

Электротехника. Энергетика Electrical engineering. Energetics

Научная статья

УДК 621.314.225

DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.28201>



Н.В. Коровкин, Л.И. Сахно ✉, *О.И. Сахно, Е.Н. Кобзарь*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

✉ Isahno2010@yandex.ru

ВЛИЯНИЕ ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ТРАНСФОРМАТОРА НА ТОЧНОСТЬ РАСЧЕТА ЕГО РЕЖИМОВ

Аннотация. В работе даны результаты исследования связи между погрешностью измерения параметров классических уравнений трансформатора, жесткостью этих уравнений и погрешностью расчета токов в обмотках. Приведена математическая формулировка оценки погрешности сверху. Исследование выполнено на примере линейного двухобмоточного трансформатора, к вторичной обмотке которого подключено активное сопротивление. Рассчитаны токи в обмотках с использованием результатов расчета трехмерного нестационарного магнитного поля трансформатора с присоединенной электрической цепью и с использованием схемы замещения. Проведено сравнение результатов расчета и измерения. Показано, что погрешность расчета увеличивается при уменьшении нагрузки трансформатора и достигает максимальной величины при коротком замыкании. Увеличение погрешности связано с увеличением числа обусловленности уравнений трансформатора. Показано, что для получения удовлетворительной точности расчета первичного тока при коротком замыкании в исследуемом трансформаторе необходимо уменьшить погрешность измерения параметров уравнений трансформатора до 10^{-3} %.

Ключевые слова: трансформатор, схема замещения, нестационарное магнитное поле, плохообусловленная матрица, число обусловленности.

Для цитирования:

Коровкин Н.В., Сахно Л.И., Сахно О.И., Кобзарь Е.Н. Влияние погрешности измерений параметров модели трансформатора на точность расчета его режимов // *Материаловедение. Энергетика.* 2022. Т. 28, № 2. С. 7–17. DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.28201>



N.V. Korovkin, L.I. Sakhno ✉, *O.I. Sakhno, E.N. Kobzar*

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,
St. Petersburg, Russia

✉ lsahno2010@yandex.ru

INFLUENCE OF THE MEASUREMENT ERROR OF THE TRANSFORMER MODEL PARAMETERS ON THE ACCURACY OF THE CALCULATION OF ITS MODES

Abstract. The paper presents a study of the relationship between the measurement error of the parameters of the classical transformer equations, the stiffness of these equations and the error in the calculation of currents in the windings. The mathematical formulation of the error estimate is given. The study was performed on the example of a linear two-winding transformer. The load of this transformer is the active resistance. The currents in the windings are calculated using the results of the calculation of a three-dimensional non-stationary magnetic field of a transformer with an attached electrical circuit and using an equivalent circuit of the transformer. A comparison of the results of calculation and measurement is given. The calculation error increases with decreasing transformer load and reaches a maximum value for short circuit mode. The increase in error is due to an increase in the number of conditionality of the transformer equations. It is shown that to obtain a satisfactory accuracy of the primary current calculation in short circuit mode the measurement error of the transformer model parameters should be up to 10^{-3} %.

Keywords: transformer, equivalent circuit, non-stationary magnetic field, ill-conditioned matrix, condition number.

Citation:

N.V. Korovkin, L.I. Sakhno, O.I. Sakhno, E.N. Kobzar, Influence of the measurement error of the transformer model parameters on the accuracy of the calculation of its modes, *Materials Science. Power Engineering*, 28 (02) (2022) 7–17, DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.28201>

Введение. В большинстве книг, в которых рассматривается теория трансформаторов, сформулированы уравнения напряжения двухобмоточного трансформатора, которые получены на основе рассмотрения двух индуктивно связанных обмоток с индуктивностями L_1 , L_2 и взаимной индукцией M [1–4]. Параметры L_1 , L_2 , M нелинейно зависят от магнитного потока в магнитопроводе. Уравнения напряжения индуктивно связанных обмоток обычно не используются при проектировании трансформаторов, так как их решение вызывает определенные трудности не только из-за нелинейности параметров, входящих в уравнение, но и из-за плохой обусловленности этих уравнений [3]. С другой стороны, эти же уравнения используются для получения простой и эффективной схемы замещения двухобмоточного трансформатора в которой отсутствует магнитная связь обмоток [1–10]. Эта схема используется для расчета токов в обмотках трансформатора в номинальном режиме (в этом режиме, как правило, отсутствует насыщение магнитопровода) и для расчета токов короткого замыкания для последующей оценки электродинамической стойкости трансформатора. При таком подходе необходимо рассчитать переменное магнитное поле трансформатора в режиме холостого хода и в режиме противовключения. При решении этих частных задач учитывается трехмерный характер магнитного поля, кривая намагничивания стали магнитопровода, потери в стали [5–10]. Этот подход обеспечивает хорошее совпадение результатов расчета и измерений.

Преимущество использования уравнений напряжения трансформатора, которые получены на основе рассмотрения индуктивно связанных обмоток, состоит в упрощении расчета токов в обмотках многообмоточных трансформаторов со сложными соединениями обмоток в номинальных режимах работы, так как в этом случае нет необходимости создавать сложные схемы замещения. Практически все современные пакеты программ расчета электромагнитных полей содержат примеры расчета электромагнитных процессов в трансформаторах, основанные на классических уравнениях [11–13]. При этом рассчитывается нестационарное магнитное поле трансформатора с присоединенной электрической цепью. Анализ погрешности расчета электромагнитных процессов в трансформаторе при таком подходе в литературе по расчету трансформаторов отсутствует.

Однако простая оценка сверху погрешности решения классических уравнений трансформатора, которая будет дана ниже, показывает, что для получения приемлемой для практики точности расчета токов необходимо измерять и рассчитывать параметры L_1 , L_2 , M с недостижимой для практики точностью. В связи с этим *целью статьи* является тщательное исследование связи между погрешностью измерения параметров L_1 , L_2 , M , жесткостью классических уравнений двухобмоточных трансформатора и погрешностью расчета токов в его обмотках. Это исследование выполнено на примере линейного двухобмоточного трансформатора, для которого рассчитаны токи в обмотках на основе расчета трехмерного нестационарного магнитного поля трансформатора с присоединенной электрической цепью и с использованием классической схемы замещения, а также измерены токи в обмотках [14].

Математическая формулировка оценки погрешности. Пусть математическая модель объекта имеет вид системы алгебраических уравнений $\mathbf{A}\mathbf{y} = \mathbf{b}$ и выполнен эксперимент по экспериментальному определению некоторого вектора \mathbf{X} измеряемых величин, который обладает тем свойством, что элементы матрицы \mathbf{A} и вектора \mathbf{b} могут быть однозначно вычислены по компонентам вектора \mathbf{X} или $\mathbf{A} = F_1(\mathbf{X})$, $\mathbf{b} = F_2(\mathbf{X})$. Компоненты x_k вектора \mathbf{X} определены с погрешностью $\varepsilon_k \in \boldsymbol{\varepsilon}$, тогда и элементы матрицы \mathbf{A} и вектора \mathbf{b} тоже определены с некоторыми погрешностями $\Delta\mathbf{A}$ и $\Delta\mathbf{b}$.

Если алгоритм или функции « F » подобраны удачно, что обычно имеет место в «хорошем» эксперименте, то величины Δ и δ (δ – погрешность расчета \mathbf{y}) близки, поэтому будем предполагать, что $\|\Delta\| \approx \|\boldsymbol{\varepsilon}\|$. Фактически, здесь мы предполагаем, что процедура измерений \mathbf{X} может, в целях уменьшения $\Delta\mathbf{A}$, $\Delta\mathbf{b}$, повторяться многократно.

Относительная погрешность $\delta\mathbf{y}$ состояния $\mathbf{y} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ реального устройства оценивается в принятой математической модели следующим образом [1]:

$$\delta\mathbf{y} = \frac{\|\Delta\mathbf{y}\|}{\|\mathbf{y}\|} \leq \frac{\lambda(\mathbf{A})}{1 - \lambda(\mathbf{A}) \cdot \delta\mathbf{A}} (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{b}), \quad (1)$$

$$\lambda(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\| \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\|, \quad \delta\mathbf{A} = \frac{\|\Delta\mathbf{A}\|}{\|\mathbf{A}\|}, \quad \delta\mathbf{b} = \frac{\|\Delta\mathbf{b}\|}{\|\mathbf{b}\|}.$$

В оценке (1) $\lambda(\mathbf{A})$ характеризует свойство модели, обычно называемое «жесткостью» [15, 16]. При высокой жесткости матрица \mathbf{A} плохо обусловлена и $\lambda(\mathbf{A})$ велико [17–19]. Соотношение (1) показывает важную связь между погрешностью $\boldsymbol{\varepsilon}$ эксперимента, свойствами модели $\boldsymbol{\varepsilon}$ и погрешностью $\delta\mathbf{y}$ воспроизведения данной моделью реального процесса. Выполним, согласно (1), оценку погрешности $\delta\mathbf{y}$ для $\lambda(\mathbf{A}) = 50$, $\Delta = \boldsymbol{\varepsilon} = 10^{-2}$. Отметим, что погрешность $\Delta = 10^{-2}$ является «обычной» для экспериментов и, как будет показано далее, жесткость $\lambda(\mathbf{A})$ моделей трансформаторов может достигать и существенно больших величин. Оценка (1) дает $\delta\mathbf{y} \leq 2.2$ (220%!)

то есть модель совершенно неверно отражает состояние объекта. Повышение точности ε эксперимента по определению вектора \mathbf{X} до $2 \cdot 10^{-3}$ позволяет получить приемлемую оценку $\delta y \leq 0.22$. В целом, для получения удовлетворительной оценки (1) необходимо, чтобы

$$\Delta < [10 \cdot \lambda(\mathbf{A})]^{-1}. \quad (2)$$

Оценка (1) показывает, что при $\lambda(\mathbf{A}) \geq 10^2$ создание математической модели рассматриваемого типа для устройства проблематично, так как требует выполнения измерений с относительной погрешностью 10^{-3} и точнее. Оценка (1) достаточно грубая и является оценкой сверху, однако, по нашему мнению, показывает необходимость более внимательного изучения вопросов адекватности матмоделей устройств, обладающих свойством жесткости даже в малой ($\lambda(\mathbf{A}) \geq 10$) мере.

Рассмотрим далее классическую математическую модель линейного двухобмоточного трансформатора. Пусть, для простоты дальнейшего изложения, обмотки трансформатора одинаковы, имеют сопротивление и индуктивность R и L соответственно и коэффициент связи между обмотками равный единице. Система уравнений (матмодель) рассматриваемого устройства, позволяющая определять токи обмоток, имеет вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = (R + j\omega L)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = j\omega M\dot{I}_1 + (R + j\omega L)\dot{I}_2 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{b}} = \underbrace{\begin{bmatrix} R + j\omega L & j\omega M \\ j\omega M & R + j\omega L \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{y}}. \quad (3)$$

Параметры R , L и M модели (3) определяются из хорошо известных опытов [1]. Для матрицы \mathbf{A} этой модели $\lambda(\mathbf{A}) \approx \omega L/R$. Для трансформаторов $\omega L \gg R$, следовательно, $\lambda(\mathbf{A})$ велико. Для энергетических трансформаторов $\lambda(\mathbf{A}) \geq 10^4$. Используя грубую оценку (2), получим, что для получения модели, дающей возможность правильно определять токи \dot{I}_1 , \dot{I}_2 необходимо определить из эксперимента параметры R , L и M модели (3) с погрешностью $\varepsilon = \Delta = 10^{-5}$, что не реально.

Из выполненного рассмотрения, по нашему мнению, можно сделать важный вывод: следует более точно исследовать связи между погрешностью ε эксперимента, жесткостью матмодели и погрешностью δy воспроизведения данной моделью реального процесса. С этой целью выполнено сравнение рассчитанных и измеренных значений токов в обмотках специально изготовленного модельного двухобмоточного трансформатора.

Конструкция исследуемого трансформатора. Первичная 1 и вторичная 2 обмотки расположены на разных стержнях магнитопровода (рис. 1), что обеспечивает повышенную индуктивность рассеяния трансформатора и упрощает его расчет.

Первичная и вторичная обмотки выполнены из медного провода диаметром 0,5 мм. Они имеют одинаковые геометрические размеры и одинаковое количество витков 381. Магнитопровод выполнен из листовой электротехнической стали.

Методы расчета. Расчет трехмерного нестационарного магнитного поля проводился в пакете MAXWELL [11]. При решении уравнений использовалась Т-Ω формулировка и классический метод Ньютона-Рафсона. 3D МКЭ модель трансформатора показана на рис. 2,а. К первичной обмотке этой модели присоединен источник синусоидального напряжения с частотой 50 Гц и действующим значением E_1 , к вторичной обмотке – активное сопротивление (рис. 2,б). Для примера на рис. 2,б показано сопротивление нагрузки 1 Ом.

Проведено исследования влияния шага сетки на погрешность расчета. При этом шаг сетки последовательно уменьшался в два раза. Эта процедура остановлена, когда уменьшение шага сетки в два раза привело к изменению первичного тока только в пятой значащей цифре.

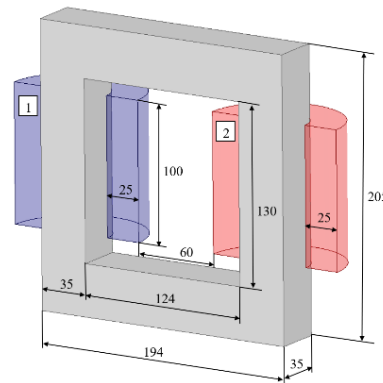


Рис. 1. Конструкция трансформатора

Fig. 1. Transformer design

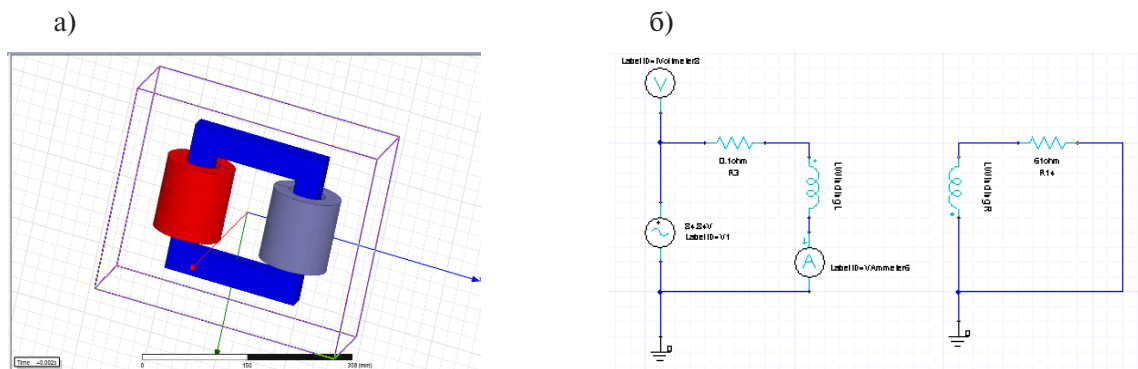


Рис. 2. 3D МКЭ модель исследуемого трансформатора

а) геометрическая модель трансформатора; б) электрическая цепь трансформатора

Fig. 2. 3D FEM model of the researched transformer

а) geometric model of the transformer; б) transformer electrical circuit

Формула для расчета тока первичной обмотки с использованием упрощенной схемы замещения (разрыв намагничивающей цепи схемы замещения) [3]:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1}{z_{K3} + R_H}, \quad (4)$$

где z_{K3} – сопротивление короткого замыкания, R_H – сопротивление нагрузки.

Результаты измерений. Выполнены опыты холостого хода (ХХ), короткого замыкания (КЗ) и измерения тока в первичной обмотке при изменении активной нагрузки трансформатора. Результаты опыта ХХ и рассчитанная на их основе кривая намагничивания $B_m(H_m)$ даны в табл. 1.

Из табл. 1 видно, что трансформатор можно считать практически линейным при первичном напряжении не более 80 В. В опыте короткого замыкания измерено полное сопротивление трансформатора $z_{K3} = 4,4 + j24,6$ Ом. Результаты измерений при подключении реостата даны в [20].

Результаты расчета. В табл. 2 даны результаты измерения и расчета первичного тока с использованием пакета MAXWELL [20] и схемы замещения по (4).

Из табл. 2 видно, что погрешность расчета тока с использованием пакета MAXWELL достигает 36% при КЗ. Погрешность расчета тока с использованием упрощенной схемы замещения

Таблица 1

Опыт холостого хода

Table 1

Open-circuit test

E_1 , В	B_m , Т	H_m , А/м	I_{xx} , А
20	0.20	28	0.05
40	0.4	63	0.1
60	0.60	99	0.14
70	0.70	134	0.19
80	0.8	169	0.24
90	0.9	242	0.34
100	1.0	311	0.43
110	1.11	424	0.6
120	1.22	636	0.9

Таблица 2

Сопоставление результатов расчета и измерений

Table 2

Comparison of calculation and measurement results

$R_{нагр}$, Ом		61	31	19	6.1	0
I_1 , А	Измерение	0.93	1.45	1.92	2.38	2.47
	Расчет (MAXWELL)	0.942	1.562	2.224	3.213	3.348
	Схема замещения	0.88	1.41	1.87	2.37	2.49

увеличивается при увеличении сопротивления нагрузки. Увеличение погрешности связано с увеличением влияния разрыва намагничивающей цепи в схеме замещения, поскольку ток намагничивания увеличивается при увеличении нагрузки. Эта погрешность может быть уменьшена, если использовать Т-образную, а не упрощенную схему замещения. Максимальная погрешность расчета первичного тока с использованием схемы замещения не превышает 5,4 %. Она почти на порядок меньше, чем максимальная погрешность при использовании пакета MAXWELL.

Методика статистического анализа погрешности расчета первичного тока дана в [20]. При этом используется выражение для первичного тока из решение системы (3) [1]:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\left(R + \frac{\omega^2 M^2 (R + R_H)}{(R + R_H)^2 + (\omega L)^2} \right) + j \left(\omega L - \frac{\omega^2 M^2 (\omega L)}{(R + R_H)^2 + (\omega L)^2} \right)}, \quad (5)$$

где $\omega = 2\pi f$, а также параметры L, M, R , которые рассчитываются на основании данных, полученных из опытов. На рис. 3 показаны эмпирические функции распределения случайной величины X — относительной погрешности расчета первичного тока в абстрактном эксперименте, состоящем из $k = 10^6$ опытов для каждой активной нагрузки трансформатора при разных значениях

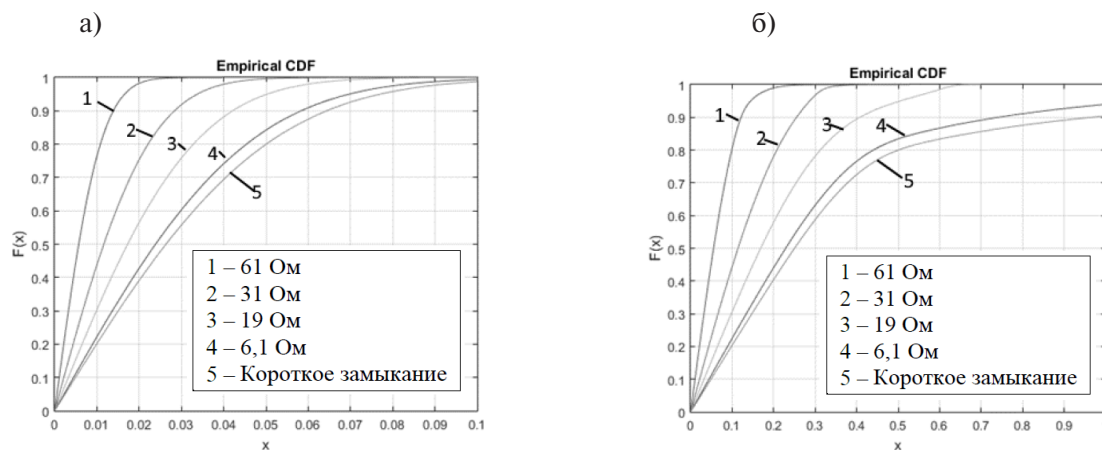


Рис. 3. Эмпирические функции распределения
а) $\varepsilon = 0,1\%$, б) $\varepsilon = 1\%$

Fig. 3. Empirical distribution functions
а) $\varepsilon = 0.1\%$, б) $\varepsilon = 1\%$

погрешности измерения ε [20]. По оси абсцисс откладывается погрешность расчета первичного тока x , по оси ординат – относительная частота получения погрешности расчета первичного тока, $F_k^*(x) = P^*(X < x)$, где P^* – относительная частота события: относительная погрешность расчета первичного тока X меньше заданной погрешности x .

В [20] показано, что погрешность измерения ε влияет на относительную частоту получения заданной погрешности расчета, что иллюстрирует рис. 3. При любой заданной погрешности измерения относительная частота получения заданной погрешности расчета уменьшается при уменьшении нагрузки. Для получения погрешности расчета не более 10 % при коротком замыкании необходимо, чтобы погрешность измерения была менее 0,1 %. В опыте холостого хода (табл. 1), который необходим для получения кривой намагничивания магнитопровода и последующего расчета индуктивностей и взаимной индуктивности, используются приборы класса точности 0,5. Следовательно, погрешность измерения превышает предел, необходимый для получения погрешности измерения тока, не превышающей 10%.

Анализ жесткости системы уравнений исследуемого трансформатора. Для анализа жесткости найдем параметры системы (3) для исследуемого трансформатора. Из опыта короткого замыкания находим активное сопротивление одной обмотки 2,2 Ом. Из опыта холостого хода находим индуктивное сопротивление первичной обмотки трансформатора при первичном напряжении 60 В $\omega L = U_1/I_1 = 428$ Ом, пренебрегая активным сопротивлением обмоток (табл. 1). Индуктивные и активные сопротивления первичной и вторичной обмоток равны, так как они имеют одинаковые геометрические размеры и количества витков. Связь между индуктивностью одной обмотки и взаимной индуктивностью первичной и вторичной обмоток устанавливается на основе Т-образной схемы замещения трансформатора [1]. Поскольку индуктивности первичной и вторичной обмоток равны, $\omega M = \omega L - \omega L_{кз}/2 = 414$ Ом ($L_{кз}$ – индуктивность в опыте короткого замыкания). Коэффициент связи обмоток составляет $k = \frac{\omega M}{\omega L} = 0,97$. В табл. 3 даны значе-

ния чисел обусловленности для исследуемого трансформатора при активной нагрузке.

Увеличение числа обусловленности приводит к увеличению жесткости системы и, как следствие, к увеличению погрешности расчета первичного тока с использованием пакета MAXWELL, что подтверждает результаты статистического анализа.

Таблица 3

Числа обусловленности для активного сопротивления

Table 3

Condition Numbers

R_n , Ом	61	31	19	6.1	0
Число обусловленности	20	32	41	52	56

Выводы

Установлена связь между погрешностью измерения параметров уравнения трансформатора и точностью расчета токов в обмотках.

Показано, что погрешность расчета первичного тока с использованием пакета MAXWELL увеличивается при уменьшении активного сопротивления нагрузки, поскольку при этом увеличивается жесткость матрицы системы уравнений трансформатора.

Погрешность расчета первичного тока с использованием классической схемы замещения двухобмоточного трансформатора существенно меньше, чем при расчете с использованием пакета MAXWELL при любой нагрузке исследуемого диапазона.

Дискуссия

Для получения удовлетворительной точности расчета первичного тока при использовании пакета MAXWELL в исследуемом трансформаторе необходимо уменьшить погрешность расчета параметров уравнений трансформатора до $10^{-3}\%$. Для расчета этих параметров используется измеренная косвенным методом кривая намагничивания. Поскольку для ее измерения используются амперметр и вольтметр класса точности 0,5, требуемая точность измерения не обеспечивается. Рассмотренный в данной работе трансформатор имеет повышенное рассеяние, поэтому он значительно проще для расчета, чем силовые трансформаторы, имеющие меньшую индуктивность рассеяния. Коэффициенты связи обмоток силовых трансформаторов составляют от 0,998 до 0,9995 и существенно превышают коэффициент связи 0,97 рассмотренного в данной работе трансформатора. Это приводит к необходимости измерения параметров уравнений силовых трансформаторов с недостижимой для практики точностью, что делает, по нашему мнению, расчет нестационарного магнитного поля трансформатора с присоединенной электрической цепью нецелесообразным при расчете и проектировании трансформаторов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

[1] Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. СПб: Питер, 2009. 430 с.
 [2] Васютинский С.Б. Вопросы теории и расчета трансформаторов. Л.: Энергия, 1970. 432 с.
 [3] Вольдек А.И., Попов В.В. Электрические машины. Введение в электромеханику. Машины постоянного тока и трансформаторы. СПб.: Питер, 2007. 320 с.
 [4] López-Fernández X.M. Transformers: Analysis, Design, and Measurement / X.M. Lopez-Fernandez, H. Ertan, J. Turowski. – CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2012. 609 p. DOI: 10.1201/b12275
 [5] Бутырин П.А. Аналитическая теория трансформаторов / П.А. Бутырин, М.Е. Алпатов. – М: Национальный исследовательский университет МЭИ. 2019. 112 с.

- [6] Diaz G.A., Mombello E.E., Venerdini G.D.G. Calculation of Leakage Reactance in Transformers with Constructive Deformations in Low Voltage Foil Windings // IEEE Transactions on Power Delivery, 2018, vol. 33, no. 6, pp. 3205–3210. DOI: 10.1109/TPWRD.2018.2870563
- [7] Жуйков А.В., Кубаткин М.А., Ларин В.С., Матвеев Д.А., Никулов И.И., Хренов С.И. Применение дуальных схем для моделирования электромагнитных процессов в каскадных трансформаторах отбора мощности // Электротехника. 2019. № 8. С. 35–40.
- [8] Jaraczewski M., Sobczyk M.T. Leakage Inductances of Transformers at Arbitrarily Located Windings // Energies, 2020, 13 (23), pp. 62–64. DOI: 10.3390/en13236464
- [9] Yarymbash D., Kotsur M., Yarymbash S., Divchuk T. Electromagnetic Parameters Determination of Power Transformers // IEEE 3rd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems (IEPS). 2018, pp. 70–75. DOI: 10.1109/IEPS.2018.8559573
- [10] Миролюк Н.Е., Соболев А.С., Пудов В.И. Расчетная модель для оценки характеристик электромагнитных трансформаторов тока // Электричество, 2016. № 2. С. 19–28.
- [11] Maxwell 3D. URL: <http://www.ansys.com/> (дата обращения 14.03.2022)
- [12] ELCUT – Моделирование электромагнитных, тепловых и упругих полей методом конечных элементов. Версия 6.6. Руководство пользователя. ООО «Тор», 2021, 291 с. Режим доступа: URL: https://elcut.ru/downloads/manual_r.pdf. (Дата обращения 14.03.2022).
- [13] Введение в COMSOL Multiphysics, версия 5.4. URL: <http://cdn.comsol.com/> (дата обращения 14.03.2022)
- [14] Sakhno L.I., Sakhno O.I., Korovkin N.V., Hao L. Transformer under load condition: comparison of FEA and equivalent circuit analysis // Тезисы доклада на XXV международном симпозиуме «Электромагнитные явления в нелинейных цепях» с 26 по 29 июня, 2018 в Аппассе, Франция, URL: https://epnc-2018.sciencesconf.org/data/pages/P5_light_for_web.pdf
- [15] Фаддеев Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры: учеб. / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. Санкт-Петербург: Лань, 2022. 736 с. ISBN: 978-5-8114-0317-2
- [16] Korovkin N.V., Adalev A.S., Hayakawa M. Using linear relations between experimental characteristics in stiff identification problems of linear circuit theory // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 2008. vol. 55, no. 5, pp. 1237–1247.
- [17] Беляев Н.А., Коровкин Н.В., Фролов О.В., Чудный В.С. Исследование методов оптимизации режимов работы энергосистем // Электротехника. 2013. № 2. С. 21–28.
- [18] Adalev A.S., Hayakawa M., Korovkin N.V. Identification of electric circuits described by ill-conditioned mathematical models // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 2006. Т. 53. № 1, pp. 78–91.
- [19] Демирчян К.С., Ракитский Ю.В., Бутырин П.А., Карташев Е.Н., Коровкин Н.В. Проблемы численного моделирования процессов в электрических цепях // Известия Академии наук СССР. Энергетика и транспорт. 1982. № 2. С. 94.
- [20] Сахно О.И., Сверчкова А.В. Влияние погрешности измерений параметров классических уравнений трансформатора на погрешность тока в обмотках // XLVII "Неделя науки СПбПУ"-Теоретическая и прикладная математика и механика (ИПММ). 2018, С. 254–256.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОРОВКИН Николай Владимирович – *заведующий кафедрой, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, д-р техн. наук.*
E-mail: nikolay.korovkin@gmail.com

САХНО Людмила Ивановна – профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, д-р техн. наук.

E-mail: lsahno2010@yandex.ru

САХНО Ольга Ивановна – доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, канд. техн. наук.

E-mail: Olasahno@mail.ru

КОБЗАРЬ Евгений Николаевич – аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, без степени.

E-mail: kobzar_EN@power-m.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7204-5449>

REFERENCES

- [1] **K.S. Demirchyan, L.R. Neyman, N.V. Korovkin, V.L. Chechurin**, Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki. SPb: Piter, 2009. 430 s.
- [2] **S.B. Vasyutinskiy**, Voprosy teorii i rascheta transformatorov. L.: Energiya, 1970. 432 s.
- [3] **A.I. Voldek, V.V. Popov**, Elektricheskiye mashiny. Vvedeniye v elektromekhaniku. Mashiny postoyannogo toka i transformatory. SPb.: Piter, 2007. 320 s.
- [4] **X.M. López-Fernández**, Transformers: Analysis, Design, and Measurement / X.M. Lopez-Fernandez, H. Ertan, J. Turowski. – CRC Press: Boca Raton, FL, USA, 2012. 609 p. DOI: 10.1201/b12275
- [5] **P.A. Butyrin**, Analiticheskaya teoriya transformatorov / P.A. Butyrin, M.Ye. Alpatov. – M: Natsionalnyy issledovatel'skiy universitet MEI. 2019. 112 s.
- [6] **G.A. Diaz, E.E. Mombello, G.D.G. Venerdini**, Calculation of Leakage Reactance in Transformers with Constructive Deformations in Low Voltage Foil Windings // IEEE Transactions on Power Delivery, 2018, vol. 33, no. 6, pp. 3205–3210. DOI: 10.1109/TPWRD.2018.2870563
- [7] **A.V. Zhuykov, M.A. Kubatkin, V.S. Larin, D.A. Matveyev, I.I. Nikulov, S.I. Khrenov**, Primeneniye dualnykh skhem dlya modelirovaniya elektromagnitnykh protsessov v kaskadnykh transformatorakh otbora moshchnosti // Elektrotekhnika. 2019. № 8. С. 35–40.
- [8] **M. Jaraczewski, M.T. Sobczyk**, Leakage Inductances of Transformers at Arbitrarily Located Windings // Energies, 2020, 13 (23), pp. 62–64. DOI: 10.3390/en13236464
- [9] **D. Yarymbash, M. Kotsur, S. Yarymbash, T. Divchuk**, Electromagnetic Parameters Determination of Power Transformers // IEEE 3rd International Conference on Intelligent Energy and Power Systems (IEPS). 2018, pp. 70–75. DOI: 10.1109/IEPS.2018.8559573
- [10] **N.Ye. Mironyuk, A.S. Sobolev, V.I. Pudov**, Raschetnaya model dlya otsenki kharakteristik elektromagnitnykh transformatorov toka // Elektrichestvo, 2016. № 2. S. 19–28.
- [11] Maxwell 3D. URL: <http://www.ansys.com/> (data obrashcheniya 14.03.2022)
- [12] ELCUT – Modelirovaniye elektromagnitnykh, teplovykh i uprugikh poley metodom konechnykh elementov. Versiya 6.6. Rukovodstvo polzovatelya. OOO «Tor», 2021, 291 s. Rezhim dostupa: URL: https://elcut.ru/downloads/manual_r.pdf. (data obrashcheniya 14.03.2022).
- [13] Vvedeniye v COMSOL Multiphysics, versiya 5.4. URL: <http://cdn.comsol.com/> (data obrashcheniya 14.03.2022)
- [14] **L.I. Sakhno, O.I. Sakhno, N.V. Korovkin, L. Hao**, Transformer under load condition: comparison of FEA and equivalent circuit analysis // Tezisy doklada na XXV mezhdunarodnom simpoziume «Elektromagnitnyye yavleniya v nelineynykh tsepyakh» s 26 po 29 iyunya, 2018 v Arrase, Frantsiya, URL: https://epnc-2018.sciencesconf.org/data/pages/P5_light_for_web.pdf

- [15] **D.K. Faddeyev**, Vychislitelnyye metody lineynoy algebry: uchebnyk / D.K. Faddeyev, V.N. Faddeyeva. Sankt-Peterburg: Lan, 2022. 736 s. ISBN: 978-5-8114-0317-2
- [16] **N.V. Korovkin, A.S. Adalev, M. Hayakawa**, Using linear relations between experimental characteristics in stiff identification problems of linear circuit theory // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 2008. vol. 55, no. 5, pp. 1237–1247.
- [17] **N.A. Belyayev, N.V. Korovkin, O.V. Frolov, V.S. Chudnyy**, Issledovaniye metodov optimizatsii rezhimov raboty energosistem // Elektrotehnika. 2013. № 2. S. 21–28.
- [18] **A.S. Adalev, M. Hayakawa, N.V. Korovkin**, Identification of electric circuits described by ill-conditioned mathematical models // IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications. 2006. T. 53. № 1, pp. 78–91.
- [19] **K.S. Demirchyan, Yu.V. Rakitskiy, P.A. Butyrin, Ye.N. Kartashev, N.V. Korovkin**, Problemy chislennoy modelirovaniya protsessov v elektricheskikh tsepyakh // Izvestiya Akademii nauk SSSR. Energetika i transport. 1982. № 2. S. 94.
- [20] **O.I. Sakhno, A.V. Sverchkova**, Vliyaniye pogreshnosti izmereniy parametrov klassicheskikh uravneniy transformatora na pogreshnost toka v obmotkakh // XLVII "Nedelya nauki SPbPU"-Teoreticheskaya i prikladnaya matematika i mekhanika (IPMM). 2018, S. 254–256.

INFORMATION ABOUT AUTHORS

Nikolay V. KOROVKIN – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*
E-mail: nikolay.korovkin@gmail.com

Liudmila I. SAKHNO – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*
E-mail: lsahno2010@yandex.ru

Olga I. SAKHNO – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*
E-mail: Olasahno@mail.ru

Evgenii N. KOBZAR – *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*
E-mail: kobzar_EN@power-m.ru
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7204-5449>

Поступила: 21.04.2022; Одобрена: 23.05.2022; Принята: 28.06.2022.
Submitted: 21.04.2022; Approved: 23.05.2022; Accepted: 28.06.2022.