

DOI: 10.18721/JPM.13406
 УДК 532.5:536.24

ВЛИЯНИЕ УГЛА НАКЛОНА ЛОКАЛЬНО НАГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ТЕПЛООБМЕН ПРИ БИФУРКАЦИИ СВОБОДНОКОНВЕКТИВНОГО ФАКЕЛА

Е.Ф. Храпунов, Ю.С. Чумаков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
 Санкт-Петербург, Российская Федерация

В работе представлены результаты численного моделирования автоколебательного режима свободноконвективного факела, который формируется над слегка наклонной (по отношению к горизонту) поверхностью. Рассматриваются фрагменты течения в пристенной области, анализируются поля распределения компонент скорости. Особое внимание уделено анализу картин распределения мгновенных и осредненных во времени значений коэффициента теплоотдачи α . На основании представленных результатов сделан вывод о существовании оптимального угла наклона поверхности, который обеспечивает наиболее эффективный теплообмен при развитом периодическом режиме течения.

Ключевые слова: свободная конвекция, численное моделирование, бифуркация течения, теплообмен, пуффинг

Ссылка при цитировании: Храпунов Е.Ф., Чумаков Ю.С. Влияние угла наклона локально нагретой поверхности на теплообмен при бифуркации свободноконвективного факела // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2020. Т. 13. № 4. С. 77–88. DOI: 10.18721/JPM.13406

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

INFLUENCE OF THE SLOPE ANGLE OF A LOCALLY HEATED SURFACE ON THE HEAT TRANSFER DURING BIFURCATION OF A PURE THERMAL PLUME

E.F. Khrapunov, Yu.S. Chumakov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
 St. Petersburg, Russian Federation

The results of numerical simulation of the puffing regime of a pure thermal plume, which forms above a slightly inclined (with respect to the horizon) surface have been presented. The flow structure in the near-wall region was investigated and the fields of the velocity components were analyzed. Particular attention was paid to the analysis of the distribution of instantaneous, time- and surface-averaged values of the heat transfer coefficient α . Based on the presented results, it was concluded that there was an optimal angle of inclination of the surface maintaining the most efficient heat transfer with a developed periodic flow regime.

Keywords: natural convection, numerical simulation, bifurcation, heat transfer, puffing

Citation: Khrapunov E.F., Chumakov Yu.S., Influence of the slope angle of a locally heated surface on the heat transfer during bifurcation of a pure thermal plume, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 13 (4) (2020) 77–88. DOI: 10.18721/JPM.13406

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Анализ известных авторам работ, посвященных изучению свободноконвективных течений, показывает, что значительные успехи достигнуты, в первую очередь, при изучении течений, формирующихся вдоль вертикальных нагретых поверхностей, когда вектор ускорения свободного падения \mathbf{g} параллелен нагретой поверхности [1, 2]. Это во многом связано с появившейся во второй половине двадцатого века возможностью описывать подобные течения в рамках приближения пограничного слоя. Возможность численно решать уравнения позволила проводить подробный анализ характеристик как ламинарного, так и развитого турбулентного пограничного слоя.

В свою очередь исследования потоков, формирующихся над горизонтальными, локально нагретыми поверхностями, перпендикулярными вектору \mathbf{g} , — свободноконвективных факелов — долгое время представляло значительные трудности [3, 4]. Для подобных течений над малой частью поверхности (около ее центра) наблюдается восходящее течение, а формирование пристенного слоя над остальной поверхностью происходит под действием благоприятного градиента давления, сформированного восходящей струей. Очевидно, что наличие восходящего течения, а также участка плавного перехода от пристенного слоя к восходящей струе, не позволяет использовать приближение пограничного слоя для описания факела в целом. Такое приближение оказывается справедливым над небольшим участком поверхности, удаленным как от ее кромки, так и от ее центра, а также на значительном удалении от поверхности диска в области развитого восходящего течения. Участок факела, заключенный между этими двумя областями (переходная область) принципиально нельзя описать в рамках указанного приближения. Единственным способом численно определить характеристики потока в этой области долгое время оставалось «сращивание» решений, полученных на участках применимости уравнений пограничного слоя.

В настоящее же время существенно возросший уровень экспериментальных и численных методов позволил описывать течение в целом, не разделяя его на фрагменты, в том числе акцентировать внимание на анализе изменения не только осредненных, но и мгновенных характеристик факела. Была обнаружена, в частности, бифуркация решения, в результате которой устойчивый стационарный режим сменяется устойчивым автоколебательным — пуффингом [6 – 9]. Суть пуффинга, который является частным случаем бифуркации Хопфа, заключается в периодическом разрушении пристенного слоя всплывающими торообразными вихревыми структурами [10]. Известны работы [7, 9], посвященные анализу изменения отдельных характеристик факела при бифуркации, однако влияние параметров нагреваемой поверхности (например, наклон относительно горизонтального положения) на течение в целом остается слабо изученным. Остается невыясненным вопрос о механизме возникновения бифуркации. Практически не изучено обратное влияние колебаний в факеле на характеристики теплообмена с нагреваемой поверхностью. При этом отметим, что структура течения у наклонной нагретой поверхности при отсутствии автоколебательного режима течения является, в целом, подробно описанной [11 – 15].

Первой работой, в которой исследуется влияние угла наклона нагреваемой поверхности на теплообмен, по-видимому, является статья [11], где рассматривается течение, формирующееся у нагреваемой прямоугольной пластины, наклоненной относительно вертикального положения. Установлено, что наклон поверхности на углы до 40° практически не оказывает влияния на характеристики формирующегося свободноконвективного пограничного слоя. В результате сделан вывод о том, что характеристики теплообмена при наклоне можно определять с помощью простой замены модуля вектора \mathbf{g} на модуль его компоненты, параллельной поверхности, в хорошо известных зависимостях, полученных для вертикальных пластин.

В последующих работах было обнаружено, что характеристики течения слабо изменяются и при больших углах наклона [12]. Однако существует предельное значение угла, при котором наблюдается кардинальное изменение структуры потока: на некотором расстоянии от нижней кромки поток отрывается от поверхности, и формируется свободноконвективный факел. Указанное изменение структуры течения, в частности, не позволяет использовать полученные ранее зависимости для описания теплообмена при больших углах наклона поверхности относительно вертикального положения.

Одной из первых работ, в которой исследовалась структура течения над нагреваемой поверхностью, слегка наклоненной по отношению к горизонту, можно считать работу [14]. Температура поверхности варьировалась в широком диапазоне, но так как экспериментальное исследование проводилось в воде, максимальная температура не превышала 368 К. Линии тока визуализировались с использованием алюминиевой пудры, подсвеченной специальным источником. Установлено, что при углах наклона поверхности менее 10° относительно горизонтального положения, точка перехода пристенного слоя в восходящую струю остается на поверхности. При больших углах точка перехода совпадает с граничной точкой пластины. Наиболее актуальные результаты (из известных авторам), представленные в работе [15], также указывают на то, что в случае формирования стационарного свободноконвективного факела, наибольшее влияние на структуру потока оказывает наклон поверхности относительно горизонта на углы до 10° .

Основную роль в существенном влиянии именно малых углов наклона на характеристики факела, на наш взгляд, играет ослабление восходящего течения при формировании потока в пристенной области. При увеличении угла наклона область перехода от пристенного течения к восходящему смещается к краю поверхности, возвышающемуся над горизонтом, и при угле порядка десяти градусов над большей частью поверхности

формируется относительно устойчивое пристенное течение. Угол наклона постепенно перестает влиять на его характеристики. Дальнейшее увеличение этого угла в таком случае приводит к окончательному доминированию пристенного течения.

Цель настоящей работы — получить и проанализировать отдельные мгновенные образы динамических и тепловых полей автоколебательного режима течения свободноконвективного факела, формирующегося над слегка наклонной (в диапазоне углов от 0° до 5° по отношению к горизонту) поверхностью.

В связи с поставленной задачей в работе подробно рассматриваются фрагменты течения в пристенной области, анализируются поля распределения компонент скорости в рамках одного периода пuffsинга. Особое внимание уделено анализу картин распределения мгновенных (в рамках одного периода колебаний) и осредненных во времени значений коэффициента теплоотдачи α .

Постановка задачи

В рамках настоящей работы моделируется свободноконвективное течение, формирующееся над нагретым диском радиуса $R = 95$ мм в неограниченном пространстве. Угол γ , который образует вектор ускорения свободного падения \mathbf{g} с поверхностью диска, варьируется от значения 90° (соответствует случаю горизонтальной поверхности) до значения 85° . Схема расчетной области и система отсчета угла γ представлены на рис. 1,а. Для проведения численного моделирования использовалась платформа ANSYS Fluent, позволяющая решать уравнения Навье — Стокса в приближении Буссинеска для сжимаемой среды. Высота расчетной области составляла $H = 1,5$ м, диаметр области $D = 1$ м.

На основании результатов предварительных экспериментальных исследований, частично представленных в работе [10], был сделан вывод о незначительном вкладе турбулентного перемешивания в процессы, протекающие у поверхности диска при умеренных температурах ее нагрева. По этой причине

моделировался ламинарный трехмерный поток при наличии сопряженного теплообмена между нагреваемым диском и окружающей средой. Теплофизические свойства воздуха в расчетной области оставались постоянными (их значения взяты при комнатной температуре T_a), поскольку их изменения в рассматриваемом диапазоне температур не представляются существенными.

Для основных расчетов использовалась квазиструктурированная сетка, включающая $1,1 \cdot 10^6$ элементов, со сгущением сеточных линий к предполагаемым границам факела и к нижней поверхности расчетной области. Фрагмент расчетной сетки представлен на рис. 1, *b*.

Граничные условия имели следующий вид (см. рис. 1, *a*). Температура нижней поверхности диска задана равной $T_w = 383$ К и остается постоянной в ходе расчета, температура горизонтальной поверхности расчетной области также остается постоянной, равной температуре окружающего воздуха ($T_a = 293$ К). Температура верхней поверхности диска определяется из условия сопряженного теплообмена с прилегающим к поверхности воздухом. На всех остальных границах (боковой и верхней) заданы условия нулевого избыточного давления. При этом на воздух, затекающий в расчетную область через эти границы, наложены ограничения: температура воздуха остается постоянной, равной

293 К, а вектор скорости всегда перпендикулярен соответствующей границе затекания.

В рамках настоящей работы анализируется периодический режим течения, установившийся во времени. В качестве критерия того, что такое установление достигнуто, используется информация об изменении во времени температуры в контрольных точках пристенной области, а также изменение во времени коэффициента теплоотдачи, среднего по поверхности диска (как это показано, например, в работе [10]).

Система координат, используемая при представлении результатов, дана на рис. 1, *a*. Для представления полей скорости используются безразмерные компоненты v_z^* и v_r^* . В качестве масштаба скорости используется отношение коэффициента кинематической вязкости ν к радиусу диска R .

В качестве основного задаваемого параметра для описания свободноконвективных факелов традиционно используется число Грасгофа Gr , определяемое по характерному перепаду температуры – ее разностью между поверхностью и окружающим воздухом – и радиусу диска. Поскольку температура верхней поверхности диска определяется условиями сопряженного теплообмена и заранее неизвестна, то для построения числа Грасгофа используется температура нижней поверхности диска T_w , заданная в качестве граничных условий в рамках численного мо-

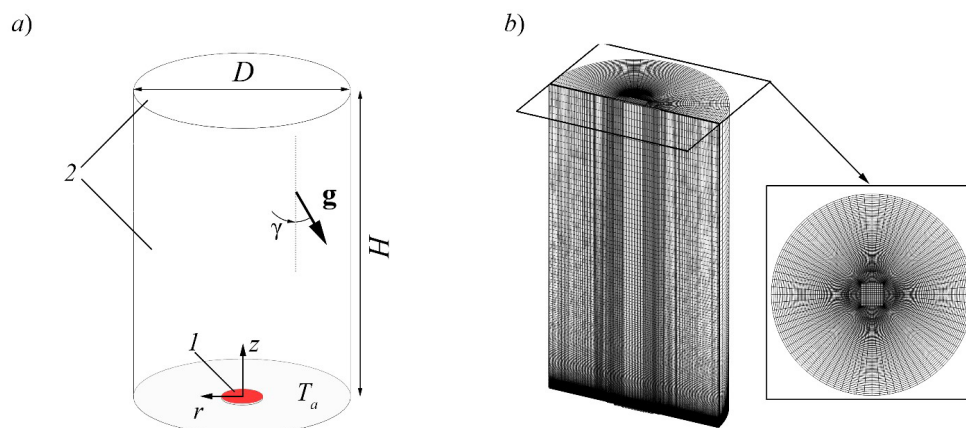


Рис. 1. Схема расчетной области (*a*) и фрагмент расчетной сетки (*b*): *1* – нагреваемый диск (условия сопряженного теплообмена); *2* – свободные границы

делирования. При построении числа Грасгофа учитывается наклон поверхности относительно вектора ускорения свободного падения \mathbf{g} :

$$Gr_\gamma = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_w - T_a) \cdot R^3}{\nu^2} \cdot \cos \gamma, \quad (1)$$

где β – коэффициент теплового расширения воздуха, принимаемый равным $3,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$.

Приводимые результаты соответствуют числу Грасгофа $Gr = 8,65 \cdot 10^6$, определенному по зависимости (1) в случае нулевого угла наклона поверхности.

Анализ результатов

Довольно подробный анализ характеристик стационарных свободноконвективных потоков у наклонных поверхностей, а также представления о бифуркации решения, представленные в работе [10] для случая $\gamma = 0^\circ$, позволяют сформулировать предполагаемую схему рассматриваемого течения. Наличие наклона должно привести к ускорению воздуха в пристенной области [16] и смещению области перехода от пристенного течения к восходящему в сторону соответствующей границы поверхности. При этом ответ на вопрос, сохранится ли бифуркация решения, не очевиден. В то же время восходящий поток, смещенный относительно центра нагреваемой поверхности, может оказаться заметным препятствием для ускорившегося пристенного течения.

Для анализа влияния наклона поверхности на бифуркацию рассмотрим кратко особенности течения для случая, когда угол $\gamma = 0^\circ$ (см. рис. 1).

На рис. 2 представлено изменение характеристик потока в плоскости Orz для $\gamma = 0^\circ$ (случай горизонтальной поверхности) в рамках одного периода колебаний факела, а также распределение мгновенных значений коэффициента теплоотдачи по поверхности диска. Хорошо видно, что вблизи поверхности диска получены симметричные поля распределения осевой и радиальной компонент скорости. В работах [9, 10] также

показано, что течение в приповерхностной области является осесимметричным. Осевая симметрия нарушается ниже по течению (вверх от поверхности диска) в результате развития неустойчивости при подъеме нагретых вихревых структур в окружающем холодном пространстве.

Формирование симметричных вихревых структур приводит к возникновению зон повышения коэффициента теплоотдачи по поверхности диска, что хорошо видно на рис. 2,с. Возникновение области повышения коэффициента теплоотдачи связано с процессами увлечения холодного (температура T_a) воздуха к нагретой поверхности на место оторвавшегося торообразного вихря. Подобный вывод подтверждают результаты исследований, представленные в работах [6, 8].

Обратим внимание, что в каждый из рассмотренных моментов времени на поверхности диска можно выделить область повышения коэффициента теплоотдачи до значений α'_{\max} – максимального значения коэффициента на поверхности диска в данный момент времени. При этом максимальное значение коэффициента за полный период колебаний α^T_{\max} более чем вдвое превосходит значения коэффициента α'_{\max} в случае стационарного факела [17]. В рамках одного периода колебаний область повышения коэффициента теплоотдачи трансформируется: радиус этой области уменьшается, область сжимается к центру диска.

Следует также отметить, что при визуализации коэффициента теплоотдачи, на поверхности диска (в окрестности центра) проявляется необычная структура, не обладающая осевой симметрией (см. рис. 2,с). Данная структура возникает в области центрального призматического сеточного блока (см. рис. 1,б), однако причиной ее возникновения может быть общая топология сетки. Оценка влияния топологии сетки на получаемое решение выходит за рамки настоящей работы (не проводилась).

На рис. 3 представлено изменение характеристик потока в плоскости Orz для $\gamma = 1^\circ$ в рамках одного периода колебаний. Видно,

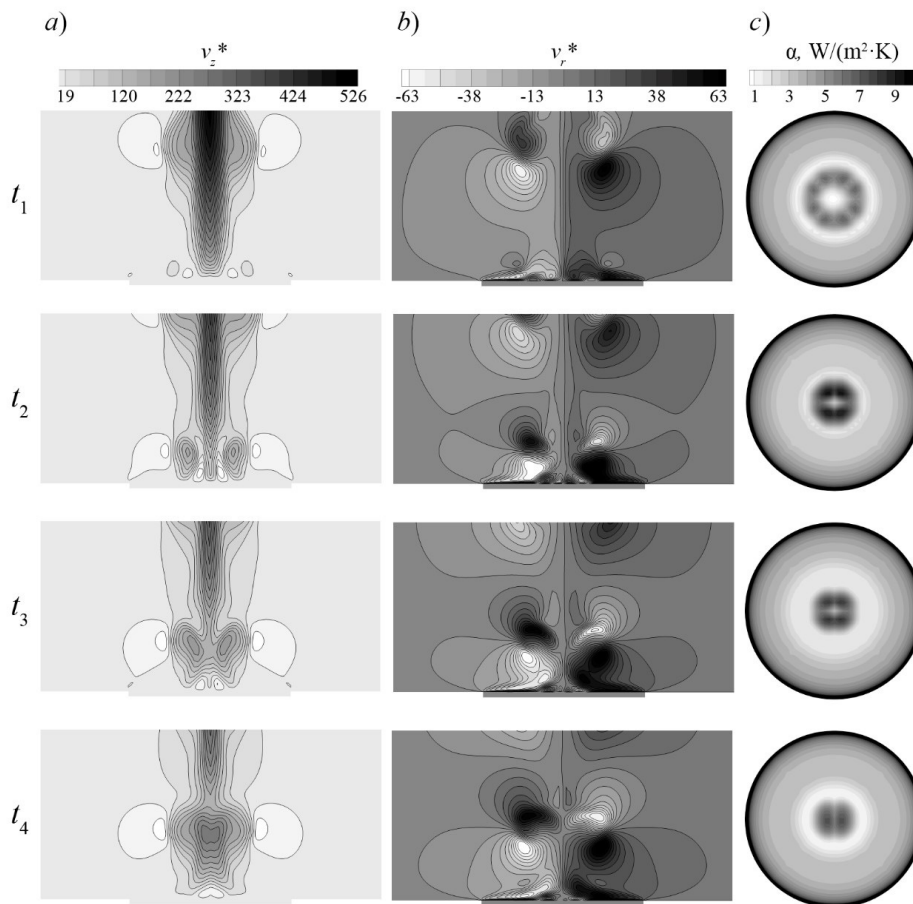


Рис. 2. Изменения осевой (a) и радиальной (b) компонент скорости, а также коэффициента теплообмена (c) в рамках одного периода колебаний при $\gamma = 0^\circ$

что даже небольшой угол наклона поверхности приводит к заметному изменению структуры потока. Для наглядного представления вихревых структур, на полях компоненты v_z^* изображены изоповерхности Q -критерия. Эволюция этих изоповерхностей для случая $\gamma = 0^\circ$ представлена в работе [10]. При этом подчеркнем, что изоповерхности визуализируют не точные формы и размеры вихря, а только часть потока, обладающую наибольшей интенсивностью вихревого движения. Если выделять области с различным уровнем интенсивности вихревого движения, то можно проводить общий анализ изменения характеристик свободноконвективного факела при наклоне поверхности.

Картины течения, представленные на рис. 3, позволяют заключить, что при наклоне горизонтальной поверхности формиру-

ется не осесимметричный вихрь, а две области повышенной интенсивности вихревого движения, разделенные восходящим потоком. При этом в начальный момент времени формируется вихревая структура, расположенная «под» восходящим потоком. Зажатый в этой области воздух нагрет сильнее, чем воздух в пристенном слое, формирующемся с другой стороны от восходящего факела. В результате наблюдается локальное повышение силы Архимеда, и, как следствие, увеличение осевой скорости v_z^* .

При дальнейшем развитии вихревого движения в пространстве над нагреваемой поверхностью формируется «вихревая дорожка», в которой чередуются вихревые структуры с различными наклонами. Заметим, что во все моменты времени в рамках одного периода, в области формирования факела

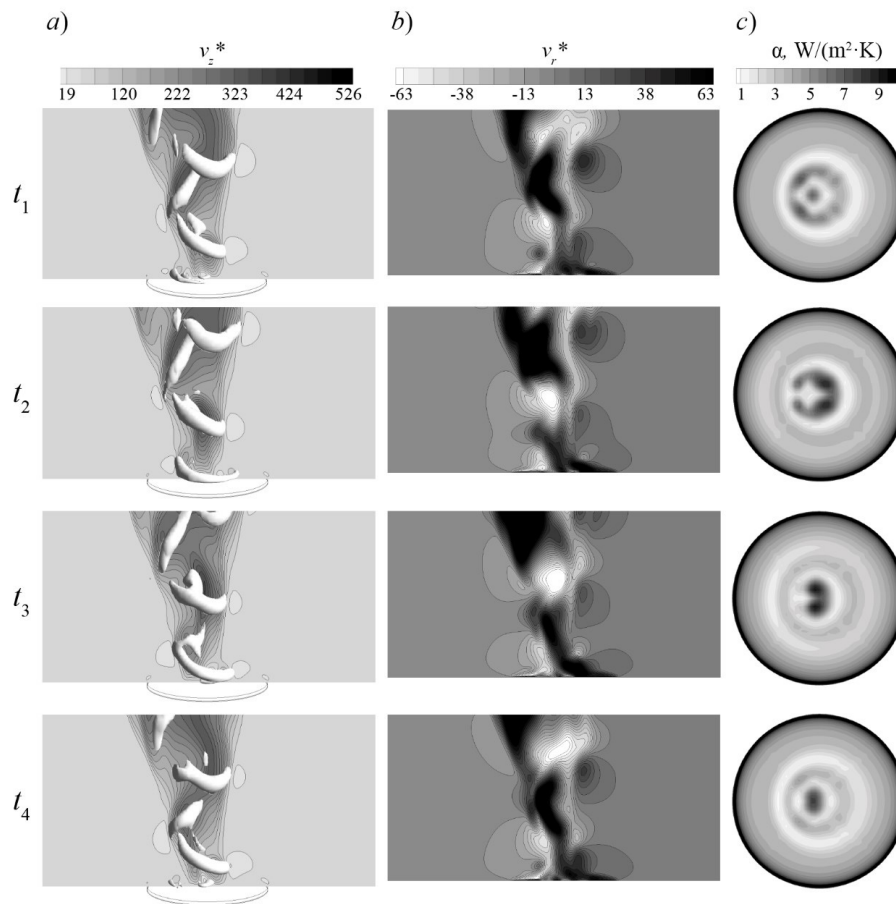


Рис. 3. Изменения осевой (a) и радиальной (b) компонент скорости, а также коэффициента теплообмена (c) при $\gamma = 1^\circ$ в рамках одного периода колебаний

наблюдается наличие разнонаправленных скоростей v_r^* . При этом наклон поверхности, действительно, приводит к ускорению потока и к общему доминированию положительных радиальных скоростей (см. систему координат и отсчета углов на рис. 1) в пристенной области.

Обратимся к анализу особенностей распределения коэффициента теплоотдачи по поверхности диска при наклоне на один градус. Размеры и форма области увеличения коэффициента α существенно изменяются в результате нарушения симметрии течения в пристенной области. Так, на рис. 3, c область максимального значения коэффициента теплоотдачи наблюдается сначала слева, а затем справа от центра диска.

На рис. 4 представлено изменение характеристик потока в плоскости Orz для значения угла $\gamma = 3^\circ$ в рамках одного периода колебаний. По сравнению с предыдущим случаем ($\gamma = 1^\circ$), задержка в формировании двух вихревых структур, разделенных восходящим потоком, становится заметнее. В факеле можно выделить вытянутую вихревую структуру, которая огибает восходящий поток и локализованный вихрь, который оказывается «зажатым» между наклонным факелом и поверхностью диска. Соответствующие вихревые структуры отмечены номерами 1 и 2 на рис. 4. Отметим, что точка перехода пристенного течения в восходящее при $\gamma = 3^\circ$ довольно сильно смещается от центра диска.

Анализ полей распределения коэффициента

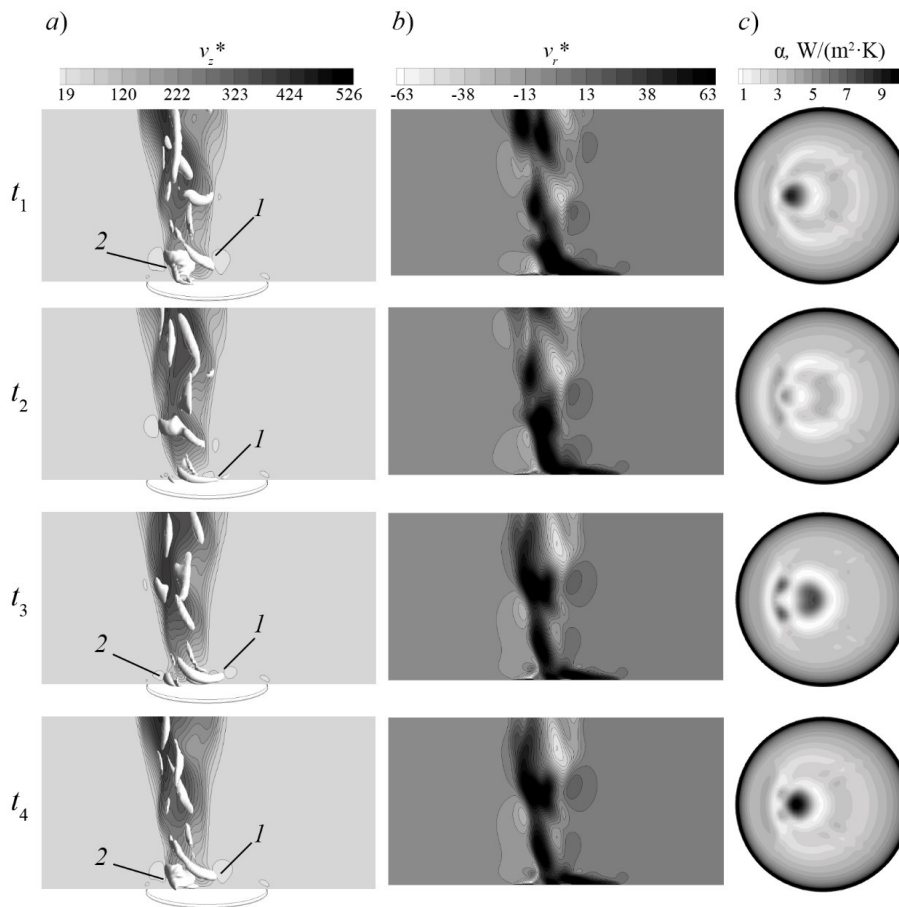


Рис. 4. Изменения осевой (a) и радиальной (b) компонент скорости, а также коэффициента теплообмена (c) в рамках одного периода колебаний при $\gamma = 3^\circ$. Показаны вихревые структуры, огибающая факел (1) и локализованная (2)

ента теплоотдачи позволяет утверждать, что увеличение наклона поверхности приводит к уменьшению размеров областей с повышенными значениями коэффициента α . В рамках одного периода пуффинга можно выделить моменты времени, когда на поверхности диска отсутствует область явно выраженного повышения коэффициента α , что не характерно для меньших углов наклона поверхности. Отметим также, что область значительного роста α в данном случае имеет относительно небольшую протяженность.

Значение угла $\gamma = 5^\circ$ между вектором ускорения свободного падения \mathbf{g} и поверхностью диска (рис. 5), интересно тем, что это, по-видимому, предельный случай наличия устойчивого периодического режима тече-

ния. Точка перехода от пристенного течения к восходящему смещается практически на границу диска. Подобный вывод сделан и в работе [14]. В пристенной области формируется сложное вихревое движение, которое с использованием Q -критерия можно представить в виде отдельных областей повышения интенсивности вихревого движения. В результате есть основание предположить, что над диском формируется большое количество мелких разобренных вихревых структур, которые слабо взаимодействуют друг с другом по мере подъема в окружающем пространстве.

Нарушение первоначальной (наблюдаемой при $\gamma = 0^\circ$) торообразной вихревой структуры, и, следовательно, нарушение характера

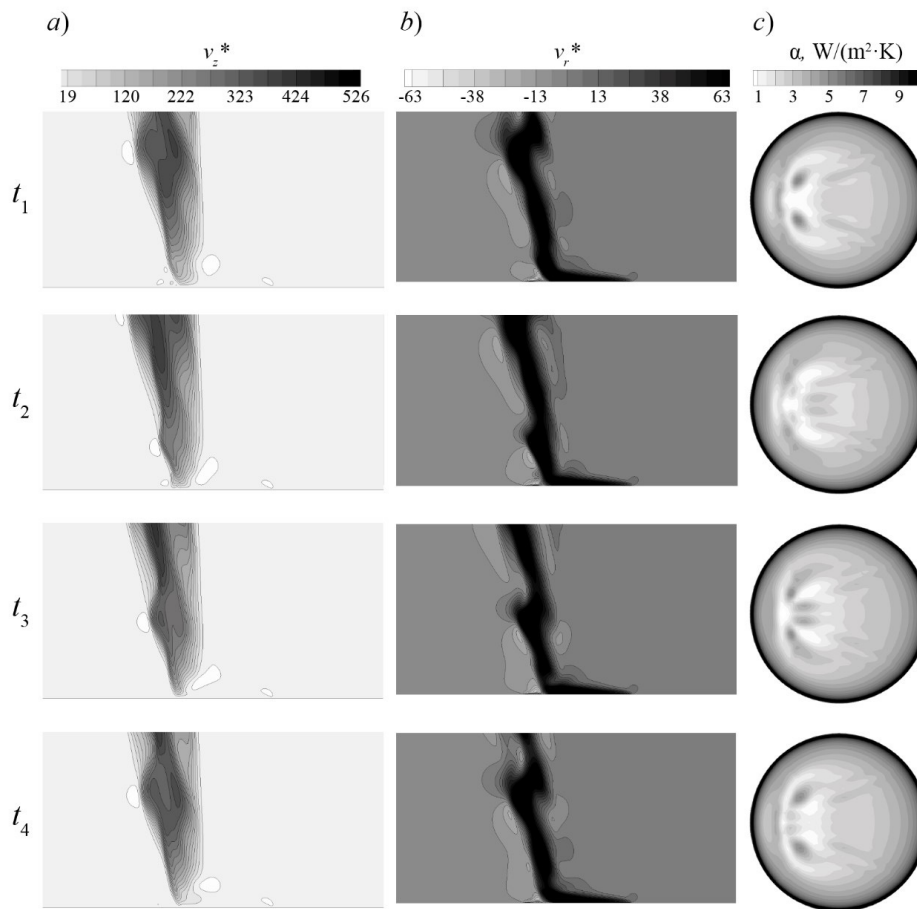


Рис. 5. Изменения осевой (a) и радиальной (b) компонент скорости, а также коэффициента теплообмена (c) при $\gamma = 5^\circ$ в рамках одного периода колебаний

увлечения холодного воздуха к поверхности диска, приводит тому, что на поверхности диска невозможно выделить локализованную область повышения коэффициента α . Действительно, области повышения значений коэффициента теплоотдачи оказываются распределенными по поверхности (см. рис. 5,c). При этом не наблюдается резкого повышения значений α , характерного для меньших углов.

Обычно для практических приложений интерес представляют не столько мгновенные распределения локального коэффициента теплоотдачи, сколько распределение среднего во времени коэффициента α по

поверхности диска, а также значение интегрального по поверхности диска и осредненного по времени коэффициента $\langle \bar{\alpha} \rangle$. В данном случае скобки обозначают осреднение по поверхности диска. Влияние угла наклона горизонтальной поверхности на значение $\langle \bar{\alpha} \rangle$ представлено на рис. 6. Кроме того, для каждого значения $\langle \bar{\alpha} \rangle$ показано распределение α по поверхности диска.

Можно заметить, что зависимость коэффициента $\langle \bar{\alpha} \rangle$ от угла наклона γ не является монотонной, имеется ярко выраженный максимум в окрестности угла наклона $\gamma \approx 1^\circ$, т.е. при таком значении наблюдается увеличение интенсивности теплообмена.

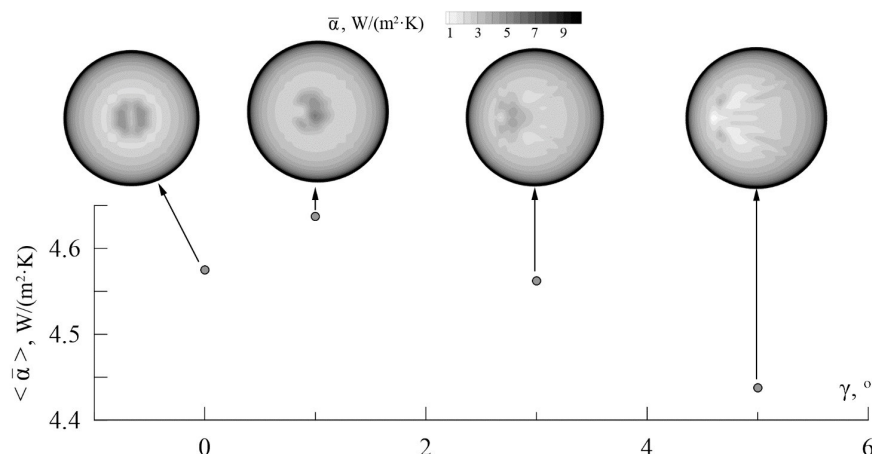


Рис. 6. Влияние угла наклона поверхности γ на значения осредненных коэффициентов теплоотдачи $\langle \bar{\alpha} \rangle$; для каждого значения $\langle \bar{\alpha} \rangle$ (символы) показано распределение $\bar{\alpha}$ по поверхности диска

Заключение

В работе впервые исследовано влияние угла наклона на характеристики пuffedingа в свободноконвективном факеле. При этом установлено, как именно изменение свойств формирующихся вихревых структур влияет на характеристики теплообмена.

По мнению авторов, интерес к анализу нестационарного режима свободноконвективного факела над наклонной поверхностью определяется тем обстоятельством, что подобные исследования позволяют дополнить информацию о модели течения, установить степень влияния ориентации пластины относительно вектора ускорения свободного падения \mathbf{g} на характеристики нестационар-

ного процесса, главная особенность которого заключается в возникновении пuffedingа.

Проведенное исследование показало, что малый (до пяти градусов) наклон нагреваемой поверхности заметно влияет на процесс пuffedingа, который, в конечном итоге, влияет на теплообмен воздуха с нагретой поверхностью. Есть основания предполагать, что дальнейшее изучение влияния ориентации нагреваемой поверхности относительно вектора \mathbf{g} на указанный процесс позволит разработать эффективные способы «управления» пuffedingом и тем самым воздействовать на значения локального коэффициента теплообмена над необходимой областью нагреваемой поверхности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Cheesewright R.** Turbulent natural convection from a vertical plane surface // *J. Heat Transfer*. 1968. Vol. 90. No. 1. Pp. 1–6.
2. **Tsuji T., Nagano Y.** Characteristics of a turbulent natural convection boundary layer along a vertical flat plate // *Int. J. Heat and Mass Transfer*. 1988. Vol. 31. No. 8. Pp. 1723–1734.
3. **Batchelor G.K.** Heat convection and buoyancy effects in fluids // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*. 1954. Vol. 80. No. 345. Pp. 339–358.
4. **Lewandowski W.M., Kubsky P., Khubez J.M.** Natural convection heat transfer from round horizontal plate // *Heat and Mass Transfer (Warme- und Stoffubertragung)*. 1992. Vol. 27. No. 5. Pp. 281–287.
5. **Morton B.R., Taylor G., Turner J.S.** Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources // *Proceedings of the Royal Society A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences (London)*. 1956. Vol. 234. No. 1196. Pp. 1–23.

6. **Jaluria Y.** Natural convection: heat and mass transfer. Oxford: Pergamon Press, 1980. 326 p.
7. **Plourde F., Pham M.V., Doan K.S., Balachandar S.** Direct numerical simulations of a rapidly expanding thermal plume: structure and entrainment interaction // *J. of Fluid Mechanics*. 2008. Vol. 604. 10 June. Pp. 99–123.
8. **Lopez J. M., Marques F.** Instability of plumes driven by localized heating // *J. Fluid Mech.* 2013. Vol. 736. 10 December. Pp. 616–640.
9. **Hattori T., Bartos N., Norris S.E., Kirkpatrick M.P., Armfield, S.W.** Experimental and numerical investigation of unsteady behavior in the near-field of pure thermal planar plumes // *Exp. Thermal Fluid Science*. 2013. Vol. 46. April. Pp. 139–150.
10. **Khrapunov E., Chumakov Y.** Structure of the natural convective flow above to the horizontal surface with localized heating // *Int. J. Heat and Mass Transfer*. 2020. Vol. 152. May. P. 119492 (12 p.).
11. **Rich B.R.** An investigation of heat transfer from an inclined flat plate in free convection // *Transactions – ASME: Journal of Heat Transfer*. 1953. Vol. 75. May. Pp. 489–499.
12. **Kierkus W.T.** An analysis of laminar free convection flow and heat transfer about an inclined isothermal plate // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1968. Vol. 11. No. 2. Pp. 241–253.
13. **Vliet G.C.** Natural convection local heat transfer on constant-heat-flux inclined surfaces // *J. Heat Transfer*. 1969. Vol. 91. No. 4. Pp. 511–516.
14. **Fujii T., Imura H.** Natural-convection heat transfer from a plate with arbitrary inclination // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1972. Vol. 15. No. 4. Pp. 755–767.
15. **Kimura F.** Fluid flow and heat transfer of natural convection at a slightly inclined, upward-facing, heated plate // *Heat Transfer – Asian Research*. 2002. Vol. 31. No. 5. Pp. 362–375.
16. **Shaukatullah H., Gebhart B.** An experimental investigation of natural convection flow on an inclined surface // *Int. J. Heat Mass Transfer*. 1978. Vol. 21. No. 12. Pp. 1481–1490.
17. **Khrapunov E.F., Potechin I.V., Chunakov Y.S.** Structure of a free convective flow over a horizontal heated surface under conditions of conjugate heat transfer // *J. Physics: Conf. Series*. 2017. Vol. 891. P. 012081.

Статья поступила в редакцию 08.08.2020, принята к публикации 05.10.2020.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ХРАПУНОВ Евгений Фёдорович – аспирант Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 khrapunov.evgenii@yandex.ru

ЧУМАКОВ Юрий Сергеевич – доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 chumakov@yahoo.com

REFERENCES

1. **Cheesewright R.** Turbulent natural convection from a vertical plane surface, *J. Heat Transfer*. 90 (1) (1968) 1–6.
2. **Tsuji T., Nagano Y.** Characteristics of a turbulent natural convection boundary layer along a vertical flat plate, *Int. J. Heat and Mass Transfer*. 31 (8) (1988) 1723–1734.
3. **Batchelor G.K.** Heat convection and buoy-

ancy effects in fluids, Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 80 (345) (1954) 339–358.

4. **Lewandowski W.M., Kubsky P., Khubeiz J.M.**, Natural convection heat transfer from round horizontal plate, Heat and Mass Transfer (Wärme- und Stoffübertragung). 27 (5) (1992) 281–287.

5. **Morton B.R., Taylor G., Turner J.S.**, Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences (London). 234 (1196) (1956) 1–23.

6. **Jaluria Y.**, Natural convection: Heat and mass transfer, Pergamon Press, Oxford, 1980.

7. **Plourde F., Pham M.V., Doan K.S., Balachandar S.**, Direct numerical simulations of a rapidly expanding thermal plume: structure and entrainment interaction, J. of Fluid Mechanics. 604 (10 June) (2008) 99–123.

8. **Lopez J.M., Marques F.**, Instability of plumes driven by localized heating, J. of Fluid Mech. 736 (10 December) (2013) 616–640.

9. **Hattori T., Bartos N., Norris S.E., et al.**, Experimental and numerical investigation of unsteady behavior in the near-field of pure thermal planar plumes, Exp. Thermal Fluid Science. 46 (April) (2013) 139–150.

10. **Khrapunov E., Chumakov Y.**, Structure of the natural convective flow above to the horizon-

tal surface with localized heating, Int. J. Heat and Mass Transfer. 152 (May) (2020) 119492 (12 p.)

11. **Rich B.R.**, An investigation of heat transfer from an inclined flat plate in free convection // Transactions – ASME: Journal of Heat Transfer. 75 (May) (1953) 489–499.

12. **Kierkus W.T.**, An analysis of laminar free convection flow and heat transfer about an inclined isothermal plate, Int. J. Heat Mass Transfer. 11 (2) (1968) 241–253.

13. **Vliet G.C.**, Natural convection local heat transfer on constant-heat-flux inclined surfaces, J. Heat Transfer. 91 (4) (1969) 511–516.

14. **Fujii T., Imura H.**, Natural-convection heat transfer from a plate with arbitrary inclination, Int. J. Heat Mass Transfer. 15 (4) (1972) 755–767.

15. **Kimura F.**, Fluid flow and heat transfer of natural convection at a slightly inclined, upward-facing, heated plate, Heat Transfer – Asian Research. 31 (5) (2002) 362–375.

16. **Shaukatullah H., Gebhart B.**, An experimental investigation of natural convection flow on an inclined surface, Int. J. Heat Mass Transfer. 21 (12) (1978) 1481–1490.

17. **Khrapunov E.F., Potechin I.V., Chunakov Y.S.**, Structure of a free convective flow over a horizontal heated surface under conditions of conjugate heat transfer, J. Physics: Conf. Series. 891 (2017) 012081.

Received 08.08.2020, accepted 05.10.2020.

THE AUTHORS

KHRAPUNOV Evgenii F.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

hrapunov.evgenii@yandex.ru

KAASIK Vladimir P.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation

chymakov@yahoo.com