

Научная статья  
УДК 535.3, 535-15, 535.417  
DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14413>

## **СООТНОШЕНИЕ РАО – КРАМЕРА ДЛЯ ОЦЕНКИ РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ С ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКИМ ИНТЕРФЕРОМЕТРОМ ФАБРИ – ПЕРО ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДОБРОТНОСТИ**

**А. А. Маркварт** ✉, **Л. Б. Лиокумович**, **Н. А. Ушаков**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия

✉ [markvart\\_aa@spbstu.ru](mailto:markvart_aa@spbstu.ru)

**Аннотация.** Работа посвящена получению аналитического соотношения для оценки разрешающей способности измерений с использованием внешнего волоконно-оптического интерферометра Фабри – Перо с произвольными коэффициентами отражения зеркал при его спектральном опросе. Разрешающую способность определяли в рамках формализма Рао – Крамера. Для аналитической оценки разрешения сначала находили предел Рао – Крамера, предполагая отсутствие расходимости света в зазоре интерферометра, которую затем учитывали через введение эффективного коэффициента отражения второго зеркала. Характеристики последнего определяли численными расчетами для широкого диапазона параметров интерферометра. Найденное итоговое соотношение связывает среднеквадратичное отклонение (СКО) измеренных величин зазора интерферометра с уровнем аддитивных шумов его спектрального сигнала и позволяет определять оптимальные параметры интерферометра, обеспечивающие его наилучшую разрешающую способность. Получены выражения для среднего уровня и СКО спектральной отражательной характеристики интерферометра.

**Ключевые слова:** интерферометр Фабри – Перо, волоконно-оптический, разрешающая способность, соотношение Рао – Крамера, расходимость

**Финансирование:** Исследование поддержано стипендией Президента Российской Федерации молодым ученым и аспирантам, осуществляющим перспективные научные исследования и разработки по приоритетным направлениям модернизации российской экономики на 2021 – 2023 годы. Стипендия № СП-5971.2021.4.

**Для цитирования:** Маркварт А. А., Лиокумович Л. Б., Ушаков Н. А. Соотношение Рао – Крамера для оценки разрешающей способности измерений с волоконно-оптическим интерферометром Фабри – Перо произвольной добротности // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2021. Т. 14. № 4. С. 172–189. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14413>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14413>

## ESTIMATING THE MEASUREMENT RESOLUTION OF AN ARBITRARY FINESSE FIBER-OPTIC FABRY – PEROT INTERFEROMETER VIA CRAMER – RAO BOUND

**A. A. Markvart** ✉, **L. B. Liokumovich**, **N. A. Ushakov**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

✉markvart\_aa@spbstu.ru

**Abstract:** The work is devoted to obtaining an analytical ratio for estimating the resolution of measurements using a fiber-optic Fabry – Perot interferometer with an arbitrary mirrors' reflectivity and its spectral interrogation. For this purpose, we used the Rao – Cramer formalism. The corresponding analytical expression was first obtained under the assumption that there was no light divergence in the interferometer gap, and then the divergence was taken into account by introducing the effective reflection coefficient of the second mirror. Characteristics of the latter we found numerically for a wide range of interferometer parameters. The found relation connects the root-mean-square deviation of the measured values of the interferometer gap with the level of additive noise of the spectral signal of the interferometer and makes it possible to find the optimal parameters of the interferometer that provide the best resolution. Also, expressions for the mean level and standard deviation of the fiber-optic Fabry – Perot interferometer reflectivity characteristic were obtained.

**Keywords:** Fabry – Perot interferometer, fiber-optic, resolution, Cramer – Rao bound, divergence

**Funding:** The research was supported by the scholarship of the President of the Russian Federation for young scientists and postgraduates carrying out advanced research and development in priority areas of modernization of the Russian economy for 2021 – 2023. Scholarship No. SP-5971.2021.4.

**For citation:** Markvart A. A., Liokumovich L. B., Ushakov N. A., Estimating the measurement resolution of an arbitrary finesse fiber-optic Fabry – Perot interferometer via Cramer – Rao bound, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 14 (4) (2021) 172–189. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.14413>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

### Введение

На сегодняшний день волоконно-оптические измерения широко распространены в мировой практике [1]. Волоконное исполнение интерферометрических датчиков имеет ряд преимуществ перед электрическими аналогами. Среди них электромагнитная нейтральность, устойчивость к высоким перепадам температуры и давления, влажности, сопротивление химической коррозии, биологическая совместимость, электробезопасность, компактные размеры. Благодаря указанным свойствам, такие датчики особенно востребованы в пространствах с агрессивными условиями среды, а также с повышенными требованиями к электробезопасности и компактности датчиков, например, в нефтегазовой промышленности [2], мониторинге зданий и сооружений [3 – 5], контроле природных и техногенных объектов [6], в электроэнергетике [7], ядерной энергетике [8, 9], медицине [10 – 12] и других.

В связи с запросами конечных потребителей таких датчиков на постоянное улучшение точности измерений, ведутся широкие научные исследования волоконно-интерферометрических датчиков, направленные на оптимизацию их характеристик.

К одной из привлекательных и часто применяемых схем волоконно-интерферометрического датчика относится схема с так называемым внешним волоконным интерферометром Фабри – Перо (ВВИФП) [13]. Достоинствами последнего выступают относительная простота структуры и при этом возможность реализации датчиков различных физических величин: от измерителей микроперемещений до датчиков температуры [13 – 20]. Перспективным методом опроса ВВИФП считается спектральная интерферометрия, которая заключается в регистрации и обработке спектральной зависимости отражения либо пропускания интерферометра, т. е. зависимости относительного уровня интенсивности отраженного от ВВИФП или прошедшего через него света от длины волны [21]. Такой подход дает возможность проведения абсолютных измерений [21], обеспечивает широкий динамический диапазон, высокую разрешающую способность измерений, удобство мультиплексирования нескольких ВВИФП.

Аппаратура для регистрации может быть представлена в двух основных конфигурациях:

широкополосный источник света на входе и оптический спектрометр на выходе;  
перестраиваемый во времени узкополосный лазер и фотоприемник [11, 21].

Обработка зарегистрированной спектральной зависимости позволяет определять значение длины интерферометра  $L$ , т. е. расстояния между отражающими поверхностями, которое они образуют. А изменения величины  $L$ , в свою очередь, могут быть пересчитаны в значение измеряемого воздействия на интерферометр [22].

Одной из основных характеристик любого датчика служит разрешающая способность измерений. В частности, для ВВИФП такой характеристикой является разрешение по измерению  $L$ , которое зависит от многих факторов [22, 23]. Это шумы измерительной аппаратуры, механические и терморелрактивные шумы, а также устойчивость используемого алгоритма вычисления целевого параметра к искажениям интерференционного сигнала [24]. При этом в ходе разработки и тестирования датчика полезно иметь возможность оценить предельный достижимый уровень разрешения, ограниченный влиянием шумов измерительной аппаратуры. Это позволяет обоснованно выбирать необходимые параметры чувствительного элемента, формировать требования к уровню шумов в схеме, а также оценивать эффективность тех или иных способов обработки регистрируемых спектральных осцилляций отражения или пропускания интерферометра. Для определения данного предела разрешения удобно использовать известное соотношение Рао – Крамера [22, 25].

Ранее модель предела разрешающей способности определения  $L$  была построена для слабодобротного ВВИФП при спектральном интерферометрическом опросе с использованием интеррогатора со сканированием длины волны [22, 23] (слабодобротным считается ВВИФП, коэффициенты отражения зеркал которого много меньше единицы). В этом случае можно пренебречь многократными переотражениями и рассматривать двухлучевую схему. Такой вариант ВВИФП широко используется в интерферометрических измерениях при простом построении схемы, когда зеркалами выступают непосредственно торцы стеклянных волокон с коэффициентами отражения на границе с воздухом, равными 3,5 %. Однако можно значительно улучшить разрешение ВВИФП, если увеличивать коэффициент отражения второго зеркала [26]. Ясно, что для конкретной задачи и условий создания схемы можно попытаться отыскать оптимальные параметры, например коэффициенты отражения ВВИФП, которые бы обеспечивали наилучшую разрешающую способность измерений.

Настоящая работа нацелена на построение аналитической оценки разрешающей способности измерений значения  $L$  при спектральном интерферометрическом опросе ВВИФП с произвольными значениями коэффициентов отражения зеркал.

#### **Спектральная зависимость отражения внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо и соотношение Рао – Крамера при оценке значения $L$**

В данной работе анализируется схема внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо, который формируется между торцом подводящего одномодового оптического волокна с коэффициентом отражения  $R_1$  и внешним зеркалом с коэффициентом

отражения  $R_2$ , установленным параллельно торцу волокна на расстоянии  $L$ , называемом длиной или базой интерферометра. Зазор между зеркалами может быть воздушным либо заполненным диэлектрическим материалом с показателем преломления  $n$ . Коэффициент  $R_1$  определяется либо различием значения  $n$  и показателя преломления сердцевины волокна, либо может дополнительно регулироваться нанесенным на торец диэлектрическим покрытием.

Схематичное изображение ВВИФП представлено на рис. 1. Рассмотрение такой схемы осложняется монотонной расходимостью пучка при прохождении внутри зазора интерферометра, что значительно затрудняет анализ характеристик интерференционного сигнала и оптимизацию основных параметров конструкции. Можно рассматривать варианты построения ВВИФП с коллимацией или фокусировкой пучка внутри интерферометра, например, с микролинзой между торцом волокна и внешним зеркалом, либо с применением градана на выходе волокна [27, 28]. Однако в первом случае неизбежно существенное увеличение габаритов, в том числе увеличение расстояния  $L$ , что значительно ухудшает и качество измерений [22]. Применение градана (второй случай), торец которого соответствует внутреннему зеркалу интерферометра, позволяет использовать малые значения  $L$ , но также неизбежно усложняет конструкцию и увеличивает ее габариты. Поэтому вариант ВВИФП, показанный на рис. 1, представляется привлекательным и во многих случаях предпочтительным, и мы выбрали и рассматриваем именно эту схему.

Спектральная зависимость отражения от ВВИФП  $S_{FP}$  определяется многолучевой интерференцией, обусловленной многократными переотражениями от зеркал интерферометра, и рассчитывается по следующей формуле [29]:

$$S_{FP}(L, \lambda) = \left| \sqrt{R_1} + \frac{T_1}{\sqrt{R_1}} \sum_{m=1}^{\infty} (R_1 R_2)^{\frac{m}{2}} \Lambda(mL, \lambda) e^{j\left(\frac{4\pi n m L}{\lambda} + \pi + \theta(mL, \lambda)\right)} \right|^2, \quad (1)$$

где  $\lambda$  – длина волны света;  $T_1 = (1 - R_1)$  – коэффициент пропускания на торце подводящего волокна по мощности;  $4\pi n m L / \lambda$ , рад, – фазовый набег при  $m$ -кратном прохождении через зазор интерферометра; функций  $\Lambda(mL, \lambda)$  и  $\theta(mL, \lambda)$  учитывают эффективность и

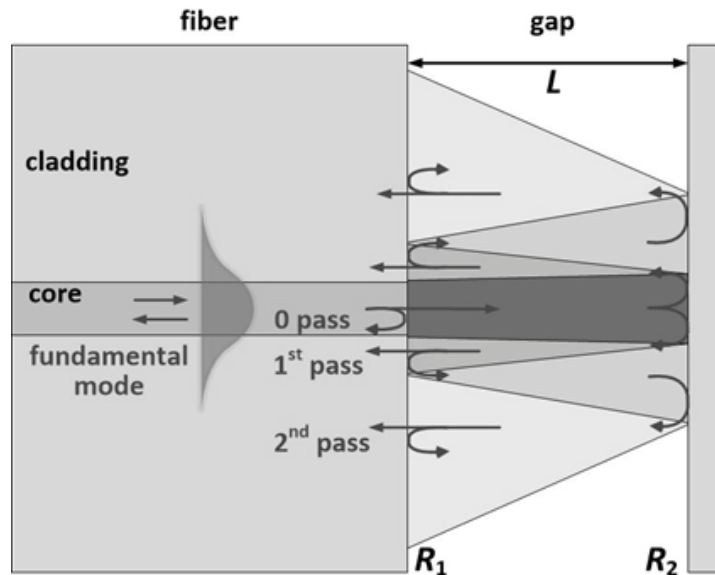


Рис. 1. Схематичное изображение ВВИФП:

торец подводящего одномодового оптического волокна (fiber), состоящего из сердцевины (core) и оболочки (cladding) с коэффициентом отражения  $R_1$ , расположен на расстоянии  $L$  от внешнего зеркала с коэффициентом отражения  $R_2$ ; стрелками показано прохождение (pass) основной моды волокна (fundamental mode) и световых волн в зазоре интерферометра

дополнительный фазовый набег при возбуждении поля моды волной,  $m$ -кратно отраженной от внешнего зеркала.

При записи выражения (1) мы полагаем спектральную плотность мощности источника излучения равномерной и единичной, т. е. рассматриваем  $S_{\text{FP}}$  как собственную нормированную характеристику интерферометра. В реальных условиях для получения  $S_{\text{FP}}$  необходимо предварительно измерять спектральную зависимость входного излучения интерферометра и производить соответствующую нормировку зарегистрированной зависимости отраженного от ВВИФП света. Выражение (1) можно представить в удобной для дальнейшего анализа форме [29]:

$$S_{\text{FP}}(L, \lambda) = R_1 + \frac{T_1^2}{R_1} \sum_{m=1}^{\infty} (R_1 R_2)^m \Lambda^2(mL, \lambda) +$$

$$+ 2T_1 \sum_{m=1}^{\infty} (R_1 R_2)^{\frac{m}{2}} \Lambda(mL, \lambda) \cos\left(\frac{4\pi n m L}{\lambda} + \pi + \theta(mL, \lambda)\right) +$$

$$+ 2\frac{T_1^2}{R_1} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=k+1}^{\infty} (R_1 R_2)^{\frac{m+k}{2}} \Lambda(mL, \lambda) \Lambda(kL, \lambda) \cos\left(\frac{4\pi n(m-k)L}{\lambda} + \theta(mL, \lambda) - \theta(kL, \lambda)\right). \quad (2)$$

Поскольку  $\Lambda$  изменяется с варьированием длины волны  $\lambda$  относительно слабо, средний уровень  $\bar{S}$  осцилляций  $S_{\text{FP}}$  определим как первые два слагаемые в выражении (2), которые не содержат явных осцилляций от длины волны:

$$\bar{S}(R_1, R_2, L, \lambda) = R_1 + \frac{T_1^2}{R_1} \sum_{m=1}^{\infty} (R_1 R_2)^m \Lambda^2(mL, \lambda). \quad (3)$$

Отметим, что выражение (1) отличается от аналогичного выражения для интерферометра Фабри – Перо с коллимированным излучением между зеркалами наличием компонент  $\Lambda(mL, \lambda)$ ,  $\theta(mL, \lambda)$ , учитывающих расходимость излучения при многократном прохождении через зазор интерферометра и нетривиально зависящих от длины  $m$ -го прохода и длины волны  $\lambda$ . Из-за этого, в отличие от традиционного выражения для интерферометра Фабри – Перо [13], ряды (1) или (2) не удастся свести к аналитическим выражениям, содержащим функцию Эйри, или подобным выражениям.

Поперечное распределение поля одномодового волокна близко к распределению Гаусса, поэтому распространение излучение в зазоре ВВИФП обычно рассматривают как гауссов пучок. В такой модели выражения для  $\Lambda(mL, \lambda)$  и  $\theta(mL, \lambda)$  можно записать в следующем виде [29]:

$$\Lambda(mL, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2 L^2 / z_R^2(\lambda)}},$$

$$\theta(mL, \lambda) = -\text{arctg}(mL / z_R(\lambda)), \quad (4)$$

где  $z_R = \pi w_0^2 / \lambda$  – рэлеевская длина гауссова пучка; величина  $w_0$  характеризует радиус гауссова пучка в перетяжке по уровню падения интенсивности в  $e^2$  раз, т. е. соответствует радиусу модового пятна волокна.

На рис. 2 показаны примеры зависимостей, рассчитанных на основе формул (1) и (4), которые наглядно демонстрируют проявление характерных отличий этих зависимостей от традиционных функций  $S_{\text{FP}}(L, \lambda)$  с ростом добротности интерферометра, например явную асимметрию формы зависимостей относительно экстремумов.

При практическом измерении спектральной передаточной функции ВВИФП современные системы опроса обычно регистрируют набор отсчетов  $S_{\text{FP}i} = S_{\text{FP}}(L, \lambda_i)$ , где  $i$  – но-

мер отсчета. Обычно используется равномерный шаг по длине волны  $\Delta = \lambda_{i+1} - \lambda_i$ , и можно записать  $\lambda_i = \lambda_0 + \Delta \cdot i$ , где  $\lambda_0$  – центр диапазона сканирования длины волны, а номер отсчета меняется в пределах от  $-(N - 1)/2$  до  $(N - 1)/2$  ( $N$  – количество спектральных отсчетов). Общий спектральный интервал сканирования длины волны  $\Delta\lambda = \Delta \cdot (N - 1)$ .

Далее учтем наличие аддитивного шума измерительной аппаратуры, который будем полагать белым и гауссовым. Тогда фактически регистрируемые отсчеты можно записать в виде  $S'_i = S_{FPi} + \delta s_i$ , где шумовые добавки  $\delta s_i$  будем полагать независимыми случайными величинами с одинаковым гауссовым распределением и дисперсией  $\sigma_{\delta s}^2$ .

В результате при нахождении значения  $L$  по отсчетам  $S'_i$  искомое выражение будет иметь дисперсию  $\sigma_L^2$  не ниже значения, задаваемого пределом Рао – Крамера [22, 25]:

$$\sigma_L = \left[ \frac{1}{\sigma_{\delta s}^2} \sqrt{\sum_{i=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \left( \frac{\partial S_{FPi}}{\partial L} \right)^2} \right]^{-1}. \quad (5)$$

На основе выражения (5), для модели (1) и (4) можно проводить численный расчет  $\sigma_L$  с учетом параметров  $n, R_1, R_2, w_0, \lambda_0$  и  $N$  (примеры получаемых зависимостей показаны далее в конце статьи). Анализ  $\sigma_L$  путем численного расчета при большом количестве параметров, многие из которых в разрабатываемой системе можно варьировать, вообще говоря, неудобен, и уверенный поиск оптимальной системы параметров становится трудоемким. Однако нахождение явного аналитического выражения для  $\sigma_L$  путем подстановки выражения (1) или (2) в формулу (5) вызывает затруднения, так как не удастся суммировать входящие в них ряды из-за наличия сложных и зависящих от  $m$  компонент  $\Lambda(mL, \lambda)$  и  $\theta(mL, \lambda)$ .

Для получения относительно простого соотношения для  $\sigma_L$  в данном рассмотрении предлагается следующий подход. Сначала нужно получить выражения в пренебрежении расходимостью излучения в зазоре интерферометра, а затем учесть эту расходимость в уже полученном выражении. Этот искусственный прием, безусловно, не позволяет найти выражение, справедливое во всем диапазоне учитываемых параметров, поэтому требуется дополнительный анализ его применимости.

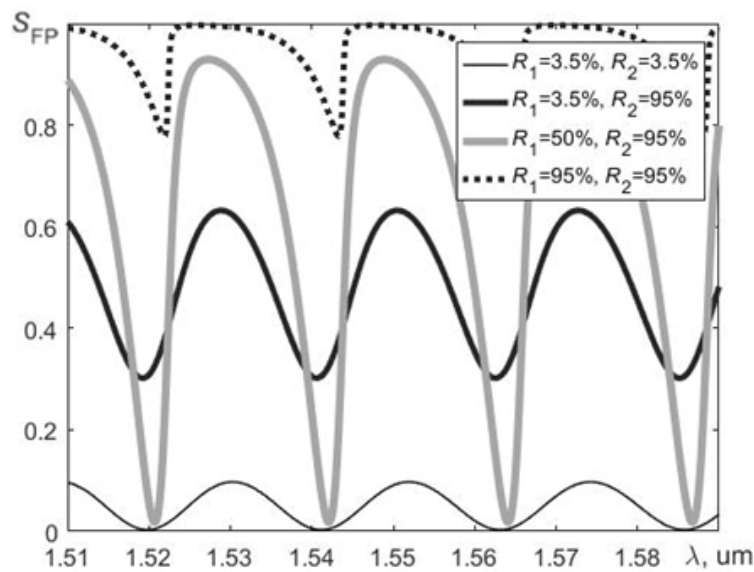


Рис. 2. Спектральная зависимость отражения  $S_{FP}(L, \lambda)$  для ВВИФП с длиной  $L = 100$  мкм и радиусом  $w_0 = 5,2$  мкм при разных коэффициентах отражения  $R_1, R_2$  на границах зазора интерферометра

Согласно предложенному подходу, сначала будем полагать, что в формуле (2) множитель  $\Lambda(mL, \lambda) = 1$  и фазовая добавка  $\theta(mL, \lambda) = 0$ . Тогда, если просуммировать геометрическую прогрессию, то можно переписать выражение (2) в более простом виде:

$$S_{\text{FP}}(L, \lambda) = \bar{S} + \sum_{m=1}^{\infty} S_m \cos\left(\frac{4\pi n mL}{\lambda}\right), \quad (6)$$

где средний уровень записывается как

$$\bar{S}(R_1, R_2) = \left[ R_1 + \frac{T_1^2}{R_1} \sum_{m=1}^{\infty} (R_1 R_2)^m \right] = \frac{R_1 - 2R_1 R_2 + R_2}{1 - R_1 R_2}, \quad (7)$$

а амплитуды гармонических компонент  $S_m$  задаются выражением

$$S_m = \frac{2(1 - R_1)(R_2 - 1)}{1 - R_1 R_2} (R_1 R_2)^{\frac{m}{2}}. \quad (8)$$

Далее найдем формулу для дисперсии  $\sigma_s^2$  отсчетов  $S_{\text{FP}}$ . Слагаемые суммы в выражении (6) при условии  $\Delta\lambda \ll \lambda_0$  являются квазигармоническими колебаниями с дисперсиями  $\sigma_{S_m}^2 = S_m^2/2$ . Поэтому дисперсия  $\sigma_s^2$  определяется суммой дисперсий квазигармонических колебаний и может быть записана в следующем простом виде:

$$\sigma_s = \frac{(1 - R_1)(1 - R_2)}{(1 - R_1 R_2)} \sqrt{\frac{2R_1 R_2}{1 - R_1 R_2}}. \quad (9)$$

Отношение дисперсии  $\sigma_s^2$  регистрируемых колебаний  $S_{\text{FP}}$  от  $\lambda$  к дисперсии аддитивного шума  $\sigma_{\text{дс}}^2$  логично обозначить как  $\text{SNR} = \sigma_s^2 / \sigma_{\text{дс}}^2$ .

Если использовать общее соотношение (5) для модели (6) и учесть введенные обозначения, то можно найти оценку значения  $\sigma_L$ . Преобразования, вынесенные в Приложение (см. в конце статьи), позволяют получить следующее выражение:

$$\sigma_L = \frac{1 - R_1 R_2}{\sqrt{1 + R_1 R_2}} \frac{\lambda_0}{4\pi n \sqrt{\text{SNR} \cdot N}}, \quad (10)$$

которое представляет собой предел Рао – Крамера для среднеквадратического отклонения (СКО) измеренного значения  $L$  при наличии аддитивного гауссова шума, найденное без учета расходимости излучения в зазоре интерферометра. Это выражение учитывает, кроме  $\sigma_{\text{дс}}^2$  и  $N$ , такие ключевые параметры схемы, как  $n$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ , и  $\lambda_0$ .

#### Учет расходимости света через введение эффективного коэффициента отражения второго зеркала ВВИФП

При выводе выражения (10) мы пренебрегли расходимостью гауссовых пучков в зазоре ВВИФП. Можно предположить, что наличие расходимости излучения наиболее сильно проявляется в снижении эффективности возбуждения поля моды волокна излучением  $m$ -го прохода, а дополнительные фазовые набегги не вносят вклада в эту дисперсию.

Тогда для учета расходимости введем эффективный коэффициент отражения второго зеркала  $R_{2\text{eff}}$  в виде произведения коэффициента отражения  $R_2$  и некоторого множителя  $\eta$ , который бы учитывал ослабление вклада излучения  $m$ -го прохода вследствие расходимости излучения и снижения доли мощности, вводимой в волокно. Введенный искусственно множитель  $\eta$  должен зависеть не только от  $L$ , но и от фактических коэффициентов отражения, поэтому  $R_{2\text{eff}}(R_1, R_2, L, \lambda) = R_2 \cdot \eta(R_1, R_2, L, \lambda)$ . Функцию  $\eta$  необ-



ходимо задать таким образом, чтобы при подстановке  $R_{2eff}$  вместо  $R_2$  в выражения для параметров осцилляций  $S_{FP}$  от  $\lambda$ , и в выражение для  $\sigma_L$ , результат максимально совпадал с численным расчетом аналогичных параметров непосредственно из строгих выражений для спектрального отражения ВВИФП (1) или (2), а также численного расчета  $\sigma_L$  на основе формулы (5).

С учетом вида выражений (2), (3), (5) и (7), (9) и (10) для параметров осцилляций  $S_{FP}$  и оценки  $\sigma_L$ , рассчитанных точно и по модели с пренебрежением расходимостью излучения, поиск функции  $\eta(R_1, R_2, L)$  удобно проводить, если взять за основу средний уровень осцилляций  $S_{FP}$ , определяемый выражениями (3) и (7). Чтобы найти функцию  $\eta(R_1, R_2, L)$ , поставим задачу минимизации функции  $D_{\bar{S}}$  которая составлена на основе разности средних уровней, описываемых выражениями (3) и (7), подставив при этом  $R_{2eff}$  вместо  $R_2$ :

$$D_{\bar{S}}(R_{12}, L, \lambda) = \left| \sum_{m=1}^{\infty} (R_{12})^m \Lambda^2(mL, \lambda) - \sum_{m=1}^{\infty} (R_{12} \eta(R_{12}, L, \lambda))^m \right|. \quad (11)$$

В разности (11) опущен общий множитель  $T_1^2 / R_1$ , который неважен в контексте минимизации разности (3) и (7), а также введено обозначение  $R_{12} = R_1 \cdot R_2$ . Первую сумму в выражении (11) можно найти только с помощью численного расчета с учетом первых  $M$  слагаемых, которые характеризуют  $M$  переотраженных пучков в зазоре ВВИФП. Вторая сумма в (11) представляет собой геометрическую прогрессию. Для снижения числа переменных минимизации, удобно использовать длину зазора интерферометра, нормированную на рэлеевскую длину гауссова пучка:  $L_n = L/z_R(\lambda)$ . Таким образом, выражение (11) можно переписать в следующем виде:

$$D_{\bar{S}}(R_{12}, L_n) = |f_1(R_{12}, L_n) - f_2(R_{12}, L_n)|, \quad (12)$$

где

$$f_1(R_{12}, L_n) = \sum_{m=1}^M (R_{12})^m \Lambda^2(mL_n), \quad (13)$$

$$f_2(R_{12}, L_n) = \frac{1}{\frac{1}{R_{12} \eta(R_{12}, L_n)} - 1}. \quad (14)$$

Мы рассмотрели диапазон изменения длины  $L_n$  от 0,1 до 30. Выбор нижней границы обусловлен тем, что в типичных конструкциях ВВИФП величина  $L$  составляет от десятков микрометров до нескольких миллиметров, а рэлеевская длина пучка для стандартных одномодовых волокон в видимом и ИК диапазонах составляет от 10 до 100 мкм [30]. Выбор верхней границы обусловлен тем, что при такой длине доля мощности излучения первого прохода находится всего на уровне одной десятой процента.

Изменение произведения коэффициентов отражения зеркал  $R_{12}$  мы анализировали в диапазоне от 0,001 до 0,9. Нижнюю границу задавали коэффициентами отражения от границы кварц – воздух в 3,5 % (интерферометр формируется между торцами двух световодов), а верхняя предполагает формирование отражения в размере 95 % на торце световода и на поверхности зеркала. Количество слагаемых  $M$  в  $f_1$  мы задавали равным 300, исходя из условия, что доля мощности  $M$ -го переотраженного пучка при минимальной нормированной базе  $L_n = 0,1$  должна быть на уровне одной десятой процента.

Задачу минимизации разности (12) решали для дискретных значений переменной  $R_{12}$  из заданного диапазона ее изменения. При этом зависимость  $f_1(R_{12}, L_n)$  для заданного значения  $R_{12}$  от  $L_n$  аппроксимировали выражением  $f_2'(R_{12}, L_n)$  вида



$$f_2'(R_{12}, L_n) = \frac{c}{aL_n^2 + bL_n - c + 1}. \quad (15)$$

Такая функция была выбрана исходя из двух соображений: во-первых, она позволяла достаточно хорошо описать поведение функции  $f_1(R_{12}, L_n)$  в заданных диапазонах параметров  $R_{12}$  и  $L_n$ . Это поясняет рис. 3, на котором представлены рассчитанные зависимости  $f_1(R_{12}, L_n)$  и их аппроксимации функцией  $f_2'(R_{12}, L_n)$  для разных значений  $R_{12}$ . Во-вторых, именно такая структура (15) является согласованной со структурой выражения (14) и позволяет получить искомую функцию  $\eta(R_{12}, L_n)$  в виде

$$\eta(R_{12}, L_n) = \frac{c(R_{12})}{R_{12} [a(R_{12})L_n^2 + b(R_{12})L_n + 1]}. \quad (16)$$

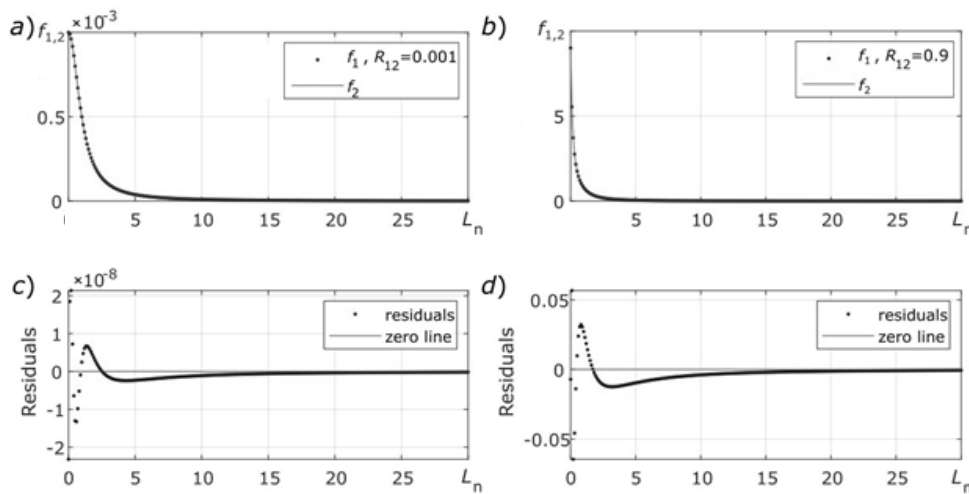


Рис. 3. Примеры рассчитанных зависимостей  $f_1(R_{12}, L_n)$ , аппроксимации  $f_2'(R_{12}, L_n)$  и их невязок  $f_1(R_{12}, L_n) - f_2'(R_{12}, L_n)$  для значений  $R_{12} = 0,001$  (a, c) и  $0,9$  (b, d)

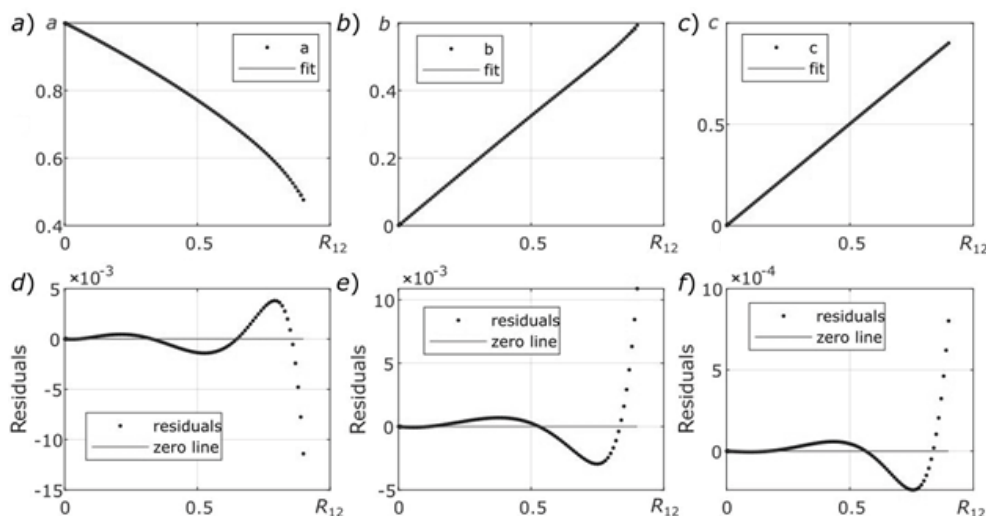


Рис. 4. Найденные зависимости  $a(R_{12})$  (a),  $b(R_{12})$  (b) и  $c(R_{12})$  (c), их аппроксимации полиномиальными функциями (на тех же графиках) и соответствующие невязки (d – f)

После расчета коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ , для набора дискретных значений  $R_{12}$  были построены зависимости  $a(R_{12})$ ,  $b(R_{12})$ , и  $c(R_{12})$ , которые затем аппроксимировали полиномиальными функциями с весовыми коэффициентами  $1/L_n^2$  (рис. 4).

Таким образом, выражение для эффективного коэффициента отражения второго зеркала можно записать в следующем виде:

$$R_{2eff}(R_1, R_2, L_n) = \frac{R_2 c(R_{12})}{R_{12} (a(R_{12}) L_n^2 + b(R_{12}) L_n + 1)};$$

$$a(R_{12}) = -0,3289R_{12}^4 + 0,2753R_{12}^3 - 0,1766R_{12}^2 - 0,3935R_{12} + 1;$$

$$b(R_{12}) = 0,007938R_{12}^3 - 0,01682R_{12}^2 + 0,6557R_{12} - 0,000004771;$$

$$c(R_{12}) = -0,027R_{12}^3 + 0,02331R_{12}^2 + R_{12} - 0,0000001505.$$
(17)

Таким образом, мы установили, что средний уровень и СКО осцилляций ВВИФП, при наличии аддитивного гауссова шума и учете расходимости излучения в зазоре интерферометра, можно оценить на основе выражений

$$\bar{S}'(R_1, R_2, L_n) = \frac{R_1 - 2R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n) + R_{2eff}(R_1, R_2, L_n)}{1 - R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n)},$$
(18)

$$\sigma_S'(R_1, R_2, L_n) = \frac{(1 - R_1)(1 - R_{2eff}(R_1, R_2, L_n))}{(1 - R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n))} \sqrt{\frac{2R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n)}{1 - R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n)}},$$
(19)

а предел Рао – Крамера для СКО измеренного значения  $L$  приобретает следующий вид:

$$\sigma_L'(R_1, R_2, L_n) = \frac{1 - R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n)}{\sqrt{1 + R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n)}} \frac{\lambda_0}{4\pi n \sqrt{\text{SNR}(R_1, R_2, L_n) \cdot N}},$$
(20)

где  $R_{2eff}(R_1, R_2, L_n)$  определяется выражением (17), а отношение сигнал/шум описывается выражением

$$\text{SNR}(R_1, R_2, L_n) = \frac{2R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n) (1 - R_1)^2 (1 - R_{2eff}(R_1, R_2, L_n))^2}{(1 - R_1 R_{2eff}(R_1, R_2, L_n))^3 \sigma_{\delta s}^2(R_1, R_2, L_n)}.$$
(21)

Стоит отметить, что в выражение (21) входит дисперсия аддитивного шума  $\sigma_{\delta s}$ , которая в общем случае может зависеть от параметров схемы  $R_1$ ,  $R_2$  и  $L_n$ , что связано с конкретным механизмом формирования этого шума. Указанная дисперсия заслуживает отдельного рассмотрения.

#### Анализ диапазонов применимости полученных выражений

Для проведения анализа применимости полученных выражений сначала представим график относительного отклонения функции  $f_2'$ , рассчитанной с использованием найденных коэффициентов  $a$ ,  $b$ ,  $c$  по выражению (17), от функции  $f_1$  (рис. 5). Аппроксимация описывает функцию  $f_1$  с точностью до 15 % либо для  $R_{12} < 0,15$  для всех значений  $L_n$ , либо для  $L_n < 22$  для всех значений  $R_{12}$ .

Затем были проведены следующие численные эксперименты. С использованием выражений (1) – (5) были рассчитаны средние уровни сигналов ВВИФП (рис. 6), СКО сигналов ВВИФП (рис. 7); подстановкой выражения (2) в выражение (5) были рассчитаны

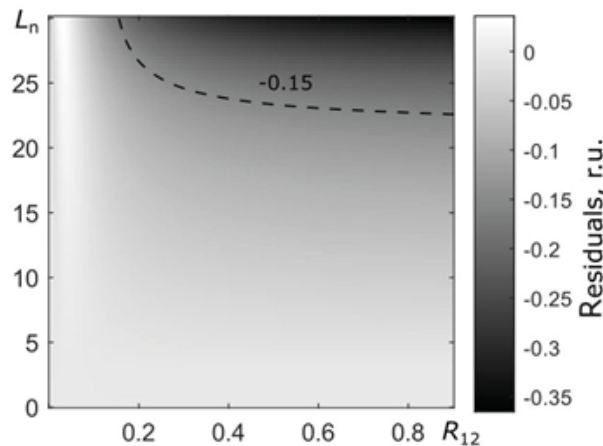


Рис. 5. Относительная невязка  $[f_1(R_{12}, L_n) - f_2'(R_{12}, L_n)]/f_1(R_{12}, L_n)$ . Пунктиром отмечена линия 15%-го отклонения

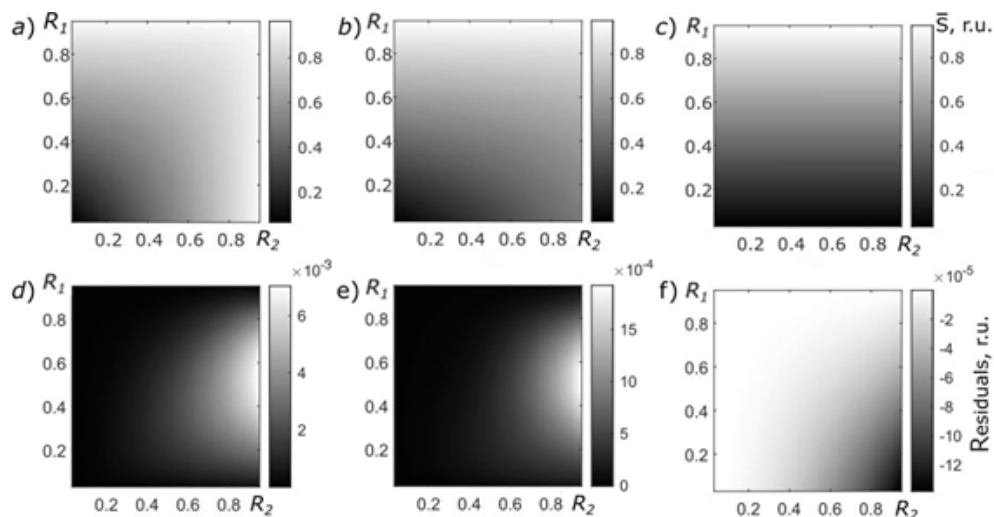


Рис. 6. Средние уровни сигналов ВВИФП  $\bar{S}$  и относительные отклонения  $(\bar{S} - S')/\bar{S}$  строгих (рассчитанных по ф-лам (1) и (4)) и модельных (по ф-лам (17), (18)) (d – f) для значений  $L_n = 0,1$  (a, d), 1,0 (b, c) и 30 (e, f)

достижимые СКО измеренных значений  $L$  ВВИФП (рис. 8). Затем были рассчитаны соответствующие отклонения предсказаний по разработанной нами модели (см. выражения (17) – (20)) от вышеупомянутых численных расчетов. При этом были заданы следующие параметры ВВИФП: диапазон изменения  $R_1, R_2$  составлял 0,035 – 0,95, изменения  $L_n$  лежали в диапазоне от 0,1 до 30; ширина окна выбиралась такой, чтобы в него укладывалось целое число периодов сигнала, в частности три периода, что было сделано для удобства расчета СКО сигнала и для пренебрежения небольшой осциллирующей зависимостью в соотношении Рао – Крамера (см. выражение (П3) в *Приложении*); расчеты были произведены для центральной длины волны окна  $\lambda_0 = 1,55$  мкм и радиуса гауссового пучка  $w_0 = 5,2$  мкм.

Для среднего уровня осцилляций  $\bar{S}$  предсказания модели совпали с расчетными значениями с точностью до одной десятой процента. Для дисперсии  $\sigma_S$  отсчетов  $S_{FPi}$  расхождение не превышало 30 %, причем наибольшие отклонения (свыше 15 %) наблюдались при  $R_2 > 0,7$ . Для величины  $\sigma_L$  расхождение не превышало 40 % для  $R_1, R_2 < 0,7$ . Причина таких отклонений заключается как в ограниченной точности используемых аппроксимаций, так и в пренебрежении дополнительными фазовыми набегам, возникающими при возбуждении моды волокна волной  $m$ -го прохода, что делает зависимость  $S_{FP}$  несимметричной для значений  $R_1$  и  $R_2$ , близких к единице (см. рис. 2). Таким образом,



следует иметь в виду, что показания модели для СКО измеренных значений  $L$  ВВИФП оказываются завышенными для указанных комбинаций параметров ВВИФП. Впрочем, даже такие существенные расхождения, как 40 %, могут быть приемлемы в задаче грубой оценки предельно достижимой разрешающей способности измерений.

Таким образом, разработанная модель с полученными простыми явными выражениями для  $\sigma_L$  позволяет быстро оценить достижимую разрешающую способность измерений в конкретной схеме с ВВИФП и подбирать оптимальные параметры схемы.

Например, на рис. 8 видно, что для  $L_n = 0,1$  оптимальные коэффициенты отражения должны быть как можно больше, для  $L_n = 1$  коэффициент отражения второго зеркала должен быть максимальным; коэффициент отражения первого зеркала должен составлять около 60 %, для  $L_n = 30$  коэффициент отражения второго зеркала должен быть максимальным, а коэффициент отражения первого зеркала должен составлять около 50 %.

На рис. 9 также построены зависимости предела разрешающей способности определения  $L$  от  $L_n$  при разных коэффициентах отражения на границах зазора интерферометра. Кривые на графиках также иллюстрируют как сами зависимости  $\sigma_L$  от  $L$  и других параметров, так и расхождения между строгим значением СКО измеренных значений  $L$  ВВИФП  $\sigma_L$  и рассчитанным по построенной модели значением  $\sigma_L'$ .

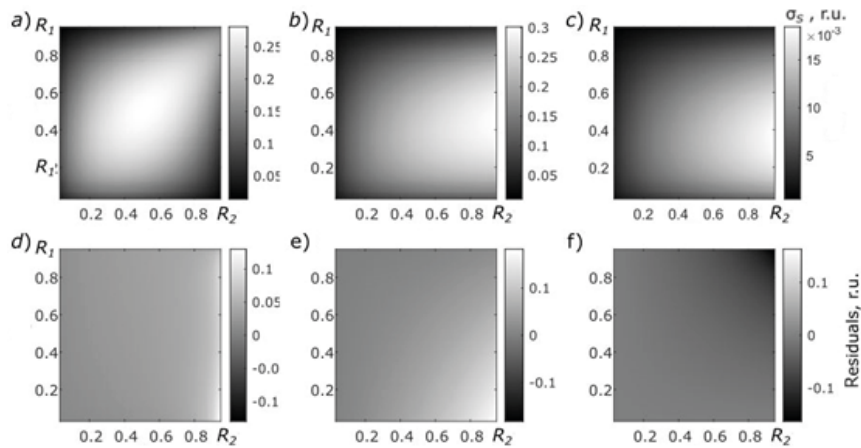


Рис. 7. СКО сигналов ВВИФП  $\sigma_S$  (a – c) и относительные отклонения  $(\sigma_S - \sigma_S')/\sigma_S$ , строгих (рассчитанных по ф-лам (1) и (4)) и модельных (по ф-лам (17), (19)) (d – f) для тех же значений  $L_n$ , что на рис. 6

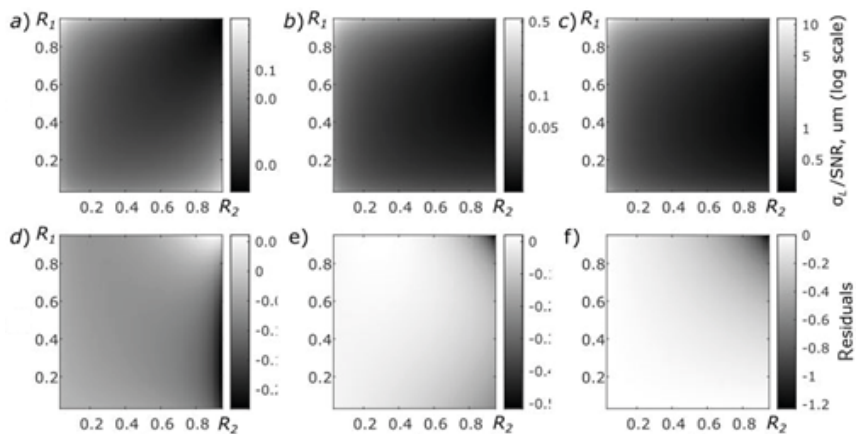


Рис. 8. Значения отношения  $\sigma_L/\text{SNR}$  (a – c) и относительных отклонений  $(\sigma_L - \sigma_L')/\sigma_L/\text{SNR}$ , строгих (рассчитанных по ф-лам (1) и (5)) и модельных (по ф-лам (17), (20)) (d – f) для тех же значений  $L_n$ , что на рис. 6 и 7

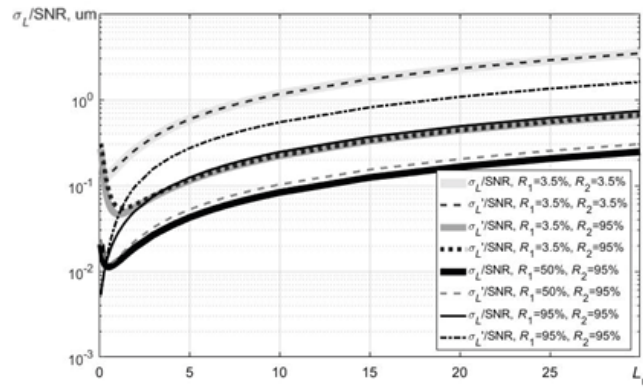


Рис. 9. Зависимости величин  $\sigma_L$  и  $\sigma_L'$  (нормированы на SNR) от  $L_n$  при разных значениях  $R_1$  и  $R_2$ . Представлены результаты численных расчетов по ф-лам (1) и (5) (сплошные линии) и расчетов по модели (17), (20) (пунктиры)

### Заключение

В данной работе получены явные аналитические выражения для среднего уровня и СКО спектральной зависимости отражения внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо произвольной добротности, а также выражения для оценки достижимой разрешающей способности измерений длины интерферометра в соответствии с пределом Рао – Крамера. Данные выражения были получены благодаря учету расходимости света в зазоре ВВИФП через введение эффективного коэффициента отражения второго зеркала. При этом указанный коэффициент был найден путем численных расчетов в широком диапазоне параметров ВВИФП.

Полученные результаты важны при разработке оптимальных интерферометрических волоконно-оптических датчиков на основе внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо.

### Приложение

С применением общего соотношения (5) для модели (6), с учетом введенных обозначений, можно найти оценку значения  $\sigma_L$ . Для краткости введем следующее обозначение:

$$S = \frac{2(1-R_1)(R_2-1)}{1-R_1R_2}, \tag{П1}$$

и тогда  $S_m = S \cdot (R_1R_2)^{m/2}$ .

Производная от  $S_{FP}$  по  $L$  имеет вид

$$\frac{\partial S_{FPi}(L, \lambda_i)}{\partial L} = \sum_{m=1}^{\infty} S \frac{4\pi nm}{\lambda_i} (R_1R_2)^{\frac{m}{2}} \sin\left(\frac{4\pi nmL}{\lambda_i}\right). \tag{П2}$$

Далее, в соответствии с формулой (5), следует найти сумму  $\partial S_{FPi} / \partial L$ :

$$\sum_{i=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \left( \frac{\partial S_{FPi}(L, \lambda_i)}{\partial L} \right)^2 = \sum_{i=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \left[ \sum_{m=1}^{\infty} S^2 (4\pi n)^2 m^2 (R_1R_2)^m \frac{1}{\lambda_i^2} \sin^2\left(\frac{4\pi nmL}{\lambda_i}\right) + \right. \tag{П3}$$

$$\left. + 2 \sum_{m \neq l} S^2 (4\pi n)^2 (R_1R_2)^{\frac{m+l}{2}} \frac{1}{\lambda_i^2} ml \sin\left(\frac{4\pi nmL}{\lambda_i}\right) \sin\left(\frac{4\pi nlL}{\lambda_i}\right) \right].$$

Суммой по  $i$  второго слагаемого в данном равенстве можно пренебречь при большом количестве периодов  $S_{\text{PF}}$ . Тогда получим:

$$\sum_{i=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \left( \frac{\partial S_{\text{FPi}}(L, \lambda_i)}{\partial L} \right)^2 = \sum_{m=1}^{\infty} \left[ S^2 (4\pi n)^2 m^2 (R_1 R_2)^m \cdot \sum_{i=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \left[ \frac{1}{\lambda_i^2} \sin^2 \left( \frac{4\pi n m L}{\lambda_i} \right) \right] \right]. \quad (\text{П4})$$

Ряды в уравнении (П4) суммируются, т. е.

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ m^2 (R_1 R_2)^m \right] = \frac{R_1 R_2 (1 + R_1 R_2)}{(1 - R_1 R_2)^3},$$

$$\sum_{i=-\frac{N-1}{2}}^{\frac{N-1}{2}} \left[ \frac{1}{\lambda_i^2} \sin^2 \left( \frac{4\pi n m L}{\lambda_i} \right) \right] \approx \frac{N}{2\lambda_0^2}, \quad (\text{П5})$$

В итоге получаем следующее выражение:

$$\sigma_L = \left( \frac{1}{\sigma_{\delta s}^2} \frac{2(1-R_1)^2 (1-R_2)^2 R_1 R_2}{(1-R_1 R_2)^3} \frac{1+R_1 R_2}{(1-R_1 R_2)^2} (4\pi n)^2 \frac{N}{\lambda_0^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{П5})$$

С учетом формулы (9) для  $\sigma_s$  и введенного обозначения  $\text{SNR} = \sigma_s^2 / \sigma_{\delta s}^2$ , выражение (П5) можно переписать в виде выражения (10).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Sharma U., Wei X.** Fiber optic interferometric devices // Fiber Optic Sensing and Imaging. New York: Springer, 2013. Pp. 29–53.
2. **Baldwin C.** Fiber optic sensors in the oil and gas industry: Current and future applications // Opto-mechanical fiber optic sensors by Hamid Alemohammad. USA: Butterworth-Heinemann, 2018. Pp. 211–236.
3. **Alokita S., Rahul V., Jayakrishna K., Kar V. R., Rajesh M., Thirumalini S., Manikandan M.** Recent advances and trends in structural health monitoring // Structural health monitoring of biocomposites, fibre-reinforced composites and hybrid composites. Cambridge, UK: Woodhead Publishing, 2019. Pp. 53–73.
4. **Федотов М. Ю., Лоскутов М. Л., Шелемба И. С., Колесников А. В., Овчинников И. Г.** К вопросу мониторинга несущих металлических конструкций мостов с использованием волоконно-оптических датчиков // Транспортные сооружения. 2018. Т. 5. № 3. Статья № 11SATS318.
5. **Запруднов В., Серегин Н. Г., Гречаная Н. Н.** Информационно-измерительные системы мониторинга технического состояния строительных конструкций // Лесной вестник. 2018. Т. 22. № 5. С. 86–93.
6. **Кульчин Ю. Н., Каменев О. Т., Петров Ю. С., Колчинский В. А., Подлесных А. А.** Волоконно-оптический интерферометрический акселерометр для мониторинга природных и тех-

ногенных объектов // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2019. Т. 62. № 3. С. 291–296.

7. **Temkina V., Medvedev A., Mayzel A.** Research on the methods and algorithms improving the measurements precision and market competitive advantages of fiber optic current sensors // *Sensors*. 2020. Vol. 20. No. 21. P. 5995.

8. **Butov O. V., Chamorovskiy Y. K., Bazakutsa A. P., Fedorov A. N., Shevtsov I. A.** Optical fiber sensor for deformation monitoring of fuel channels in industrial nuclear reactors // *Proceedings of the 26-th International Conference on Optical Fiber Sensors (OSF-26)*. September 24 – 28. Lausanne, Switzerland, 2018. P. TuE103.

9. **Cheymol G., Gusarov A., Gaillot S., Destouches C., Caron N.** Dimensional measurements under high radiation with optical fibre sensors based on white light interferometry-report on irradiation tests // *IEEE Transactions on Nuclear Science*. 2014. Vol. 61. No. 4. Pp. 2075–2081.

10. **Tosi D., Poeggel S., Iordachita I., Schena E.** Fiber optic sensors for biomedical applications // *Opto-Mechanical Fiber Optic Sensors* by Hamid Alemohammad. USA: Butterworth-Heinemann, 2018. Pp. 301–333.

11. **Боровков П. С., Пуртов В. В.** Волоконно-оптический катетер для манометрии высокого разрешения // XXIV Туполевские чтения. Школа молодых ученых, посвященная 130-летию со дня рождения авиаконструктора И. И. Сикорского. 7 – 8 ноября 2019 г. г. Казань. Материалы конференции в 6 тт. Т. 5. С. 459–465.

12. **Ushakov N., Markvart A., Kulik D., Liokumovich L.** Comparison of pulse wave signal monitoring techniques with different fiber-optic interferometric sensing elements // *Photonics*. 2021. Vol. 8. No. 5. P. 142.

13. **Rao Y. J., Ran Z. L., Gong Y.** Fiber-optic Fabry – Perot sensors: An introduction. Florida, USA: CRC Press, 2017. 204 p.

14. **Liu Y., Huang L., Dong J., Li B., Song X.** High sensitivity fiber-optic temperature sensor based on PDMS glue-filled capillary // *Optical Fiber Technology*. 2021. Vol. 67. December. P. 102699.

15. **Pettinato S., Baretin D., Sedov V., Ralchenko V., Salvatori S.** Fabry – Perot pressure sensors based on polycrystalline diamond membranes // *Materials*. 2021. Vol. 14. No. 7. P. 1780.

16. **Xiang Z., Dai W., Rao W., Cai X., Fu, H.** A gold diaphragm based Fabry – Perot interferometer with a fiber-optic collimator for acoustic sensing // *IEEE Sensors Journal*. 2021. Vol. 21. No. 16. Pp. 17882–17888.

17. **Фадеев К. М., Минкин А. М., Ларионов Д. Д., Созонов Н. С.** Волоконно-оптический датчик высокого давления на основе интерферометра Фабри – Перо // *Фотон-экспресс*. 2019. № 6 (158). С. 336–337.

18. **Егорова О. Н., Лихачев И. Г., Васильев С. А., Сверчков С. Е., Галаган Б. И., Денкер Б. И., Семенов С. Л., Пустовой В. И.** Датчик деформации на основе интерферометра Фабри – Перо, сформированного в сердцевине композитного волоконного световода // *Фотон-экспресс*. 2019. № 6 (158). С. 351–352.

19. **Zhang M., Liu Z., Zhang Yu., Zhang Ya., Yang X., Zhang J., Yang J., Yuan L.** Spider dragline silk-based FP humidity sensor with ultra-high sensitivity // *Sensors and Actuators B: Chemical*. 2021. Vol. 350. 1 January. P. 130895.

20. **Rodríguez-Quiroz O., Domínguez-Flores C. E., Monzón-Hernández D., Moreno-Hernández C.** Hybrid fiber Fabry – Perot interferometer with improved refractometric response // *Journal of Lightwave Technology*. 2019. Vol. 37. No. 17. Pp. 4268–4274.

21. **Liokumovich L., Markvart A., Ushakov N.** Utilization of extrinsic Fabry – Perot interferometers with spectral interferometric interrogation for microdisplacement measurement // *Journal of Electronic Science and Technology*. 2020. Vol. 18. No. 1. P. 100030.

22. **Ushakov N., Liokumovich L.** Resolution limits of extrinsic Fabry – Perot interferometric displacement sensors utilizing wavelength scanning interrogation // *Applied Optics*. 2014. Vol. 53. No. 23. Pp. 5092–5099.

23. **Ushakov N. A., Liokumovich L. B.** Multiplexed extrinsic fiber Fabry – Perot interferometric sensors: resolution limits // *Journal of Lightwave Technology*. 2015. Vol. 33. No. 9. Pp. 1683–1690.

24. **Ushakov N. A., Liokumovich L. B.** Abrupt  $\lambda/2$  demodulation errors in spectral interferometry: Origins and suppression // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2020. Vol. 32. No. 18. Pp. 1159–1162.

25. **Rife D., Boorstyn R.** Single tone parameter estimation from discrete-time observations // *IEEE*



Transactions on Information Theory. 1974. Vol. 20. No. 5. Pp. 591–598.

26. **Ushakov N., Markvart A., Liokumovich L.** Enhancing the resolution limits of spectral interferometric measurements with swept-wavelength interrogation by means of a reference interferometer // *Applied Optics*. 2015. Vol. 54. No. 19. Pp. 6029–6036.

27. **Yin B., Hyun C., Gardecki J. A., Tearney G. J.** Extended depth of focus for coherence-based cellular imaging // *Optica*. 2017. Vol. 4. No. 8. Pp. 959–965.

28. **Wang F., Xie J., Hu Z., Xiong S., Luo H., Hu Y.** Interrogation of extrinsic Fabry – Perot sensors using path-matched differential interferometry and phase generated carrier technique // *Journal of Lightwave Technology*. 2015. Vol. 33. No. 12. Pp. 2392–2397.

29. **Wilkinson P. R., Pratt J. R.** Analytical model for low finesse, external cavity, fiber Fabry – Perot interferometers including multiple reflections and angular misalignment // *Applied Optics*. 2011. Vol. 50. No. 23. Pp. 4671–4680.

30. Thorlabs. Single mode fiber. Режим доступа: [https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup\\_id=949](https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=949) (Дата обращения 15.09. 2021)

## REFERENCES

1. **Sharma U., Wei X.**, Fiber optic interferometric devices, *Fiber Optic Sensing and Imaging*. Springer, New York (2013) 29–53.

2. **Baldwin C.**, Fiber optic sensors in the oil and gas industry: Current and future applications, *Opto-mechanical fiber optic sensors* by Hamid Alemohammad, Butterworth-Heinemann, USA (2018) 211–236.

3. **Alokita S., Rahul V., Jayakrishna K., et al.**, Recent advances and trends in structural health monitoring, *Structural health monitoring of biocomposites, fibre-reinforced composites and hybrid composites*, Woodhead Publishing, Cambridge, UK (2019) 53–733.

4. **Fedotov M. Yu., Loskutov M. L., Shelemba I. S., et al.**, To the issue of monitoring of metal-bearing bridges supporting fiber optic sensors, *Russian Journal of Transport Engineering*. 5(3) (2018) 11SATS318 (in Russian).

5. **Zaprudnov V. I., Seregin N. G., Grechanaya N. N.**, Information-measuring systems of technical condition of construction structures monitoring, *Forestry Bulletin*. 22(5) (2018) 86–93 (in Russian).

6. **Kul'chin Yu. N., Kamenev O. T., Petrov Yu. S., et al.**, Fiber-optic interferometric accelerometer for monitoring natural and man-made objects, *Journal of Instrument Engineering*. 62 (3) (2019) 291–296 (in Russian).

7. **Temkina V., Medvedev A., Mayzel A.**, Research on the methods and algorithms improving the measurements precision and market competitive advantages of fiber optic current sensors, *Sensors*. 20 (21) (2020) 5995.

8. **Butov O. V., Chamorovskiy Y. K., Bazakutsa A. P., et al.**, Optical fiber sensor for deformation monitoring of fuel channels in industrial nuclear reactors, In: *Proc. the 26-th Internation. Conf. on Optical Fiber Sensors (OSF-26)*. Sept. 24 – 28. Lausanne, Switzerland, 2018. P. TuE103.

9. **Cheyamol G., Gusarov A., Gaillot S., et al.**, Dimensional measurements under high radiation with optical fibre sensors based on white light interferometry-report on irradiation tests, *IEEE Trans. Nucl. Sci.* 61(4) (2014) 2075–2081.

10. **Tosi D., Poeggel S., Iordachita I., Schena E.**, Fiber optic sensors for biomedical applications, *Opto-Mechanical Fiber Optic Sensors* by Hamid Alemohammad, Butterworth-Heinemann, USA (2018) 301–333.

11. **Borovkov R. S., Purtov V. V.**, Fiber optical catheter for high resolution manometry, *Proceedings of the 24-th Tupolev's Readings (The School for Young Scientists)*, November 7 – 8, Kazan, 2019. Vol. 5 (2019) 459–465 (in Russian).

12. **Ushakov N., Markvart A., Kulik D., Liokumovich L.**, Comparison of pulse wave signal monitoring techniques with different fiber-optic interferometric sensing elements, *Photonics*. 8 (5) (2021) 142.

13. **Rao Y. J., Ran Z. L., Gong Y.**, *Fiber-optic Fabry – Perot sensors: An introduction*, CRC Press, Florida, USA, 2017.

14. **Liu Y., Huang L., Dong J., et al.**, High sensitivity fiber-optic temperature sensor based on PDMS glue-filled capillary, *Opt. Fiber Technol.* 67 (December) (2021) 102699.

15. **Pettinato S., Baretin D., Sedov V., et al.**, Fabry – Perot pressure sensors based on polycrystalline



diamond membranes, *Materials*. 14 (7) (2021) 1780.

16. **Xiang Z., Dai W., Rao W., et al.**, A gold diaphragm based Fabry – Perot interferometer with a fiber-optic collimator for acoustic sensing, *IEEE Sens. J.* 21 (16) (2021) 17882–17888.

17. **Fadeev K. M., Minkin A. M., Larionov D. D., Sozonov N. S.**, Волоконно-оптический датчик высокого давления на основе интерферометра Фабри – Перо [Fiber-optic high pressure sensor based on Fabry – Perot interferometer], *Foton-Express*. (6 (158)) (2019) 336–337 (in Russian).

18. **Egorova O. N., Likhachev I. G., Vasil'ev S. A., et al.**, Датчик деформации на основе интерферометра Фабри – Перо, сформированного в сердцевине композитного волоконного световода [Strain gauge, based Fabry-Perot interferometer formed in the core of a composite fiber], *Foton-Express*. (6 (158)) (2019) 351–352 (in Russian).

19. **Zhang M., Liu Z., Zhang Yu., et al.**, Spider dragline silk-based FP humidity sensor with ultra-high sensitivity, *Sens. Actuators B. Chem.* 350 (1 January) (2021) 130895.

20. **Rodríguez-Quiroz O., Domínguez-Flores C. E., Monzón-Hernández D., Moreno-Hernández C.**, Hybrid fiber Fabry – Perot interferometer with improved refractometric response, *J. Lightwave Technol.* 37(17) (2019) 4268–4274.

21. **Liokumovich L., Markvart A., Ushakov N.**, Utilization of extrinsic Fabry – Perot interferometers with spectral interferometric interrogation for microdisplacement measurement, *J. Electron. Sci. Technol.* 18(1) (2020) 100030.

22. **Ushakov N., Liokumovich L.**, Resolution limits of extrinsic Fabry – Perot interferometric displacement sensors utilizing wavelength scanning interrogation, *Appl. Opt.* 53 (23) (2014) 5092–5099.

23. **Ushakov N. A., Liokumovich L. B.**, Multiplexed extrinsic fiber Fabry – Perot interferometric sensors: resolution limits, *J. Lightwave Technol.* 33 (9) (2015) 1683–1690.

24. **Ushakov N. A., Liokumovich L. B.**, Abrupt  $\lambda/2$  demodulation errors in spectral interferometry: Origins and suppression, *IEEE Photon. Technol. Lett.* 32 (18) (2020) 1159–1162.

25. **Rife D., Boorstyn R.**, Single tone parameter estimation from discrete-time observations, *IEEE Trans. Inform. Theory*. 20 (5) (1974) 591–598.

26. **Ushakov N., Markvart A., Liokumovich L.**, Enhancing the resolution limits of spectral interferometric measurements with swept-wavelength interrogation by means of a reference interferometer, *Appl. Opt.* 54 (19) (2015) 6029–6036.

27. **Yin B., Hyun C., Gardecki J. A., Tearney G. J.**, Extended depth of focus for coherence-based cellular imaging, *Optica*. 4 (8) (2017) 959–965.

28. **Wang F., Xie J., Hu Z., et al.**, Interrogation of extrinsic Fabry – Perot sensors using path-matched differential interferometry and phase generated carrier technique, *J. Lightwave Technol.* 2015. Vol. 33 (12) (2015) 2392–2397.

29. **Wilkinson P. R., Pratt J. R.**, Analytical model for low finesse, external cavity, fiber Fabry – Perot interferometers including multiple reflections and angular misalignment, *Appl. Opt.* 50 (23) (2011) 4671–4680.

30. Thorlabs. Single Mode Fiber. [https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup\\_id=949](https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=949). Accessed Sept. 15, 2021

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**МАРКВАРТ Александр Александрович** – ассистент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

markvart\_aa@spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-8080-0830

**ЛИОКУМОВИЧ Леонид Борисович** – доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

leonid@spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-5988-1429



**УШАКОВ Николай Александрович** – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

n.ushakoff@spbstu.ru

ORCID: 0000-0002-3480-2779

## THE AUTHORS

### **MARKVART Aleksandr A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

markvart\_aa@spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-8080-0830

### **LIOKUMOVICH Leonid B.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

leonid@spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-5988-1429

### **USHAKOV Nikolai A.**

*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University*

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

n.ushakoff@spbstu.ru

ORCID: 0000-0002-3480-2779

*Статья поступила в редакцию 08.11.2021. Одобрена после рецензирования 09.12.2021. Принята 09.12.2021.*

*Received 08.11.2021. Approved after reviewing 09.12.2021. Accepted 09.12.2021.*