

DOI: 10.18721/JEST.26304
УДК 620.178

Т.Н. Нгуен, Г.С. Коленко

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

АНАЛИЗ МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ И РАБОТОСПОСОБНОСТИ ЛОПАТКИ ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ ПРИ НАЛИЧИИ ТРЕЩИНЫ

В исследовании и прогнозировании развития усталостных трещин в высоконагруженных элементах энергетических машин знание механизма разрушения материалов имеет ключевую роль. Это знание включает в себя различные модели зарождения и развития трещин, модели формирования траектории движения фронта трещины, а также модели локального разрушения. Выбор того или иного типа механизма трещинообразования определяется напряженным состоянием (и, в том числе, уровнем амплитуд напряжений) в интересующем локальном объеме материала исследуемой детали. Модели трещинообразования и разрушения материала позволяют оценить величину местных напряжений в условиях самоорганизованной системы превращения и изменения энергии элементов структурного взаимодействия материала. Одной из причин, влияющих на работоспособность и ресурс рабочих лопаток газовых турбин, является образование трещин на поверхности пера лопатки. Целью данной работы является изучение закономерностей процесса развития трещины на поверхности турбинной лопатки расчетными методами с помощью пакета Ansys Mechanical.

Ключевые слова: разрушение, механика разрушения, работоспособности лопатки, трещина, усталостная трещина.

Ссылка при цитировании:

Нгуен Т.Н., Коленко Г.С. Анализ механики разрушения и работоспособности лопатки газовой турбины при наличии трещины // *Материаловедение. Энергетика.* 2020. Т. 26, № 3. С. 56–69. DOI: 10.18721/JEST.26304

Это статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

T.N. Nguyen, G.S. Kolenko

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

ANALYSIS OF THE FRACTURE MECHANICS AND WORKABILITY OF A GAS TURBINE BLADE IN THE PRESENCE OF A CRACK

In the study and prediction of the development of fatigue cracks in highly loaded elements of energy machines, knowledge of the mechanism of fracture of materials has a key role. This knowledge includes various models of nucleation and development of cracks, models of the formation of the trajectory of the crack front, and also models of local fracture. The choice of the crack formation mechanism of one type or another is determined by the stress state (including the level of stress amplitudes) in the local volume of material of interest for the part under study. Models of cracking and fracture of the material allow us to estimate the magnitude of local stresses in a self-organized system of transformation and change in the energy of the elements of the structural interaction of the material. One of the reasons affecting the performance and resource of the working blades of gas turbines is the formation of cracks on the surface of the

feather blades. The aim of this work is to study the laws of the process of crack development on the surface of a turbine blade by calculation methods using the Ansys Mechanical package.

Keywords: destruction, mechanics of destruction, blade health, crack, fatigue crack.

Citation:

T.H. Nguyen, G.S. Kolenko, Analysis of the fracture mechanics and workability of a gas turbine blade in the presence of a crack, *Materials Science. Power Engineering*, 26 (03) (2020) 56–69, DOI: 10.18721/JEST.26304

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение. Надежная работа газовых турбин в значительной мере зависит от работоспособности их лопаточного аппарата, прежде всего лопаток первых ступеней, находящихся в области наиболее высокой температуры. Уровень начальной температуры газа в энергетических газовых турбинах равен 960...1060 °С. Температура материала лопаток газовых турбин достигает 0.8 от температуры плавления, сама лопатка к тому же находится в напряженном состоянии. Сопловые лопатки 1-й ступени испытывают действие изгибных напряжений, вызванных потоком газа. Их величина находится в пределах 50...80 МПа.

В еще более сложном напряженном состоянии находятся рабочие лопатки турбин, которые подвергаются одновременно воздействию растягивающих (центробежных), изгибных и динамических вибрационных нагрузок.

Знакопеременные напряжения в лопатках 1-й ступени могут составлять 50...100 МПа, а суммарные 150 МПа. В профильной части лопаток последних ступеней суммарные напряжения достигают 350 МПа.

Лопатки компрессора и газовой турбины являются неотъемлемыми элементами газотурбинной установки, и их поломки могут приводить к катастрофическим повреждениям проточной части. Meher-Nomji и Gabriles [1] определили и перечислили основные механизмы разрушения лопаток газовых турбин, такие как HCF (high cycle fatigue, многоцикловая усталость), LCF (low cycle fatigue, малоцикловая усталость), термомеханическая усталость, воздействие рабочей среды (окисление, сульфидирование, коррозия), повреждение из-за ползучести, эрозии и износа, ударное повреждение (из-за попадания постороннего предмета в проточную часть), а также комбинации вышеперечисленных механизмов отказа. Согласно исследованию [2, 3], многоцикловая усталость, в основном, вызвана аэродинамическими возбуждениями (частоты, кратные производению частоты вращения на число сопловых или рабочих лопаток) или автоколебательными процессами (флаттером лопаток).

В то время как в последние годы особое внимание уделялось анализу усталостных отказов турбинных лопаток, вызванных развитием микротрещин, на основе статистических данных об отказах, благодаря достижениям в трехмерном моделировании процесса разрушения, были приняты усилия для численного прогнозирования характеристик распространения трещин в лопатках [4].

Целью данной работы являлось изучение закономерностей протекания процесса роста трещины на основе анализа характера разрушения турбинной лопатки, а также сравнение результатов расчета а) для модели лопатки при наличии трещины и б) для модели лопатки без трещины.

Постановка задачи

С целью количественного и качественного сравнения и анализа особенностей развития трещины в материале в двух указанных выше вариантах турбинной лопатки требовалось выполнить следующие задачи.

1. Построить численную сеточную модель: а) турбинной лопатки с трещиной на поверхности, а также б) целой турбинной лопатки без дефектов.
2. Проанализирована работоспособность лопатки при наличии трещины на поверхности.
3. Сравнение результатов состояния лопатки без трещины и при наличии трещины.

Таблица 1

**Геометрические параметры лопатки турбины
и механические свойства материала лопатки**

Table 1

**The geometric parameters of the turbine blades
and the mechanical properties of the material of the blades**

Длина X	54 мм
Длина Y	57 мм
Длина Z	162 мм
Объем	10 ⁵ мм ³
Масса	0.83 kg
Предел текучести	441 МПа
Предел прочности	647 МПа

Сеточная модель лопатки газовой турбины была построена с использованием геометрической модели, представленной на рис. 1. Распределения характеристик материала лопатки – коэффициентов интенсивности напряжений K_I , K_{II} и K_{III} – были проанализированы с помощью программного обеспечения Ansys Mechanical [5, 6].

Для расчета были заданы следующие граничные условия:

- Центробежная сила: 5000 Н;
- Температура испытаний: 20°C
- Материал лопатки – сталь 20X13;
- $E = 2 \cdot 10^5$ (МПа);
- $\nu = 0,3$ – Коэффициент Пуансона;

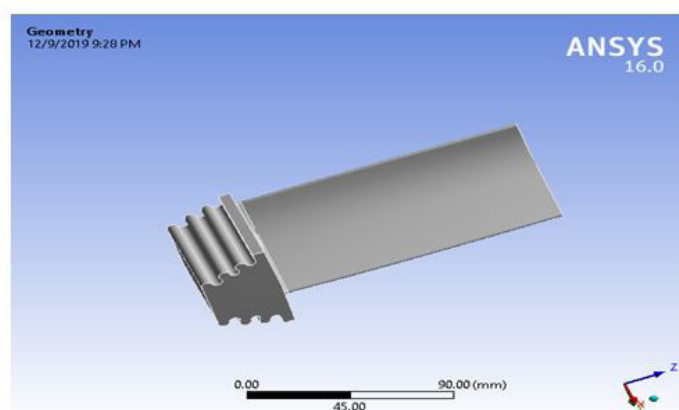


Рис. 1. Твёрдотельная модель лопатки

Fig. 1. Solid model of blades

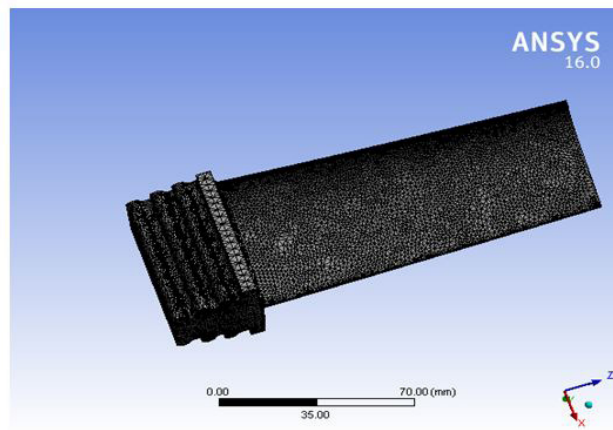


Рис. 2. Конечно-элементная модель исследуемой лопатки

Fig. 2. The finite element model of the blade

- На поверхностях зубьев хвостовика лопатки было задано условие неподвижного контакта с диском и условие закрепление *fixed support* (ограничение перемещений по трём осям);
- Число узлов сетки – 129911; число элементов сетки – 76192.

Основы традиционной механики разрушения:

В традиционной механике разрушения используется энергетический, математический подход, а именно:

1. Для распространения трещины необходима энергия.
2. Поля напряжений и деформация на вершине трещины определяются коэффициентами интенсивности напряжений (КИН) [7].

Таким образом, в традиционной механике разрушения рассматриваются три основных параметра, характеризующих процесс распространения трещины:

K: Коэффициенты интенсивности напряжений (КИН – SIFs);

G: Скорость высвобождения энергии;

J: J – Интеграл.

Модели разрушения:

Основные виды смещений берегов трещин показаны на рис. 4.

Коэффициенты интенсивности напряжений описывают интенсивность напряжений в случае наличия трещин как функционально зависимую величину от: размера трещины; геометрии; напряжений, присутствующих на некотором отдалении от трещины [8].

Поэтому в общем случае, рассматривая простое одноосное растяжение (усилие прикладывается перпендикулярно фронту трещины, рис. 3 – I), мы увидим, что коэффициент интенсивности напряжений при таком режиме нагружения K_I можно выразить следующей зависимостью [9]:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a},$$

где σ – источник напряжения на некотором удалении от дефекта; a – полная длина трещины [10].

Для того чтобы точно вычислить влияние пластических деформаций на величину G, нужно получить точное решение упругопластической задачи о поле напряжений при вершине трещины. Такое решение пока не получено, однако существует косвенный метод, в основе которого лежит J-интеграл [11].

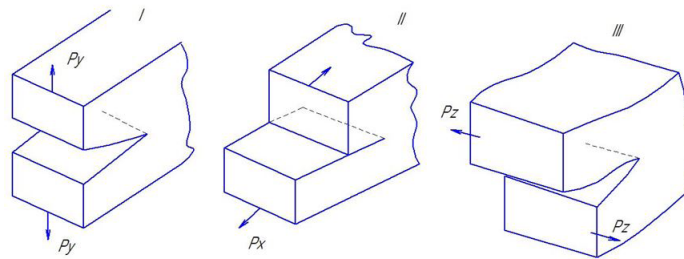


Рис. 3. Виды трещин: I – трещина отрыва или нормального разрыва ($K_I = \sigma_y \sqrt{\pi l}$);

II – трещина поперечного сдвига ($K_{II} = \tau_{yx} \sqrt{\pi l}$);

III – трещина продольного (антиплоского) сдвига ($K_{III} = \tau_{yz} \sqrt{\pi l}$)

Fig. 3. Types of cracks: I – crack separation or normal fracture ($K_I = \sigma_y \sqrt{\pi l}$);

II – transverse shear crack ($K_{II} = \tau_{yx} \sqrt{\pi l}$);

III – longitudinal (anti-flat) shear crack ($K_{III} = \tau_{yz} \sqrt{\pi l}$)

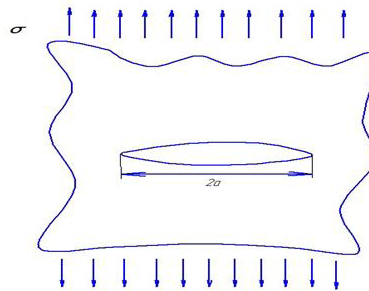


Рис. 4. Размера трещины и напряжений, присутствующих на некотором отдалении от трещины

Fig. 4. The size of the crack and the stresses present at some distance from the crack

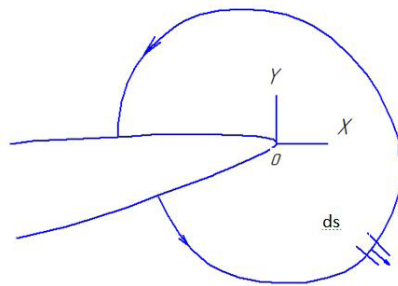


Рис. 5. J-интеграл замкнутого контура G

Fig. 5. J-integral closed contour G

$$J = \int_{\Gamma} (w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds),$$

где w – плотность энергии деформации, T_i – компоненты вектора напряжений, u_j – компоненты вектора перемещений, ds – часть замкнутого контура G .

В трёхмерных конструкциях с трещинами напряжённо-деформированное состояние приближается асимптотически к условиям плоской деформации лишь у линии фронта. Поэтому использование двумерного J-интеграла возможно лишь в том случае, когда контур интегрирования выбирается в непосредственной близости от точки фронта трещины [12].

Кроме этого, энергия деформаций единицы объёма равна

$$W = W(x, y) = W(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}.$$

Можно показать, что если Γ — замкнутый контур, то $J = 0$. Характерной особенностью J-интеграла является его независимость от формы и размеров контура Γ (контур может быть как очень малым, так и совпадать с границей тела). Контур Γ может оказаться внутри пластической зоны, пересекать её или быть вне её — во всех случаях значение J-интеграла остаётся неизменным [13].

Внедрение трещины в сеточную модель инструментами пакета Ansys Mechanical

В настоящее время хорошо разработаны методы вычисления параметров механики разрушения лишь применительно к решению плоской задачи (при условиях плоской деформации или плоского напряжённого состояния). Однако трещины, возникающие в реальных конструкциях, имеют трёхмерный характер, что в значительной степени затрудняет определение коэффициента интенсивности напряжений и J-интеграла. В этом случае значения данных параметров могут изменяться вдоль фронта трещины.

Трещина в среде ANSYS Mechanical может быть определена с помощью инструмента Crack object, который позволяет задать параметры полуэллиптической и эллиптической стандартной трещины, внедрить ее в указанное место на трехмерной модели, а затем рассчитать ее характеристики с точки зрения механики разрушения [14].

Просмотр распределений параметров механики разрушения в трещине и ее окрестности проводится с помощью инструмента Fracture Tool, который позволяет рассчитать коэффициенты интенсивности напряжений (K_1 , K_2 , K_3) для разных типов разрушения и J-Интеграл (JINT) [15].

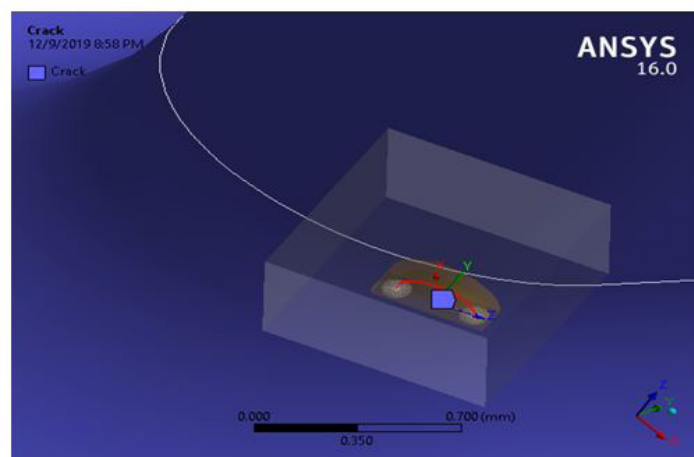


Рис. 6. Контур трещины
Fig. 6. The contour of the crack

В сеточную модель лопатки была внедрена модель трещины со следующими геометрическими параметрами: длина – 0.15 мм, глубина – 0.1 мм и максимальный радиус контура – 0.05 мм. Координаты точки центра трещины: (–19.705, –23.272, 2.2726). Трещина проецировалась на криволинейную поверхность лопатки. Рассматриваемая сеточная модель трещины является радиально-кольцевой со сгущением ближе к вершине.

Модель трещины, область с эллиптической трещиной создана с помощью инструментария CRACK в модуле Static Structural.

В результате образовалась конечно-элементная модель с эллиптической трещиной. Область с трещиной с радиально-кольцевой структурой показана на рис. 8г). Из рис. 8а,б видно, что в очень большом объеме лопатки выдерживает большое количество циклов больше чем миллион, но в некоторых областях количество циклов сильно меньше, при наличии трещины, минимальное число циклов нагружения до разрушения $N = 1959$ циклов, в то время как для целой лопатки этот минимум составил $N = 3,4 \cdot 10^5$.

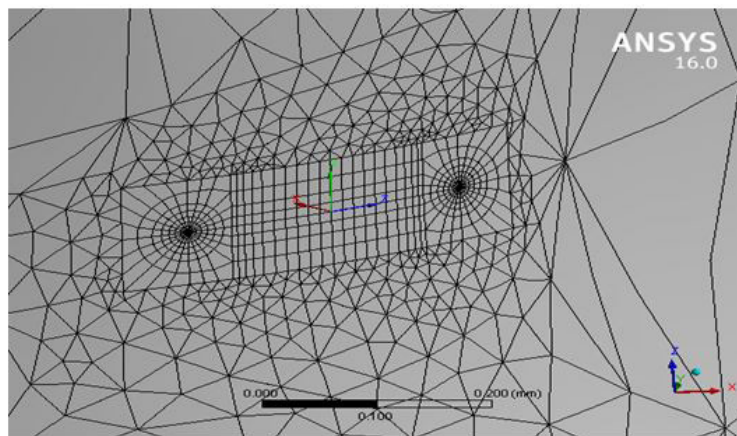


Рис. 7. Сгущение сеточной модели в окрестности трещины
 Fig. 7. The refinement of the mesh model in the vicinity of the crack

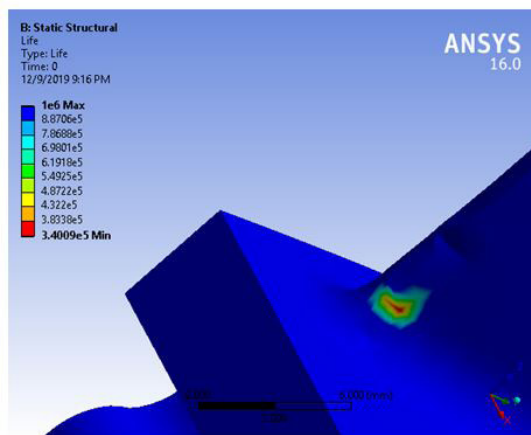


Рис. 8а. Распределение значений числа циклов до разрушения лопатки при отсутствии трещины
 Fig. 8а. The distribution of the number of cycles to the destruction of the blade in the absence of cracks

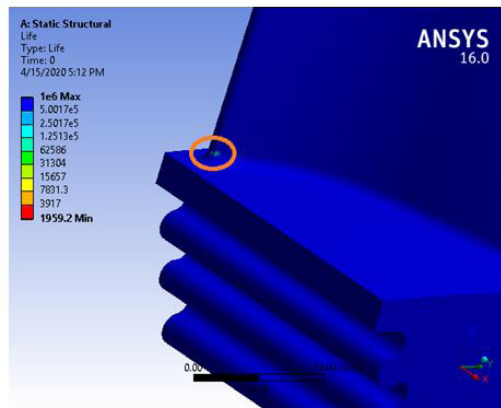


Рис. 8б. Распределение значений числа циклов до разрушения лопатки при наличии трещины
Fig. 8b. The distribution of the number of cycles to the destruction of the blade in the presence of a crack

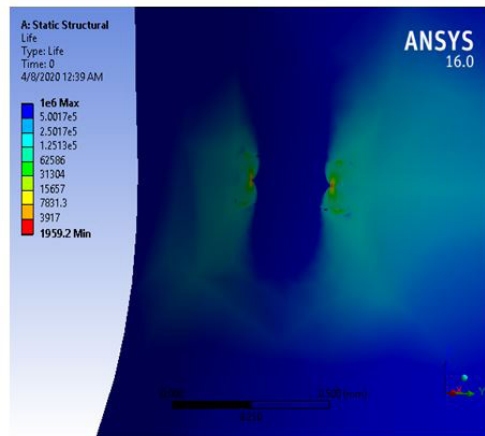


Рис. 8в. Место внешней области при наличии трещины
Fig. 8c. The location of the outer area in the presence of a crack

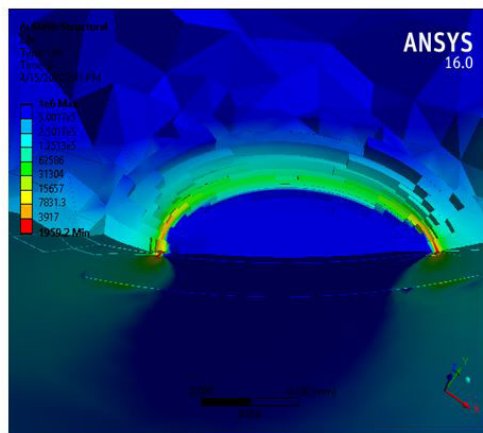


Рис. 8г. Место внутреннего поля распределения значений числа циклов до разрушения лопатки при наличии трещины
Fig. 8g. The place of the inner area of the distribution of the values of the number of cycles until the destruction of the blade in the presence of a crack

Число циклов нагружения, при котором происходит разрушение материала, называется предельным. Уравнение для вычисления числа циклов до разрушения [16]:

$$\varepsilon_p N^a = M,$$

где ε_p – пластическая деформация за цикл; N – число циклов до разрушения; M, a – константы материала. Численный расчет производился по модели МЦУ (много-циклового усталости).

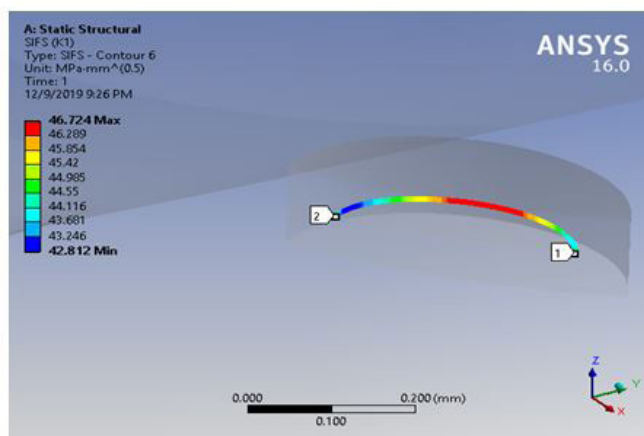


Рис. 9. Эпюра значений коэффициента интенсивности напряжений на одном из выбранных контуров трещины
 Fig. 9. The plot of the values of the coefficient of stress intensity on one of the selected contours of the crack

Параметры механики разрушения выводятся вдоль всего фронта трещины. Точки 1 и 2 в графическом окне соответствуют началу и концу фронта трещины [17]. Стартовая точка фронта трещины обозначается началом отсчета в графическом окне. Конец фронта соответствует максимальному расстоянию вдоль фронта трещины.

На рис. 10 показано распределение вдоль выбранных контуров трещины значений интеграла. J-интеграл (JINT) вычисляется численным интегрированием по контуру [18].

Максимальную величину J-интеграл принимает в средней части шестого контура: 0,00989 мДж/мм², длине $a_1 = 0,175$ мм, а минимальное значение J-интеграл принимает в конце первого контура: 0,0081843 мДж/мм² при соответствующей длине трещины $a_1 = 0,344$ мм.

На рис. 11 можно видеть распределение величины K_1 вдоль каждого из шести контуров при разрушении раскрытием. Максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений K_1 принимает на шестом контуре: 46,724 МПа×мм^{1/2} на длине трещины $a = 0,181$.

K_2 – коэффициент интенсивности напряжения для условий нагрузки, при которых края трещины смещаются в плоскости трещины нормально относительно фронта распространения трещины (также известна как поперечно-сдвиговая мода деформации). Максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений K_2 находится в третьем контуре 2,5665 МПа×мм^{1/2} при полной длине трещины $a = 0,375$ мм.

K_3 – коэффициент интенсивности напряжения для условий нагрузки, при котором края трещины смещаются в плоскости трещины параллельно относительно фронта распространения трещины (трещина продольного, антиплоского сдвига, рис. 3). Максимальные значения коэффициент интенсивности напряжений K_3 принимает на шестом, пятом и четвёртом контурах: 6,673 МПа×мм^{1/2} при полной длине трещины $a = 0,375$ мм.

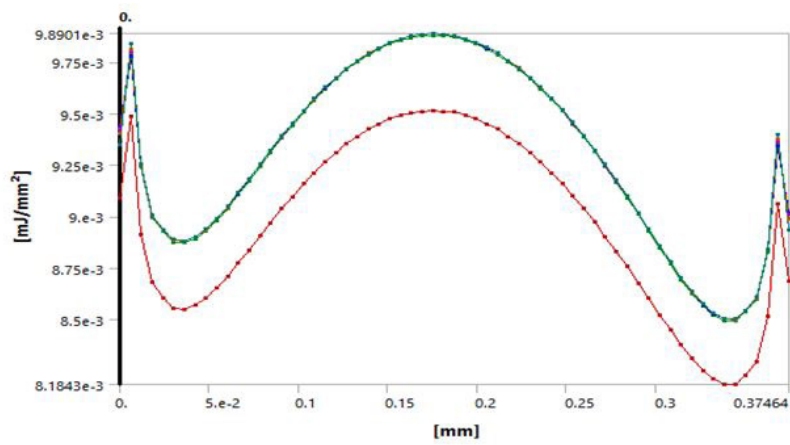


Рис. 10. J-интегралы вдоль фронта трещины для всех 6 контуров
 Fig. 10. J-integrals along the crack front for all 6 contours

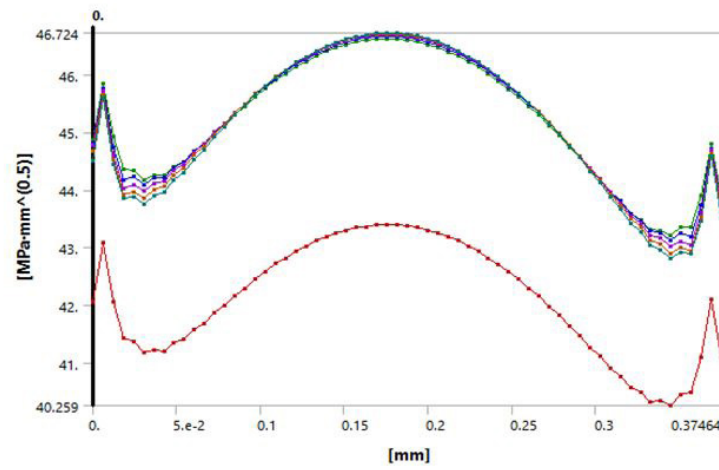


Рис. 11. Значения коэффициентов интенсивности напряжений по I типу разрушения K_I
 Fig. 11. Values of stress intensity factors of type I fracture K_I

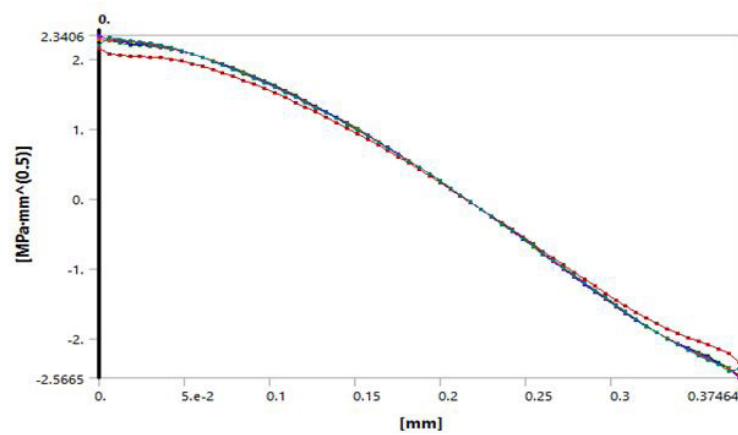


Рис. 12. Значения коэффициентов интенсивности напряжений по II типу разрушения K_{II}
 Fig. 12. Values of stress intensity factors of type II fracture K_{II}

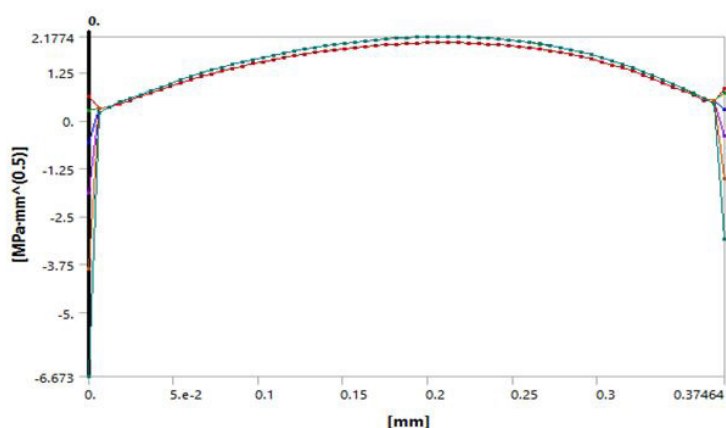


Рис. 13. Значения коэффициентов интенсивности напряжений по III типу разрушения K_3
 Fig. 13. Values of stress intensity factors of type III fracture K_3

Выводы

1) С использованием инструментов механики разрушения Crack Object в приложении Ansys Mechanical, были получены основные параметры механики разрушения (значения J-интеграла по контурам и коэффициенты интенсивности напряжений при вершине трещины) для лопатки газовой турбины при наличии трещины в сечении одной из рабочих лопаток.

2) Из рис. 8а,б видно что при наличии трещины, число минимальное циклов нагружения до разрушения равно $N = 1959$ циклов, в то время как для случая без трещины это число циклов составило $N = 3,4 \cdot 10^5$.

3) Для оценки опасности трещин выполнен трехмерный численный эксперимент, который состоит из моделирования и последующего расчета методом конечного элемента. Определены коэффициента интенсивности напряжений первого, второго и третьего рода и энергетического интеграла с учетом формы трещины. K_{1max} : 46,724 МПа×мм^{1/2} при $a = 0,181$ мм. K_{2max} : 2,5665 МПа×мм^{1/2} при $a = 0,375$ мм. K_{3max} : 6,1774 МПа×мм^{1/2} при $a = 0,375$ мм. Максимальное значение J-интеграла находится в шестом контуре 0,00989 мДж/мм² при полной длине трещины $a = 0,175$ мм, а минимальное значение J-интеграла находится в первом – контуре 0,0081843 мДж/мм² при полной длине трещины $a = 0,344$ мм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Meher-Homji B., Gabriles G. Gas turbine blade failures—causes avoidance and troubleshooting. In: Proceedings of the 27th Turbomachinery Symposium. Texas A&M University, College Station, Texas. 2016, pp. 129–80.
- [2] Ralston F., Michael I.F. Fracture and modal analysis simulation of a gas turbine compressor blade and bladed disk system. 2016.
- [3] Poursaeidi E., Bakhtiari H. Fatigue crack growth simulation in a first stage of compressor blade. Eng Fail Anal. 2014;45:314–25.
- [4] Семенов А.С., Семенов С.Г., Гецов Л.Б. Методы расчетного определения скорости роста трещин усталости, ползучести и термоусталости в поли- и монокристаллических лопатках ГТУ // Проблемы прочности. 2015. № 2. С. 61–87.
- [5] Shukla A., Harsha S.P. An experimental and FEM modal analysis of cracked and normal steam turbine blade. Mater Today Proc. 2015;2(4–5):2056–63.

- [6] **Liu C., Jiang D.** Crack modeling of rotating blades with cracked hexahedral finite element method. *Mech Syst Signal Process.* 2014;46(2):406–23.
- [7] **Fernandes, Sami El-Borgi, Khaled Ahmed, Michael I.** Friswell and Nidhal Jamia Static fracture and modal analysis simulation of a gas turbine compressor blade and bladed disk system. *Ralston. Fernandes et al. Adv. Model. and Simul. in Eng. Sci.* (2016) 3:30 DOI: 10.1186/s40323-016-0083-7 RESEARCH ARTICLE Open Access.
- [8] **Арсеньев Л.В., Тырышкин В.Г.** Стационарные газотурбинные установки. Справочник. – Л.: Машиностроение. 1989. 543 с.
- [9] **Witek L.** Simulation of crack growth in the compressor blade subjected to resonant vibration using hybrid method. *Eng Fail Anal.* 2015;49:57–66.
- [10] **Климов А.Н.** (ИЦ «Газотурбинные технологии, г. Москва). Модернизация ГТЭ-110. LXV научно-техническая сессия по проблемам газовых турбин и парогазовых установок «Фундаментальные проблемы исследований, разработок и реализации научных достижений в области газовых турбин в российской экономике»: сборник докладов, г. Санкт-Петербург, 18-19 сентября 2018 г., ОАО «ВТИ», 2018 г.
- [11] **Shiryayev O.V., Slater J.C., Brown J.** Feasibility of using nonlinear response features for crack detection in turbomachinery components. *AIAA J.* 2016;51(9):2290–4.
- [12] **Скворцов Ю.В., Глушков С.В.** Моделирование несквозных поверхностных трещин в тонкостенных конструкциях. 2011.
- [13] **Николаева Е.А.** Основы механики разрушения. Издательство Пермского государственного технического университета. 2010.
- [14] **Wawrzynek P.A., Carter B.J., Ingrae A.R.** Advances in simulation of arbitrary 3D crack growth using FRANC3D/NG. In: *Proceedings of the 12th International Congress on Fracture ICF12, Inc. Academic Research, Help System, Modal Analysis Guide.* 2015.
- [15] **Kirthan L.J., Hegde R., Suresh B.S., Kumar R.G.** Computational analysis of fatigue crack growth based on stress intensity factor approach in axial flow compressor blades. *Proc Mater Sci.* 2015;5:387–97.
- [16] **Терентьев В.Ф., Петухов А.Н.** Усталость высокопрочных металлических материалов. М.: ЦИАМ, 2013. 515 с.
- [17] **Saito A., Castanier M.P., Pierre C.** Effects of a cracked blade on mistuned turbine engine rotor vibration. *J. Vib. Acoust.* 2006;131(6):061006.
- [18] **Fang X., Tang J., Jordan E., Murphy K.D.** Crack induced vibration localization in simplified bladed-disk structures. *J Sound Vib.* 2015;291(1–2):395–418.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

НГУЕН Нгок Тхуан – *PhD, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, PhD.*
E-mail: nnthuan.sant@yahoo.com

КОЛЕНЬКО Григорий Сергеевич – *аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, без степени.*
E-mail: gidrat@mail.ru

Дата поступления статьи в редакцию: 27.11.2019

REFERENCES

- [1] **B. Meher-Homji, G. Gabriles**, Gas turbine blade failures-causes avoidance and troubleshooting. In: Proceedings of the 27th Turbomachinery Symposium. Texas A&M University, College Station, Texas. 2016, pp. 129–80.
- [2] **Ralston Fernandes, Michael Ian Friswell**, Fracture and modal analysis simulation of a gas turbine compressor blade and bladed disk system. 2016.
- [3] **E. Poursaiedi, H. Bakhtiari**, Fatigue crack growth simulation in a first stage of compressor blade. Eng Fail Anal. 2014;45:314–25.
- [4] **A.S. Semenov, S.G. Semenov, L.B. Getsov**, Metody raschetnogo opredeleniya skorosti rosta treshchin ustalosti, polzuchesti i termoustalosti v poli- i monokristallicheskih lopatkakh GTU // Problemy prochnosti. 2015. № 2. S. 61–87.
- [5] **A. Shukla, S.P. Harsha**, An experimental and FEM modal analysis of cracked and normal steam turbine blade. Mater Today Proc. 2015;2(4–5):2056–63.
- [6] **C. Liu, D. Jiang**, Crack modeling of rotating blades with cracked hexahedral finite element method. Mech Syst SignalProcess. 2014;46(2):406–23.
- [7] **Fernandes, El-Borgi Sami, A. Khaled, I. Michael**, Friswell and Nidhal Jamia Static fracture and modal analysis simulation of a gas turbine compressor blade and bladed disk system Ralston. Fernandes et al. Adv. Model. and Simul. in Eng. Sci. (2016) 3:30 DOI 10.1186/s40323-016-0083-7 RESEARCH ARTICLE Open Access.
- [8] **L.V. Arsenyev, V.G. Tyryshkin**, Stacionarnyye gazoturbinnyye ustanovki. Spravochnik. – L.: Mashinostroyeniye, 1989, 543 s.
- [9] **L. Witek**, Simulation of crack growth in the compressor blade subjected to resonant vibration using hybrid method. Eng Fail Anal. 2015;49:57–66.
- [10] **A.N. Klimov**, (ITs «Gazoturbinnyye tekhnologii, g. Moskva). Modernizatsiya GTE-110. LXV nauchno-tekhnicheskaya sessiya po problemam gazovykh turbin i parogazovykh ustanovok “Fundamentalnyye problemy issledovaniy, razrabotok i realizatsii nauchnykh dostizheniy v oblasti gazovykh turbin v rossiyskoy ekonomike”: sbornik dokladov, g. Sankt-Peterburg, 18-19 sentyabrya 2018 g., OAO “VTI”, 2018 g.
- [11] **O.V. Shirayev, J.C. Slater, J. Brown**, Feasibility of using nonlinear response features for crack detection in turbomachinery components. AIAA J. 2016;51(9):2290–4.
- [12] **Yu.V. Skvortsov, S.V. Glushkov**, Modelirovaniye neskvoznykh poverkhnostnykh treshchin v tonkostennykh konstruktivnykh konstruktsiyakh. 2011.
- [13] **Ye.A. Nikolayeva**, Osnovy mekhaniki razrusheniya. Izdatelstvo Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2010.
- [14] **P.A. Wawrzynek, B.J. Carter, A.R. Ingrae**, Advances in simulation of arbitrary 3D crack growth using FRANC3D/NG. In: Proceedings of the 12th International Congress on Fracture ICF12, Inc. Academic Research, Help System, Modal Analysis Guide. 2015.
- [15] **L.J. Kirthan, R. Hegde, B.S. Suresh, R.G. Kumar**, Computational analysis of fatigue crack growth based on stress intensity factor approach in axial flow compressor blades. Proc Mater Sci. 2015;5:387–97.
- [16] **V.F. Terentyev, A.N. Petukhov**, Ustalost vysokoprochnykh metallicheskih materialov. M.: TsIAM, 2013. 515 s.
- [17] **A. Saito, M.P. Castanier, C. Pierre**, Effects of a cracked blade on mistuned turbine engine rotor vibration. J Vib Acoust. 2006;131(6):061006.
- [18] **X. Fang, J. Tang, E. Jordan, K.D. Murphy**, Crack induced vibration localization in simplified bladed-disk structures. J Sound Vib. 2015;291(1–2):395–418.

THE AUTHORS

NGUYEN Ngoc T. – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*
E-mail: chinhnhan88@gmail.com

KOLENKO Grigoriy S. – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*
E-mail: gidrat@mail.ru

Received: 27.11.2019