

## Математическое моделирование физических процессов

Научная статья

УДК 532.529

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14403>

### ЧИСЛЕННОЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗЛЕТА ГАЗОВЗВЕСИ В ЗАКРЫТОЙ УДАРНОЙ ТРУБЕ

Д. В. Садин ✉

Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

✉ [sadin@yandex.ru](mailto:sadin@yandex.ru)

**Аннотация.** Поставлена и решена задача разлета смеси идеального газа и несжимаемых сферических монодисперсных частиц в закрытой ударной трубе. Получено асимптотически точное решение начальной (автомодельной) стадии разлета газозвеси с мелкодисперсной фракцией. Для неравновесного случая частиц большего размера задача решена численно гибридным методом крупных частиц второго порядка аппроксимации по пространству и времени. Выявлены двухскоростные эффекты расслоения течения и границы раздела сред на контакт в газовой фазе и скачок пористости, а также взаимодействия с ними отраженной ударной волны. Для поздней стадии разлета установлено, что динамика слоя газозвеси подобна нелинейной колебательной диссипативной системе с затуханием и дрейфом расщепленных контактных границ, зависящих от размеров дисперсных включений.

**Ключевые слова:** разлет газозвеси, закрытая ударная труба, автомодельное решение, колебательная диссипативная система, гибридный метод крупных частиц

**Для цитирования:** Садин Д. В. Численное и аналитическое исследование разлета газозвеси в закрытой ударной трубе // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 4. С. 40–49. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14403>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14403>

### NUMERICAL AND ANALYTICAL STUDY OF GAS SUSPENSION EXPANSION IN A CLOSED SHOCK TUBE

D. V. Sadin ✉

Military Space Academy named after A. F. Mozhaysky, St. Petersburg, Russia

✉ [sadin@yandex.ru](mailto:sadin@yandex.ru)

**Abstract.** The expansion problem of ideal gas and incompressible spherical monodisperse particles mixture in a closed shock tube has been posed and solved. An asymptotically accurate solution of the initial (self-similar) stage of expansion of the gas suspension with a fine powder fraction was obtained. For the nonequilibrium case of larger particles, the problem was solved numerically by the hybrid large-particle method of the second-order approximation in space and time. The double-speed splitting effects of the flow stratification and the interface both into the gas-phase contact and the porosity jump as well as the interaction of the reflected shock wave with them were revealed. For the late stage of expansion, the dynamics of the gas suspension layer was established to be similar to a nonlinear oscillatory dissipative system with atten-

uation and a drift of the split contact interfaces depending on the size of dispersed inclusions.

**Keywords:** gas suspension expansion, closed shock tube, self-similar solution, oscillatory dissipative system, hybrid large-particle method

**For citation:** Sadin D. V., Numerical and analytical study of gas suspension expansion in a closed shock tube, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 14 (4) (2021) 40–49. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14403>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

### Введение

Явление разлета запыленного газа в ограниченном пространстве представляет интерес в прикладных задачах, связанных со взрывобезопасностью производств, а также с порошковыми и химическими технологиями импульсного перемешивания реагентов.

Фундаментальным проблемам и подходам к моделированию динамики гетерогенных сред посвящены монографии [1, 2]. Вопросы разлета газовзвеси в ударной трубе изучались в работах, направленных на исследование образования ударных волн в окружающем газе [3, 4], параметров метания слоя порошка или истечения газовзвеси [5, 6], взаимодействия ударной волны с преградой, экранированной пористым слоем [7], нагружения конструкций потоком двухфазной среды [8, 9], влияния свойств компонентов смеси на разлет газовзвеси [10, 11].

Различные аспекты колебательных процессов в газовзвесах и аэрозолях рассмотрены в монографиях [12, 13]. Экспериментальные исследования динамики газовзвеси в нелинейном волновом поле, которое формируется в трубе и где продольные колебания возбуждаются перемещением поршня по гармоническому закону (резонатором), приведены в работах [14, 15]. Численное моделирование колебаний газа с дисперсными включениями в резонаторе выполнялось с использованием конечно-объемной схемы CFD-пакета Fluent [16] и конечно-разностной схемы Мак-Кормака [17]. Сопоставление результатов физических экспериментов по нелинейным колебаниям аэрозоля в акустических резонаторах с численными расчетами методом Мак-Кормака выполнено в статье [18]. Автор этой работы объясняет расхождение опытных данных с результатами моделирования влиянием численной вязкости применяемого метода.

Целями работы являются анализ начального этапа разлета газовзвеси в закрытой ударной трубе на основе точных автомодельных решений равновесной двухфазной среды, сравнение с ними результатов применения гибридного метода крупных частиц, а также численное моделирование формирования нелинейного колебательного процесса на его поздней стадии с учетом скоростной и температурной неравновесности газа и частиц.

### Математическая модель и метод расчета

Динамика разлета газовзвеси описывается в рамках двухжидкостной модели [1] калорически совершенного газа и твердых несжимаемых частиц в формулировке нашей статьи [19]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho_i v_i}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1^2}{\partial x} + \alpha_1 \frac{\partial p}{\partial x} = -F_\mu, \\ \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v_2^2}{\partial x} + \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} &= F_\mu, \quad \frac{\partial \rho_2 e_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 e_2 v_2}{\partial x} = Q_T, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_1 E_1 v_1 + \rho_2 E_2 v_2 + p(\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2)) &= 0, \\ \rho_i &= \rho_i^\circ \alpha_i \quad (i = 1, 2), \quad \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad E_i = e_i + v_i^2 / 2. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь и далее нижние индексы 1 и 2 относятся соответственно к параметрам несущей и дисперсной фаз, верхний индекс ° относится к истинным значениям плотности. Через  $\alpha_i$ ,  $\rho_i$ , кг/м<sup>3</sup>,  $v_i$ , м/с,  $E_i$ ,  $e_i$ , Дж/кг,  $p$ , Н/м<sup>2</sup>,  $\rho$ , кг/м<sup>3</sup>, обозначены объемная доля, приведенная плотность, скорость, полная и внутренняя энергии единицы массы  $i$ -ой фазы, давление газа, а также плотность смеси газа и частиц;  $F_\mu$ , Н/м<sup>3</sup>,  $Q_T$ , Вт/м<sup>3</sup>, – соответственно вязкая составляющая силы межфазного взаимодействия, мощность теплообмена между газом и частицами в единице объема;  $x$ , м,  $t$ , с – координата и время.

Замыкающими соотношениями системы (1) служат уравнения состояния идеально-го, калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц:

$$p = (\gamma_1 - 1)\rho_1^\circ e_1, \quad e_1 = c_v T_1, \quad e_2 = c_2 T_2, \quad \{\gamma_1, c_v, c_2, \rho_2^\circ\} \equiv \text{const},$$

где  $T_1$ ,  $T_2$ , К, – температура несущей фазы и частиц;  $\gamma_1$ ,  $c_v$ , Дж/(кг·К), – показатель адиабаты и удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $c_2$ , Дж/(кг·К), – удельная теплоемкость частиц.

Силовое и тепловое межфазные взаимодействия  $F_\mu$ ,  $Q_T$  определяются из эмпирических соотношений [1, 5]:

$$F_\mu = (3/8)(\alpha_2 / r) C_\mu (\text{Re}_{12}) \rho_1 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|,$$

$$C_\mu^{(1)} = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4,4}{\text{Re}_{12}^{1/2}} + 0,42 \quad (\alpha_2 < 0,08),$$

$$Q_T = (3/2)(\alpha_2 / r^2) \lambda_1 \text{Nu}_1 (T_1 - T_2),$$

$$\text{Nu}_1 = \begin{cases} 2 + 0,106 \text{Re}_{12} \text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} \leq 200), \\ 2,274 + 0,6 \text{Re}_{12}^{0,67} \text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} > 200), \end{cases}$$

$$\text{Re}_{12} = 2r\rho_1^\circ |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| / \mu_1, \quad \text{Pr}_1 = c_v \gamma_1 \mu_1 / \lambda_1.$$

где  $\text{Re}_{12}$ ,  $\text{Nu}_1$ ,  $\text{Pr}_1$  – числа Рейнольдса, Нуссельта и Прандтля;  $C_\mu$ ,  $\mu_1$ , Па·с,  $r$ , м – коэффициент межфазного трения, динамическая вязкость и радиус частицы.

Для численного моделирования разлета газозвеси использован гибридный метод крупных частиц второго порядка аппроксимации по пространству и времени [20]. Регуляризация численного решения выполнена двумя способами: с использованием искусственной вязкости типа Христенсена и нелинейной коррекцией потоков с ограничителями. Ранее применимость метода для данного класса задач проверялась на тестовой проблеме нелинейной акустики Шу – Ошера [21].

### Постановка задачи

В начальный момент времени ударная труба длиной  $X = 1$  м с закрытыми торцами разделена на две части (рис. 1, *b*). Слева от мембраны  $M$  (при  $0 < x \leq x_M = 0,5$  м) расположена камера высокого давления  $L$ , заполненная воздухом под давлением  $p_L = 10^6$  Па в смеси с монодисперсными сферическими несжимаемыми частицами с плотностью материала  $\rho_2 = 2500$  кг/м<sup>3</sup>. Дисперсная фаза занимает объемную долю  $\alpha_{2L} = 0,001$ .

Справа от мембраны  $M$  расположена область  $R$  ( $x_M < x < x_w$ ) с чистым воздухом пониженного давления ( $p_R = 10^5$  Па). Газ и дисперсная среда находятся в состоянии термодинамического равновесия ( $T_{1L,R} = T_{2L} = 293$  К) и неподвижны ( $v_{1L,R}, v_{2L,R} = 0$ ). Граничные условия слева (при  $x = 0$ ) и справа (при  $x = x_w$ ) заданы в форме непротекания – равенства нулю скоростей газа и частиц на торцевых стенках трубы. В момент времени  $t = 0$  мембрана  $M$  мгновенно удаляется. Требуется определить движение среды при  $t > 0$ . Численное решение задачи выполнялось гибридным методом крупных частиц с числом Куранта 0,4 на сетке, содержащей 400 ячеек.

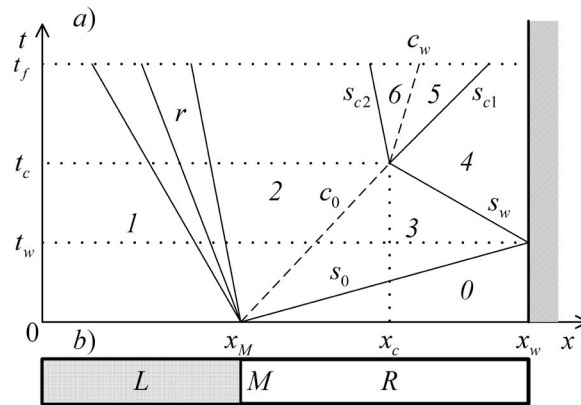


Рис. 1. Структура решения начальной стадии разлета газозвеси:  
 а – диаграмма  $x-t$ , б – ударная труба.

Рассматриваемые области пронумерованы;  $r$  – центрированная волна разрежения;  $s_0$  – первичная ударная волна, а  $s_w, s_{c1}, s_{c2}$  – формирующиеся за ней ударные волны;  $c_0, c_w$  – границы раздела сред до и после преломления ударной волны, отраженной от стенки, соответственно;  $L$  – камера высокого давления,  $M$  – мембраны,  $R$  – область чистого воздуха пониженного давления

### Решение задачи и обсуждение результатов

Вначале рассмотрим решение поставленной задачи на коротком интервале времени, структура решения которого представлена на диаграмме  $x-t$  (рис. 1,а). После удаления мембраны происходит распад разрыва параметров в точке  $x_M$ , разделяющей начальные состояния среды справа (0) и слева (1) от разрыва. При этом образуются центрированная волна разрежения  $r$ , зона постоянного течения 2 до контактного разрыва  $c_0$  и область спутного потока 3 за ударной волной  $s_0$ . В момент времени  $t_w$ , при достижении фронтом волны  $s_0$  правой стенки трубы, возникает отраженная ударная волна  $s_w$ , которая движется в противоположном направлении. А при ее взаимодействии с границей раздела сред  $c_0$ , в точке  $x_c$  происходит еще один распад разрыва: с отраженной ( $s_{c1}$ ) и прошедшей в слой газозвеси ( $s_{c2}$ ) ударными волнами.

Опираясь на базовые соотношения задачи Римана в равновесной двухфазной среде [22, 23], построим асимптотически точное решение (при  $d \rightarrow 0$ ) начальной стадии разлета газозвеси в закрытой ударной трубе. Решение ищется в предположении скоростной и температурной равновесности как последовательность распадов разрывов в точках  $x_M, x_w$  и  $x_c$ . Значения давления  $p_j$ , плотности  $\rho_j$ , скорости  $v_j$  смеси и объемной доли газа  $\alpha_{1j}$  снабжаются нижними индексами  $j = 0, 1, \dots, 6$ , в соответствии с номерами областей (см. рис. 1,а).

**Распад разрыва в точке  $x_M$ .** При заданных параметрах произвольного разрыва в областях 0 и 1 определяется давление в зонах постоянного течения  $p_2$  и спутного потока за ударной волной  $p_3 = p_2$  как решение уравнения

$$\frac{2a_1\alpha_{11}}{\gamma_1^*-1} \left[ 1 - \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma_1^*-1}{2\gamma_1^*}} \right] = (p_2 - p_0) \sqrt{\frac{\chi_0 - 1}{\rho_0 p_2 + p_0}}.$$

Здесь и далее используются следующие обозначения:  $\chi_j = (\gamma_j^* + 2\alpha_{1j} - 1) / (\gamma_j^* - 1)$ ,  $\kappa_j = (\gamma_j^* + 1) / (\gamma_j^* - 1)$  – вспомогательные функции;  $\gamma_j^* = 1 + (\zeta_{1j} R_1) / (\zeta_{1j} c_v + \zeta_{2j} c_2)$  – показатель политропы смеси, зависящий от массовых концентраций фаз  $\zeta_{ij} = \rho_{ij} / \rho_j$ ;  $R_1$  – газовая постоянная;  $a_j = \sqrt{\gamma_j^* p_j / (\rho_j \alpha_{1j})}$  – равновесная скорость звука в двухфазной среде.

С учетом полученного значения давления и неизменности показателя политропы смеси, вдоль траекторий  $\gamma_3^* = \gamma_0^*$  и  $\gamma_2^* = \gamma_1^*$  рассчитываются другие параметры газозвеси:

$$v_3 = v_2 = (p_3 - p_0) \sqrt{\frac{\chi_0 - 1}{\rho_0 (\kappa_0 p_3 + p_0)}},$$

$$\rho_3 = \rho_0 \frac{\kappa_0 p_3 + p_0}{\chi_0 p_0 + \frac{\gamma_0^* - 2\alpha_{10} + 1}{\gamma_0^* - 1} p_3}, \quad \alpha_{13} = 1 - \frac{\rho_3}{\rho_0} (1 - \alpha_{10}),$$

$$\rho_2 = \rho_1 \left[ \alpha_{21} + \alpha_{11} \left( 1 - \frac{\gamma_1^* - 1}{2\alpha_{11}} \frac{v_2}{a_1} \right)^{\frac{-2}{\gamma_1^* - 1}} \right]^{-1}, \quad \alpha_{12} = 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} (1 - \alpha_{11}),$$

$$M_0 = \sqrt{\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{13}} \left( \frac{\gamma_3^* + 2\alpha_{13} - 1}{2\gamma_3^*} \frac{p_3}{p_0} + \frac{\gamma_3^* - 2\alpha_{13} + 1}{2\gamma_3^*} \right)}, \quad D_0 = M_0 a_0,$$

где  $M_0, D_0$  – число Маха ударной волны  $s_0$  (см. рис. 1,а) и ее скорость соответственно.

Центрированная волна разрежения  $r$  в области  $I - 2$  (см. рис. 1,а) имеет автомодельное решение, зависящее от переменной  $\xi = (x - x_M) / a_1 \alpha_{11} t$ :

$$\left[ \frac{(1 - \alpha_{11}) \alpha_1(\xi)}{(1 - \alpha_1(\xi)) \alpha_{11}} \right]^\omega = \frac{\alpha_1(\xi) + \omega}{\alpha_1(\xi) (1 - \omega \xi)}, \quad \omega = \frac{\gamma_1^* - 1}{2},$$

$$M_c(\xi) = \frac{2\alpha_{11}}{\gamma_1^* + 2\alpha_1(\xi) - 1} (\alpha_1(\xi) \xi + 1), \quad M_c(\xi) = \frac{v(\xi)}{a_1},$$

$$\rho(\xi) = \rho_1 \frac{\alpha_1(\xi)}{\alpha_{11}} \left( 1 - \frac{\gamma_1^* - 1}{2\alpha_1(\xi)} M_c(\xi) \right)^{\frac{1}{\omega}}, \quad p(\xi) = p_1 \left( 1 - \frac{\gamma_1^* - 1}{2\alpha_{11}} M_c(\xi) \right)^{\frac{\gamma_1^*}{\omega}}.$$

**Отражение от стенки в точке  $x_w$ .** Параметры, характеризующие рассматриваемые процессы, которые происходят за отраженной ударной волной  $s_w$  при  $\gamma_4^* = \gamma_3^*$ , рассчитываются из системы уравнений:

$$2v_3 = 2(p_4 - p_3) \sqrt{\frac{\chi_3 - 1}{\rho_3 (\kappa_3 p_4 + p_3)}},$$

$$v_4 = v_3 - (p_4 - p_3) \sqrt{\frac{\chi_3 - 1}{\rho_3 (\kappa_3 p_4 + p_3)}},$$

$$\rho_4 = \rho_3 \frac{\kappa_3 p_4 + p_3}{\chi_3 p_3 + \frac{\gamma_3^* - 2\alpha_{13} + 1}{\gamma_3^* - 1} p_4}, \quad \alpha_{14} = 1 - \frac{\rho_4}{\rho_3} (1 - \alpha_{13}),$$

$$M_w = \sqrt{\frac{\alpha_{13}}{\alpha_{14}} \left( \frac{\gamma_4^* + 2\alpha_{14} - 1}{2\gamma_4^*} \frac{p_4}{p_3} + \frac{\gamma_4^* - 2\alpha_{14} + 1}{2\gamma_4^*} \right)}, \quad D_w = v_3 - M_w a_3,$$

где  $M_w, D_w$  – число Маха ударной волны  $s_w$ , отраженной от стенки (см. рис. 1,а), и ее скорость соответственно.

**Распад разрыва на контактной границе в точке  $x$ .** При взаимодействии с контактным разрывом ударной волны, отраженной от стенки, образуется конфигурация с двумя ударными волнами, которые характеризуются параметрами при  $\gamma_5^* = \gamma_4^*$  и  $\gamma_6^* = \gamma_2^*$ :

$$v_2 - (p_6 - p_2) \sqrt{\frac{\chi_2 - 1}{\rho_2 (\kappa_2 p_6 + p_2)}} = (p_6 - p_4) \sqrt{\frac{\chi_4 - 1}{\rho_4 (\kappa_4 p_6 + p_4)}},$$

$$v_6 = v_5 = v_2 - (p_6 - p_2) \sqrt{\frac{\chi_2 - 1}{\rho_2 (\kappa_2 p_6 + p_2)}}, \quad \rho_6 = \rho_2 \frac{\kappa_2 p_6 + p_2}{\chi_2 p_2 + \frac{\gamma_2^* - 2\alpha_{12} + 1}{\gamma_2^*} p_6},$$

$$\alpha_{16} = 1 - \frac{\rho_6}{\rho_2} (1 - \alpha_{12}).$$

$$M_2 = \sqrt{\frac{\alpha_{12}}{\alpha_{16}} \left( \frac{\gamma_6^* + 2\alpha_{16} - 1}{2\gamma_6^*} \frac{p_6}{p_2} + \frac{\gamma_6^* - 2\alpha_{16} + 1}{2\gamma_6^*} \right)}, \quad D_4 = M_4 a_4,$$

$$\rho_5 = \rho_4 \frac{\kappa_4 p_5 + p_4}{\chi_4 p_4 + \frac{\gamma_4^* - 2\alpha_{14} + 1}{\gamma_4^*} p_5}, \quad \alpha_{15} = 1 - \frac{\rho_5}{\rho_4} (1 - \alpha_{14}),$$

$$M_4 = \sqrt{\frac{\alpha_{14}}{\alpha_{15}} \left( \frac{\gamma_5^* + 2\alpha_{15} - 1}{2\gamma_5^*} \frac{p_5}{p_4} + \frac{\gamma_5^* - 2\alpha_{15} + 1}{2\gamma_5^*} \right)}, \quad D_4 = M_4 a_4,$$

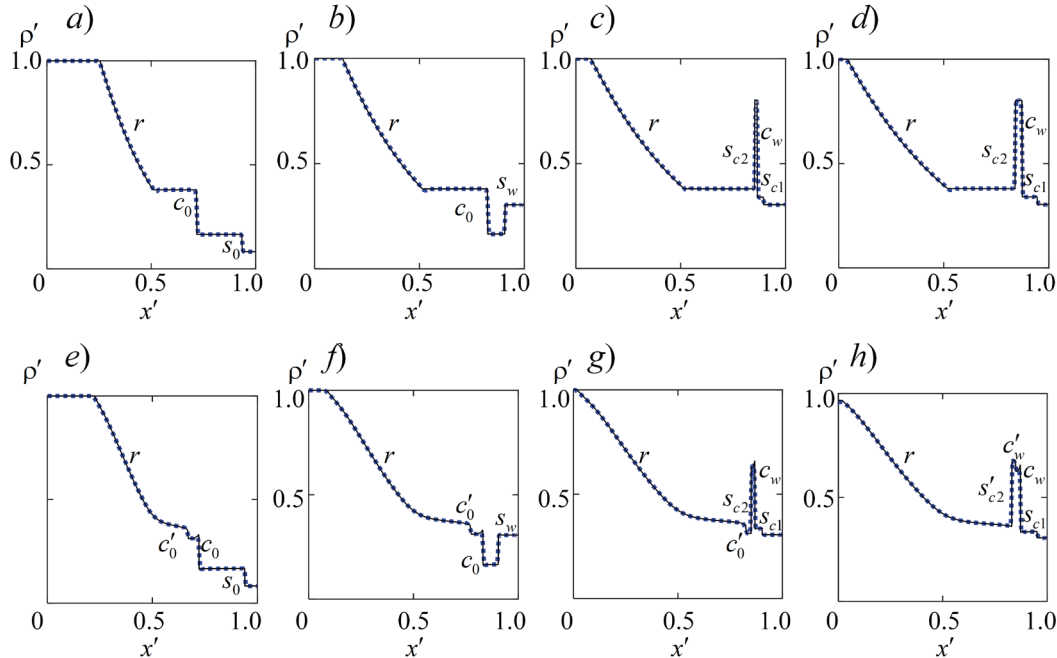


Рис. 2. Распределения относительной плотности смеси газа и частиц;  $d = 0,1 \mu\text{м}$  (а – d) и  $d = 20 \mu\text{м}$  (е – h) в моменты времени, мс: 0,8 (а,е), 1,2 (b,ф), 1,4 (с,г), 1,5 (d,н).

Обозначения соответствуют приведенным на рис. 1, а, однако во втором ряду  $c_0, c'_0, c_w, c'_w$  – контактные разрывы в газовой фазе (без штрихов) и скачки пористости (с верхними штрихами) до (индекс 0) и после (индекс w) преломления ударной волны, отраженной от стенки;  $s_{c2}, s'_{c2}$  – преломленная ударная волна на газовом контакте (без штриха) и на скачке пористости (с верхним штрихом)



где  $M_2, D_2, M_4, D_4$  – числа Маха и скорости ударных волн  $s_{c2}$  и  $s_{c1}$ , соответственно, образовавшихся после распада на контактной границе (см. рис. 1, *a*).

Моменты времени отражения ударной волны от стенки  $t_w$  и ее преломления на контактном разрыве  $t_c$ , а также координата преломления отраженного от стенки скачка уплотнения  $x_c$  определяются из выражений:

$$t_w = \frac{x_w - x_0}{D_0}, \quad t_c = \frac{x_w - x_0 - D_w t_w}{v_2 - D_w}, \quad x_c = x_0 + v_2 t_c.$$

Решение задачи разлета газозвеси на ранней стадии, в закрытой ударной трубе в последовательные моменты времени в виде профилей относительной плотности смеси вдоль безразмерной координаты  $x' = x/X$  представлено на рис. 2, *a – d* для размера частиц  $d = 0,1$  мкм и на рис. 2, *e – h* для  $d = 20$  мкм. Пунктиром показаны результаты расчета в обоих случаях на сетке 1/400, а сплошные линии (см. рис. 2) – это точные решения равновесной смеси, приведенные выше.

Для двухфазной среды с крупной фракцией течение является неравновесным, аналитические решения неизвестны. Поэтому для сравнения на рис. 2, *e – h* сплошными кривыми представлены результаты расчета на подробной сетке 1/4000. Отметим, что используемый гибридный метод крупных частиц хорошо разрешает детали течения.

В отличие от практически гомогенного течения, в ударной трубе газозвеси с мелкой фракцией примеси (см. рис. 2, *a – d*) для частиц большего размера наблюдается расслоение потока газа и дисперсной фазы (рис. 2, *e – h*). Следствием этого является расщепление начальной границы раздела сред на контактный разрыв в газе  $c_0$  и границу взвеси частиц  $c_0'$ . В последующие моменты времени отраженная от стенки ударная волна  $s_w$  преломляется сначала на газовом контакте  $c_w$  (рис. 2, *g*), а затем на скачке пористости  $c_w'$  (рис. 2, *h*).

Автомодельное решение равновесной двухфазной среды существует в течение ограниченного интервала времени. На изученной численно поздней стадии процесса разлета газозвеси, в ударной трубе возникают многократные взаимодействия скачков уплотнения и волн разрежения со стенками канала и интерфейсными границами. На рис. 3 для смеси с различными размерами частиц, а именно  $d = 0,1, 4,0, 10$  и  $20$  мкм, показаны безразмерные траектории движения контакта в газовой фазе 1 ( $x'_1 = x_1/X$ ) и границы взвеси частиц 2 ( $x'_2 = x_2/X$ ) с их общим начальным положением в точке  $x_M$ .

Как видно на этих рисунках, разлет смеси в замкнутом пространстве может интерпретироваться как диссипативная колебательная система. При этом для мелкодисперсной смеси начальная граница раздела сред совершает колебательные движения как единый контакт (рис. 3, *a*). С увеличением диаметра частиц скачок пористости осциллирует со смещением к правой стенке трубы, а также наблюдается более интенсивное затухание колебаний вследствие работы сил межфазного трения и теплообмена (рис. 3, *b – d*).

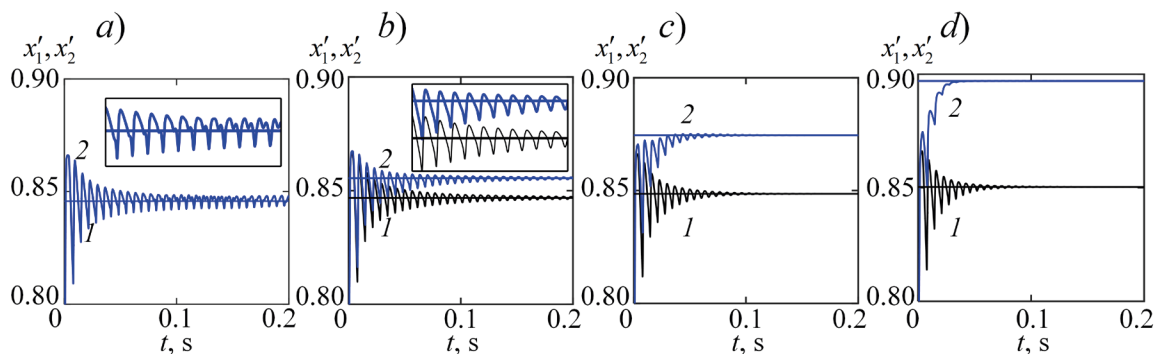


Рис. 3. Траектории движения контакта в газовой фазе 1 ( $x'_1$ , сплошные кривые) и границы взвеси частиц 2 ( $x'_2$ , жирные синие линии) для смеси с различными размерами частиц  $d$ , мкм: 0,1 (*a*), 4,0 (*b*), 10 (*c*) и 20 (*d*);

горизонтальные прямые – асимптоты траекторий контактов

### Заключение

Изучена начальная стадия разлета смеси газа и частиц в закрытой ударной трубе, связанная с распадом разрыва, отражением образованной ударной волны от стенки и ее преломлением на границе раздела сред. Получено асимптотически точное решение для случая мелких частиц. Численно гибридным методом крупных частиц обнаружены эффекты расслоения двухфазного течения и образования двух контактных поверхностей (границы взвеси и контакта в газовой фазе), с которыми взаимодействует отраженная ударная волна. Разрешающая способность и точность метода подтверждены сравнением с автотельными решениями. Установлено, что на длительном интервале времени слой газозвеси ведет себя как колебательная диссипативная система с затуханием, зависящим от размера дисперсных частиц.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. Ч. 1. – 464 с. Ч. 2. – 360 с.
2. Gidaspow D. Multiphase flow and fluidization. Continuum and kinetic theory descriptions. San Diego, USA: Academic Press, 1994. 467 p.
3. Медведев С. П., Поленов А. И., Гельфанд Б. Е., Цыганов С. А. Воздушные ударные волны при внезапном расширении сжатой двухфазной среды насыпной плотности // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23. № 3. С. 135–139.
4. Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Численное исследование параметров воздушных УВ при разлете расширяющегося слоя порошкообразной среды // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28. № 6. С. 105–112.
5. Ивандаев А. И., Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Численное исследование метания слоя порошка сжатым газом // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31. № 4. С. 63–70.
6. Садин Д. В. Поведение нестационарной струи при истечении смеси газа высокого давления и дисперсной среды из цилиндрического канала в атмосферу // Прикладная механика и техническая физика. 1999. Т. 40. № 1. С. 151–157.
7. Губайдуллин А. А., Дудко Д. Н., Урманчеев С. Ф. Моделирование взаимодействия воздушной ударной волны с пористым экраном // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36. № 4. С. 87–96.
8. Кукушкин И. О., Любарский С. Д. Экспериментальное исследование параметров нагружения конструкций потоком двухфазной среды при разрыве емкости // Физика горения и взрыва. 1994. Т. 30. № 2. С. 119–121.
9. Садин Д. В., Любарский С. Д., Гравченко Ю. А. Особенности недорасширенной импульсной импактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. Вып. 1. С. 22–26.
10. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Доклады Академии наук. 2016. Т. 466. № 4. С. 418–421.
11. Тукмаков Д. А. Численное исследование влияния свойств газовой составляющей взвеси твердых частиц на разлет сжатого объема газозвеси в двухкомпонентной среде // Инженерно-физический журнал. 2020. Т. 93. № 2. С. 304–310.
12. Temkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspensions. New York: Cambridge University Press, 2005. 400 p.
13. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Нелинейная волновая механика и технологии. Волновые и колебательные явления в основе высоких технологий (Серия «Нелинейная волновая механика») М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2011. 780 с.
14. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения аэрозоля в закрытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50. № 4. С. 603–605.
15. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А., Шайдуллин Л. Р. Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения газозвеси в закрытой трубе при переходе к ударно-волновому режиму // Теплофизика высоких температур. 2017. Т. 55. № 3. С. 484–486.
16. Губайдуллин Д. А., Осипов П. П., Альмакаев И. М. Моделирование дрейфа мелкодисперсных частиц в акустическом резонаторе с помощью пакета CFD // Проблемы энергетики.



2017. Т. 19. № 9–10. С. 112–121.

17. **Тукмаков А. Л.** Численное моделирование колебаний монодисперсной газозвеси в нелинейном волновом поле // Прикладная механика и техническая физика. 2011. Т. 52. № 2. С. 36–43.

18. **Тукмаков Д. А., Тукмакова Н. А.** Сопоставление результатов физических экспериментов по нелинейным колебаниям аэрозоля в акустических резонаторах с численными расчетами на основе математической модели гетерогенной сплошной среды // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы. Межвуз. сборник научных трудов. № 51. Пермь: Изд. центр “Perm University Press”, 2019. С. 87–96.

19. **Садин Д. В.** TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 12. С. 2098–2109.

20. **Садин Д. В.** Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газозвеси // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математическое моделирование и программирование. 2019. Т. 12. № 2. С. 112–122.

21. **Садин Д. В.** Схемы с настраиваемыми диссипативными свойствами для численного моделирования течений газа и газозвесей // Математическое моделирование. 2017. Т. 29. № 12. С. 89–104.

22. **Иванов А. С., Козлов В. В., Садин Д. В.** Нестационарное истечение двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 3. С. 60–66.

23. **Садин Д. В.** Приложение гибридного метода крупных частиц к расчету взаимодействия ударной волны со слоем газозвеси // Компьютерные исследования и моделирование. 2020. Т. 12. № 6. С. 1323–1338.

## REFERENCES

1. **Nigmatulin R. I.**, Dynamics of multiphase media, in 2 Vols., CRC Press, USA, 1990.
2. **Gidaspow D.**, Multiphase flow and fluidization. Continuum and kinetic theory descriptions, Academic Press, San Diego, USA, 1994.
3. **Medvedev S. P., Polenov A. N., Gelfand B. E., Tsyganov S. A.**, Air shock waves accompanying the sudden expansion of a compressed two-phase bulk material, Combust. Explos. Shock Waves. 23 (3) (1987) 372–376.
4. **Kutushev A. G., Rudakov D. A.**, Numerical investigation of the parameters of the air shocks associated with the expansion of a powder layer, Combust. Explos. Shock Waves. 28 (6) (1992) 670–676.
5. **Ivandaev A. I., Kutushev A. G., Rudakov D. A.**, Numerical investigation of throwing a powder layer by a compressed gas, Combust. Explos. Shock Waves. 31 (4) (1995) 459–465.
6. **Sadin D. V.**, Behavior of the unsteady jet of a mixture of a pressurized gas and dispersed particles discharged from a circular duct into the atmosphere, J. Appl. Mech. Tech. Phys. 40 (1) (1999) 130–135.
7. **Gubaidullin A. A., Dudko D. N., Urmancheev S. F.**, Modeling of the interaction between an air shock wave and a porous screen, Combust. Explos. Shock Waves. 36 (4) (2000) 496–505.
8. **Kukushkin I. O., Lyubarskii, S. D.**, Experimental study of parameters of structure loading by two-phase stream upon vessel fracture, Combust. Explos. Shock Waves. 30 (2) (1994) 252–253.
9. **Sadin D. V., Lyubarskii S. D., Gravchenko Y. A.**, Features of an under expanded pulsed impact gas-dispersed jet with a high particle concentration, Tech. Phys. 62 (1) (2017) 18–23.
10. **Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A.**, Shock wave dispersion of gas–particle mixtures, Dokl. Phys. 61 (2) (2016) 70–73.
11. **Tukmakov D. A.**, Numerical investigation of the influence of properties of the gas component of a suspension of solid particles on the spreading of a compressed gas–suspension volume in a binary medium, J. Eng. Phys. Thermophys. 93 (2) (2020) 291–297.
12. **Temkin S.**, Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspensions, Cambridge University Press, New York, 2005.
13. **Ganiev R. F., Ukrainskiy L. E.**, Nonlinear wave mechanics & technologies. Wave and oscillatory



phenomena on the basis of high technologies, Begell Ebook Platform, New York, 2012.

14. **Gubaidullin D. A., Zaripov R. G., Tkachenko L. A.**, Experimental study of coagulation and sedimentation of aerosols in a closed tube in the shock-free mode, *High Temp.* 50 (4) (2012) 564–566.

15. **Gubaidullin D. A., Zaripov R. G., Tkachenko L. A., Shaidulin L. R.**, Experimental study of coagulation and sedimentation of gas-particle suspension in closed tube under transfer to the shock-wave regime, *High Temp.* 55 (3) (2017) 469–471.

16. **Gubajdullin D. A., Osipov P. P., Al'makaev I. M.**, Simulation of fine particle drift in an acoustic resonator using the CFD package, *Power Engineering: Research, Equipment, Technology.* 19 (9–10) (2017) 112–121 (in Russian).

17. **Tukmakov A. L.**, Numerical simulation of oscillations of a monodisperse gas-particle mixture in a nonlinear wave field, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 52 (2) (2011) 186.

18. **Tukmakov D. A., Tukmakova N. A.**, Sopostavleniye rezultatov fizicheskikh eksperimentov po nelineinym kolebaniyam aerolya v akusticheskikh rezonatorakh s chislennymi raschyotami na osnove matematicheskoy modeli geterogennoy sploshnoy sredy [Comparison of the results of physical experiments on nonlinear aerosol vibrations in acoustic resonators with numerical calculations based on a mathematical model of a heterogeneous continuous medium], *Problems of Mechanics and Control, Nonlinear Dynamic Systems: A collection of scientific papers.* “Perm University Press”. 51 (2019) 87–96 (in Russian).

19. **Sadin D. V.**, TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type, *Computational Mathematics and Mathematical Physics.* 56 (12) (2016) 2068–2078.

20. **Sadin D. V.**, A modification of the large-particle method to a scheme having the second order of accuracy in space and time for shockwave flows in a gas suspension, *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS).* 12 (2) (2019) 112–122 (in Russian).

21. **Sadin D. V.**, Schemes with customizable dissipative properties as applied to gas-suspensions flow simulation, *Mathematical Models and Computer Simulations.* 29 (12) (2017) 89–104 (in Russian).

22. **Ivanov A. S., Kozlov V. V., Sadin D. V.**, Unsteady flow of a two-phase disperse medium from a cylindrical channel of finite dimensions into the atmosphere, *Fluid Dyn.* 31 (3) (1996) 386–391.

23. **Sadin D. V.**, Application of a hybrid large-particle method to the computation of the interaction of a shock wave with a gas suspension layer, *Computer Research and Modeling.* 12 (6) (2020) 1323–1338 (in Russian).

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**САДИН Дмитрий Викторович** – доктор технических наук, профессор Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия.

197198, Россия, г. Санкт-Петербург, Ждановская ул., 13

sadin@yandex.ru

ORCID: 0000-0001-5335-4847

## THE AUTHOR

**SADIN Dmitry V.**

*Military Space Academy named after A. F. Mozhaysky*

13 Zhdanovskaya St., St. Petersburg, 197198, Russia

sadin@yandex.ru

ORCID: 0000-0001-5335-4847

*Статья поступила в редакцию 15.06.2021. Одобрена после рецензирования 22.11.2021. Принята 22.11.2021.*

*Received 15.06.2021. Approved after reviewing 22.11.2021. Accepted 22.12.2021.*