Математическое моделирование физических процессов

Научная статья
УДК 532.517.4
DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15102

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА ДЛЯ РАСЧЕТА ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МОДЕЛИРОВАНИЯ ОТСОЕДИНЕННЫХ ВИХРЕЙ

А. С. Стабников ✉, **А. В. Гарбарук**

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

✉ an.stabnikov@gmail.com

Аннотация. Предложен новый глобальный гибридный вихреразрешающий подход DDES SST KD, предназначенный для расчета отрывных течений при наличии перехода в присоединенном пограничном слое. Подход базируется на разработанной авторами модели перехода, основанной на полуэмпирической модели турбулентности SST и алгебраической модели перехода k-ω KD. На примере задачи об обтекании цилиндра и сферы в широком диапазоне чисел Рейнольдса продемонстрировано преимущество предложенного подхода над оригинальным методом DDES SST.

Ключевые слова: турбулентность, вихреразрешающий метод, RANS/LES, DDES, модель ламинарно-турбулентного перехода, кризис сопротивления

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90046.

Для цитирования: Стабников А. С., Гарбарук А. В. Алгебраическая модель ламинарно-турбулентного перехода для расчета турбулентных течений на основе метода моделирования отсоединенных вихрей // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 1. С 16–29. DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15102

Original article
DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15102

AN ALGEBRAIC TRANSITION MODEL FOR SIMULATION OF TURBULENT FLOWS BASED ON A DETACHED EDDY SIMULATION APPROACH

A. S. Stabnikov ✉, **A. V. Garbaruk**

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

✉ an.stabnikov@gmail.com

Abstract. A new hybrid RANS/LES method DDES SST KD is proposed, aimed at computations of flows with separation and laminar-turbulent transition in the attached boundary layer. The method is based on a new transition model which uses the SST turbulence model and k-ω KD transition model as a basis. The resulting approach is then tested on a drag crisis problem flows around a circular cylinder and a sphere. The results show that the proposed method is an improvement relative to DDES SST.

Keywords: turbulence, hybrid RANS/LES, DDES, laminar-turbulent transition model, drag crisis

Funding: The reported study was funded by RFBR, project number 19-31-90046.

For citation: Stabnikov A. S., Garbaruk A. V., An algebraic transition model for simulation of turbulent flows based on a Detached Eddy Simulation approach, St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics. 15 (1) (2022) 16–29. DOI: https://doi.org/10.18721/JPM.15102

Введение

С ростом производительности вычислительных ресурсов для расчета турбулентных течений все чаще применяются глобальные гибридные вихреразрешающие подходы, комбинирующие уравнения Навье – Стокса, осредненные по Рейнольдсу (*англ.* Reynolds Averaged Navier – Stokes (RANS)) и метод моделирования крупных вихрей (*англ.* Large Eddy Simulation (LES)). Среди них наиболее успешными являются методы семейства DES (*англ.* Detached Eddy Simulation, метод моделирования отсоединенных вихрей), в рамках которых в RANS-подобластях потока, включающих присоединенные пограничные слои, используется базовая полуэмпирическая модель турбулентности, а в LES-подобластях, в том числе и в зонах рециркуляции потока, – подсеточная модель, построенная на ее основе. При этом переключение между RANS и LES выполняется динамически в процессе решения на основе локальных характеристик потока и расчетной сетки. Признано [1], что среди методов этого семейства для решения прикладных задач наиболее подходящей является модификация DES, получившая название DDES (*англ.* Delayed Detached Eddy Simulation, метод моделирования отсоединенных вихрей с запаздыванием) [2].

Поскольку модель турбулентности SST (Shear Stress Transport) [3] считается одной из лучших, если не лучшей полуэмпирической моделью турбулентности, методы, построенные на ее основе, потенциально более точны, по сравнению с методами, основанными на других моделях. Однако обычно полуэмпирические модели, на основе которых строятся гибридные подходы, в том числе и модель SST, не включают в себя механизмов описания ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое. Это может приводить к снижению точности расчета, поскольку в большинстве течений пограничный слой не является турбулентным на всем своем протяжении. Турбулентному участку, как правило, предшествует ламинарный участок той или иной протяженности, который может значительно влиять на характеристики течения в целом. Это влияние проявляется не только при умеренных, но и при высоких числах Рейнольдса, особенно при наличии отрыва от гладкой поверхности. Классическим примером влияния перехода на отрывные течения служит кризис сопротивления плохообтекаемых тел, подробно описанный Л. Г. Лойцянским [4]. Кризис заключается в том, что при повышении числа Рейнольдса присоединенный пограничный слой турбулизуется до отрыва, а это приводит к смещению точки отрыва и резкому падению коэффициента сопротивления.

Таким образом, точность гибридных подходов в некоторых случаях можно повысить путем использования моделей RANS, способных учитывать ламинарно-турбулентный переход (так называемых моделей перехода), в качестве базовой.

К настоящему времени создано большое количество моделей перехода. Большинство из них базируется на решении дифференциальных уравнений переноса вспомогательных величин, таких как перемежаемость γ, критическое число Рейнольдса Re_θ, ламинарная кинетическая энергия k_l или других. Следует отметить, что существующие модели перехода еще далеки от совершенства, а наиболее точной среди них считается SST γ-Re_θ [5], демонстрирующая приемлемую точность предсказания положения перехода для широкого круга течений. В рамках этой модели производится решение четырех дифференциальных уравнений (двух для характеристик турбулентности k и ω, а также двух для вспомогательных величин: перемежаемости γ и критического числа Рейнольдса Re_θ). Хотя модель SST γ-Re_θ за счет возможности описания перехода различных сценариев превосходит по точности базовую модель SST, ее использование связано с повышением вычислительных затрат, необходимых для получения сошедшегося решения, а иногда сходимости итерационного процесса достичь не удается вовсе [6, 7]. Эти проблемы не являются специфическим недостатком модели γ-Re_θ, они характерны и для других, менее точных дифференциальных моделей перехода. Следует отметить, что эти недостатки «наследуются» гибридными вихреразрешающими подходами, основанными на использовании дифференциальных моделей перехода в качестве базовых RANS-моделей. Это, как и в случае RANS, может приводить к вычислительным проблемам, которые выражаются в отсутствии сходимости итераций на шаге по времени и увеличении времени расчета.

В последнее время все больше усилий прикладывается к разработке алгебраических моделей перехода, в рамках которых не решаются дополнительные дифференциальные уравнения для характеристик перехода. Эти модели кажутся весьма перспективными, поскольку их отличает от дифференциальных простота в использовании, лучшая сходимость и сравнительно небольшое количество дополнительных вычислений относительно базовых моделей турбулентности, на основе которых они построены. В связи с этим, весьма многообещающим представляется применение в рамках гибридных подходов алгебраических моделей перехода, что и определило направление данной работы.

В настоящей работе предлагается новый гибридный метод DDES SST KD, в котором в качестве базовой модели применяется комбинация алгебраической модели перехода и уравнений переноса k и ω (такой подход используется впервые). Составными частями предлагаемого метода являются метод DDES в сочетании с линейным подсеточным масштабом, адаптированным к слоям смешения (*англ.* Shear Layer Adapted) ΔSLA, позволяющим ускорить появление разрешенных турбулентных структур в оторвавшихся слоях смешения, и модель SST, дополненная алгебраическими соотношениями для определения положения ламинарно-турбулентного перехода из модели k-ω KD (Kubacki – Dick) [8]. Поскольку в оригинальной работе [8] соотношения модели KD были построены для применения с моделью турбулентности k-ω Wilcox [9], они были существенно переработаны для использования совместно с моделью SST (детали см. ниже в разделе «Формулировка предлагаемого метода»). Преимущества предлагаемого подхода перед оригинальным методом DDES SST демонстрируются на примере расчета задач о кризисе сопротивления при обтекании сферы и круглого цилиндра.

Модель и метод были имплементированы в рамках академического конечно-объемного кода NTS (*англ.* Numerical Turbulence Simulation) [10], использующего для решения несжимаемых уравнений движения метод расщепления разностей векторов потоков Роджерса – Квака [11], основанный на комбинации схемы расщепления разностей векторов газодинамических потоков и метода введения искусственной сжимаемости Яненко – Чорина [12]. Код NTS работает на многоблочных структурированных перекрывающихся сетках (технология Chimera), что позволяет применять схемы повышенного порядка аппроксимации и также предоставляет возможность проводить расчеты течений со сложной геометрией.

При проведении расчетов при помощи гибридных RANS-LES-подходов важную роль играет способ аппроксимации невязких составляющих векторов потоков в уравнениях переноса, определяющий диссипативные свойства схемы, требования к которым различны в разных областях течения: в RANS-подобласти схема должна обеспечивать устойчивость решения, а в LES-подобластях необходимо использовать низкодиссипативные схемы, обеспечивающие разрешение мелкомасштабной турбулентности. В настоящей работе для этой цели использовалась гибридная схема [13], реализующая противопоточную схему 3-го порядка точности в RANS-областях и центрально-разностную схему 4-го порядка точности в LES-областях потока.

Формулировка предлагаемого метода

Алгебраическая модель перехода SST KD. Указанная модель базируется на модифицированных уравнениях переноса турбулентных характеристик модели SST [3]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial k}{\partial t}+\dfrac{\partial\left(u_k k\right)}{\partial x_k}=\gamma P_k+(1-\gamma)P_{sep}-\beta^*\omega k+\dfrac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\nu+\sigma_k\nu_t\right)\dfrac{\partial k}{\partial x_k}\right], \\ \dfrac{\partial\omega}{\partial x_k}+\dfrac{\partial\left(u_k\omega\right)}{\partial x_k}=P_k-\beta\omega^2+\dfrac{\partial}{\partial x_k}\left[\left(\nu+\sigma_\omega\nu_t\right)\dfrac{\partial\omega}{\partial x_k}\right]+2\left(1-F_1\right)\dfrac{\sigma_{\omega 2}}{\omega}\dfrac{\partial k}{\partial x_k}\dfrac{\partial\omega}{\partial x_k}, \end{cases} \tag{1}$$

где k, м^2·с$^{-2}$, – кинетическая энергия турбулентности; ω, с$^{-1}$, – удельная скорость диссипации; ν, м^2·с$^{-1}$, – кинематический коэффициент вязкости; ν_t, м^2·с$^{-1}$, – турбулентная вязкость; u_k, м·с$^{-1}$, – компоненты скорости; x_k, м, – компоненты координат; t, с, – время. Пояснение к величинам P_k, P_{sep} будет дано ниже (см. ф-лы (8) и (11)).

Функция F_1 определяется выражением

$$F_1=\tanh\left(\arg_1^4\right),\ \arg_1=\min\left[\max\left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^*\omega d_w},\frac{500\nu}{\omega d_w^2}\right),\frac{2k\omega}{d_w^2\left(\nabla k\right)\cdot\left(\nabla\omega\right)}\right], \tag{2}$$

где d_w – расстояние до стенки, а константы модели SST имеют следующие значения:

$$\begin{gathered} \sigma_k=F_1\sigma_{k1}+\left(1-F_1\right)\sigma_{k2},\ \sigma_{k1}=0{,}85,\ \sigma_{k2}=1{,}0, \\ \sigma_\omega=F_1\sigma_{\omega 1}+\left(1-F_1\right)\sigma_{\omega 2},\ \sigma_{\omega 1}=0{,}5,\ \sigma_{\omega 2}=0{,}856, \\ \beta=F_1\beta_1+\left(1-F_1\right)\beta_2,\ \beta_1=0{,}075,\ \beta_2=0{,}0828, \\ \beta^*=0{,}09,\ \alpha=\beta/\beta^*-\sigma_\omega\kappa^2\Big/\sqrt{\beta^*}. \end{gathered} \tag{3}$$

Уравнения (1) имеют три отличия от уравнений оригинальной модели SST, введенные для ее использования совместно с моделью перехода KD, в рамках которой турбулентная вязкость ν_t разделяется на две составляющие: мелкомасштабную ν_s и крупномасштабную ν_l. Таким образом,

$$\nu_t=\nu_s+\nu_l. \tag{4}$$

$$\nu_s=a_s k_s\Big/\max\left[a_s\omega,F_2 S\right],\ \nu_l=a_l k_l\Big/\max\left[a_l\omega,F_2 S\right];$$

здесь

$$k_s=f_{SS}k;\ k_l=k-k_S;\ f_{SS}=\exp\left(-\left(\frac{C_{SS}\nu\Omega}{k}\right)^4\right); \tag{5}$$

$$C_{SS}=C_S\left(1{,}0+C_A f_W\psi\right);\ f_W=1-\tanh\left(\frac{k}{C_W\nu\omega}\right);\ \psi=\tanh\left(\frac{-\Omega\left(S-\Omega\right)}{C_\psi\left(\beta^*\omega\right)^2}\right); \tag{6}$$

$$F_2=\tanh\left(\arg_2^2\right),\ \arg_2=\max\left(2\sqrt{k}\Big/\left(0{,}09\omega d_w\right),500\nu\Big/\left(d_w^2\omega\right)\right) \tag{7}$$

(S, Ω – модули тензоров скоростей деформаций и завихренности, соответственно).

Упомянутые выше отличия состоят в следующем.

1. Генерация кинетической энергии турбулентности P_k рассчитывается при помощи мелкомасштабных вязкости и кинетической энергии:

$$P_k = \min\left(-\overline{u_i'u_j'}\,\partial U_i/\partial x_j\,,\ 10\cdot\beta^* k\omega\right), \tag{8}$$

$$\overline{u_i'u_j'} = (2/3)k_s\delta_{ij} - 2\nu_s S_{ij}. \tag{9}$$

2. Генерационное слагаемое в уравнении (1) для k умножается на коэффициент перемежаемости γ:

$$P_k \to \gamma P_k. \tag{10}$$

3. Для описания перехода к турбулентности в оторвавшемся ламинарном пограничном слое, в уравнение (1) для k добавляется дополнительное слагаемое $(1 - \gamma)P_{sep}$, где величина P_{sep}, позаимствованная в упрощенном виде из дифференциальной модели [14], рассчитывается по следующим формулам:

$$P_{sep} = C_{sep}F_{sep}\nu S^2; \tag{11}$$

$$F_{sep} = \min\left(\max\left(\frac{R_V}{2{,}2A_V} - 1{,}0,\ 0{,}0\right)1{,}0\right);\ R_V = \frac{d_w{}^2 S}{\nu}. \tag{12}$$

Коэффициент перемежаемости, входящий в модель, определяется следующим выражением:

$$\gamma = \min\left(\max\left(\frac{k}{\nu A_\gamma \Omega} - 1{,}0,\ 0{,}0\right),\ 1{,}0\right). \tag{13}$$

Основное отличие алгебраических соотношений, используемых в предлагаемом методе, от оригинальной модели KD [8] состоит в изменении критерия в формулах (5) для f_{SS} и (13) для перемежаемости γ. Кроме того, константы модели были оптимизированы на задачах о переходном пограничном слое с градиентом давления серии T3C [15]:

$$\begin{gathered} A_\gamma = 1{,}3,\ C_S = 2{,}0,\ C_A = 1{,}0,\ C_\psi = 10{,}0,\ C_W = 5{,}0, \\ C_{sep} = 2{,}0,\ A_V = 550{,}0,\ a_1 = 0{,}31,\ a_2 = 0{,}45. \end{gathered} \tag{14}$$

Тестирование полученной модели SST KD в режиме RANS на двумерных задачах, в которых существенную роль играет ламинарно-турбулентный переход, показали, что предложенная модель существенно превосходит по точности оригинальную модель k-ω KD [8].

Метод DDES SST KD. Предложенная алгебраическая модель перехода SST KD вместе с методом DDES [2] послужили основой для метода DDES SST KD, предназначенного для расчета отрывных течений при наличии ламинарно-турбулентного перехода в присоединенном пограничном слое. В предлагаемом методе используется версия DDES, использующая линейный подсеточный масштаб, адаптированный к слоям смешения (DDES ΔSLA [16]). Данная модификация подсеточного масштаба направлена на ускорение перехода к развитой трехмерной турбулентности на начальных участках слоев смешения и позволяет существенно повысить точность расчета отрывных течений без увеличения расчетной сетки и, как следствие, вычислительных затрат.

В модель перехода для работы в рамках вихреразрешающего метода внесена дополнительная модификация, блокирующая использование модели перехода вне пограничного слоя:

$$\gamma = 1{,}0 \text{ при } F_1 < 0{,}9, \qquad (15)$$

где F_1 – функция модели SST (см. формулу (2)).

Применение разработанного подхода для предсказания кризиса сопротивления

Кризис сопротивления при обтекании цилиндра. Рассматривается нестационарное поперечное обтекание круглого цилиндра несжимаемой жидкостью в диапазоне значений числа Рейнольдса от $5{,}0 \cdot 10^4$ до $1{,}2 \cdot 10^6$; число построено по диаметру D_c цилиндра и скорости набегающего потока U_0 ($\mathrm{Re} = D_c U_0/\nu$).

Такой диапазон полностью охватывает кризис сопротивления, который наблюдается в области значений $1{,}3 \cdot 10^5 < \mathrm{Re} < 5{,}0 \cdot 10^5$ [17].

Расчетная область представляет собой цилиндр с радиусом $25D_c$, где D_c – диаметр обтекаемого цилиндра, и центром в точке $(x, y) = (0{,}0,\ 0{,}0)$. Длина расчетной области в поперечном направлении z составляет $L_z = 5\,D_c$, что больше величины πD_c, обычно используемой в таких расчетах (см., например, работы [18, 19]), и не должно негативно влиять на результат.

В связи с тем, что в модели SST кинетическая энергия турбулентности в однородном турбулентном течении убывает (диссипирует), обычно для того, чтобы турбулентные характеристики в окрестности обтекаемого тела соответствовали неким необходимым значениям, граничные условия для уравнений модели турбулентности необходимо скорректировать. Такие значения на входе в расчетную область можно получить из аналитического решения уравнений модели SST в однородном потоке по следующим формулам:

$$k = c_2\left(\beta x + c_1\right)^{-\frac{\beta^*}{\beta}}, \qquad (16)$$

$$\omega = \frac{1}{\beta x + c_1}, \qquad (17)$$

где x – координата вдоль течения в свободном потоке; c_1, c_2 – константы интегрирования, получаемые из граничных значений; значения констант β и β^* приведены выше.

При достаточно больших продольных размерах расчетной области, уравнения не имеют конечного аналитического решения. В таких случаях характеристики турбулентности «замораживаются» до определенной точки вверх по потоку от тела, затем «отпускаются» и диссипируют до необходимых значений.

В данной задаче для обеспечения интенсивности турбулентности Tu = 0,45 % ($\mathrm{Tu} = 100[(2/3)k]^{1/2}/U_0$) в окрестности среднего сечения цилиндра характеристики турбулентности замораживались до сечения $x = -2D_c$, а их входные значения вычислялись по формулам (16), (17) (табл. 1). На выходной границе задавалось постоянное давление, а на поверхности цилиндра использовались условия прилипания и непроницаемости $u_w = v_w = w_w = 0$. Для турбулентных характеристик на стенке задавались стандартные для модели SST условия:

$$k_w = 0,\ \omega_w = 10\frac{6\nu}{\beta_1 \Delta_1^2},$$

Таблица 1

Граничные условия для характеристик турбулентности в задаче об обтекании цилиндра

Re, 10^4	ν_t/ν	Tu, %
5,0	0,30	0,40
8,0	0,30	0,55
10	0,36	0,60
13	0,45	0,64
17	0,56	0,73
20	0,65	0,77
25	0,79	0,95
30	0,94	1,00
40	1,25	1,02
50	1,55	1,15
70	2,16	1,35
90	2,75	1,55
120	3,65	1,70

Обозначения: Re – число Рейнольдса ν_t – турбулентная вязкость, ν – кинематический коэффициент вязкости, Tu – интенсивность турбулентности.

где Δ_1 – величина первого пристеночного шага сетки.

Наконец, в поперечном направлении использовались периодические граничные условия.

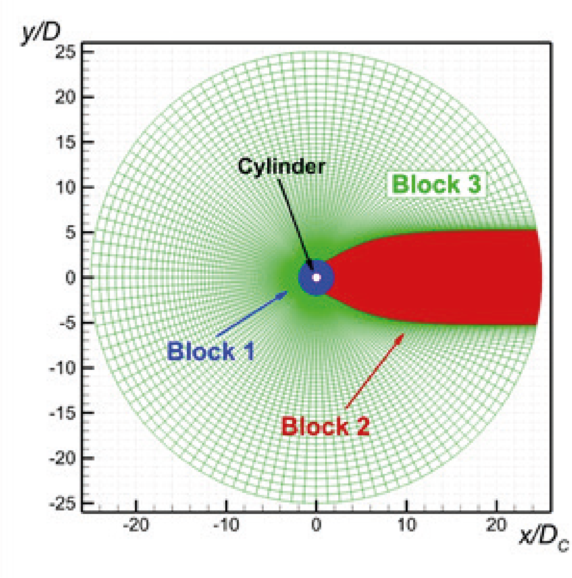

Рис. 1. Три блока расчетных сеток (показаны разными цветами) в задаче об обтекании круглого цилиндра (сечение $z = 0$)

Расчетные сетки состояли из трех расчетных блоков (рис. 1). 1-й блок содержал измельченную сетку для расчета высоких градиентов величин вблизи поверхности цилиндра, 2-й был измельчен для расчета следа за цилиндром. На 3-й блок приходилось однородное невозмущенное течение без нестационарных пульсаций, и он содержал самую грубую сетку.

Для расчетов при различных диапазонах чисел Рейнольдса, характеризующихся величиной первого пристенного шага, всего было построено три сетки: I, II и III (табл. 2).

Шаг по времени Δt был равен $5\cdot10^{-3}\cdot D_c/U_0$, что обеспечивало значение критерия Куранта – Фридрихса – Леви (CFL), меньшее единицы в отрывной зоне, в следе за цилиндром. Осреднение решения проводилось после установления течения на временных промежутках длительностью порядка $50\cdot D_c / U_0$.

На рис. 2 приведено сравнение полученных расчетных зависимостей коэффициента сопротивления $C_D = F_x/[(5/2)\rho U_0^2]$ (F_x – сила сопротивления, действующая на цилиндр, ρ – плотность) от числа Рейнольдса с экспериментальными данными [20 – 26].

Данное течение наглядно демонстрирует преимущество предложенного гибридного метода над оригинальным подходом DDES SST. Видно, что благодаря использованию модели перехода расчетные значения коэффициента сопротивления оказываются ближе к экспериментальным значениям. Однако полного совпадения с экспериментальными данными достичь не удалось; в частности, снижение расчетного коэффициента сопротивления в окрестности критического числа Рейнольдса происходит существенно медленнее, чем в экспериментальных зависимостях. Причины такого поведения требуют дальнейшего изучения и выходят за рамки данной статьи.

Таблица 2

Параметры расчетных сеток в задаче об обтекании цилиндра

№	Диапазон Re, 10^4	Размер блока			Общее количество ячеек
		1-го	2-го	3-го	
I	5,0 – 20	512×161×60	200×184×256	131×101×52	56, 270, 732
II	25 – 60	512×191×560	200×184×256	131×101×52	64, 872, 332
III	70 – 120	512×221×560	200×184×256	131×101×52	73, 473, 932

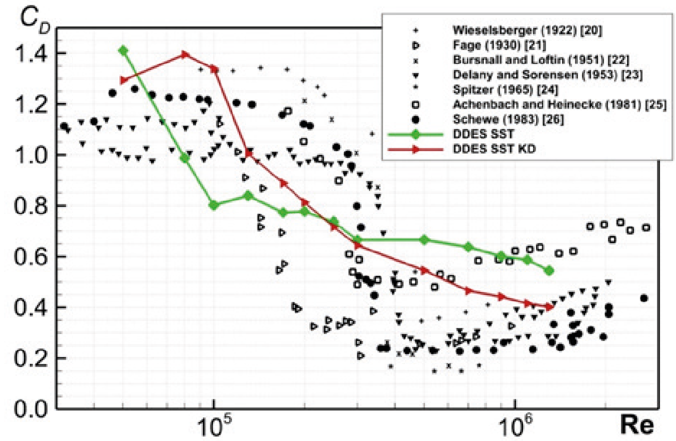

Рис. 2. Сравнение расчетных зависимостей (сплошные линии) коэффициента сопротивления круглого цилиндра от числа Рейнольдса с экспериментальными данными (символы) [20 – 26]

Кризис сопротивления при обтекании сферы. Рассматривается нестационарное обтекание сферы несжимаемой жидкостью в диапазоне значений числа Рейнольдса от $5{,}0 \cdot 10^4$ до $4{,}0 \cdot 10^5$, построенного по диаметру D_s сферы и скорости набегающего потока U_0 ($\mathrm{Re} = D_s U_0/\nu$).

Расчетная область представляет собой сферу с радиусом $20D_s$. Граничные условия задавались так же, как и при решении задачи об обтекании цилиндра. Единственное отличие состояло в выборе входных значений турбулентных характеристик: они подбирались с условием, обеспечивающим интенсивность турбулентности 0,45 % в окрестности среднего сечения сферы (табл. 3).

Таблица 3

Граничные условия для характеристик турбулентности в задаче об обтекании сферы

Re, 10^4	ν_t/ν	Tu, %
5,0	0,35	1,2
10	0,70	1,2
20	1,40	1,4
40	2,8	1,6
60	4,2	1,7
100	7,0	1,9

Обозначения величин идентичны приведенным в табл. 1

Расчетная сетка состояла из шести блоков (рис. 3). Блоки с 1-го по 3-й прилегали к поверхности сферы и характеризуются мелкими шагами сетки (на окружность сферы приходилось 514 ячеек), а во внешних блоках (с 4-го по 6-й) шаги сетки были примерно в 3 раза больше. 1-й и 4-й блоки имеют цилиндрическую форму и характеризуются осевой симметрией относительно оси x (рис. 3,b). Остальные сеточные блоки имеют форму усеченной пирамиды и позволяют избежать необоснованного сгущения в окрестности оси симметрии 1-го и 4-го блоков (рис. 4).

Шаги сетки были измельчены к поверхности сферы и в области следа. Как и при решении задачи об обтекании цилиндра, была построена серия сеток для расчетов при различных числах Рейнольдса, отличающихся первым пристенным шагом. Общее количество ячеек сетки составило около 16 млн. Серия предварительных расчетов, проведенных методами DDES SST и DDES SST KD при $\mathrm{Re} = 1{,}0 \cdot 10^5$, показала, что с измельчением сетки в 1,5 раза по каждому направлению (размер этой сетки составляет около 46 млн.) осредненное по времени решение не изменяется.

Шаг по времени был взят равным $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3} D_s/U_0$, что обеспечивает, как и в задаче о цилиндре, значение числа Куранта CFL < 1 в отрывной зоне за сферой. Дополнительные расчеты показали, что с измельчением шага по времени осредненное решение не меняется. Осреднение решения проводилось после установления течения на временных промежутках длительностью порядка $50 \cdot D_s/U_0$.

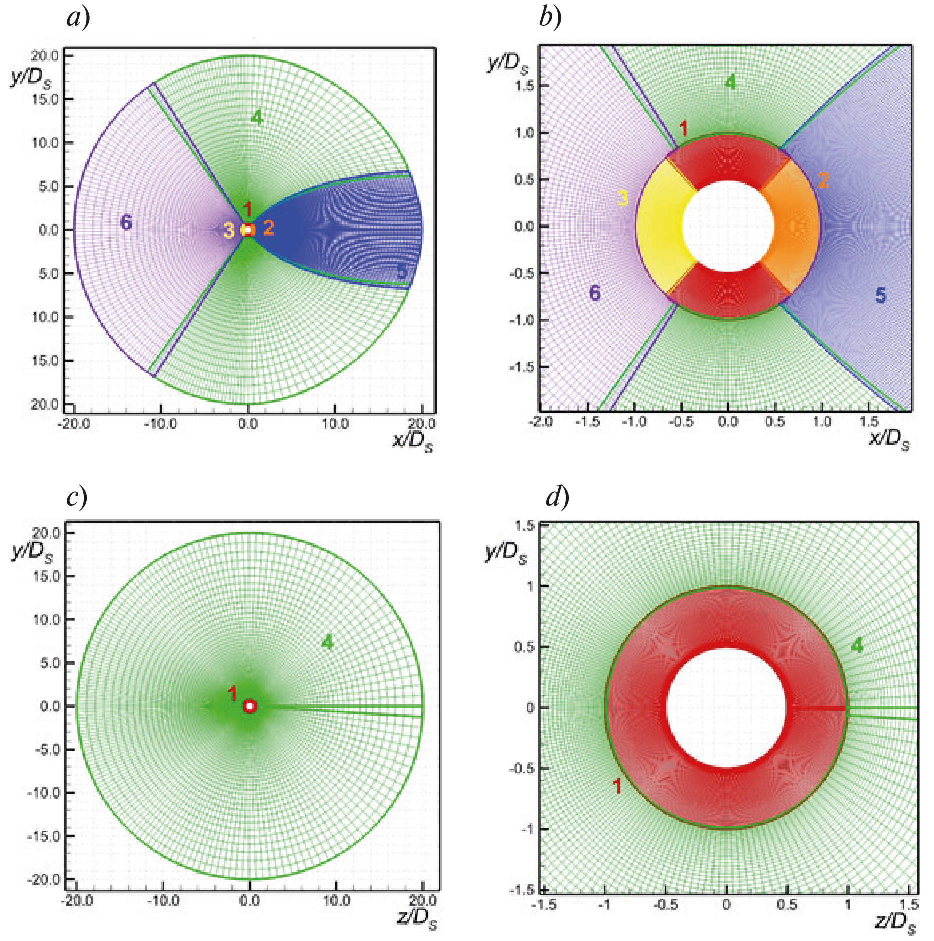

Рис. 3. Блоки расчетных сеток (пронумерованы и показаны разными цветами) в задаче об обтекании сферы. Приведены сечения $z = 0$ (*a*, *b*) и $x = 0$ (*c*, *d*); *b*, *d* – увеличенные изображения центральных областей графиков *a* и *c* соответственно

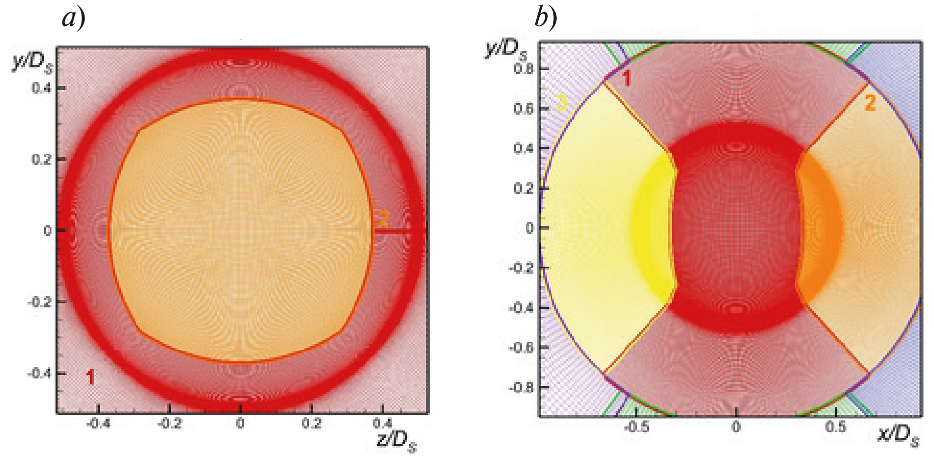

Рис. 4. Расчетные сетки в сечениях $x = 0$ (*a*) и $z = 0$ (*b*) в задаче об обтекании сферы. Поверхностные сетки спроецированы на соответствующие сечения

На рис. 5 приведено сравнение расчетных зависимостей коэффициента сопротивления $C_D = Fx/[(1/2)\rho U_0^2\cdot(1/4)\pi D_s^2]$ от числа Рейнольдса с экспериментальными данными (F_x – сила сопротивления, действующая на сферу).

Результаты расчетов сравнивались с экспериментальными данными, представленными в работах [27 – 28] и эмпирическими корреляциями [29].

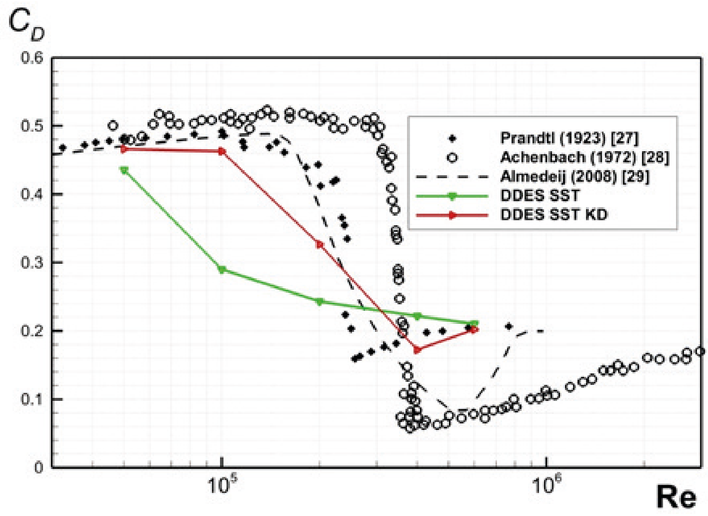

Рис. 5. Сравнение расчетных зависимостей (сплошные линии) коэффициента сопротивления сферы от числа Рейнольдса с экспериментальными данными (символы) [27 – 28] и эмпирическими корреляциями [29]

В первую очередь следует отметить, что использование предлагаемого метода позволяет значительно повысить точность расчета для всех рассмотренных значений числа Рейнольдса. Оригинальный метод DDES SST практически не предсказывает снижения коэффициента сопротивления, связанного с кризисом сопротивления по мере роста числа Рейнольдса в области значений $1 \cdot 10^5 < \mathrm{Re} < 4 \cdot 10^5$, тогда как предложенный метод позволяет его качественное описание. В то же время наблюдается некое количественное различие результатов расчета по предлагаемому методу с экспериментальными данными, которое проявляется, в первую очередь (как и в задаче об обтекании цилиндра), в более медленном падении расчетного коэффициента сопротивления в окрестности критического значения числа Рейнольдса.

Заключение

Предложен новый глобальный гибридный вихреразрешающий подход DDS SST KD, предназначенный для расчета отрывных течений при наличии перехода в присоединенном пограничном слое. Подход базируется на предложенной авторами модели перехода, основанной на полуэмпирической модели турбулентности SST и алгебраической модели перехода k-ω KD.

На примерах задач об обтекании цилиндра и сферы в широком диапазоне чисел Рейнольдса продемонстрировано преимущество предложенного подхода над оригинальным методом DDES SST.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Гарбарук А. В.** Современные подходы к моделированию турбулентности. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2016. 233 с.

2. **Spalart P. R., Deck S., Shur M. L., Squires K., Strelets M., Travin A.** A new version of Detached-Eddy Simulation, resistant to ambiguous grid densities // Theoretical Computational Fluid Dynamics. 2006. Vol. 20. No. 3. Pp. 181–195.

3. **Menter F. R., Kuntz M., Langtry R.** Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 4. January. Pp. 1–9.

4. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа. Москва-Ленинград: Гостехиздат, 1950. 676 с.

5. **Langtry R. B., Menter F. R.** Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes // AIAA Journal (American Institute of Aeronautics and Astronautics). 2009. Vol. 47. No. 12. Pp. 2894–2906.

6. **Wauters J., Degroote J.** On the study of transitional low-Reynolds number flows over airfoils operating at high angles of attack and their prediction using transitional turbulence models // Progress in Aerospace Sciences. 2018. Vol. 103. November. Pp. 52–68.

7. **Lopes R., Eça L., Vaz G.** On the numerical behavior of RANS-based transition models // Journal of Fluids Engineering. 2020. Vol. 142. No. 5. P. 051503.

8. **Kubacki S., Dick E.** An algebraic model for bypass transition in turbomachinery boundary layer flows // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2016. Vol. 58. April. Pp. 68–83.

9. **Wilcox D. C.** Formulation of the *k*-ω turbulence model revisited // AIAA Journal. (American Institute of Aeronautics and Astronautics). 2008. Vol. 46. No. 11. Pp. 2823–2838.

10. **Shur M., Strelets M., Travin A.** High-order implicit multi-block Navier – Stokes code: Ten-years experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulent flows (invited lecture) // Proceeding of the 7th Symposium on Overset Composite Grids and Solution Technology. October 5–7, Huntington Beach, USA. 2004.

11. **Rogers S., Kwak D.** An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier – Stokes equations // Proceeding of the 6th Applied Aerodynamics Conference. Williamsburg, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1988, November. Report No. NASA-TM-101051.

12. **Chorin A. J.** A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // Journal of Computational Physics. 1967. Vol. 2. No. 1. Pp. 12–26.

13. **Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. R.** Physical and numerical upgrades in the Detached-Eddy Simulation of complex turbulent flows // Advances in LES of Complex Flows. Vol. 65. Edited by Friedrich R., Rodi W. Dordrecht: Springer Netherlands, 2002. Pp. 239–254.

14. **Menter F. R., Smirnov P. E., Liu T., Avancha R.** A one-equation local correlation-based transition model // Flow, Turbulence and Combustion. 2015. Vol. 95. No. 4. Pp. 583–619.

15. **Savill A. M.** Evaluating turbulence model predictions of transition: An ERCOFTAC special interest group project // Applied Scientific Research. 1993. Vol. 51. No. 1–2. Pp. 555–562.

16. **Probst A., Schwamborn D., Garbaruk A., Guseva E., Shur M., Strelets M., Travin A.** Evaluation of grey area mitigation tools within zonal and non-zonal RANS-LES approaches in flows with pressure induced separation // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2017. Vol. 68. December. Pp. 237–247.

17. **Smith A. M. O., Gamberoni N.** Transition, pressure gradient and stability theory. Technical Report ES-26388. Santa Monica, California, USA: Douglas Aircraft Company, El Segundo Division, 1956. 59 p.

18. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.** An assessment of scale-resolving simulation models for the flow around a circular cylinder // Proceeding of the Eighth International Symposium on Turbulence Heat and Mass Transfer (THMT-15), September 15–18. Sarajevo, Bosnia and Herzegovina: Begellhouse, 2015. Pp. 295–298.

19. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.** Flow past a circular cylinder: A comparison between RANS and hybrid turbulence models for a low Reynolds number // Proceeding of the ASME 2015: 34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, May 31 – June 5, 2015, St. John’s, Newfoundland, Canada. Vol. 2: CFD and VIV. American Society of Mechanical Engineers, 2015. Paper No. OMAE2015-41235, V002T08A006 (11 p.).

20. **Wieselsberger C.** New data on the laws of fluid resistance. Tech. Rep. Number NACA-TN-84. Work of the US Gov. Public Use Permitted, 1922, March 1. ID 19930080855.pdf.

21. **Fage A.** The drag of circular cylinders and spheres at high values of Reynolds number // Tech. Rep., Reports & Memoranda, No. 1370. London: Aeronautical Research Commettee, May, 1930. 12 p.

22. **Bursnall W., Loftin L. K. Jr.** Experimental investigation of the pressure distribution about a yawed circular cylinder in the critical Reynolds number range // Tech. Rep. NACA-TN-2463. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), September, 1951. 34 p.

23. **Delany N., Sorensen N.** Low-speed drag of cylinders of various shapes // Tech. Rep. NACA TN-3038, Washington: National Advisory Committee for Aeronautics (NACA), 1953. 36 p.

24. **Spitzer R.** Measurements of unsteady pressures and wake fluctuations for flow over a cylinder at supercritical Reynolds number. Ph.D. thesis, Pasadena (USA): California Institute of Technology, 1965. 93 p.

25. **Achenbach E., Heinecke E.** On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range

of Reynolds numbers 6×10³ to 5×10⁶ // Journal of Fluid Mechanics. 1981. Vol. 109. August. Pp. 239–251.

26. **Schewe G.** On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds numbers // Journal of Fluid Mechanics. 1983. Vol. 133. Pp. 265–285.

27. **Prandtl L.** Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Gцtingen. II. Lieferung. Der induzierte Widerstand von Mehrdeckern, 1923. S. 9–16.

28. **Achenbach E.** Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers // Journal of Fluid Mechanics. 1972. Vol. 54. No. 3. Pp. 565–575.

29. **Almedeij J.** Drag coefficient of flow around a sphere: Matching asymptotically the wide trend // Powder Technology. 2008. Vol. 186. No. 3. Pp. 218–223.

REFERENCES

1. **Garbaruk A. V.,** Sovremennyye podkhody k modelirovaniyu turbulentnosti [Modern approaches to the turbulence simulation], Polytechnic University Publishing, St. Petersburg, 2016.

2. **Spalart P. R., Deck S., Shur M. L., et al.,** A new version of Detached-Eddy Simulation, resistant to ambiguous grid densities, Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 20 (3) (2006) 181–195.

3. **Menter F. R., Kuntz M., Langtry R.,** Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, Heat & Mass Transfer. 2003. Vol. 4 (January) (2003) 1–9.

4. **Loytsyanskiy L.G.,** Mekhanika zhidkosti i gaza [Fluids and gas mechanics], Gostechizdat, Moscow-Leningrad, 1950 (in Russian).

5. **Langtry R. B., Menter F. R.,** Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes, AIAA Journal. 47 (12) (2009) 2894–2906.

6. **Wauters J., Degroote J.,** On the study of transitional low-Reynolds number flows over airfoils operating at high angles of attack and their prediction using transitional turbulence models, Prog. Aerosp. Sci. 103 (November) (2018) 52–68.

7. **Lopes R., Eça L., Vaz G.,** On the numerical behavior of RANS-based transition models, J. Fluids Eng. 142 (5) (2020) 051503.

8. **Kubacki S., Dick E.,** An algebraic model for bypass transition in turbomachinery boundary layer flows, Int. J. Heat Fluid Flow. 58 (April) (2016) 68–83.

9. **Wilcox D. C.,** Formulation of the k-ω turbulence model revisited, AIAA Journal. 46 (11) (2008) 2823–2838.

10. **Shur M., Strelets M., Travin A.,** High-order implicit multi-block Navier – Stokes code: Ten-years experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulent flows (invited lecture), In: Proceeding of the 7th Symposium on Overset Composite Grids and Solution Technology, Oct. 5–7, Huntington Beach, USA, 2004.

11. **Rogers S., Kwak D.,** An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier – Stokes equations, In: Proceeding of the 6th Applied Aerodynamics Conference, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Williamsburg, USA.1988, November, Rep. No. NASA-TM-101051.

12. **Chorin A. J.,** A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, J. Comput. Phys. 2 (1) (1967) 12–26.

13. **Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. R.,** Physical and numerical upgrades in the Detached-Eddy Simulation of complex turbulent flows, In book: Advances in LES of Complex Flows, Vol. 65. Ed. by Friedrich R., Rodi W., Springer Netherlands, Dordrecht (2002) 239–254.

14. **Menter F. R., Smirnov P. E., Liu T., Avancha R.,** A one-equation local correlation-based transition model, Flow, Turb. Combust. 95 (4) (2015) 583–619.

15. **Savill A. M.,** Evaluating turbulence model predictions of transition: An ERCOFTAC special interest group project, Appl. Sci. Res. 51 (1–2) (1993) 555–562.

16. **Probst A., Schwamborn D., Garbaruk A., et al.,** Evaluation of grey area mitigation tools within zonal and non-zonal RANS-LES approaches in flows with pressure induced separation, Int. J. Heat Fluid Flow. 68 (December) (2017) 237–247.

17. **Smith A. M. O., Gamberoni N.,** Transition, pressure gradient and stability theory, Techn. Rep. ES-26388, Douglas Aircraft Company, El Segundo Division, Santa Monica, California, USA, 1956.

18. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.,** An assessment of scale-resolving simulation models for the flow around a circular cylinder, In: Proc. Eighth Int. Symp. Turbulence, Heat and Mass Transfer

(THMT-15), Sept. 15–18, Begellhouse, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina (2015) 295–298.
19. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.,** Flow past a circular cylinder: A comparison between RANS and hybrid turbulence models for a low Reynolds number, In: Proc. ASME 2015: 34th Int. Conf. Ocean, Offshore & Arctic Eng., May 31–June 5, 2015, St. John's, Newfoundland, Canada. Vol. 2: CFD and VIV, ASME, 2015. P. No. OMAE2015-41235, V002T08A006.
20. **Wieselsberger C.,** New data on the laws of fluid resistance, Tech. Rep. Number NACA-TN-84, NACA, 1922, March 1, ID 19930080855.pdf.
21. **Fage A.,** The drag of circular cylinders and spheres at high values of Reynolds number (Tech. Rep.), Reports & Memoranda, No. 1370, Aeronautical Research Commettee, London, May, 1930.
22. **Bursnall W., Loftin L. K. Jr.,** Experimental investigation of the pressure distribution about a yawed circular cylinder in the critical Reynolds number range, Tech. Rep. NACA-TN-2463, NACA, Washington, September, 1951.
23. **Delany N., Sorensen N.,** Low-speed drag of cylinders of various shapes // Tech. Rep. NACA TN-3038, NACA, Washington, 1953.
24. **Spitzer R.,** Measurements of unsteady pressures and wake fluctuations for flow over a cylinder at supercritical Reynolds number, Ph.D. thesis, California Institute of Technology, Pasadena, USA,1965.
25. **Achenbach E., Heinecke E.,** On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6, J. Fluid Mech. 109 (August) (1981) 239–251.
26. **Schewe G.,** On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds numbers, J. Fluid Mech. 133 (1983) 265–285.
27. **Prandtl L.,** Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Gцtingen, II. Lieferung. Der induzierte Widerstand von Mehrdeckern (1923) 9–16.
28. **Achenbach E.,** Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers, J. Fluid Mech. 54 (3) (1972) 565–575.
29. **Almedeij J.,** Drag coefficient of flow around a sphere: Matching asymptotically the wide trend, Powder Technol. 186 (3) (2008) 218–223.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СТАБНИКОВ Андрей Сергеевич – *аспирант высшей школы математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
an.stabnikov@gmail.com
ORCID: 0000-0001-7011-6197

ГАРБАРУК Андрей Викторович – *доктор физико-математических наук, доцент высшей школы математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.*
195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
agarbaruk@mail.ru
ORCID: 0000-0002-2775-9864

THE AUTHORS

STABNIKOV Andrey S.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
an.stabnikov@gmail.com
ORCID: 0000-0001-7011-6197

GARBARUK Andrey V.
Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
agarbaruk@cfd.spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-2775-9864

Статья поступила в редакцию 29.09.2021. Одобрена после рецензирования 29.12.2021. Принята 10.01.2022.
Received 29.09.2021. Approved after reviewing 29.12.2021. Accepted 10.01.2022.