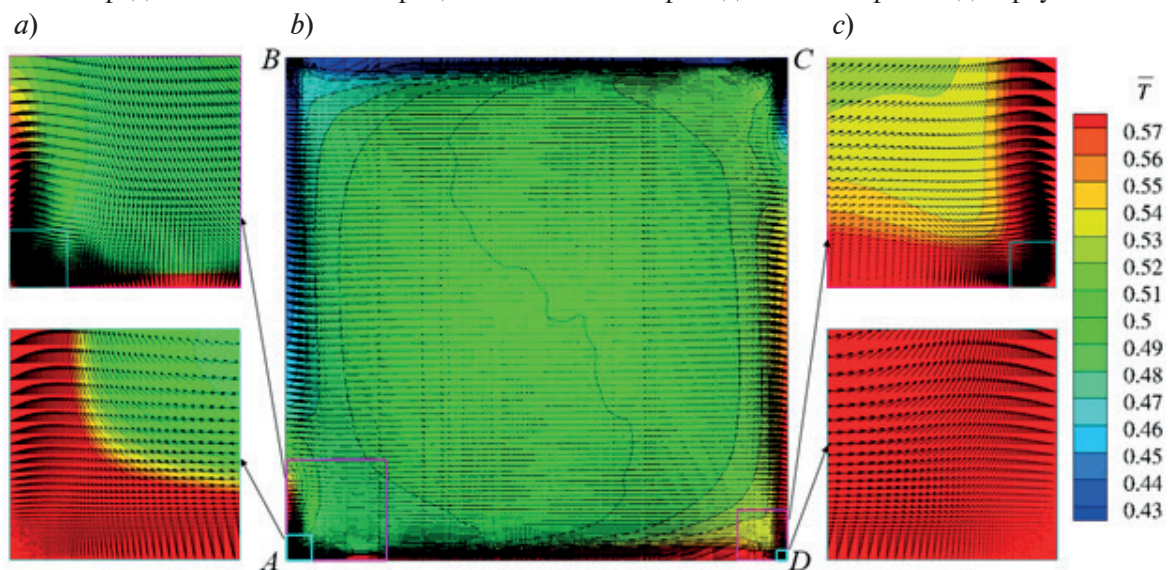


Рис. 6. Поле осредненной температуры в центральном вертикальном сечении контейнера с наложенными векторами осредненной скорости при $Pr = 6,4$.

Представленные иллюстрации аналогичны приведенным на рис. 3 для ртути

сколько-нибудь интенсивные вихри вообще отсутствуют; здесь наблюдается резкий поворот потока, сопровождаемый образованием малой области очень медленного движения («углового покоя»). Ранее эти особенности конвекции воды в цилиндрическом контейнере отмечались в работе [15]. В поле температуры у изотермических стенок формируются, как и ожидалось, высокоградиентные слои.

На рис. 7 приводятся распределения ненулевых составляющих тензора рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного теплового потока вдоль диагоналей центрального вертикального сечения. В отличие от случая конвекции ртути, корреляции, приведенные для $Pr = 6,4$, в целом изменяются более плавно, что обусловлено, очевидно, неразвитостью угловых вихревых структур в случае конвекции жидкости с большим числом Прандтля. Однако и в этом случае на приведенных профилях корреляций просматриваются участки, на которых проявляется влияние угловых вихрей. Отметим также, что, по сравнению с предыдущим случаем (см. рис. 4), общий уровень нормированных корреляций, характеризующих интенсивность турбулентного переноса, при конвекции воды на порядок-полтора меньше, чем в случае жидкости с малым числом Прандтля.

Полученное в результате расчетов интегральное значение числа Нуссельта для

конвекции воды, при значении числа Рэлея $Ra = 10^8$, составило $Nu = 33,0$, что с точностью до трех значащих цифр совпадает с результатами предыдущих расчетов [28], выполненных по методу DNS.

Заключение

Методом прямого численного моделирования накоплен большой объем статистических данных для существенно трехмерной турбулентной конвекции в подогреваемом снизу, слегка наклоненном цилиндрическом контейнере, с высотой, равной диаметру. Расчеты проведены для числа Рэлея, составляющего $Ra = 10^6$ при значении числа Прандтля $Pr = 0,025$, и для $Ra = 10^8$ при значении $Pr = 6,4$.

Установлено, что наклон оси контейнера на 2° относительно вектора гравитации обеспечивает надежную «фиксацию» глобального вихря (КМЦ) в определенном азимутальном положении.

Картина осредненного течения в центральном вертикальном сечении контейнера, совпадающем со средним сечением КМЦ, характеризуется сочетанием КМЦ с угловыми вихревыми структурами, наиболее ярко выраженными в случае конвекции среды с малым числом Прандтля.

Рассчитаны трехмерные поля всех составляющих тензора рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного теплового потока. Эти данные могут быть

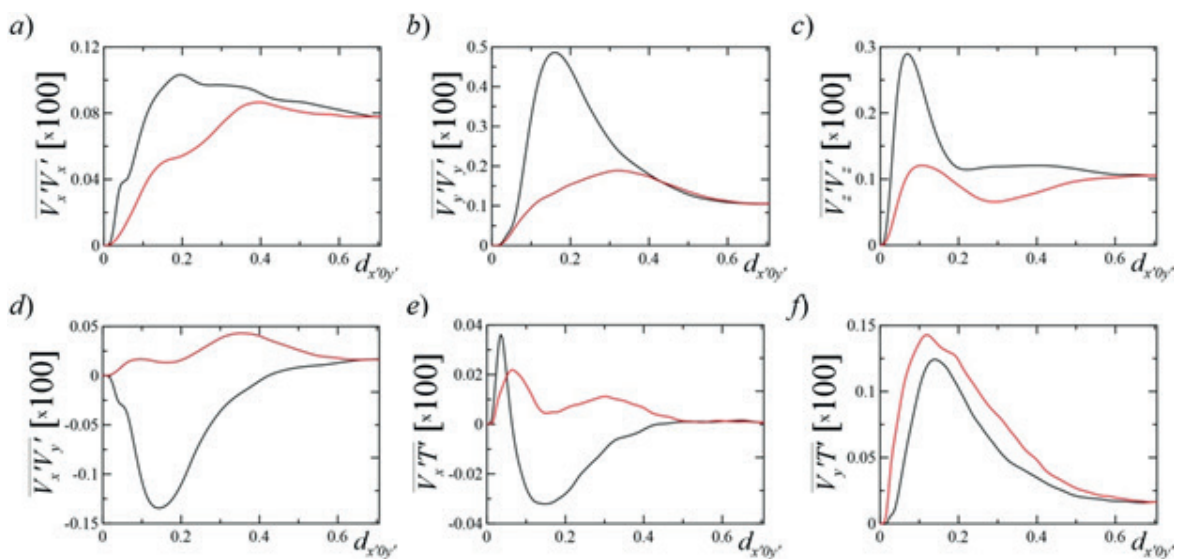


Рис. 7. Распределения нормированных компонент тензора рейнольдсовых напряжений и вектора турбулентного теплового потока вдоль диагоналей AC (черная кривая) и BD (красная кривая) центрального вертикального сечения контейнера в случае конвекции воды (см. рис. 6), координата $d_{x'0y'} = 0$ в точках A и B , соответственно

использованы, в частности, для дополнительной оценки возможностей различных моделей турбулентности второго порядка (моделей рейнольдсовых напряжений), которые применяются для расчетов конвективных течений на основе осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье – Стокса.

Полученные значения интегрального числа Нуссельта хорошо согласуются с данными, приводимыми в литературе для

случая контейнера с вертикальной осью.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант «Вихреразрешающее численное моделирование турбулентной свободной конвекции в условиях сопряженного теплообмена» №17-08-01543).

Расчетные данные получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра СПбПУ (www.scc.spbstu.ru).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ahlers G., Grossmann S., Lohse D. Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81. No. 2. Pp. 503–538.
2. Takeshita T., Segawa T., Glazier J.A., Sano M. Thermal turbulence in mercury // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 76. No. 9. Pp. 1465–1468.
3. Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J. Experimental study of high-Rayleigh-number convection in mercury and water // *Dyn. Atmos. Oceans.* 1996. Vol. 24. No. 1. Pp. 117–127.
4. Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J. Strongly turbulent Rayleigh–Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl number // *J. Fluid Mech.* 1997. Vol. 335. No. 1. Pp. 111–140.
5. Qui X.-L., Tong P. Large-scale velocity structures in turbulent thermal convection // *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 64. No. 3. P. 036304.
6. Niemela J.J., Skrbek L., Sreenivasan K.R., Donnelly R.J. The wind in confined thermal convection // *J. Fluid Mech.* 2001. Vol. 449. 25 December. Pp. 169–178.
7. Sreenivasan K.R., Bershadskii A., Niemela J.J. Mean wind and its reversal in thermal convection // *Phys. Rev. E.* 2002. Vol. 65. No. 5. P. 056306.
8. Brown E., Nikolaenko A., Ahlers G. Reorientation of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *Phys. Rev. Lett.* 2005. Vol. 95. No. 8. P. 084503.
9. Khalilov R., Kolesnichenko I., Pavlinov A., Mamykin A., Shestakov A., Frick P. Thermal convection of liquid sodium in inclined cylinders // *Phys. Rev. Fluids.* 2018. Vol. 3. No. 4. P. 043503.
10. Verzicco R., Camussi R. Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell // *Phys. Fluids.* 1997. Vol. 9. No. 5. Pp. 1287–1295.
11. Abramov A.G., Ivanov N.G., Smirnov E.M. Numerical study of high-Ra Rayleigh–Bénard mercury and water convection in confined enclosures using a hybrid RANS/LES technique // *Proc. of the Eurotherm Seminar 74.* Eindhoven, TUE, 2003. Pp. 33–38.
12. Schumacher J., Bandaru V., Pandey A., Scheel J.D. Transitional boundary layers in low-Prandtl-number convection // *Phys. Rev. Fluids.* 2016. Vol. 1. No. 8. P. 084402.
13. Смирнов С.И., Смирновский А.А. Численное моделирование турбулентной свободной конвекции ртути в подогреваемом снизу цилиндре при нулевой и конечной толщине горизонтальных стенок // *Тепловые процессы в технике.* 2018. Т. 10. № 3–4. С. 94–100.
14. Benzi R., Verzicco R. Numerical simulations of flow reversal in Rayleigh–Bénard convection // *Europhysics Letters.* 2008. Vol. 81. No. 6. P. 64008.
15. Wagner S., Shishkina O., Wagner C. Boundary layers and wind in cylindrical Rayleigh–Bénard cells // *J. Fluid Mech.* 2012. Vol. 697. 25 April. Pp. 336–366.
16. Mishra P.K., De A.K., Verma M.K., Eswaran V. Dynamics of reorientations and reversals of large-scale flow in Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2011. Vol. 668. 10 February. Pp. 480–499.
17. Roche P.-E., Gauthier F., Kaiser R., Salort J. On the triggering of the Ultimate Regime of convection // *New J. Phys.* 2010. Vol. 12. No. 8. P. 085014.
18. He X., van Gils D.P.M., Bodenschatz E., Ahlers G. Reynolds numbers and the elliptic approximation near the ultimate state of turbulent Rayleigh–Bénard convection // *New J. Phys.* 2015. Vol. 17. No. 6. P. 063028.
19. Chilla F., Rastello M., Chaumat S., Castaing B. Long relaxation times and tilt sensitivity in Rayleigh–Bénard turbulence // *Eur. Phys. J. B.* 2004. Vol. 40. No. 2. Pp. 223–227.
20. Ahlers G., Brown E., Nikolaenko A.



The search for slow transients, and the effect of imperfect vertical alignment, in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2006. Vol. 557. 25 June. Pp. 347–367.

21. **Zwirner L., Khalilov R., Kolesnichenko I., Mamykin A., Mandrykin S., Pavlinov A., Shestakov A., Teimurazov A., Frick P., Shishkina O.** The influence of the cell inclination on the heat transport and large-scale circulation in liquid metal convection // *J. Fluid Mech.* 2020. Vol. 884. 10 February. P. A18.

22. **Brown E., Ahlers G.** The origin of oscillations of the large-scale circulation of turbulent Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2009. Vol. 638. 10 November. Pp. 383–400.

23. **Xi H.-D., Zhou S.-Q., Zhou Q., Chan T.S., Xia K.-Q.** Origin of the temperature oscillation in turbulent thermal convection // *Phys. Rev. Lett.* 2009. Vol. 102. No. 4. P. 044503.

24. **Weiss S., Ahlers G.** Effect of tilting on turbulent convection: cylindrical samples with aspect ratio $\Gamma = 0.50$ // *J. Fluid Mech.* 2013. Vol. 715. 25 January. Pp. 314–334.

25. **Smirnov S.I., Abramov A.G., Smirnov E.M.** Numerical simulation of turbulent Rayleigh–Bénard mercury convection in a circular cylinder with introducing small deviations from the axisymmetric formulation // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2019. Vol. 1359. 15–22 September, Yalta, Crimea. P. 012077.

26. **Van der Poel E.P., Stevens R.J.A.M., Lohse D.** Comparison between two- and three-dimensional Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2013. Vol. 736. 10 December. Pp. 177–194.

27. **Scheel J.D., Schumacher J.** Local boundary layer scales in turbulent Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2014. Vol. 758. 10 November. Pp. 344–373.

28. **Kooij G.L., Botchev M.A., Geurts B.J.**

Direct numerical simulation of Nusselt number scaling in rotating Rayleigh–Bénard convection // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2015. Vol. 55. October. Pp. 26–33.

29. **Horn S., Shishkina O.** Toroidal and poloidal energy in rotating Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2015. Vol. 762. 10 January. Pp. 232–255.

30. **Scheel J.D., Schumacher J.** Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers // *J. Fluid Mech.* 2016. Vol. 802. 10 September. Pp. 147–173.

31. **Sakievich P.J., Peet Y.T., Adrian R.J.** Large-scale thermal motions of turbulent Rayleigh–Bénard convection in a wide aspect-ratio cylindrical domain // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2016. Vol. 61. Part A. October. Pp. 193–196.

32. **Kooij G.L., Botchev M.A., Frederix E.M.A., Geurts B.J., Horn S., Lohse D., van der Poel E.P., Shishkina O., Stevens R.J.A.M., Verzicco R.** Comparison of computational codes for direct numerical simulations of turbulent Rayleigh–Bénard convection // *Computers & Fluids.* 2018. Vol. 166. 30 April. Pp. 1–8.

33. **Zwirner L., Shishkina O.** Confined inclined thermal convection in low-Prandtl-number fluids // *J. Fluid Mech.* 2018. Vol. 850. 10 September. Pp. 984–1008.

34. **Wan Z.-H., Wei P., Verzicco R., Lohse D., Ahlers G., Stevens R.J.A.M.** Effect of sidewall on heat transfer and flow structure in Rayleigh–Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2019. Vol. 881. 25 December. Pp. 218–243.

35. **Смирнов С.И., Смирнов Е.М., Смирновский А.А.** Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки.* 2017. Т. 10. № 1. С. 31–46.

Статья поступила в редакцию 20.01.2020, принята к публикации 12.02.2020.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СМИРНОВ Сергей Игоревич – инженер научно-образовательного центра «Компьютерные технологии в аэродинамике и теплотехнике» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
sergeysmirnov92@mail.ru

СМИРНОВ Евгений Михайлович – доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
smirnov_em@spbstu.ru

REFERENCES

1. Ahlers G., Grossmann S., Lohse D., Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Rev. Mod. Phys.* 81 (2) (2009) 503–538.
2. Takeshita T., Segawa T., Glazier J.A., Sano M., Thermal turbulence in mercury, *Phys. Rev. Lett.* 76 (9) (1996) 1465–1468.
3. Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J., Experimental study of high-Rayleigh-number convection in mercury and water, *Dyn. Atmos. Oceans.* 24 (1) (1996) 117–127.
4. Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J., Strongly turbulent Rayleigh-Bénard convection in mercury: comparison with results at moderate Prandtl number, *J. Fluid Mech.* 335 (1) (1997) 111–140.
5. Qui X.-L., Tong P., Large-scale velocity structures in turbulent thermal convection, *Phys. Rev. E.* 64 (3) (2001) 036304.
6. Niemela J.J., Skrbek L., Sreenivasan K.R., Donnelly R.J., The wind in confined thermal convection, *J. Fluid Mech.* 449 (2001) (25 December) 169–178.
7. Sreenivasan K.R., Bershadskii A., Niemela J.J., Mean wind and its reversal in thermal convection, *Phys. Rev. E.* 65 (5) (2002) 056306.
8. Brown E., Nikolaenko A., Ahlers G., Reorientation of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Phys. Rev. Lett.* 95 (8) (2005) 084503.
9. Khalilov R., Kolesnichenko I., Pavlinov A., et al., Thermal convection of liquid sodium in inclined cylinders, *Phys. Rev. Fluids.* 3 (4) (2018) 043503.
10. Verzicco R., Camussi R., Transitional regimes of low-Prandtl thermal convection in a cylindrical cell, *Phys. Fluids.* 9 (5) (1997) 1287–1295.
11. Abramov A.G., Ivanov N.G., Smirnov E.M., Numerical study of high-Ra Rayleigh-Bénard mercury and water convection in confined enclosures using a hybrid RANS/LES technique, *Proc. of the Eurotherm Seminar 74, Eindhoven, TUE.* (2003) 33–38.
12. Schumacher J., Bandaru V., Pandey A., Scheel J.D., Transitional boundary layers in low-Prandtl-number convection, *Phys. Rev. Fluids.* 1 (8) (2016) 084402.
13. Smirnov S.I., Smirnovsky A.A., Numerical simulation of turbulent mercury natural convection in a heated-from-below cylinder with zero and non-zero thickness of the horizontal walls, *Thermal Processes in Engineering.* 10 (3–4) (2018) 94–100 (in Russian).
14. Benzi R., Verzicco R., Numerical simulations of flow reversal in Rayleigh-Bénard convection, *Europhysics Letters.* 81 (6) (2008) 64008.
15. Wagner S., Shishkina O., Wagner C., Boundary layers and wind in cylindrical Rayleigh-Bénard cells, *J. Fluid Mech.* 697 (2012) (25 April) 336–366.
16. Mishra P.K., De A.K., Verma M.K., Eswaran V., Dynamics of reorientations and reversals of large-scale flow in Rayleigh-Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 668 (10 February) (2011) 480–499.
17. Roche P.-E., Gauthier F., Kaiser R., Salort J., On the triggering of the ultimate regime of convection, *New J. Phys.* 12 (8) (2010) 085014.
18. He X., van Gils D.P.M., Bodenschatz E., Ahlers G., Reynolds numbers and the elliptic approximation near the ultimate state of turbulent Rayleigh-Bénard convection, *New J. Phys.* 17 (6) (2015) 063028.
19. Chilla F., Rastello M., Chaumat S., Castaing B., Long relaxation times and tilt sensitivity in Rayleigh-Bénard turbulence, *Eur. Phys. J. B.* 40 (2) (2004) 223–227.
20. Ahlers G., Brown E., Nikolaenko A., The search for slow transients, and the effect of imperfect vertical alignment, in turbulent Rayleigh-Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 557 (25 June) (2006) 347–367.
21. Zwirner L., Khalilov R., Kolesnichenko I., et al., The influence of the cell inclination on the heat transport and large-scale circulation in liquid metal convection, *J. Fluid Mech.* 884 (10 February) (2020) A18.
22. Brown E., Ahlers G., The origin of oscillations of the large-scale circulation of turbulent Rayleigh-Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 638 (10 November) (2009) 383–400.
23. Xi H.-D., Zhou S.-Q., Zhou Q., et al., Origin of the temperature oscillation in turbulent thermal convection, *Phys. Rev. Lett.* 102 (4) (2009) 044503.
24. Weiss S., Ahlers G., Effect of tilting on turbulent convection: cylindrical samples with aspect ratio $\Gamma = 0.50$, *J. Fluid Mech.* 715 (25 January) (2013) 314–334.
25. Smirnov S.I., Abramov A.G., Smirnov E.M., Numerical simulation of turbulent Rayleigh-Bénard mercury convection in a circular cylinder with introducing small deviations from the axisymmetric formulation, *J. Phys.: Conf. Ser.*

1359 (2019) 012077.

26. **Van der Poel E.P., Stevens R.J.A.M., Lohse D.**, Comparison between two- and three-dimensional Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 736 (10 December) (2013) 177–194.

27. **Scheel J.D., Schumacher J.**, Local boundary layer scales in turbulent Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 758 (10 November) (2014) 344–373.

28. **Kooij G.L., Botchev M.A., Geurts B.J.**, Direct numerical simulation of Nusselt number scaling in rotating Rayleigh–Bénard convection, *Int. J. Heat Fluid Flow.* 55 (October) (2015) 26–33.

29. **Horn S., Shishkina O.**, Toroidal and poloidal energy in rotating Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 762 (10 January) (2015) 232–255.

30. **Scheel J.D., Schumacher J.**, Global and local statistics in turbulent convection at low Prandtl numbers, *J. Fluid Mech.* 802 (10 September) (2016) 147–173.

31. **Sakievich P.J., Peet Y.T., Adrian R.J.**,

Large-scale thermal motions of turbulent Rayleigh–Bénard convection in a wide aspect-ratio cylindrical domain, *Int. J. Heat Fluid Flow.* 61 A (October) (2016) 193–196.

32. **Kooij G.L., Botchev M.A., Frederix E.M.A., et al.**, Comparison of computational codes for direct numerical simulations of turbulent Rayleigh–Bénard convection, *Computers & Fluids.* 166 (30 April) (2018) 1–8.

33. **Zwirner L., Shishkina O.**, Confined inclined thermal convection in low-Prandtl-number fluids, *J. Fluid Mech.* 850 (10 September) (2018) 984–1008.

34. **Wan Z.-H., Wei P., Verzicco R., et al.**, Effect of sidewall on heat transfer and flow structure in Rayleigh–Bénard convection, *J. Fluid Mech.* 881 (25 December) (2019) 218–243.

35. **Smirnov S.I., Smirnov E.M., Smirnovsky A.A.**, Endwall heat transfer effects on the turbulent mercury convection in a rotating cylinder, *St. Petersburg Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics.* 3 (2) (2017) 83–94.

Received 20.01.2020, accepted 12.02.2020.

THE AUTHORS

SMIRNOV Sergei I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
 sergeysmirnov92@mail.ru

SMIRNOV Evgueni M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
 smirnov_em@spbstu.ru