DOI: 10.18721/JPM.13407
УДК 532.5+612.13

ВЛИЯНИЕ УПРУГОСТИ СТЕНОК НА СТРУКТУРУ ТЕЧЕНИЯ В ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ БИФУРКАЦИИ БРЮШНОЙ АОРТЫ С ПОДВЗДОШНЫМИ АРТЕРИЯМИ

А.А. Котмакова[1], Я.А. Гатаулин[2], А.Д. Юхнев[2], Д.К. Зайцев[2]

[1] Научно-исследовательский институт оптико-электронного приборостроения, г. Сосновый Бор Ленинградской области, Российская Федерация;

[2] Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация

Впервые проведено численное исследование влияния упругости стенок сосудов на течение крови в модели бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями среднестатистической геометрии. Показано, что наибольшее влияние упругости наблюдается в брюшной аорте перед бифуркацией, где исходное овальное сечение сосуда принимает форму круга. При учете упругости стенок структура течения остается неизменной, а максимальный расход в брюшной аорте увеличивается на 40 %. В области бифуркации брюшной аорты осредненные по циклу сдвиговые напряжения уменьшаются на 20 %, а индекс колебаний сдвиговых напряжений увеличивается на 60 %.

Ключевые слова: бифуркация брюшной аорты, численное моделирование, упругость стенок, структура кровотока

Ссылка при цитировании: Котмакова А.А., Гатаулин Я.А., Юхнев А.Д., Зайцев Д.К. Влияние упругости стенок на структуру течения в трехмерной модели бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2020. Т. 13. № 4. С. 89–101. DOI: 10.18721/JPM.13407

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (https://creative-commons.org/licenses/by-nc/4.0/)

THE ABDOMINAL AORTA BIFURCATION WITH ILIAC ARTERIES: THE WALL ELASTICITY EFFECT ON THE FLOW STRUCTURE

A.A. Kotmakova[1], Ya.A. Gataulin[2], A.D. Yukhnev[2], D.K. Zaitsev[2]

[1] Scientific Research Institute for Optoelectronic Instrument Engineering, Sosnovy Bor, Leningrad region, Russian Federation;

[2] Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

For the first time, a numerical study of the effect of vascular elasticity on blood flow has been carried out using a model of the abdominal aorta bifurcation with iliac arteries of the average statistical geometry. The greatest effect of elasticity was shown to be observed in the abdominal aorta before bifurcation where an initial oval cross-section shaping into a circle. Taking into account the elasticity of the walls, the flow structure remained unchanged, but the maximum flow rate increased by 40 % in the abdominal aorta. In the abdominal-aortic bifurcation region the cycle-averaged shear stresses decreased by 20 %, and their oscillation index increased by 60 %.

Keywords: abdominal aorta's bifurcation, numerical simulation, wall elasticity, blood flow structure

Citation: Kotmakova A.A., Gataulin Ya.A., Yukhnev A.D., Zaitsev D.K., The abdominal aorta bifurcation with iliac arteries: the wall elasticity effect on the flow structure, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 13 (4) (2020) 89–101. DOI: 10.18721/JPM.13407

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)

Введение

Болезни системы кровообращения занимают ведущее место среди причин смерти в большинстве стран мира. Численное моделирование кровотока в трехмерных моделях артерий обеспечивает получение новых данных по структуре течения, которые помогают прогнозировать развитие болезней сосудов, обусловленных гемодинамическими причинами.

Брюшная аорта – это артерия, которая снабжает кровью брюшную полость и нижние конечности. В настоящее время исследования течения в бифуркации брюшной аорты проводятся как экспериментально [1 – 3], так и методами численного моделирования [4 – 9]. Ряд работ посвящен исследованию течений в бифуркации брюшной аорты с последующими бифуркациями подвздошных артерий [6, 8, 9].

Статья [6] посвящена численному моделированию кровотока в трех различных моделях бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями; модели построены на основе анатомических данных магнитно-резонансной ангиографии. В работе [7] скорости кровотока получены из данных магнитно-резонансной томографии, проанализированы распределения сдвиговых напряжений в состоянии покоя для всех трех моделей. В статье [8] представлены данные по давлению и скорости кровотока с использованием моделей как жестких, так и деформируемых стенок брюшной аорты.

Следует отметить, что численные исследования кровотока в брюшной аорте проводятся в основном для моделей с жесткими стенками [10, 11]. Приближение жестких стенок применяется, в значительной степени, из-за сложности решения вычислительной проблемы взаимосвязи между кровотоком и деформацией сосуда. Использование такого приближения оправдывается тем, что деформации стенки существенно не изменяют поля скорости при нормальных условиях. Его применяют для артерий, у которых малы пульсации стенки, однако оно может оказаться недопустимым для артерий с большими деформациями (например, в грудной и брюшной аортах). В клинических исследованиях [12, 13] получены перемещения стенки брюшной аорты, достигающие 4 – 10%.

Анализ литературы показал, что большинство вычислительных работ в трехмерных моделях брюшной аорты с подвздошными артериями используют персонифицированные модели [8, 9], построенные по клиническим данным. В работе [9], где использована модель бифуркации брюшной аорты, показаны картина течения и поле осредненных сдвиговых напряжений. Но при этом авторы не изучали зависимости характеристик течения от упругости стенок.

Параметрические расчеты течений в моделях кровеносных сосудов среднестатистической геометрии помогают ответить на вопрос, стоит ли учитывать в персонифицированных моделях деформацию стенок или изменения структуры течения при деформации стенок незначительны, и без существенной потери точности можно их не учитывать.

Данная работа исследует влияние упругости стенок на структуру течения в модели бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями среднестатистической трехмерной геометрии. Проанализировано влияние указанной упругости на структуру поперечного течения, а также на величину и индекс колебаний сдвиговых напряжений.

Геометрическая модель бифуркации брюшной аорты

В настоящей работе использована модель бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями (рис. 1,*а*) из работы [14], где подробно описано ее построение по осредненным клиническим данным. Модель включает брюшную аорту, правую и левую

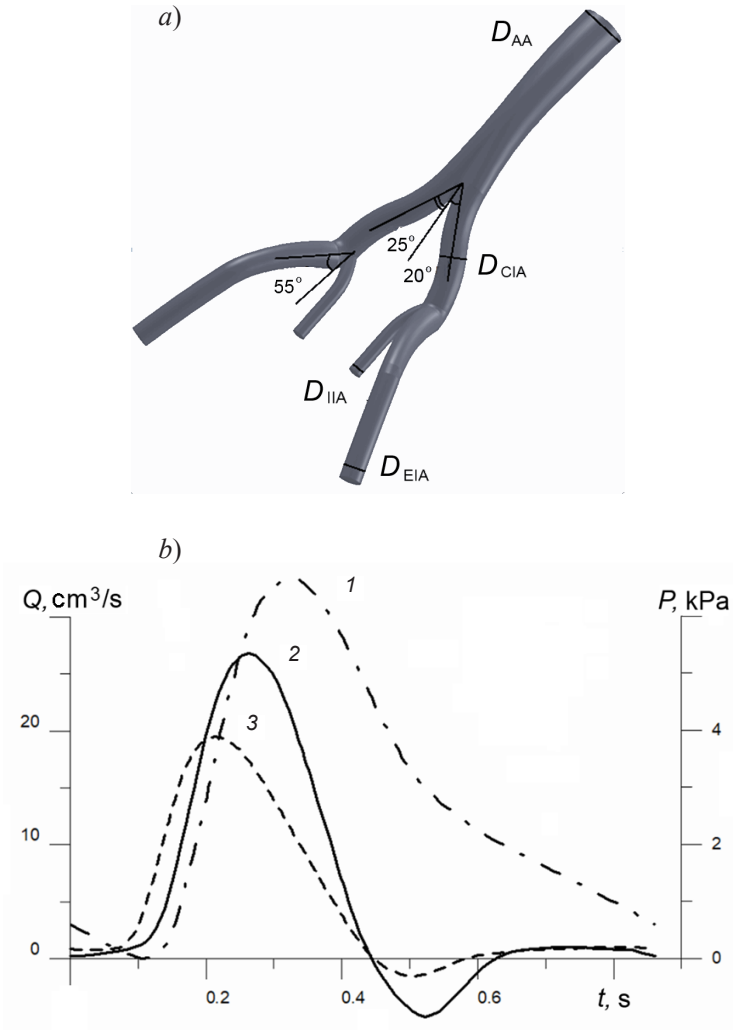

Рис. 1. Трехмерная модель бифуркации сосудов [14] (*a*) и графическое представление граничных условий для поставленных механической (*1*) и гидродинамической (*2*, *3*) задач (*b*). Представлена динамика пульсирующей составляющей давления *P* на внутренней стенке брюшной аорты (AA) (*1*) и расходов *Q* на выходе наружных (EIA) (*2*) и внутренних (IIA) (*3*) подвздошных артерий; D_{CIA} – диаметр общей подвздошной артерии

Таблица

Геометрические характеристики модели бифуркации брюшной аорты

Отдел бифуркации брюшной аорты	Входной диаметр D_{in}, мм	Выходной диаметр D_{out}, мм	Длина сосуда L, мм
Брюшная аорта (AA)	18,0	15,5	85
Левая и правая подвздошные артерии: общие (CIAs) наружные (EIAs) внутренние (IIAs)	 10,8 10,8 5,5	 10,8 9,0 5,5	 46 62 38

общие подвздошные артерии, правую и левую внутреннюю и наружную подвздошные артерии.

Геометрические характеристики модели представлены в таблице. Отклонения от оси выходного участка брюшной аорты для общих подвздошных артерий составляют 25° и 20° для левой и правой, соответственно. Угол между внутренней подвздошной артерией и плоскостью наружных подвздошных артерий составляет 55°.

Математическая модель

Расчет движения жидкости и стенки проводился с помощью технологии Fluid-Structure Interaction (FSI), которая реализована в виде одностороннего (one-way FSI) обмена данных. Для моделирования течения в бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями решались трехмерные нестационарные уравнения Навье – Стокса для несжимаемой вязкой жидкости на перестраиваемой сетке. Расчеты проводились в программе ANSYS CFX со вторым порядком точности по пространству и по времени. Решение уравнения движения твердой стенки выполнялось в программе ANSYS Transient Structural, основанной на методе конечных элементов. Передача данных между солверами выполнялась в модуле ANSYS System Coupling, который передает давление и перемещения между ANSYS CFX и ANSYS Transient Structural. На каждом шаге по времени решается механическая задача с приложенным на внутренней стенке избыточным давлением P (рис. 1,*b*), которое представляет собой разность между текущим давлением и минимальным (диастолическим). Затем данные о перемещении стенки автоматически передаются в гидродинамическую задачу, где происходит расчет течения жидкости в деформированной модели, далее считается следующий шаг по времени.

Граничные условия получены путем осреднения клинических данных, зарегистрированных у пятнадцати пациентов с помощью магнитно-резонансной томографии [15 – 20]. На входе брюшной аорты задается постоянный уровень давления, а на выходах – четыре пульсирующих расхода, одинаковые для левых и правых ветвей (см. рис. 1,*b*). Период пульсаций составляет 0,86 с, что соответствует нормальной частоте сердечных сокращений в покое (70 уд/мин). Жидкость считается несжимаемой ньютоновской, имеющей свойства, аналогичные таковым для человеческой крови: плотность – 1000 кг/м^3, динамическая вязкость – 0,004 Па·с.

Число Рейнольдса Re на входе в брюшную аорту, в момент максимального расхода, равно 1600, число Уомерсли Wo равно 24,3. Указанные числа выражаются как

$$\mathrm{Re} = \frac{Ud}{\nu}, \quad \mathrm{Wo} = d\sqrt{\frac{2\pi}{\nu T}},$$

где U, м/с, – скорость жидкости; d, м, – диаметр аорты; ν, м^2/с, – кинематическая вязкость крови; T, с, – период пульсаций.

Механические характеристики брюшной аорты

При расчете перемещений стенки цилиндрической трубки использовалась модель изотропной упругой стенки. При этом толщина стенки была принята равной 1 мм [21], ее плотность – 1000 кг/м^3, коэффициент Пуассона $\mu = 0{,}4$ [22]. Считалось, что стенки на входе и выходах жестко закреплены.

Базовое значение модуля Юнга стенки принято как $E = 1$ МПа, оно выбрано так, чтобы при максимальном приложенном давлении P (см. рис. 1,*b*) деформация стенки посередине брюшной аорты составляла около 5 %, что соответствует физиологическому уровню пульсаций стенки [20]. Чтобы оценить величину модуля Юнга, нами использовалась следующая аналитическая формула [20]:

$$E = P\frac{R_0}{h_0}\left(1-\frac{\mu}{2}\right)\left(\frac{R_0}{R}-\frac{R_0^2}{R^2}\right)^{-1}, \qquad (1)$$

где R, R_0 – радиусы срединной поверхности трубки при максимальном (систолическом)

и минимальном (диастолическом) давлениях, соответственно; h_0 – толщина стенки трубки.

Помимо базового значения модуля Юнга $E = 1$ МПа, в работе проведены расчеты для значений $E = 2, 4, 8$ МПа и решена задача с жесткой стенкой ($E \to \infty$).

Вычислительные аспекты

Гидродинамическая сетка (рис. 2) состоит из тетраэдров и имеет слой призматических ячеек со сгущением к стенке. Расчетная сетка для стенки сосуда также состоит из тетраэдров. Для обеих сеток было проведено исследование на сеточную и временную сходимость, по результатам которого для гидродинамических расчетов использовалась сетка из 0,8 млн. элементов; сетка для стенки сосуда – из 50 тыс. элементов. Шаг по времени составил 0,01 с. Для всех вариантов было рассчитано три периода, чтобы исключить влияние начальных условий.

Результаты расчетов и их обсуждение

Перемещения стенки. На рис. 3 показаны рассчитанные перемещения стенки при $E = 1$ МПа в момент максимума давления P (см. рис. 1,*b*). Видно, что максимальные перемещения наблюдаются непосредственно перед бифуркацией брюшной аорты, где исходное овальное поперечное сечение сосуда стремится принять круглую форму.

По середине брюшной аорты максимальные перемещения составляют 5 %, что соответствует предварительной оценке по формуле (1) и обосновывает выбор базового значения модуля Юнга ($E = 1$ МПа).

Расход. На рис. 4,*a* показано изменение во времени рассчитанного расхода на входе в брюшную аорту для модели с жесткими ($E \to \infty$) и упругими ($E = 1$ МПа) стенками. Упругость стенок увеличивает амплитуду как положительной, так и отрицательной волн расхода. При увеличении давления стенки сосуда растягиваются, растет поперечное сечение, и поэтому расход в упругой модели превышает значение расхода для модели с жесткими стенками. При уменьшении давления стенки сжимаются, уменьшается площадь поперечного сечения, жидкость выталкивается из сосуда – отрицательный расход увеличивается, по сравнению с расходом для сосуда с жесткими стенками. Кроме того, для деформируемого сосуда длительность фазы положительного расхода уменьшилась на 0,1 с (соответственно длительность фазы отрицательного расхода увеличилась на 0,1 с). Влияние модуля Юнга на изменение амплитуды положительной (Q_+) и отрицательной (Q_-) волн расхода, по сравнению с результатами применения модели с жесткими стенками, показано на рис. 4,*b*. Для упругой модели со значением $E = 1$ МПа увеличение амплитуд составило 40 и 95 %, соответственно.

Продольная скорость. На рис. 5 представлены поля продольной скорости V_n (в проекции на направление основного потока) в трех сечениях для фаз роста, максимума и

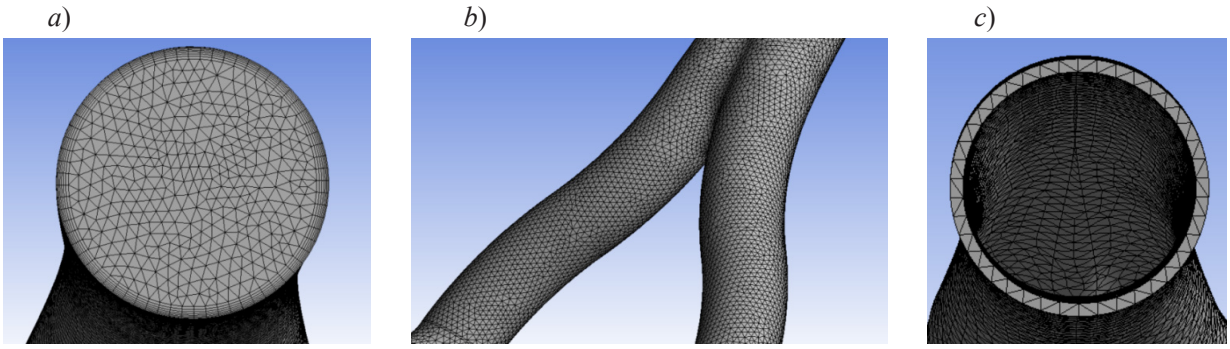

Рис. 2. Расчетные сетки, использованные для жидкости (*a*) и для стенки (*b*, *c*)

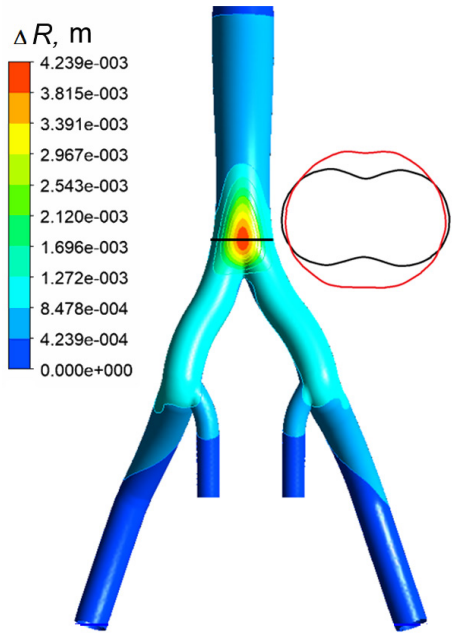

Рис. 3. Поле расчетных перемещений стенки упругой модели в момент максимального давления (вид со стороны задней стенки), а также границы поперечного сечения сосуда в моменты максимума (красная линия) и минимума (черная линия) давления. Базовое значение модуля Юнга $E = 1$ МПа

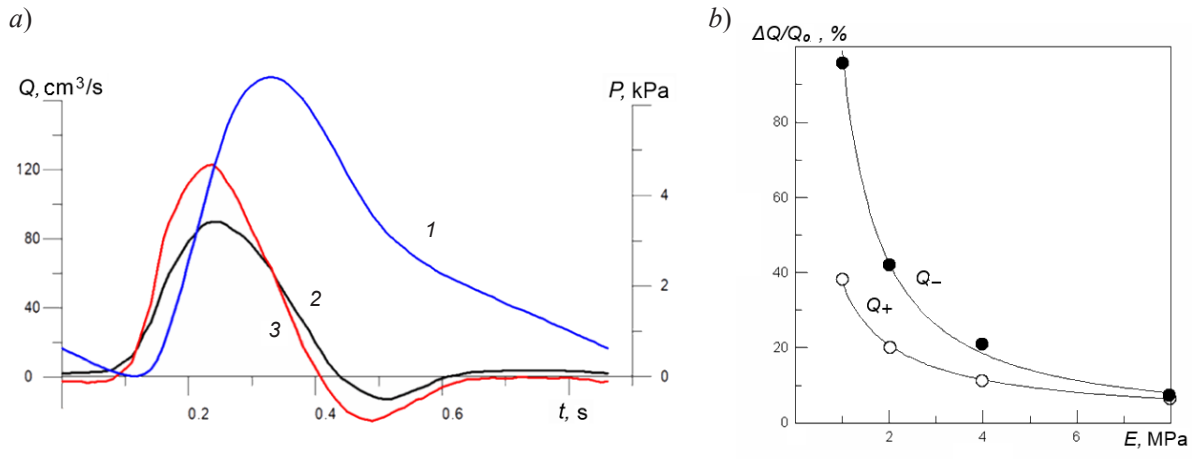

Рис. 4. Динамика пульсаций давления (*1*) на внутреннюю стенку модели сосуда (механическая задача) и расхода на входе в брюшную аорту, рассчитанного для жестких (*2*) и упругих (*3*) стенок при $E \to \infty$ и 1 МПа соответственно (гидродинамическая задача) (*a*), а также зависимости от модуля Юнга относительного увеличения амплитуд положительной (Q_+) и отрицательной (Q_-) волн расхода (*b*)

снижения давления для моделей с жесткими и упругими ($E = 1$ МПа) стенками. Видно, что профиль продольной скорости во всех случаях имеет неравномерную форму. В брюшной аорте (желтое сечение) на передней стенке скорость выше, так как эта стенка является внешней для искривленной брюшной аорты. На втором этапе фазы снижения давления наблюдается обратное течение. В сечении перед бифуркацией, картина поля

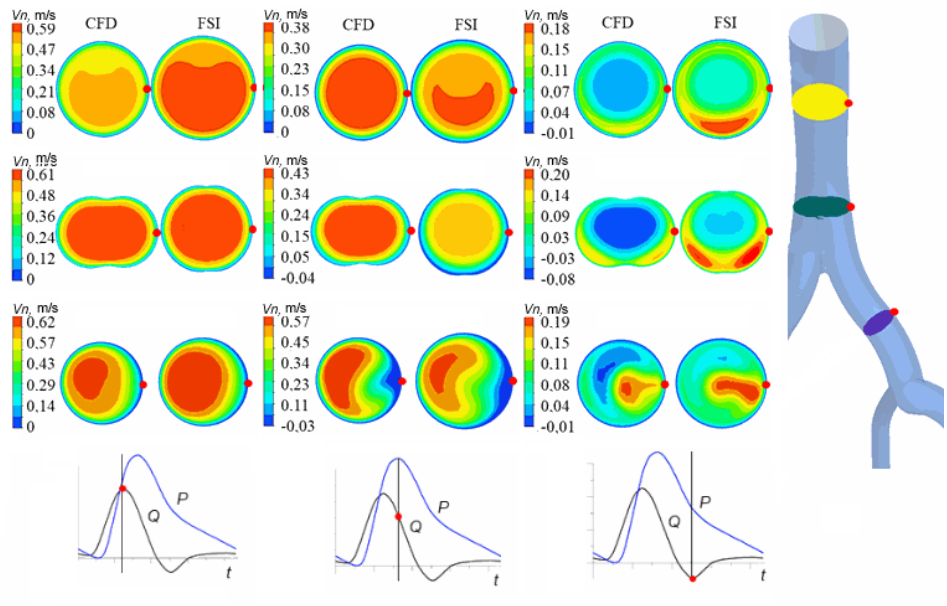

Рис. 5. Картины полей продольной скорости в трех сечениях, рассчитанные по жесткой (CFD, $E \to \infty$) и упругой (FSI, $E = 1$ МПа) моделям брюшной аорты; размеры поперечных сечений условно изображены одинаковыми, в нижней части рисунка отмечено поведение давления и расхода для трех фаз цикла

продольной скорости аналогична таковой в середине брюшной аорты, но значения скорости выросли. Для продольной скорости в общей подвздошной артерии в фазу положительного расхода, максимум скорости смещен к внутренней стенке артерии, а в фазу отрицательного, наоборот, – к внешней стенке. В момент максимального давления, на внешней стенке общей подвздошной артерии происходит отрыв потока.

В фазу роста давления (в момент максимума расхода), максимальная по сечению продольная скорость V_n в модели с упругими стенками выше, чем в модели с жесткими стенками, примерно на 15 % в брюшной аорте, и на 2 % в общей подвздошной артерии. В фазу снижения давления, продольная скорость обратного течения в модели с упругими стенками выше для упругой модели: в брюшной аорте на 25 %, а в общей подвздошной артерии на 15 %.

Поперечная скорость. На рис. 6 показаны линии тока в трех поперечных сечениях для моделей с жесткими ($E \to \infty$) и упругими ($E =$ $= 1$ МПа) стенками. В рассмотренных сечениях бифуркаций брюшной аорты и подвздошных артерий, вследствие кривизны сосудов, возникают вихри Дина. При этом и в жесткой, и в упругой моделях наблюдается одинаковая вихревая структура течения, которая различается только значениями скорости поперечного течения ввиду растяжения стенок сосуда. Максимальные значения поперечной скорости для упругой модели превышают значения для жесткой примерно на 10 %.

Сдвиговые напряжения на стенке. Известно, что области с низкими сдвиговыми напряжениями и высоким индексом их пульсаций на стенке сосуда связаны с формированием и развитием атеросклероза. Пониженные (опасные с точки зрения развития атеросклероза) сдвиговые напряжения на стенке наблюдаются в областях, где происходит отрыв потока. Там же наблюдаются высокие значения индекса колебаний сдвиговых напряжений. Для оценки влияния упругости стенок на сдвиговые напряжения были рассчитаны величины TAWSS (Time-Averaged Wall Shear Stress) – осредненные сдвиго-

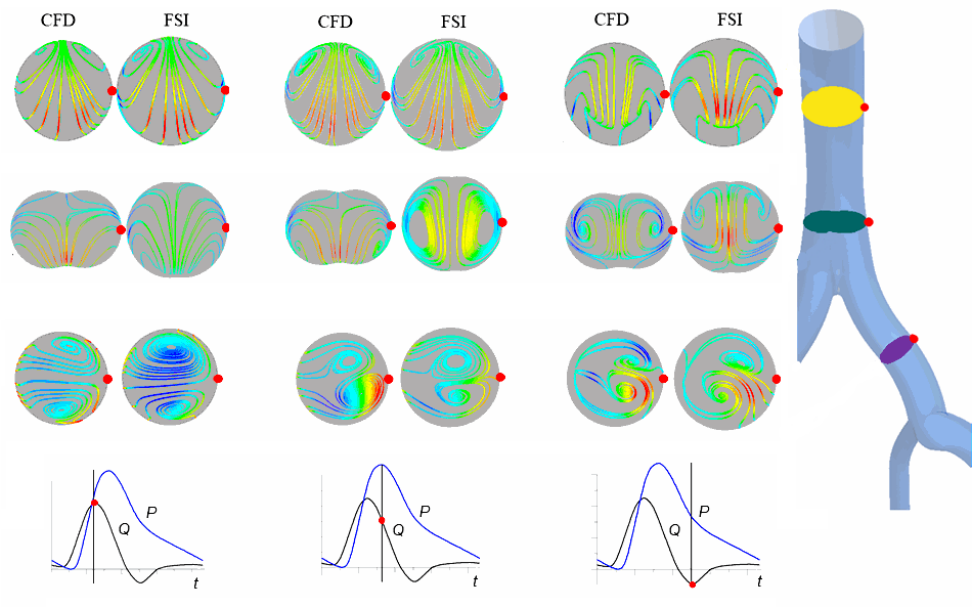

Рис. 6. Линии тока в трех поперечных сечениях в разных фазах цикла, рассчитанные по жесткой (CFD, $E \to \infty$) и упругой (FSI, $E = 1$ МПа) моделям бифуркации брюшной аорты;
размеры поперечных сечений артерий условно изображены одинаковыми, в нижней части рисунка отмечены значения давления и расхода для трех фаз цикла

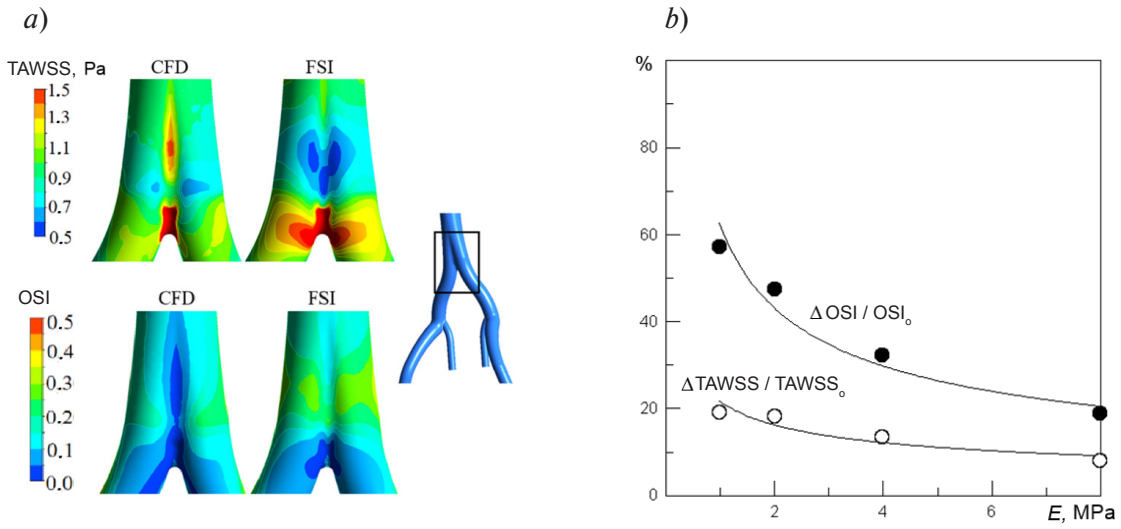

Рис. 7. Результаты расчета по двум моделям (CFD и FSI) распределений сдвиговых напряжений по стенке брюшной аорты, осредненных по времени, (TAWSS (I)) и индекса колебаний сдвиговых напряжений (OSI (II)) в бифуркации брюшной аорты (*a*), а также зависимости относительных отличий указанных характеристик I и II от значений модуля Юнга (*b*).
Использованы жесткая (CFD, $E \to \infty$) и упругая (FSI, $E = 1$ МПа) модели, индексом «о» отмечены характеристики жесткой модели

вые напряжения на стенке и OSI (Oscillatory Shear Index) – индекс колебаний сдвиговых напряжений для жесткой и упругой моделей:

$$\mathrm{OSI} = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\left|\int_0^T \boldsymbol{\tau}_w\, dt\right|}{\int_0^T \left|\boldsymbol{\tau}_w\right| dt}\right), \quad \mathrm{TAWSS} = \frac{1}{T}\int_0^T \left|\boldsymbol{\tau}_w\right| dt.$$

где $\boldsymbol{\tau}_w$ – вектор сдвиговых напряжений на стенке; t, с, – время; T, с, – период пульсаций.

На рис. 7,*a* показаны распределения осредненных по периоду пульсаций сдвиговых напряжений и индекс колебаний сдвиговых напряжений на стенке бифуркации брюшной аорты в жесткой ($E \to \infty$) и упругой (E = 1 МПа) моделях. Влияние модуля Юнга на эти характеристики показано на рис. 7,*b*. Наибольшее различие сдвиговых напряжений (на 20 % меньше в упругой модели, по сравнению с жесткой) наблюдается в брюшной аорте, в месте наибольшей деформации стенки. Незначительная разница (отличие не превышает 10 % в упругой модели относительно жесткой) наблюдается в наружных подвздошных артериях; в остальных отделах брюшной аорты влияние упругости ее стенки на осредненные сдвиговые напряжения не превышает 2 %.

Наибольшее различие между значениями индекса колебаний сдвиговых напряжений (OSI) наблюдается перед бифуркацией брюшной аорты: для упругой модели, значение OSI (в среднем по окружности) выше данных для жесткой модели примерно на 60 %. Меньшие отличия от жесткой модели наблюдаются в подвздошных артериях: значения OSI для упругой модели выше на 10 %.

Заключение

С помощью численного моделирования исследовано влияние упругости стенок на течение крови в среднестатистической бифуркации брюшной аорты с подвздошными артериями. Максимальная деформация стенки посередине брюшной аорты составляла 5 %, что соответствует физиологическому уровню пульсаций стенки. Наибольшее влияние упругости наблюдается в области непосредственно перед бифуркацией, где имеют место большие деформации стенок сосуда, изменяющие форму поперечного сечения от овального к круглому.

Согласно полученным результатам, структура поперечного течения по сосуду не имеет качественных различий при использовании упругой и жесткой моделей бифуркации. Получено, что максимальные значения поперечной скорости для упругой модели примерно на 10 % выше, чем для жесткой.

В связи с изменением площади поперечного сечения сосуда из-за деформации стенок, на этапе роста давления расход увеличивается, а при снижении давления – уменьшается. Сравнительный анализ полученных результатов показал, что амплитуда прямого расхода при использовании упругой модели увеличилась на 40%, а обратного – почти вдвое.

Для модели с упругими стенками осредненные по циклу сдвиговые напряжения (TAWSS) в области бифуркации уменьшились на 20 %, а индекс их колебаний (OSI) увеличился на 60 %.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №18-01-00629).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Chong C.K., How T.V.** Flow patterns in an endovascular stent-graft for abdominal aortic aneurysm repair // Journal of Biomechanics. 2004. Vol. 37. No. 1. Pp. 89–97.

2. **Ku D.N., Glagov S., Moore Jr. J.E., Zarins C.K.** Flow patterns in the abdominal aorta simulated postprandial and exercise conditions: an experimental study// Journal of Vascular Surgery. 1989. Vol. 9. No. 2. Pp. 309–316.

3. **Гатаулин Я.А., Зайцев Д.К., Смирнов**

Е.М., Федорова Е.А., Юхнев А.Д. Расчетно-экспериментальное исследование слабо закрученного течения в модели сосуда со стенозом // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2015. № 4 (230). С. 36–47.

4. **Гатаулин Я.А., Зайцев Д.К., Смирнов Е.М., Юхнев А.Д.** Численное исследование пространственно-временной эволюции вторичного течения в модели общей сонной артерии // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2016. № 4 (253). С. 48–55.

5. **Gataulin Y.A., Yukhnev A.D., Zaitsev D.K., Smirnov E.M., Kulikov V.P., Kirsanov R.I.** Structure of the secondary flow in the bifurcation of a blood vessel: patient specific modeling and clinical Doppler measurements // Journal of Physics: Conference Series. 2018. Vol. 1135. P. 012089 (7 p.).

6. **Dalman R.L., Tedesco M.M., Myers J.** AAA disease: mechanism, stratification, and treatment // Annals of the New York Academy of Sciences. 2006. Vol. 1085. No. 1. Pp. 92–109.

7. **Tang B.T., Cheng C.P., Tsao P.S., Taylor C.A.** Subject-specific finite element modeling of three-dimensional pulsatile flow in the human abdominal aorta: comparison of resting and exercise conditions // Proceedings of the 2003 Summer Bioengineering Conference, June 25 – 29, 2003. Sonesta Beach Resort. Key Biscayne, Florida, USA, 2003. P. 2.

8. **Figueroa C.A., Vignon-Clementel I.E., Jansen K.E., Hughes T.J.R., Taylor C.A.** A coupled momentum method for modeling blood flow in three-dimensional deformable arteries // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 2006. Vol. 195. No. 41. Pp. 5685–5706.

9. **Ke L., Wentao J., Yu C., Xiaobao T., Zhihong Z., Ding Y.** Fluid-solid interaction analysis on iliac bifurcation artery: a numerical study // International Journal of Computational Methods. Chengdu, China. 17. 2019. Vol. 16. No. 7. P. 1850112 (17 p.).

10. **Javadzadegan A., Simmons A., Barber T.** Spiral blood flow in aorta-renal bifurcation models // Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering. 2015. Vol. 19. No. 9. Pp. 964–976.

11. **Mesri Y., Niazmand H., Deyranlou A.** Numerical study on fluid-structure interaction in a patient-specific abdominal aortic aneurysm for evaluating wall heterogeneity and material model effects on its rupture // Journal of Applied Fluid Mechanics. 2017. Vol. 10. No. 6. Pp. 1699–1709.

12. **Ahlgren A.R., Hansen F., Sonesson B., Lanne T.** Stiffness and diameter of the common carotid artery and abdominal aorta in women // Ultrasound in Medicine and Biology. 1997. Vol. 23. No. 7. Pp. 983–988.

13. **Koullias G., Modak R., Tranquilli M., Korkolis D., Barash P., Elefteriades J.** Mechanical deterioration underlies malignant behavior of aneurysmal human ascending aorta // The Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery. 2005. Vol. 130. No. 3. Pp. 677–683.

14. **Синицына Д.Э., Юхнев А.Д., Зайцев Д.К., Туркина М.В.** Ультразвуковое и численное исследование структуры течения в трехмерной модели бифуркации брюшной аорты // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2019. Т. 12. № 4. С. 50–60.

15. **Yeung J.J., Kim H.J., Abbruzzese T.A., et al.** Aortoiliac hemodynamic and morphologic adaptation to chronic spinal cord injury // Journal of Vascular Surgery. 2006. Vol. 44. No. 6. Pp. 1254–1265.

16. **Malossi A.C.I., Bonnemain J.** Numerical comparison and calibration of geometrical multiscale models for the simulation of arterial flows// Cardiovascular Engineering and Technology. 2013. Vol. 4. No. 4. Pp. 440–463.

17. **Alimohammadi M., Pichardo-Almarza C., Tomaso G., Balabani S., Agu O., Diaz-Zuccarini V.** Predicting atherosclerotic plaque location in an iliac bifurcation using a hybrid CFD/biomechanical approach // Lecture Notes in Computer Science. Bioinformatics and Biomedical Engineering. Part II. Eds. Ortuño F., Rojas I. 2015. Vol. 9044. Pp. 594–606.

18. **Xiao N.** Simulation of 3-D blood flow in the full systemic arterial tree and computational frameworks for efficient parameter estimation. A dissertation submitted to Stanford University for the degree of PhD. Stanford, 2014. 215 p. www.isd.ksl.ac.uk>FigueroaLabFiles>papers>NX-thesis.

19. **Long Q., Xu X.Y., Bourne M., Griffith T.M.** Numerical study of blood flow in an anatomically realistic aortic-iliac bifurcation generated from MRI data // Magnetic Resonance in Medicine. 2000. Vol. 43. No. 4. Pp. 565–576.

20. **Tang B.T., Cheng C.P., Draney M.T., Wilson N.M., Tsao P.S., Herfkens R.J., Taylor C.A.** Abdominal aortic hemodynamics in young healthy adults at rest and during lower limb exercise: quantification using image-based computer modeling // American Journal of Physiology Heart and Circulatory Physiology. 2006. Vol. 291. No. 2. Pp. 668–676.

21. **Schriefl A.J., Zeindlinger G., Pierce D.M., Regitnig P., Holzapfel G.A.** Determination of the layer-specific distributed collagen fibre orientations in human thoracic and abdominal aortas and common iliac arteries // Journal of the Royal Society Interface. 2012. Vol. 9. No. 71. Pp. 1275–1286.

22. **Mbodj C., Altnji H.E., Bou-Said B., Walter-Le Berre H.** Analysis of the phenomenon of endoleak of type I A. Influence of the mechanical characterization of the aorta // Journal of Hypertension and Management. 2016. Vol. 2. No. 1. P. 1510014 (7 p.).

23. **Бегун П.И., Афонин П.Н.** Моделирование в биомеханике. М.: Высшая школа, 2004. 390 с.

Статья поступила в редакцию 01.10.2020, принята к публикации 30.10.2020.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОТМАКОВА Анна Алексеевна – *инженер АО «Научно-исследовательский институт оптико-электронного приборостроения», г. Сосновый Бор Ленинградской области, Российская Федерация.*

188540, Российская Федерация, Ленинградская область, г. Сосновый Бор, Ленинградская ул., 29

anechka_kotmakova@mail.ru

ГАТАУЛИН Яков Александрович – *математик, заместитель директора Института прикладной математики и механики по научно-исследовательской работе студентов Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.*

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

yakov_gataulin@mail.ru

ЮХНЕВ Андрей Данилович – *заведующий учебной лабораторией Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.*

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

a.yukhnev@mail.ru

ЗАЙЦЕВ Дмитрий Кириллович – *доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация.*

195251, Российская Федерация, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

zaitsev-aero@yandex.ru

REFERENCES

1. **Chong C.K., How T.V.,** Flow patterns in an endovascular stent-graft for abdominal aortic aneurysm repair, Journal of Biomechanics. 37(1) (2004) 89–97.

2. **Ku D.N., Glagov S., Moore Jr. J.E., Zarins C.K.,** Flow patterns in the abdominal aorta simulated postprandial and exercise conditions: an experimental study, Journal of Vascular Surgery. 9 (2) (1989) 309–316.

3. **Gataulin Ya.A., Zaitsev D.K., Smirnov**

E.M., Fedorova E.A., Yukhnev A.D., Weakly swirling flow in a model of blood vessel with stenosis: Numerical and experimental study, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (4(230)) (2015) 36–47.

4. **Gataulin Ya.A., Zaitsev D.K., Smirnov E.M., Yukhnev A.D.,** Numerical study of spatial-temporal evolution of the secondary flow in the models of a common carotid artery, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (4 (253)) (2016) 48–55.

5. **Gataulin Y.A., Yukhnev A.D., Zaitsev D.K., et al.,** Structure of the secondary flow in the bifurcation of a blood vessel: patient specific modeling and clinical Doppler measurements, Journal of Physics: Conference Series. 1135 (2018) 012089.

6. **Dalman R.L., Tedesco M.M., Myers J.,** AAA disease: mechanism, stratification, and treatment, Annals of the New York Academy of Sciences. 1085(1) (2006) 92–109.

7. **Tang B.T., Cheng C.P., Tsao P.S., Taylor C.A.,** Subject-specific finite element modeling of three-dimensional pulsatile flow in the human abdominal aorta: comparison of resting and exercise conditions, Proceedings of the 2003 Summer Bioengineering Conference, June 25 – 29, 2003, Sonesta Beach Resort, Key Biscayne, Florida, USA (2003) 2.

8. **Figueroa C.A., Vignon-Clementel I.E., Jansen K.E., et al.,** A coupled momentum method for modeling blood flow in three-dimensional deformable arteries, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 195 (41) (2006) 5685–5706.

9. **Ke L., Wentao J., Yu C., et al.,** Fluid-solid interaction analysis on iliac bifurcation artery: a numerical study, International Journal of Computational Methods. Chengdu, China. 17. 16 (7) (2019) 1850112.

10. **Javadzadegan A., Simmons A., Barber T.,** Spiral blood flow in aorta-renal bifurcation models, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering. 19 (9) (2015) 964–976.

11. **Mesri Y., Niazmand H., Deyranlou A.,** Numerical study on fluid-structure interaction in a patient-specific abdominal aortic aneurysm for evaluating wall heterogeneity and material model effects on its rupture, Journal of Applied Fluid Mechanics. 10 (6) (2017) 1699–1709.

12. **Ahlgren A.R., Hansen F., Sonesson B., Lanne T.,** Stiffness and diameter of the common carotid artery and abdominal aorta in women, Ultrasound in Medicine and Biology. 23 (7) (1997) 983–988.

13. **Koullias G., Modak R., Tranquilli M., et al.,** Mechanical deterioration underlies malignant behavior of aneurysmal human ascending aorta, The Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery. 130 (3) (2005) 677–683.

14. **Sinitsyna D.E., Yukhnev A.D., Zaitsev D.K., Turkina M.V.,** The flow structure in a three-dimensional model of abdominal aortic bifurcation: ultrasonic and numerical study, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 12 (4) (2019) 50–60.

15. **Yeung J.J., Kim H.J., Abbruzzese T.A., et al.,** Aortoiliac hemodynamic and morphologic adaptation to chronic spinal cord injury, Journal of Vascular Surgery. 44 (6) (2006) 1254–1265.

16. **Malossi A.C.I., Bonnemain J.,** Numerical comparison and calibration of geometrical multiscale models for the simulation of arterial flows, Cardiovascular Engineering and Technology. 4 (4) (2013) 440–463.

17. **Alimohammadi M., Pichardo-Almarza C., Tomaso G., et al.,** Predicting atherosclerotic plaque location in an iliac bifurcation using a hybrid CFD/biomechanical approach, Lecture Notes in Computer Science: Bioinformatics and Biomedical Engineering, Part II, Eds. Ortuño F., Rojas I. 9044 (2015) 594–606.

18. **Xiao N.,** Simulation of 3-D blood flow in the full systemic arterial tree and computational frameworks for efficient parameter estimation, A dissertation submitted to Stanford University for the degree of PhD, Stanford, 2014. www.isd.ksl.ac.uk>FigueroaLabFiles>papers>NX-thesis.

19. **Long Q., Xu X.Y., Bourne M., Griffith T.M.,** Numerical study of blood flow in an anatomically realistic aortic-iliac bifurcation generated from MRI data, Magnetic Resonance in Medicine. 43 (4) (2000) 565–576.

20. **Tang B.T., Cheng C.P., Draney M.T., et al.,** Abdominal aortic hemodynamics in young healthy adults at rest and during lower limb exercise: quantification using image-based computer mode-

ling, American Journal of Physiology Heart and Circulatory Physiology. 291(2) (2006) 668–676.

21. **Schriefl A.J., Zeindlinger G., Pierce D.M., et al.,** Determination of the layer-specific distributed collagen fibre orientations in human thoracic and abdominal aortas and common iliac arteries, Journal of the Royal Society Interface. 9 (71) (2012) 1275–1286.

22. **Mbodj C., Altnji H.E., Bou-Said B., Walter-Le Berre H.,** Analysis of the phenomenon of endoleak of type I A. Influence of the mechanical characterization of the aorta, Journal of Hypertension and Management. 2 (1) (2016) 1510014.

23. **Begun P.I., Afonin P.N.,** Modelirovaniye v biomekhanike [Modeling in biomechanics], Vysshaya Shkola, Moscow, 2004 (in Russian).

Received 01.10.2020, accepted 30.10.2020.

THE AUTHORS

KOTMAKOVA Anna A.
Scientific Research Institute for Optoelectronic Instrument Engineering
29 Leningradskaya St., Sosnovy Bor, Leningrad region,188540, Russian Federation
www.anechka_kotmakova@mail.ru

GATAULIN Yakov A.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
yakov_gataulin@mail.ru

YUKHNEV Andrey D.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
a.yukhnev@mail.ru

ZAITSEV Dmitri K.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russian Federation
zaitsev-aero@yandex.ru

© Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2020