

АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ТОМОГРАФИИ ИОНОСФЕРЫ ПРИ МЕЖСПУТНИКОВОЙ СХЕМЕ РЕГИСТРАЦИИ ДАННЫХ

П.Н. Николаев

Самарский национальный исследовательский университет
им. академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация

В работе представлен оригинальный подход к формированию начального приближения в задаче томографии ионосферы при межспутниковой схеме регистрации данных полного электронного содержания (ПЭС). Предлагается аппроксимировать прямое преобразование Радона орбитального профиля электронной концентрации (ЭК) ионосферы сверткой функции широтного распределения максимума ЭК в профиле с функцией ядра. Такая аппроксимация позволяет оценить широтное распределение максимума ЭК по данным измерения ПЭС методом деконволюции. Получено аналитическое выражение функции ядра свертки. На основе предложенного подхода рассмотрены два варианта формирования начального приближения, использующие разную априорную информацию: об индексе солнечной активности и о высоте максимума ионизации в профиле. Проанализирована точность указанного формирования по результатам статистического моделирования, проведено сравнение с известным подходом, когда известны как высота максимума ионизации в профиле, так и концентрация на этой высоте.

Ключевые слова: спутниковый мониторинг, томография ионосферы, начальное приближение; статистическое моделирование

Ссылка при цитировании: Николаев П.Н. Алгоритм формирования начального приближения в задаче томографии ионосферы при межспутниковой схеме регистрации данных // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2020. Т. 13. № 3. С. 93–107. DOI: 10.18721/JPM.13307

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

AN ALGORITHM OF THE INITIAL APPROXIMATION FORMATION IN THE IONOSPHERIC TOMOGRAPHY PROBLEM WITH INTER-SATELLITE DATA REGISTRATION

P.N. Nikolaev

Samara National Research University,
Samara, Russian Federation

In the paper, an original approach to the formation of the initial approximation in the ionospheric tomography problem with inter-satellite registration of total electron content is presented. The direct Radon transform of the electron density (ED)'s orbital profile is proposed to approximate using convolution of the function of latitudinal distribution of ED's maximum in the profile with the kernel function. This approximation makes it possible to estimate the latitude distribution of the ED maximum from the total electron content measurements by the deconvolution procedure. An analytical expression of the convolution kernel was obtained. Based on the proposed approach, two variants of formation of the initial approximation which used different prior information, namely, on the solar activity index and on the height of the ionization maximum in the profile, were considered. An accuracy of the mentioned formation was analyzed by the results of statistical simulation, and it

was compared with the previously known approach where both the height of the ionization maximum in the profile and ED at this height were known.

Keywords: satellite monitoring, ionospheric tomography, initial estimation, statistical modeling

Citation: Nikolaev P.N., An algorithm of the initial approximation formation in the ionospheric tomography problem with inter-satellite data registration, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 13 (3) (2020) 93–107. DOI: 10.18721/JPM.13307

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

В последнее десятилетие интенсивно развиваются методы исследования ионосферы, которые направлены на ее дистанционное зондирование в широком диапазоне различных позиций приемопередающих систем. Последние позволяют реконструировать ее структуры на основе алгоритмов компьютерной томографии. В случае мониторинга электронной концентрации (ЭК) ионосферы оценивается полное электронное содержание (ПЭС), которое представляет собой линейный интеграл ЭК по пути распространения электромагнитной волны и выражается в единицах TECU (Total Electron Content Units, $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ эл.} \cdot \text{м}^{-2}$).

Линейный интеграл от функции распределения $f(x, y)$ вдоль прямой, находящейся на расстоянии l от начала координат и составляющей угол θ с положительным направлением оси Ox , соответствует радоновскому образу в точке (l, θ) :

$$\begin{aligned} [\tilde{R}f](l, \theta) &= p(l, \theta) = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x \cos \theta + y \sin \theta - l) dx dy. \end{aligned}$$

Решение томографической задачи заключается в нахождении оценки $f^*(x, y)$ функции $f(x, y)$ из набора интегральных характеристик, полученных под всевозможными ракурсами, и предполагает, что известно точное значение $p(l, \theta)$ для всех l и θ .

Задача радиотомографии (РТ) ионосферы обычно сводится к решению систем линейных уравнений (СЛУ) [1]. Решение СЛУ в этом случае является сложной вычислитель-

ной задачей, поскольку матрица СЛУ (проекции оператор) содержит порядка 10^6 – 10^7 элементов, хотя и является разреженной. В работах [2, 3] был предложен подход к решению задачи томографии ионосферы при межспутниковой схеме регистрации данных ПЭС, использующий алгоритм свертки.

Задача РТ ионосферы с помощью спутников характеризуется малым количеством ракурсов получения интегральной характеристики. Несмотря на широту диапазона различных позиций приемопередающих систем, будь то использование цепочки наземных приемных станций [4, 5] или предложения по использованию приемников и передатчиков космического базирования [6, 7], получаемых ракурсов все равно недостаточно для выполнения условия единственности решения, и обратная задача томографии является некорректной.

Для того чтобы свести задачу томографии к корректной, требуется использовать начальное приближение, которое будет с какой-то степенью достоверности соответствовать распределению и величинам оцениваемых значений. Так, в случае использования цепочки наземных станций, в работах [8 – 12] для построения начального приближения используется модель IRI (*англ.* International Reference Ionosphere) и распределение Чепмена.

При использовании приемников и передатчиков на спутниках системы томографии ионосферы, в работах [7, 13] начальное приближение во всей реконструированной области задавалось постоянным значением $4 \cdot 10^{11} \text{ эл.} \cdot \text{м}^{-3}$, которое является усредненным значением модельной ЭК для всех высот и

широт в области реконструкции. Однако за счет того, что ЭК экваториальной ионосферы выше, чем у среднеширотной и полярной, а также за счет смены дня и ночи при нахождении группировки то на освещенном, то на теневом участке орбиты, точность задания такого начального приближения может составлять примерно 80 – 90 %.

В работе [13] было проведено сравнение качества реконструкции ЭК группировкой, состоящей из пяти спутников, для заданного константой начального приближения и для начальных приближений, полученных по модели ионосферы IRI-2007 [14], которые в среднем отличались от модельного на 5, 10, 20 и 30 %. Использование начального приближения по модели ионосферы IRI показало лучший результат, по сравнению с начальным приближением, которое было принято константой.

В настоящей работе предлагается оригинальный подход к оперативному формированию начального приближения, значение точности которого является промежуточным между значениями точности подходов, рассмотренных выше.

При этом предлагаемый подход обладает рядом преимуществ:

- более простой математической реализацией, чем модель IRI-2007;

- он требует меньше входных данных.

В итоге спутники будут обладать большой автономностью (не нужно передавать на спутник большое количество входных данных, таких как индексы солнечной активности, ионосферный индекс, магнитный индекс).

Данный подход применим к случаю получения интегральных характеристик приемопередающими устройствами группировки спутников, расположенных в одной орбитальной плоскости.

Точность формирования начального приближения профиля ЭК ионосферы определяется на основе численного моделирования, в ходе которого решаются прямая и обратная задачи.

Прямая задача состоит в получении ПЭС для заданного распределения ЭК в плоскости орбиты для заданной радиотрассы.

Обратная задача состоит в реконструкции распределения ЭК в плоскости орбиты по имеющемуся набору измерений ПЭС, для чего формируется начальное приближение. Сформированное начальное приближение сравнивается с заданным распределением.

Для оценки точности начального приближения в настоящей работе, как и в работах [1, 7, 11], использовались нормы в пространствах l^2 и l^∞ :

$$\delta(l^2) = \frac{\sqrt{\sum_i (F_i - \tilde{F}_i)^2}}{\sqrt{\sum_i F_i^2}},$$

$$\delta(l^\infty) = \frac{\max_i |F_i - \tilde{F}_i|}{\max_i |F_i|},$$

где F, \tilde{F} – модельное распределение и сформированное начальное приближения соответственно; i – номер пикселя в распределении.

Норма $\delta(l^2)$ является среднеквадратической и фиксирует большое различие значений F и \tilde{F} в небольшой области распределения. Норма $\delta(l^\infty)$ соответствует различию F и \tilde{F} в наихудшем случае.

Постановка задачи

Рассмотрим два спутника, расположенных на одной круговой орбите, один из которых служит передатчиком, а другой – приемником (рис. 1). Спутники расположены таким образом, чтобы высота перигея их радиотрассы была ниже максимума ЭК в орбитальном профиле. Данного количества спутников достаточно для формирования начального приближения предлагаемым алгоритмом.

За базовое принято высотное распределение ЭК, близкое к распределению Чепмена [9, 10]:

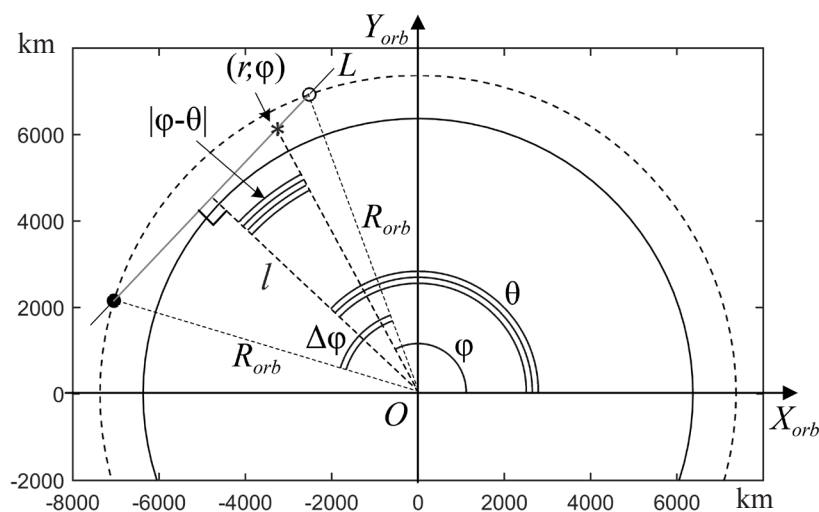


Рис. 1. Схема радиотрассы с высотой перигея $h_{\text{track}} = 225$ км; точками показано расположение двух спутников на одной круговой орбите (пунктир)

$$N_e(h, N_m, H_m) = N_m \cdot \exp\left(1 - \frac{h - H_m}{\sigma} - \exp\left(-\frac{h - H_m}{\sigma}\right)\right), \quad (1)$$

где N_m – максимальное значение ЭК N_e в высотном профиле; h – высота над уровнем моря; H_m – высота максимума ЭК над уровнем моря; σ – параметр масштаба.

Алгоритм формирования начального приближения распределения электронной концентрации в ионосфере

Рассматривается круговая полярная орбита с высотой $h_{\text{orb}} = 1000$ км и наклоном $i = 90^\circ$. Спутники расположены на орбите таким образом, чтобы угловое расстояние между ними было равно $\Delta\varphi = 54^\circ$, что соответствует наиболее разнесенным по орбите спутникам группировки, рассмотренной в книге [13] и предназначенной для решения задачи томографии в диапазоне высот 200 – 500 км. Выбранное угловое положение спутников позволяет сформировать радиотрассу между ними с высотой перигея $h_{\text{track}} = 225$ км. Данная радиотрасса пересекает слой максимума ЭК гарантированно в двух

точках, поэтому измеренное ПЭС на данной радиотрассе является наибольшим среди других ПЭС, измеренных на радиотрассах группировки [13].

В полярной системе координат (СК) линия радиотрассы между двумя спутниками, расположенными на одной орбите (рис. 1), описывается уравнением прямой

$$r(\varphi) = \frac{l}{\cos(\varphi - \theta)},$$

где l – длина перпендикуляра, опущенного на прямую радиотрассы из начала координат, $l = R_{\text{Earth}} + h_{\text{track}}$; θ – угол между положительным направлением оси OX_{orb} и направлением этого перпендикуляра; R_{Earth} – средний радиус Земли, $R_{\text{Earth}} = 6371,136$ км.

Высота максимума ЭК H_m в формуле (1) зависит от широты φ (это обусловлено меняющимися дневными и ночными условиями формирования ионосферного профиля), а также от зенитного угла Солнца [15]. Для того чтобы воспользоваться выражением (1) и провести дальнейшие аналитические выкладки для участка орбиты, где определена радиотрасса, принято допущение, что высота

максимума ЭК H_m является средней на участке $\Delta\varphi = 54^\circ$:

$$\langle H_m \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} H_m(\varphi) d\varphi,$$

где φ_1, φ_2 – угловые координаты первого и второго спутника соответственно.

При РТ с использованием цепочки наземных станций величина покрытия измерениями может составлять более 20° по широте. При этом значении широтного углового расстояния допустимо использовать начальное приближение (1) с постоянной высотой максимума ЭК, что показано в работах [11, 12]. Поскольку в настоящей работе угловое расстояние между двумя пересечениями максимума ЭК радиотрассой составляет около 20° , допущение о постоянной высоте максимума ЭК H_m на участке $\Delta\varphi = 54^\circ$ является разумным.

Таким образом, распределение ЭК (1) в плоскости орбиты передатчика и приемника на участке $\Delta\varphi$ выражается в полярной СК следующим образом:

$$N_e(r, \varphi) = N_m(\varphi) \times \exp\left(1 - \frac{r - R_m}{\sigma} - \exp\left(-\frac{r - R_m}{\sigma}\right)\right), \quad (2)$$

где φ – угловая координата в полярной СК; $r = R_{\text{Earth}} + h$ – радиальная координата в полярной СК; $R_m = R_{\text{Earth}} + \langle H_m \rangle$.

Линейный интеграл от $N_e(r, \varphi)$ по линии радиотрассы L является криволинейным в полярной СК:

$$p(l, \theta) = \int_L N_e(r, \varphi) dl = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} N_e(r(\varphi), \varphi) \cdot \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} d\varphi,$$

где для малого угла $\varphi - \theta$ уравнение линии радиотрассы имеет вид

$$r(\varphi) = \frac{l}{\cos(\varphi - \theta)} \approx l \left(1 + \frac{1}{2}(\varphi - \theta)^2\right).$$

Таким образом, $p(l, \theta)$ принимает вид интеграла свертки функции N_m и ядра g (рис. 2) по параметру θ :

$$p(l, \theta) = (N_m * g)(\theta) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} N_m(\varphi) \cdot g(\varphi - \theta) d\varphi,$$

где

$$g(z) = l \cdot (1 + z^2) \times \exp\left(1 - \frac{1}{\sigma} \cdot (l - R_m) - \frac{l}{2\sigma} z^2 - \exp\left(-\frac{1}{\sigma} \cdot (l - R_m) - \frac{l}{2\sigma} z^2\right)\right).$$

В выражении для $p(l, \theta)$ делается переход к бесконечным пределам по углу φ :

$$p(l, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} N_m(\varphi) \cdot g(\varphi - \theta) d\varphi,$$

поскольку $g(\varphi - \theta)$ экспоненциально затухает при $\varphi \rightarrow \varphi_1, \varphi_2$ (рис. 2).

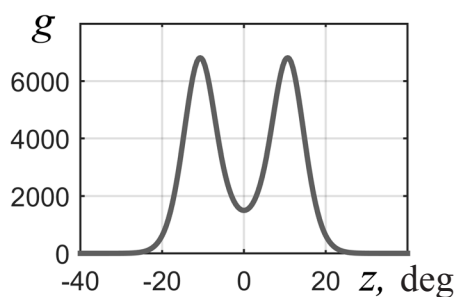


Рис. 2. Вид ядра свертки $g(z)$

Поскольку известно выражение для интеграла свертки, широтный профиль ЭК $N_m(\varphi)$ можно оценить с помощью метода деконволюции [16]:

$$\hat{N}_m(\varphi) = F^{-1} \left(\frac{G^*(f)}{|G(f)|^2 + \alpha \langle |G(f)|^2 \rangle} \cdot P(f) \right) = F^{-1}(W(f) \cdot P(f)) = (w * p)(\varphi), \quad (3)$$

где $G(f)$, $W(f)$, $P(f)$ – Фурье-образы g , w и p соответственно; $G^*(f)$ – сопряженный Фурье-образ g ; α – параметр регуляризации; $\langle |G(f)|^2 \rangle$ – среднее значение энергетического спектра $G(f)$.

При подстановке выражения (3) в формулу (2), выражение для моделирования начального приближения принимает вид

$$N_e(h, \varphi) = (w * p)(\varphi) \times \exp \left(1 - \frac{h - H_m}{\sigma} - \exp \left(-\frac{h - H_m}{\sigma} \right) \right). \quad (4)$$

Полученное выражение представляет собой произведение широтного профиля ионосферы $(w * p)(\varphi)$ и высотного профиля

$$\exp \left(1 - \frac{h - H_m}{\sigma} - \exp \left(-\frac{h - H_m}{\sigma} \right) \right),$$

из которого следует, что широтный и высотный профили можно найти раздельно.

Если широтный профиль можно найти по формуле (3), то высотный профиль возможно сформировать при различных допущениях, что повлияет на итоговую точность формирования начального приближения.

Таким образом, на базе выражения (4) можно предложить два варианта алгоритма формирования начального приближения ЭК.

Вариант 1. Высота принимается средней по орбите $H_m = \langle H_m \rangle$. Тогда

$$N_e(h, \varphi) = (w * p)(\varphi) \times \exp \left(1 - \frac{h - \langle H_m \rangle}{\sigma} - \exp \left(-\frac{h - \langle H_m \rangle}{\sigma} \right) \right). \quad (5)$$

Вариант 2. Высота H_m априорно известна. Тогда

$$N_e(h, \varphi) = (w * p)(\varphi) \times \exp \left(1 - \frac{h - H_{m \text{ apr}}}{\sigma} - \exp \left(-\frac{h - H_{m \text{ apr}}}{\sigma} \right) \right). \quad (6)$$

Оценить эффективность предложенных вариантов можно численным образом, если использовать стохастический подход и сравнить результат работы алгоритма с модельным распределением.

Результаты и их обсуждение

Оценка точности формирования начального приближения по результатам статистического моделирования. Проведем сравнение двух предложенных вариантов формирования начального приближения профиля ЭК ионосферы в плоскости орбиты спутников с одним известным. Здесь возможны три случая (случай II и III соответствуют вариантам 1 и 2).

I случай. Формирование начального приближения по формуле (1), когда априорно заданы параметры N_m и H_m (данный способ рассмотрен в работах [11, 12]);

II случай. Формирование начального приближения по формуле (5), когда $H_m = \langle H_m \rangle$;

III случай. Формирование начального приближения по формуле (6), когда величина H_m априорно известна.

Для оценки точности трех представленных случаев формирования начального приближения проведено статистическое моделирование распределения ЭК в плоскости полярной орбиты (10 тыс. численных экспериментов) для различных индексов солнечной активности, месяца, времени по Гринвичу, а также географической долготы. Рассмотрена круговая полярная орбита двух спутников с высотой $h_{orb} = 1000$ км и наклоном $i = 90^\circ$. Угловое расстояние между спутниками считается постоянным и составляет $\Delta\varphi = 54^\circ$, что соответствует высоте перигея их радиотрассы $h_{track} = 200$ км. При движении спутников по орбите регистрация ПЭС производилась каждые $0,5^\circ$.

Распределение ЭК задавалось с помощью модели ионосферы NeQuick [17]:

вертикальный размер элемента изображения – 12,5 км;

горизонтальный размер элемента изображения – 50 км.

Остальные параметры модели распределялись по равномерному закону:

индекс солнечной активности $F_{10.7} \in [63,7; 193] \cdot 10^{-22} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1}$;

месяц $m \in [1; 12]$;

время по Гринвичу $t \in [0:00; 24:00]$ UTC;

географическая широта (долгота восходящего узла орбиты) $\lambda \in (0; 360]^\circ$.

Разброс параметров модели NeQuick обуславливает разброс ошибок формирования начального приближения. Параметр масштаба σ выбирался с учетом индекса солнечной активности $F_{10.7}$ из диапазона от 84 до 93 км.

Результаты моделирования алгоритма формирования начального приближения для первого случая (проведено 10 тыс. моделирований распределения ЭК) представлены на рис. 3. Средние ошибки в этом ряде численных экспериментов в метриках l^2 и l^∞ составляют $\delta(l^2) = 0,23$ и $\delta(l^\infty) = 0,27$ соответственно. Этот результат является верхней оценкой точности формирования начального приближения среди трех рассмотренных случаев, поскольку параметры N_m и H_m принимались априорно известными.

На рис. 4, *a* представлен пример одной из 10 тыс. реализаций распределения ЭК, сфор-

мированной по модели NeQuick для следующих условий:

индекс солнечной активности – $F_{10.7} = 127,6 \cdot 10^{-22} \text{ Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{Гц}^{-1}$;

месяц – октябрь;

время по Гринвичу $t = 10 : 00$;

географическая широта (долгота восходящего узла орбиты) – $\lambda = 50^\circ$.

На рис. 4, *b, c* приведены начальное приближение, сформированное для I случая, и модуль невязки между модельным и сформированным распределением для этой реализации.

В рамках моделирования для II и III случаев (см. выше) оценивались широтный профиль ЭК $\hat{N}_m(\varphi)$ по формуле (3) (рис. 5, кривая *c*) для модельного распределения (рис. 4, *a*). Значение параметра регуляризации α в формуле (3) подбиралось исходя из критерия минимизации невязки:

$$d = \left\| \hat{N}_{m\alpha} - N_m \right\| \rightarrow \min.$$

Для сравнения на рис. 5 приведены графики исходного широтного профиля $N_m(\varphi) \Big|_{H_m=H_m(\varphi)}$ модельного распределения (кривая *a*) и широтного профиля модельного распределения для средней высоты $N_m(\varphi) \Big|_{H_m=\langle H_m \rangle}$ (кривая *b*).

Разница между профилем *a* и профилями *b, c* на рис. 5 в метриках l^2 и l^∞ представлена в табл. 1.

Из полученных результатов видно, что зна-

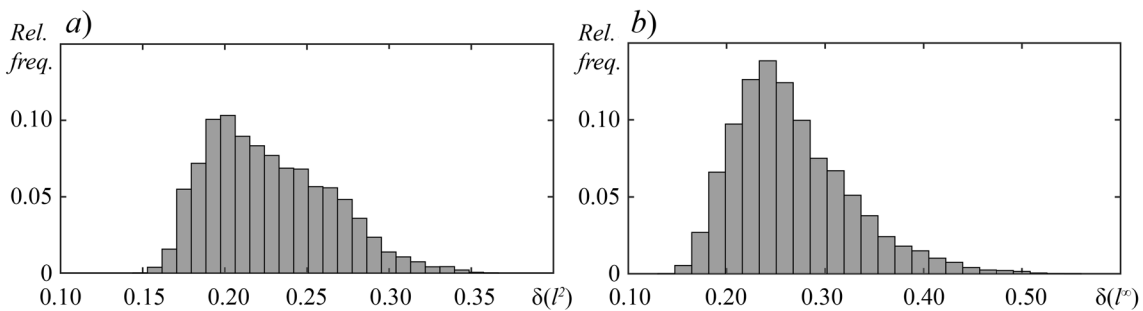


Рис. 3. Гистограммы ошибок формирования начального приближения по известным параметрам (I случай) в метриках l^2 (*a*) и l^∞ (*b*)

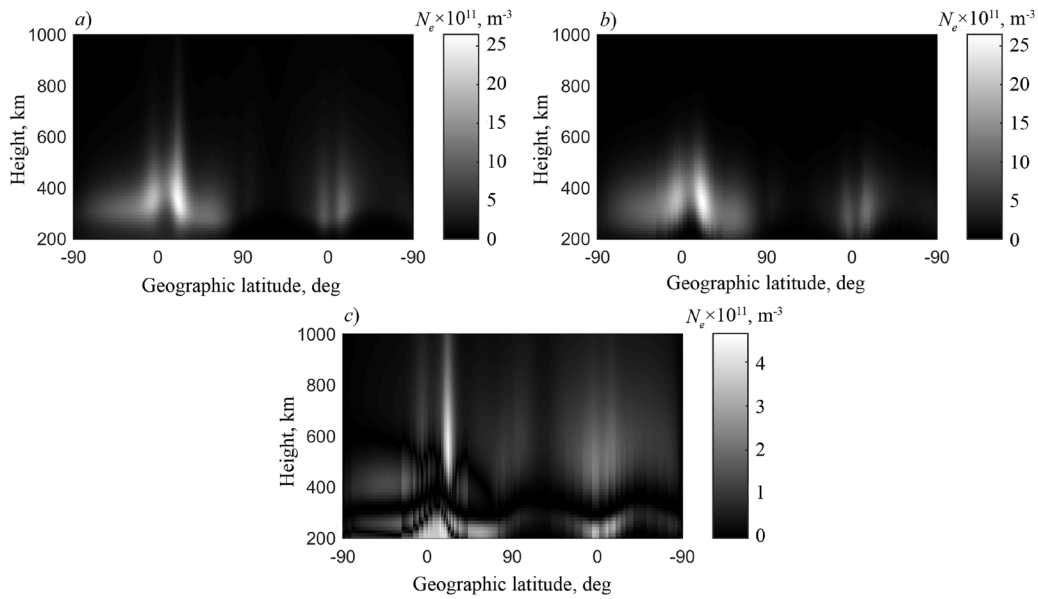


Рис. 4. Распределения ЭК в ионосфере в плоскости полярной орбиты в координатах широта-высота: *a* – модельное распределение; *b* – начальное приближение, сформированное по формуле (1) при известных N_m и H_m ; *c* – модуль невязки

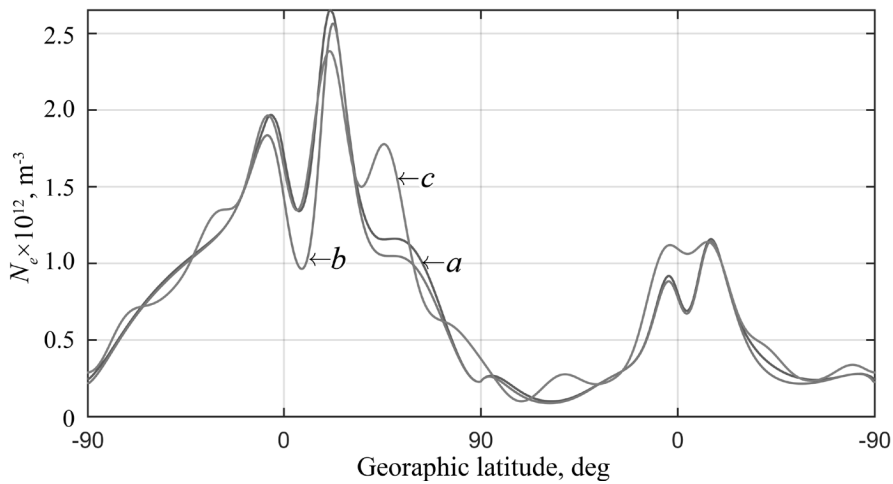


Рис. 5. Широтные профили ЭК: исходный $N_m(\varphi)|_{H_m=\langle H_m \rangle}$ (*a*); $N_m(\varphi)|_{H_m=\langle H_m \rangle}$, взятый для средней высоты (*b*); $\hat{N}_m(\varphi)$, рассчитанный по формуле (3) (*c*)

чения широтного профиля $N_m(\varphi)|_{H_m=\langle H_m \rangle}$ для средней высоты $\langle H_m \rangle$ можно использовать в качестве значений для широтного профиля $N_m(\varphi)|_{H_m=H_m(\varphi)}$. Эта возможность используется при формировании начального приближения для III случая, где значения $\hat{N}_m(\varphi)$ задаются на априорно известных высотах H_m .

Индекс солнечной активности $F_{10,7}$ определяет форму профиля ЭК и высоту макси-

мума в нем [15]; следовательно, среднюю высоту максимума ЭК можно приближенно описать линейной зависимостью

$$\langle H_m \rangle(F_{10,7}) = a \cdot F_{10,7} + b \pm \Delta \langle H_m \rangle,$$

где $a = 0,65 \cdot 10^{16} \text{ км}^3 \cdot \text{Гц}^{-1} \cdot \text{Вт}^{-1}$; $b = 243,4 \text{ км}$; $\Delta \langle H_m \rangle = 18,7 \text{ км}$ – разброс средней высоты, зависящий от сезонных и суточных эффектов для $P = 0,95$.

Если сезонные и суточные эффекты в ионосфере не принимать во внимание, то можно отбросить слагаемое $\Delta\langle H_m \rangle$ и определять $\langle H_m \rangle$ во втором варианте алгоритма как $\langle H_m \rangle = a \cdot F_{10,7} + b$.

На рис. 6 показаны гистограммы распределения ошибок формирования начального приближения в метриках l^2 и l^∞ , сформированных для II и III случаев для 10 тыс. численных экспериментов. На рис. 7 приведены сформированное начальное приближение и модуль невязки между модельным и сформированным распределениями для II и III случаев формирования начального приближения для реализации, приведенной на рис. 4, а.

В табл. 2 приведены ошибки формиро-

вания начального приближения для трех рассмотренных случаев модельного распределения (см. рис. 4, а). II и III случаи показывают примерно одинаковую точность, несмотря на заметное визуальное различие (см. рис. 7, а, с).

Согласно результатам статистического моделирования (рис. 6), II случай имеет средние ошибки формирования начального приближения $\delta(l^2) = 0,39$ и $\delta(l^\infty) = 0,42$. Достигаемой точности достаточно для удовлетворительного решения томографической задачи, ошибки решения которой не будут превышать ошибки при взятом константой начальном приближении [13] (точность решения томографической задачи $\delta(l^2) = 0,35$ и

Т а б л и ц а 1
Сравнение отклонений δ широтных профилей (в двух метриках), полученных двумя способами, от истинного широтного профиля

Метрика	Ошибка δ	
	$N_m(\varphi) _{H_m=\langle H_m \rangle}$	$\hat{N}_m(\varphi)$
l^2	0,10	0,16
l^∞	0,19	0,23

Обозначения. $N_m(\varphi)|_{H_m=\langle H_m \rangle}$, $\hat{N}_m(\varphi)$ – широтные профили: взятый для средней высоты и рассчитанный по формуле (3). Истинный широтный профиль – $N_m(\varphi)|_{H_m=H_m(\varphi)}$

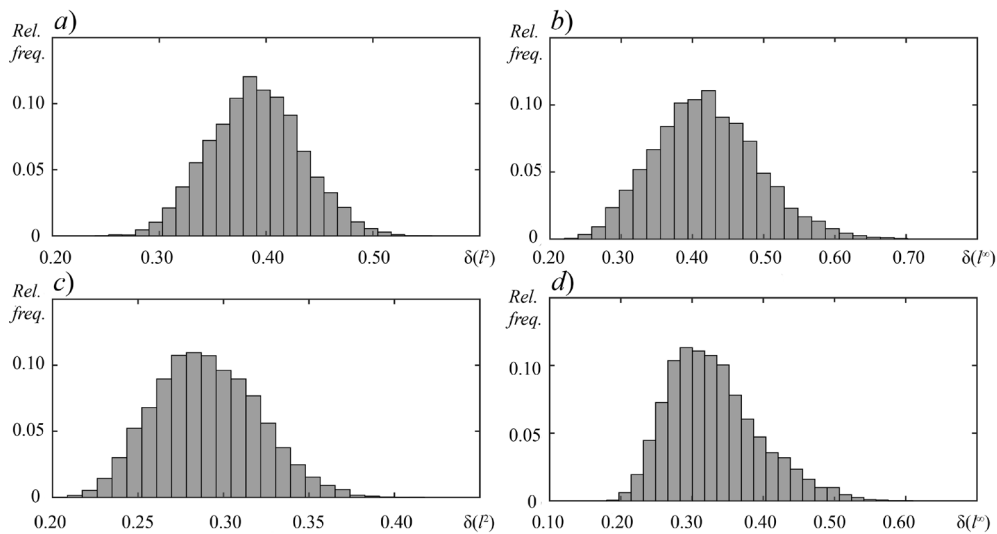


Рис. 6. Гистограммы ошибок формирования начального приближения в метриках l^2 (а) и l^∞ (б) для II случая, а также l^2 (с) и l^∞ (д) для III случая

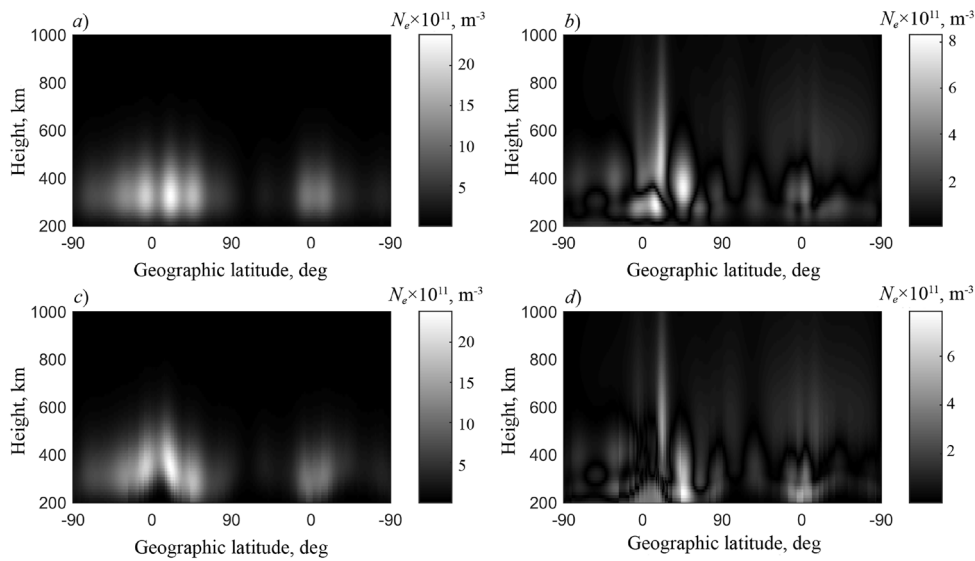


Рис. 7. Распределения ЭК в ионосфере в плоскости полярной орбиты в координатах широта-высота, полученные в начальных приближениях, сформированных по формуле (4) для двух значений высоты: средней $\langle H_m \rangle$ (a) и априорно известной H_m (c); представлены также соответствующие модули невязки: для случаев с $\langle H_m \rangle$ (b) и с H_m (d)

Т а б л и ц а 2
Ошибки формирования начального приближения в двух метриках для трех рассмотренных случаев для модельного распределения (см. рис. 4, a)

Метрика	Ошибка δ		
	N_m и H_m известны	$N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, H_m известна	$N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, $H_m = \langle H_m \rangle$
l^2	0,18	0,31	0,30
l^∞	0,18	0,30	0,25

$\delta(l^\infty) = 0,40$ для шага реконструкции по высоте в 50 км). Точность формирования начального приближения для III случая выше, чем для II: $\delta(l^2) = 0,29$ и $\delta(l^\infty) = 0,33$, что приближает этот случай к начальному приближению, сформированному по модели IRI-2007 в работе [13] при получении интегральных характеристик приемопередающими устройствами группировки спутников. Оба предложенных варианта алгоритма (случаи II и III) формирования начального приближения являются быстродействующими и могут быть реализованы на борту спутника.

Реконструкция распределения ЭК в ионосфере. Для оценки качества формирова-

ния начального приближения проводилась томографическая реконструкция распределения ЭК с применением подхода, предложенного в работах [2, 3]. В качестве схемы регистрации ПЭС использовалась конфигурация размещения спутников на низкой орбите, описанная в работе [3]: три спутника с передатчиками и два с приемниками, радиотрассы которых покрывают диапазон высот от 200 до 500 км с шагом 50 км. Задача томографии решалась в этом диапазоне высот.

На рис. 8 показаны гистограммы распределения ошибок реконструкции профиля ЭК в метриках l^2 и l^∞ , полученных для трех случаев формирования начального приближения (вы-

ражения (2), (5), (6) для 10 тыс. численных экспериментов. I случай, когда N_m и H_m заданы априорно, обеспечивает наилучшие по точности характеристики результата реконструкции (см. рис. 8, *a, b*) среди всех трех случаев формирования начального приближения, базирующихся на распределении Чепмена. На рис. 9 приведены результаты восстановления распределения ЭК для II и III случаев формирования начального приближения. Ошибки реконструкции $\delta(l^p)$ и $\delta(l^c)$ для соответствующих случаев приведены в табл. 3.

На рис. 9, *c, d* и *e, f*, соответствующих II ($N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, $H_m = \langle H_m \rangle$) и III ($N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, H_m известна) случаям формирования начального приближения, видно, что полученные реконструкции имеют сходный вид и раз-

личаются лишь небольшим количеством артефактов; при этом ошибка реконструкции обусловлена, в основном, ошибкой восстановления широтного профиля $\hat{N}_m(\varphi)$. В свою очередь, артефакты, получившиеся на высоте 200 км, обусловлены методической ошибкой реконструкции [2, 3]. Во II случае ($N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, $H_m = \langle H_m \rangle$) высотное положение максимума ЭК H_m восстановилось с удовлетворительной точностью, несмотря на сделанное допущение $H_m = \langle H_m \rangle$, и по этой причине использование этого способа (II случай) предпочтительнее перед использованием III ($N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, H_m известна), прежде всего потому, что ошибки реконструкции при формировании начального приближения для этого случая меньше (см. рис. 8, *c-f*).

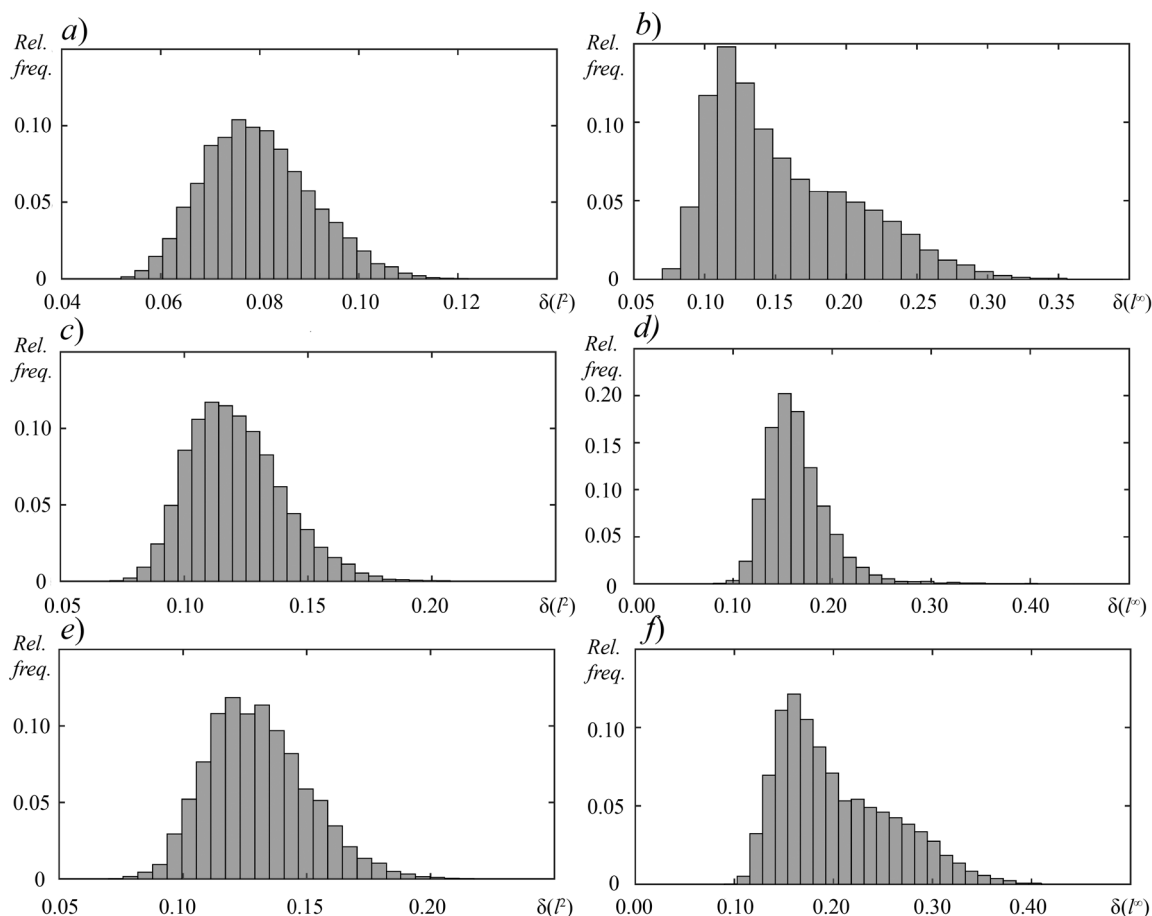


Рис. 8. Гистограммы ошибок реконструкции профиля ЭК для трех случаев формирования начального приближения в двух метриках: l^p (*a, c, e*) и l^c (*b, d, f*); рассмотрены случаи I (*a, b*), II (*c, d*), III (*e, f*) (см. пояснения в тексте)

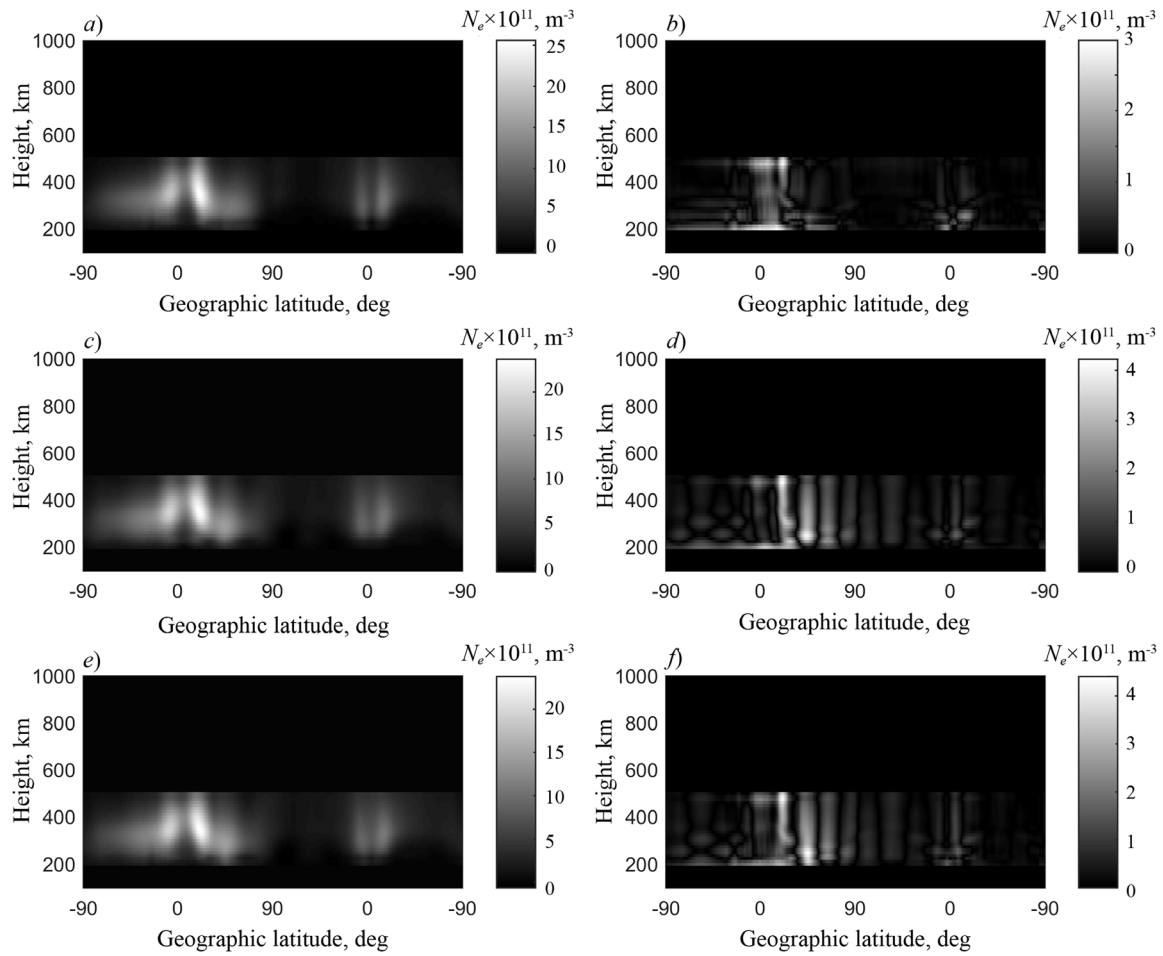


Рис. 9. Реконструкции распределения ЭК в ионосфере в плоскости полярной орбиты в координатах широта-высота для трех случаев формирования начального приближения: I (a), II (c), III (e); представлены также соответствующие модули невязки для случаев I (b), II (d), III (f)

Т а б л и ц а 3

Сравнение ошибок реконструкции профиля ЭК в двух метриках для трех рассмотренных случаев формирования начального приближения для модельного распределения (см. рис. 4, a)

Метрика	Ошибка δ		
	N_m и H_m известны	$N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, H_m известна	$N_m = \hat{N}_m(\varphi)$, $H_m = \langle H_m \rangle$
l^2	0,08	0,13	0,12
l^∞	0,11	0,18	0,16

Заключение

Разработан численный алгоритм формирования начального приближения профиля ЭК, который используется в задаче радиотомографии ионосферы низкоорбитальной спутниковой группировкой. Начальное при-

ближение, формирующееся в алгоритме, базируется на распределении Чепмена и представляется в виде произведения двух множителей, отвечающих за широтное и высотное распределения.

Получена приближенная аналитическая



зависимость широтного профиля ЭК от измерений данных ПЭС при межспутниковой схеме их регистрации в плоскости полярной орбиты.

Показано, что для оценки широтного профиля требуется всего два спутника, разнесенных на орбите таким образом, чтобы высота перигея их радиотрассы была ниже высоты максимума ЭК в орбитальном профиле.

Установлено, что широтное распределение вносит наибольший вклад в итоговый результат оценки ЭК.

Выполнено статистическое моделирование, которое показало, что ошибки формирования начального приближения орбитального профиля ЭК ионосферы, при использовании измерения ПЭС, в метрике l^2 лежат в диапазоне от 20 до 55 % (ошибки реконструкции профиля ЭК в метрике l^2 лежат в диапазоне от 8 до 20 %), в то время как ошибки формирования начального приближения моделями NeQuick и IRI-2007 достигают 30 % (ошибки реконструкции профиля ЭК в метрике l^2 лежат в диапазоне от 11 до 20%), а

ошибки формирования начального приближения, когда оно задается постоянной величиной, соответствующей среднему уровню ЭК, достигают 90 % (ошибки реконструкции профиля ЭК в метрике l^2 лежат в диапазоне от 35 до 40 %).

Разработанный алгоритм позволяет использовать реальные измерения ПЭС для формирования начального приближения, тем самым учитывать краткосрочные возмущения в ионосфере, которые напрямую не учитываются моделями NeQuick и IRI-2007.

Кроме того, предлагаемый алгоритм обладает более простой математической реализацией, чем эти модели, и требует меньшего объема входных данных, позволяя решать задачу формирования начального приближения на борту.

Работа выполнена в рамках проекта FSSS-2020-0018, финансируемого из средств государственного задания, для победителей конкурса научных лабораторий образовательных организаций высшего образования, подведомственных Минобрнауки России.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Куницын В.Е., Терещенко Е.Д., Андреева Е.С.** Радиотомография ионосферы. М.: Физматлит, 2007. 336 с.
2. **Николаев П.Н.** Метод реконструкции электронной концентрации в ионосфере по схеме регистрации данных спутник-спутник // 15-я Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные космические исследования». Сб. трудов. Под ред. А.М. Садовского. Сер. «Механика, управление и информатика». М.: ИКИ РАН, 2018. С. 73–80.
3. **Филонин О.В., Николаев П.Н.** Алгоритм свертки как метод восстановления двумерного распределения электронной концентрации ионосферы в плоскости орбиты группировки спутников // Известия вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62. № 5. С. 462–469.
4. **Austen J.R., Franke S.J., Liu C.H.** Ionospheric imaging computerized tomography // Radio Science. 1988. Vol. 23. No. 3. Pp. 299–307.
5. **Афраймович Э.Л., Пирог О.М., Терехов А.И.** Диагностика крупномасштабных структур высокоширотной ионосферы на основе томографической обработки сигналов навигационных ИСЗ и данных ионосферных станций. Препринт СибИЗМИР СО АН СССР, 1989. 18 с.
6. **Романов А.А., Трусов С.В., Аджалова А.В., Романов А.А., Урличич Ю.М.** Способ мониторинга вертикального распределения электронной концентрации ионосферы. Патент РФ № 2445652; опубл. 20.03.2012; бюлл. № 8.
7. **Романов А.А., Трусов С.В., Новиков А.В., Аджалова А.В., Романов А.А., Селин В.А.** Восстановление двумерного распределения электронной концентрации ионосферы в плоскости орбиты низкоорбитальных ИСЗ на основе анализа характеристик когерентного излучения // Вопросы электромеханики. Труды НПП ВНИИЭМ. М.: ФГУП «НПП ВНИИЭМ», 2009. Т. 111. С. 37–42.
8. **Raymund T. D., Austen J.R., Franke S.J.,**

Lin C.H., Klobuchar J.A., Sralker J. Application of computerized tomography to the investigation of ionospheric structures // *Radio Science*. 1990. Vol. 25. No. 5. Pp. 771–789.

9. **Heaton J.A., Jones G.O., Kersley L.** Toward ionospheric tomography in place Antarctica: first steps and comparison with dynasonde observations // *Antarctic Science*. 1996. Vol. 8. No. 3. Pp. 297–302.

10. **Mitchell C.N., Kersley L., Heaton J.A.T., Pryse S.E.** Determination of the vertical electron-density profile in ionospheric tomography: experimental results // *Annales Geophysicae*. 1997. Vol. 15. No. 6. Pp. 747–752.

11. **Терещенко Е.Д., Худукон Б.З., Романова Н.Ю., Галахов А.А., Мельниченко Ю.А., Сухоруков В.М.** Радиотомографические наблюдения электронной плотности ионосферы на меридиане архипелага Шпицберген – Кольский полуостров – Карелия // *Письма в ЖЭТФ*. 2003. Т. 78. № 11. С. 1221–1222.

12. **Romanov A.A., Trusov S.V., Romanov A.A.** Automated information technology for iono-

sphere monitoring on the low-orbit navigation satellite signals // *The 4th PICES Workshop on the Okhotsk Sea and Adjacent Areas (August 27–29, 2008, Abashiri, Japan)*. Pp. 203–207.

13. **Романов А.А., Романов А.А., Трусов С.В., Урличич Ю.М.** Спутниковая радиотомография ионосферы. М.: Физматлит, 2013. 296 с.

14. International Reference Ionosphere. Режим доступа: <http://irimodel.org> (Дата обращения 17.07.2019).

15. **Zolesi B., Cander L.R.** Ionospheric prediction and forecasting. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2014. 240 p.

16. **Wen W., Kalkan E.** System identification based on deconvolution and cross correlation an application to a 20-story instrumented building in Anchorage, Alaska // *Bulletin of the Seismological Society of America*. 2017. Vol. 107. No. 2. Pp. 718–740.

17. **Giovanni G.Di, Radicella S.M.** An analytical model of the electron density profile in the ionosphere // *Advances in Space Research*. 1990. Vol. 10. No. 11. Pp. 27–30.

Статья поступила в редакцию 17.07.2019, принята к публикации 27.07.2020.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

НИКОЛАЕВ Петр Николаевич – кандидат физико-математических наук, ассистент межвузовской кафедры космических исследований Самарского национального исследовательского университета имени академика С.П. Королева, г. Самара, Российская Федерация.

443086. Российская Федерация, г. Самара, Московское шоссе, 34
nikolaev.pn@ssau.ru

REFERENCES

1. **Kunitsyn V.E., Tereshchenko E.D., Andreeva E.S.**, Radiotomografiya ionosfery [Radio-tomography of ionosphere], Fizmatlit, Moscow, 2007. (in Russian)

2. **Nikolaev P.N.**, Method for reconstruction ionospheric electron density under inter-satellite data registration scheme, Proceedings of the XV Young Scientists Conference “Fundamental and Applied Space Researches”, Ed. A.M. Sadovskii, IKI RAN, Moscow, April 11–13, 2018, (2018) 73–80. (in Russian)

3. **Filonin O.V., Nikolayev P.N.**, Convolution algorithm as the method for reconstruction of

two-dimensional electron density distribution in the satellite constellation orbital plane, *Journal of Instrument Engineering*. 62 (5) (2019) 462–469. (in Russian)

4. **Austen J.R., Franke S.J., Liu C.H.**, Ionospheric imaging computerized tomography, *Radio Science*. 23 (3) (1988) 299–307.

5. **Afraymovich E.L., Pirog O.M., Terekhov A.I.**, Diagnostics of large-scale structures of the high-latitude ionosphere based on tomographic signal processing of navigation satellites and data of ionospheric stations, Preprint of Siberian Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio



Wave Propagation, 1989.

6. **Romanov A.A., Trusov S.V., Adzhalova A.V., et al.**, Method of monitoring vertical distribution of ionospheric electron concentration, Pat. No. 2445652; Russian Federation, MPK G01V 3/12 (2006.01) G01S 13/95 (2006.01); Otkrytoe aktsionernoe obshchestvo "Rossijskaja korporatsija raketno-kosmicheskogo priborostroeniya i informatsionnykh sistem" (OAO "Rossijskie kosmicheskie sistemy") (RU) is a declarant and patentee. No. 2010126414/28, publ. 20.03.2012, Bull. No. 8.

7. **Romanov A.A., Trusov S.V., Novikov A.V., et al.**, Reconstruction of the two-dimensional distribution of the electron concentration of the ionosphere in the orbital plane of low-orbit satellite based on the analysis of the characteristics of coherent radiation, Electromechanical Matters, VNIEM Studies, Moscow. 111 (2009) 37–42. (in Russian)

8. **Raymund T. D., Austen J.R., Franke S.J., et al.**, Application of computerized tomography to the investigation of ionospheric structures, Radio Science. 25 (5) (1990) 771–789.

9. **Heaton J.A., Jones G.O., Kersley L.**, Toward ionospheric tomography in place Antarctica: first steps and comparison with dynasonde observations, Antarctic Science. 8 (3) (1996) 297–302.

10. **Mitchell C.N., Kersley L., Heaton J.A.T., Pryse S.E.**, Determination of the vertical electron-density profile in ionospheric tomography: experimental results, Annales Geophysicae. 15 (6)

(1997) 747–752.

11. **Tereshchenko E.D., Khudukon B.Z., Romanova N.Y., et al.**, Radiotomographic observations of the ionosphere electron density at the Spitsbergen Archipelago-Kola Peninsula-Karelia meridian, Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 78 (11) (2003) 707–708.

12. **Romanov A.A., Trusov S.V., Romanov A.A.**, Automated information technology for ionosphere monitoring on the low-orbit navigation satellite signals, Proceedings of the 4th PICES Workshop on the Okhotsk Sea and Adjacent Areas (August 27–29, 2008, Abashiri, Japan). 203–207.

13. **Romanov A.A., Romanov A.A., Trusov S.V., Urlichich Yu.M.**, Sputnikovaya radiotomografiya ionosfery [Satellite radio tomography of the ionosphere], Moscow, Fizmatlit, 2013.

14. International Reference Ionosphere, <http://irimodel.org>. Accessed July 17, 2019.

15. **Zolesi B., Cander L.R.**, Ionospheric prediction and forecasting, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 2014.

16. **Wen W., Kalkan E.**, System identification based on deconvolution and cross correlation an application to a 20-story instrumented building in Anchorage, Alaska, Bulletin of the Seismological Society of America. 107 (2) (2017) 718–740.

17. **Giovanni G.Di, Radicella S.M.**, An analytical model of the electron density profile in the ionosphere, Advances in Space Research. 10 (11) 27–30.

Received 17.07.2019, accepted 27.07.2020.

THE AUTHOR

NIKOLAEV Petr N.

Samara National Research University

34 Moskovskoye Ave., Samara, 443086, Russian Federation

nikolaev.pn@ssau.ru