

Научная статья

УДК 621.314.225

DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.27405>

Л.И. Сахно ✉, О.И. Сахно, М.С. Крылов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия

✉ [Isahno2010@yandex.ru](mailto:Isahno2010@yandex.ru)

## МЕТОДИКА РАСЧЕТА И ИЗМЕРЕНИЯ АКТИВНЫХ МОЩНОСТЕЙ И ПОТЕРЬ В ТРАНСФОРМАТОРАХ КОНТАКТНОЙ СТЫКОВОЙ СВАРКИ ОПЛАВЛЕНИЕМ ТРУБ

*Аннотация.* В работе рассматриваются трехобмоточные трансформаторы с двумя параллельно соединенными секциями первичной обмотки и одной вторичной обмоткой. Такая конструкция используется в трансформаторах для стыковой контактной сварки оплавлением труб. В статье дается методика расчета токов, активной мощности и потерь в обмотках, основанная на схеме замещения многообмоточного трансформатора. В основе схемы замещения трехобмоточного трансформатора лежит замена его двумя двухобмоточными трансформаторами. Все параметры схемы замещения могут быть измерены. Установлена связь между активной мощностью и потерями в обмотках, которая лежит в основе косвенного метода измерения потерь в обмотках. Анализ точности методики проведен на модельном трансформаторе МКЭ. Для пояснения методики построены векторные диаграммы, показывающие, в частности, что активная мощность в одной из первичных обмоток при коротком замыкании может быть отрицательной (угол между векторами тока и напряжения в обмотке превышает  $90^\circ$ ). Получены соотношения между параметрами двухобмоточных трансформаторов, при которых в одной из параллельно соединенных первичных обмоток возможно появление отрицательной активной мощности. Результаты расчета токов и активных мощностей в трехобмоточном трансформаторе сварочного комплекса КСС-04 для сварки труб хорошо согласуются с результатами измерений.

*Ключевые слова:* трехобмоточный трансформатор, схема замещения, активная мощность, магнитное поле рассеяния, взаимная индуктивность по потокам рассеяния.

*Для цитирования:*

Сахно Л.И., Сахно О.И., Крылов М.С. Методика расчета и измерения активных мощностей и потерь в трансформаторах контактной стыковой сварки оплавлением труб // *Материаловедение. Энергетика.* 2021. Т. 27, № 4. С. 68–84. DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.27405>

Эта статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Scientific article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.27405>*L.I. Sakhno* ✉, *O.I. Sakhno*, *M.S. Krylov*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University,  
St. Petersburg, Russia✉ [lsahno2010@yandex.ru](mailto:lsahno2010@yandex.ru)

## METHOD FOR CALCULATING AND MEASURING ACTIVE POWERS AND LOSSES IN FLASH-BUTT WELDING TRANSFORMERS

*Abstract.* The paper considers three-winding transformers with two parallel-connected sections of the primary winding and one secondary winding. This design is used in flash-butt welding transformers. The article provides a method for calculating currents, active power and losses in the windings, based on the equivalent circuit of a multi-winding transformer. The equivalent circuit of a three-winding transformer is based on its replacement with two two-winding transformers. All parameters of the equivalent circuit can be measured. The relationship between active power and winding losses has been established, which underlies the indirect method of measuring winding losses. The analysis of the accuracy of the technique was carried out on a model FEM transformer. To clarify the technique, vector diagrams have been constructed, showing, in particular, that the active power in one of the primary windings during a short circuit can be negative (the angle between the current and voltage vectors in the winding exceeds  $90^\circ$ ). Relationships between the parameters of two-winding transformers in this case are obtained. The results of calculating the currents and active powers in the three-winding transformer of the KSS-04 welding complex for pipe welding are in good agreement with the measurement results.

*Keywords:* three-winding transformer, equivalent circuit, active power, magnetic leakage flux, mutual inductance on leakage flux.

*Citation:*

L.I. Sakhno, O.I. Sakhno, M.S. Krylov, Method for calculating and measuring active powers and losses in flash-butt welding transformers, *Materials Science. Power Engineering*, 27 (04) (2021) 68–84, DOI: <https://doi.org/10.18721/JEST.27405>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

**Введение.** Эффективным способом сварки труб при строительстве трубопроводов является применение контактной стыковой сварки оплавлением [1–2]. При сварке магистральных трубопроводов большого диаметра (800 – 1420 мм) с 70-х годов XX века успешно используются машины контактной сварки внутритрубного исполнения, при котором сварочная машина перемещается внутри трубопровода и поочередно приваривает к его концу следующую трубу.

В последние годы для увеличения пропускной способности газопроводов давление в них стали поднимать до 11,8 МПа. Для обеспечения прочности трубопроводов необходимо применять трубы из сталей повышенного качества, что требует увеличения мощности сварочных машин. Источником сварочного тока внутритрубных машин является сварочный трансформатор тороидальной конструкции, обеспечивающий равномерное распределение тока по периметру свариваемых труб. Увеличение мощности трансформатора требует увеличения сечения его первичной обмотки без увеличения наружного габарита трансформатора. Конструктивные и технологические сложности увеличения мощности трансформаторов были преодолены на ЗАО «Псковэлектросвар»<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ЗАО «Псковэлектросвар» <https://pskovelektrosvar.ru> (дата обращения 5.07.2021)

нетрадиционным путем – секционированием обмотки на параллельные секции, вмотанные в тороидальный магнитопровод одна поверх другой. При проектировании такого трансформатора необходимо рассчитать потери в секциях и температуру нагрева обмоток в номинальном режиме работы. Стандартные методики расчета трансформаторов контактной сварки [3] не позволяют найти потери в секциях параллельных обмоток для указанной новой конструкции.

Испытания трансформатора для сварки труб с двумя параллельными секциями первичной обмотки в режиме короткого замыкания показали, что активные мощности и токи в секциях не одинаковы, причем в одной из них ваттметр показывает отрицательное значение (угол между векторами тока и напряжения в секции превышает  $90^\circ$ ). Поскольку тепловой режим работы трансформатора является весьма напряженным и в значительной степени определяет работоспособность и надежность машины, наиболее сложной и актуальной в настоящее время задачей, стоящей перед разработчиками источников питания внутритрубных машин, является задача расчета и измерения потерь в трансформаторе с несколькими параллельными секциями первичной обмотки.

Целью настоящей статьи является разработка методики расчета активных мощностей и потерь в обмотках тороидального сварочного трансформатора с двумя параллельно соединенными секциями первичной обмотки и установление связи между потерями в секциях и показаниями ваттметров, установленных в этих секциях. Кроме того, в статье должна быть исследована точность расчета с использованием разработанной методики на основе сравнения результатов расчета с результатами численного и натурального экспериментов.

#### Метод исследования

Для разработки методики расчета активных мощностей и потерь используется предложенная нами в [4] схема замещения многообмоточного трансформатора, поскольку эта схема в отличие от классической трехлучевой схемы замещения трехобмоточного трансформатора [5] и ее модификаций [6–10] позволяет установить связь между активной мощностью в обмотках и потерями в них. В оригинальных схемах замещения многообмоточных трансформаторов [11, 12] не рассмотрены тороидальные трансформаторы и не установлена связь между потерями и активной мощностью в обмотках. В данной работе установить эту связь удалось благодаря физичности параметров, входящих в схему замещения [4], и наличию в ней ветвей эквивалентных секциям первичной обмотки.

В [4] рассмотрен трансформатор с  $n$  первичными обмотками и одной вторичной обмоткой. Для удобства записи уравнений трансформатора в этой работе индексы первичных обмоток имеют две цифры  $11, 12... 1n$ , вторичная одну цифру 2. Первая цифра 1 индекса обмотки с двумя цифрами означает, что обмотка первичная, вторая цифра – номер первичной обмотки. Первичные обмотки не соединены гальванически и подключены к источникам напряжения  $u_{11}, u_{12}... u_{1n}$ . Индексы источников показывают, к каким первичным обмоткам они присоединены. Вторичная обмотка 2 подключена к нагрузке  $z_H$  (для синусоидального режима  $z_H = r_H + j\omega L_H$ , где  $r_H$  – активное сопротивление нагрузки,  $L_H$  индуктивность,  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  – частота). Этот трансформатор заменяется на  $n$  двухобмоточных трансформаторов с обмотками  $11$  и  $2, 12$  и  $2, \dots, 1n$  и  $2$  (далее будем обозначать эти трансформаторы как  $11-2, 12-2... 1n-2$ ). На основе классических уравнений двухобмоточных трансформаторов и метода наложения в [4] получены  $n$ -уравнений для этого трансформатора:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{1i} = j\omega(L_{1i-2} + L'_{Hi})\dot{I}_{1i} + (r_{1i-2} + r'_{Hi})\dot{I}_{1i} + \\ + j\omega \sum_{\substack{l=1 \\ i \neq l}}^n (M_{1i,1l,2} + L'_{Hi})\dot{I}_{1l} + \sum_{\substack{l=1 \\ i \neq l}}^n (r_{1i,1l,2} + r'_{Hi})k_l k_i \dot{I}_{1l}, \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $i$  – номер первичной обмотки,  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\dot{U}_i$  – напряжение на зажимах обмотки  $li$ ,  $L_{li-2}$ ,  $r_{li-2}$  – соответственно индуктивность и активное сопротивление короткого замыкания трансформатора  $li-2$ , приведенные к обмотке  $li$ ,  $L'_{Hi}$ ,  $r'_{Hi}$  – соответственно индуктивность и активное сопротивление нагрузки, приведенные к обмотке  $li$ ,  $k_i = w_{li}/w_2$ ,  $k_l = w_{ll}/w_2$  – коэффициенты трансформации двухобмоточных трансформаторов с обмотками  $li-2$ ,  $ll-2$ ,  $w_{li}$ ,  $w_{ll}$ ,  $w_2$  – количество витков обмоток  $li$ ,  $ll$ ,  $2$ ,  $M_{li,ll,2}$  – взаимная индуктивность по потокам рассеяния трансформаторов  $li-2$  и  $ll-2$ . Взаимная индуктивность  $M_{li,ll,2}$  и параметр  $r_{li,ll,2}$  определяются из опытов короткого замыкания трансформаторов  $li-2$ ,  $ll-2$ ,  $li-ll$ :

$$M_{li,ll,2} = (L_{li-2} + L_{ll-2} - L_{li-ll})/2, \quad (2)$$

$$r_{li,ll,2} = (r_{li-2} + r_{ll-2} - r_{li-ll})/2, \quad (3)$$

где  $L_{li-2}$ ,  $r_{li-2}$ ;  $L_{ll-2}$ ,  $r_{ll-2}$ ;  $L_{li-ll}$ ,  $r_{li-ll}$  – индуктивности рассеяния и активные сопротивления трансформаторов  $li-2$ ;  $ll-2$ ;  $li-ll$  в соответствующих опытах короткого замыкания [4].

Для трехобмоточного трансформатора (рис. 1а) с двумя параллельно соединенными первичными  $11$  и  $12$  обмотками и одной вторичной обмоткой  $2$ , подключенной к нагрузке  $z_H = r_H + j\omega L_H$ , уравнение (1) примет вид:

$$\dot{U}_1 = j\omega(L_{11-2} + L'_H)\dot{I}_{11} + (r_{11-2} + r'_H)\dot{I}_{11} + j\omega(M_{11,12,2} + L'_H)\dot{I}_{12} + (r_{11,12,2} + r'_H)k_1k_2\dot{I}_{12}, \quad (4)$$

$$\dot{U}_2 = j\omega(L_{12-2} + L'_H)\dot{I}_{12} + (r_{12-2} + r'_H)\dot{I}_{12} + j\omega(M_{12,11,2} + L'_H)\dot{I}_{11} + (r_{12,11,2} + r'_H)k_2k_1\dot{I}_{11}.$$

Для данной схемы  $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ , и, так как нагрузка одна, второй индекс у нагрузки опущен.

Введем обозначение  $M_{11,12,2} = M_{12,11,2} = M$ ,  $r_{11,12,2} = r_{12,11,2} = r$ . С учетом введенных обозначений для режима короткого замыкания ( $L'_H = 0$ ,  $r'_H = 0$ ) (4) перепишем в виде:

$$\dot{U}_1 = j\omega L_{11-2}\dot{I}_{11} + r_{11-2}\dot{I}_{11} + j\omega M\dot{I}_{12} + rk_1k_2\dot{I}_{12}, \quad (5)$$

$$\dot{U}_1 = j\omega L_{12-2}\dot{I}_{12} + r_{12-2}\dot{I}_{12} + j\omega M\dot{I}_{11} + rk_2k_1\dot{I}_{11}.$$

Схема замещения, соответствующая уравнениям (5), показана на рис. 1б. На этом рисунке зависимый источник тока определяет ток во вторичной обмотке. Параллельно соединенные ветви этой схемы замещают двухобмоточные трансформаторы  $11-2$  и  $12-2$  с учетом их взаимного влияния. Как будет показано и подтверждено далее численным и натурным экспериментами активная мощность в каждой параллельной ветви схемы замещения совпадает с активной мощностью, измеряемой ваттметрами, установленными в секциях  $11$  и  $12$  первичной обмотки. Здесь важно, что все параметры схемы замещения, представленной на рис. 1б, можно найти экспериментально. В зависимости от соотношения индуктивностей и взаимной индуктивности в схеме на рис. 1б активные мощности (показания ваттметров) в ветвях этой схемы могут принимать как положительные, так и отрицательные значения. Это явление рассмотрено для индуктивно связанных катушек в [13]. Однако непосредственно перенести результаты [13] на рассматриваемый трансформатор нельзя, поскольку в схеме замещения присутствуют не индуктивности катушек, а индуктивности рассеяния трансформаторов. Кроме того, в схеме замещения имеются зависимые источники напряжения, которые появились из-за связи трансформаторов  $11-2$  и  $12-2$  через общую вторичную обмотку  $2$ .

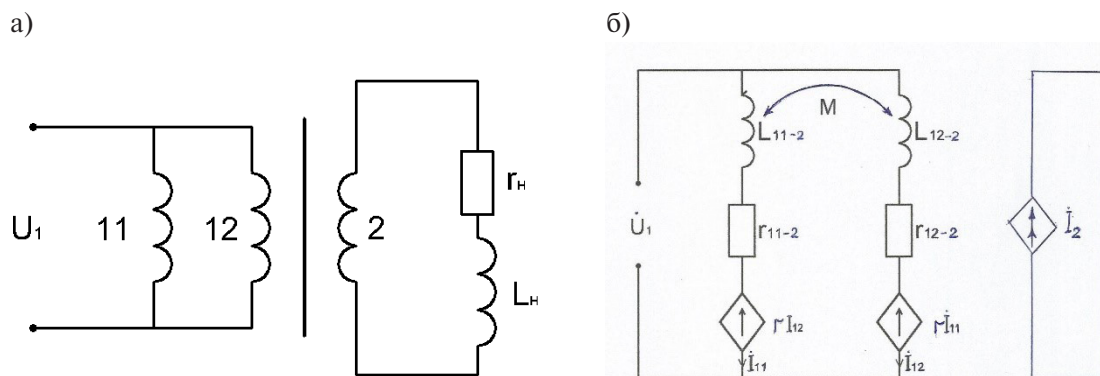


Рис. 1. Электрическая схема (а) и схема замещения (б) трехобмоточного трансформатора  
 Fig. 1. Electrical circuit (a) and equivalent circuit (b) of a three-winding transformer

**Сопоставление результатов, полученных с использованием схемы замещения с результатами, полученными с использованием расчета трансформатора методом конечных элементов (МКЭ) с присоединённой цепью.** В этом сопоставлении сравниваются результаты расчетов токов, активных мощностей и потерь в модельном трансформаторе, полученные на основе МКЭ для квазистационарного магнитного поля трансформатора совместно с уравнениями для присоединенной электрической цепи нагрузки (первый способ) с результатами, полученными по схеме замещения, рис. 1б (второй способ). Погрешность первого способа обусловлена только размерами ячеек сетки и положением границ, которые были определены предварительно, таким образом, чтобы их дальнейшее изменение (уменьшение размеров ячеек и увеличение расстояния от трансформатора до границ расчетной области) не влияли на точность расчета токов и активных мощностей в обмотках трансформатора. Этот способ соответствует натурному эксперименту, в котором амперметры и ваттметры, установленные в секциях первичной обмотки, показывают токи и активные мощности в секциях. Первый способ дает возможность найти и потери в каждой обмотке, что существенно расширяет возможности анализа точности расчета потерь в обмотках с помощью численного эксперимента по сравнению натурным опытом короткого замыкания.

В выполняемом сопоставлении параметры схемы замещения (для второго способа) находятся МКЭ из расчета режимов противотключения трансформаторов 11-2, 12-2 и 11-12. Дискретизация расчетной области и положение границы в первом и втором способе расчета одинаковы. Для расчета первым и вторым способом используется пакет программ ELCUT [14]. Выполненное сопоставление дает возможность показать справедливость предлагаемого в статье метода расчета активной мощности и потерь в параллельных секциях первичной обмотки в широком диапазоне изменения электромагнитных параметров трансформатора, в том числе при изменении этих параметров из-за влияния поверхностного эффекта. Для детального описания обоих подходов, участвующих в сопоставлении, выполним подробное описание объекта исследования.

Необходимый нам многовариантный расчет трехмерного поля даже простого по конструкции трансформатора требует значительных вычислительных ресурсов, поэтому для исследования выбрана осесимметричная конструкция трансформатора (рис. 2а), которая позволяет использовать двумерную формулировку задачи. Прототипом этого трансформатора является трансформатор, описанный в [15]. Этот трансформатор имеет повышенное рассеяние, что обеспечивает возможность тщательного исследования влияния взаимной индуктивности по потокам рассеяния на токи в первичных обмотках и активную мощность в них.

Также для упрощения расчетов принято, что все обмотки трансформатора имеют одинаковое количество витков 110 (коэффициенты трансформации трансформаторов 11-2 и 12-2 равны единице). Обмотки выполнены из медного провода сечением  $5 \times 5 \text{ мм}^2$ .

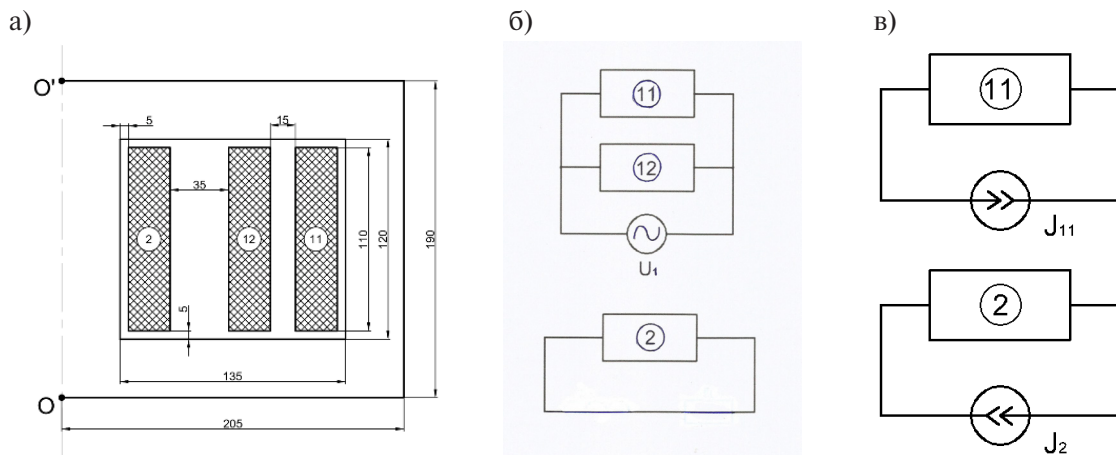


Рис. 2. Модельный трансформатор (а), присоединенная электрическая цепь для режима короткого замыкания (б), электрическая схема режима противовключения (в)  
 Fig. 2. Model transformer (a), connected electrical circuit for short-circuit mode (b), electrical circuit for counter-switching mode (c)

При расчете магнитного поля трансформатора совместно с уравнениями токов и напряжений цепи нагрузки расчетная область представляет собой поперечное сечение трансформатора, проходящее через ось симметрии  $OO'$  (рис. 2а), ограниченное половиной окружности, радиус которой превышает размеры поперечного сечения трансформатора. Границы расчетной области отодвинуты достаточно далеко от трансформатора, поэтому на них задано условие отсутствия поля. Присоединенная электрическая цепь представлена в виде блоков на рис. 2б, блоки 11, 12, 2 соответствуют обмоткам 11, 12, 2 в расчетной модели поля на рис. 2а. Магнитная проницаемость магнитопровода принята постоянной. Результатом решения являются комплексные амплитуды токов первичных обмоток, активные мощности и потери в обмотках.

Для использования схемы замещения на рис. 1б необходимо рассчитать импедансы двухобмоточных трансформаторов 11-2, 12-2, 11-12. Они находятся из режима противовключения, в котором вектора магнитодвижущих сил в первичной и вторичной обмотках равны и противоположно направлены [9]. При этом рассчитывается переменное магнитное поле трансформатора с электрической цепью, моделирующей режим противовключения. На рис. 2в показана электрическая схема для расчета импеданса двухобмоточного трансформатора 11-2. Согласно [9] источники тока  $J_{11}$ ,  $J_2$  на рис. 2в имеют одинаковые произвольные модули, но противоположные фазы:

$$J_{11} = I_{11} w_{11}, \quad J_2 = I_2 w_2 = -J_{11}, \quad (6)$$

где  $J_{11}$  и  $J_2$  – токи обмоток 11 и 2 соответственно.

**Результаты сопоставления способов 1 и 2.** Сопоставление выполнялось для различных частот из диапазона 1–50 Гц. Широкий диапазон изменения частоты использован нами для изменения соотношений между параметрами схемы замещения трансформатора и повышения достоверности расчетов. На нижнем пределе 1 Гц все электромагнитные параметры схемы замещения исследуемого трансформатора соизмеримы, а при 50 Гц (сильный поверхностный эффект) реактивные сопротивления в схеме замещения на порядок выше активных. Амплитуда источника напряжения принята равной 8 В. Расчеты выполнялись при магнитной проницаемости  $\mu = 1000 \mu_0$ . Дополнительное исследование показало, что изменение  $\mu$  магнитопровода от  $500 \mu_0$  до  $10000 \mu_0$  меняет значения токов и активных мощностей обмоток не более, чем на 0,05%.

В табл. 1 приведены амплитуды и фазы токов в обмотках  $I_1$ ,  $I_2$  и амплитуда суммарного тока  $I_{1m}$ , полученные двумя способами.

Таблица 1

**Амплитуды и фазы токов обмоток**

Table 1

**Amplitudes and phases of winding currents**

$f$ , Гц	Способ расчета	$I_{m11}$ , А	$\varphi_{11}$ , град	$I_{m12}$ , А	$\varphi_{12}$ , град	$I_{1m}$ , А	$\varphi_1$ , град
1	Первый	52,18	-35,6	73,78	-16,6	124,3	-24,4
	Второй	52,24	-35,1	73,89	-16,3	124,5	-24,6
50	Первый	0,85	130,4	8,39	-80,8	7,68	-84,1
	Второй	0,82	130,2	8,38	-80,2	7,69	-84,9

Результаты, представленные в табл. 1 показывают, что токи, рассчитанные двумя способами, отличаются менее, чем на 1%. Таким образом, схема замещения позволяет находить токи в обмотках с высокой точностью.

Выполним далее анализ активных мощностей и потерь, рассчитанных двумя способами. Для анализа активных мощностей первичных обмоток при коротком замыкании на рис. 3 представлены векторные диаграммы для амплитудных значений входного напряжения и токов в обмотках, полученных первым способом. Из этих диаграмм видно, что проекция ОС вектора приложенного напряжения  $U_{1m}$  на направление вектора тока  $I_{11}$  при частоте 1 Гц совпадает с направлением тока в этой обмотке, а при частоте 50 Гц противоположна этому направлению, поскольку в этом случае вектор тока в обмотке  $I_1$  сдвинут по отношению к питающему напряжению на угол, больше 90 градусов.

Эти проекции определяют активные мощности в обмотке  $I_1 P_{11} = U_{a11m} \cdot I_{11m} / 2$  и в обмотке  $I_2 P_{12} = U_{a12m} \cdot I_{12m} / 2$  и суммарную активную мощность  $P$  в трансформаторе. Активные мощности  $P_{11}$ ,  $P_{12}$ ,  $P$  равны активным мощностям, измеряемым ваттметрами, установленными в секциях первичной обмотки. Результаты расчета активных составляющих напряжения, активных мощностей, потерь в обмотках  $I_1$ ,  $I_2$ , даны в табл. 2. В этой таблице  $P_{\pi 11}$ ,  $P_{\pi 12}$ ,  $P_{\pi 2}$  – потери в обмотках  $I_1$ ,  $I_2$  и 2.

Таблица 2

**Амплитуды активных составляющих напряжения, активных мощностей и потерь (способ 1)**

Table 2

**Amplitudes of active voltage components, active powers and losses (method 1)**

$f$ , Гц	$U_{a11m}$ , В	$U_{a12m}$ , В	$P_{11}$ , Вт	$P_{12}$ , Вт	$P$ , Вт	$P_{\pi 11}$ , Вт	$P_{\pi 12}$ , Вт	$P_{\pi 2}$ , Вт	$P_{\pi}$ , Вт
1	6,5	7,66	170	282	453	103	151	199	453
50	-5,19	1,27	-2,20	5,37	3,16	0,032	2,2	0,908	3,14

Суммарная активная мощность в модельном трансформаторе, найденная по формуле  $P = \text{Re}(I_1 U^*)$ , где \* – символ комплексного сопряжения, для заданной частоты совпадает со значением суммарной активной мощности  $P = P_{11} + P_{12}$  и суммой потерь в обмотках  $P = P_{\pi 11} + P_{\pi 12} + P_{\pi 2}$ . Из диаграмм на рис. 3 виден только результат – в обмотке  $I_1$  угол между током и напряжением больше 90° при частоте 50 Гц, что привело к отрицательной активной мощности в

этой обмотке. Однако не ясно, какие параметры трансформатора привели к получению такого результата.

Для анализа этого явления получим активные мощности в обмотках вторым способом, то есть используя схему замещения на рис. 1б. Параметры схемы замещения, найденные из режимов противовключения, а также активные сопротивления обмоток  $r_{11}$ ,  $r_{12}$ ,  $r_2$  приведены в табл. 3.

Таблица 3

Параметры схемы замещения токи и активные мощности (способ 2)

Table 3

Equivalent circuit parameters currents and active powers (method 2)

$f, \text{Гц}$	$\omega L_{11-2}, \text{Ом}$	$\omega L_{12-2}, \text{Ом}$	$r_{11-2}, \text{Ом}$	$r_{11}, \text{Ом}$	$\Delta r, \text{Ом}$	$r_{12-2}, \text{Ом}$	$r_{12}, \text{Ом}$	$r_2, \text{Ом}$	$r, \text{Ом}$	$\omega M, \text{Ом}$
1	0,0456	0,0208	0,101	0,0753	0,00001	0,0814	0,0555	0,0259	0,0259	0,0229
50	2,27	1,04	0,146	0,0892	0,0259	0,095	0,0654	0,0309	0,044	1,14

При 1 Гц (слабый поверхностный эффект) из (3) следует, что сопротивление вторичной обмотки совпадает с коэффициентом  $r$ . При 50 Гц (сильный поверхностный эффект) в сопротивление  $r_{11-2}$  входит добавочное сопротивление  $\Delta r$ , которое создается полем рассеяния в обмотке 12, расположенной между секцией 11 и обмоткой 2 (рис. 2а). Коэффициент  $r$  отличается от сопротивления вторичной обмотки на величину  $\Delta r/2$ , что следует из (3). Векторные диаграммы для амплитуд, построенные с использованием параметров схемы замещения в табл. 2 согласно (5), представлены на рис. 4.

Из диаграмм видно, что активные составляющие напряжения на каждой обмотке складываются не только из падения напряжения на активных сопротивлениях  $r_{11-2}$  или  $r_{12-2}$ , но и из проек-

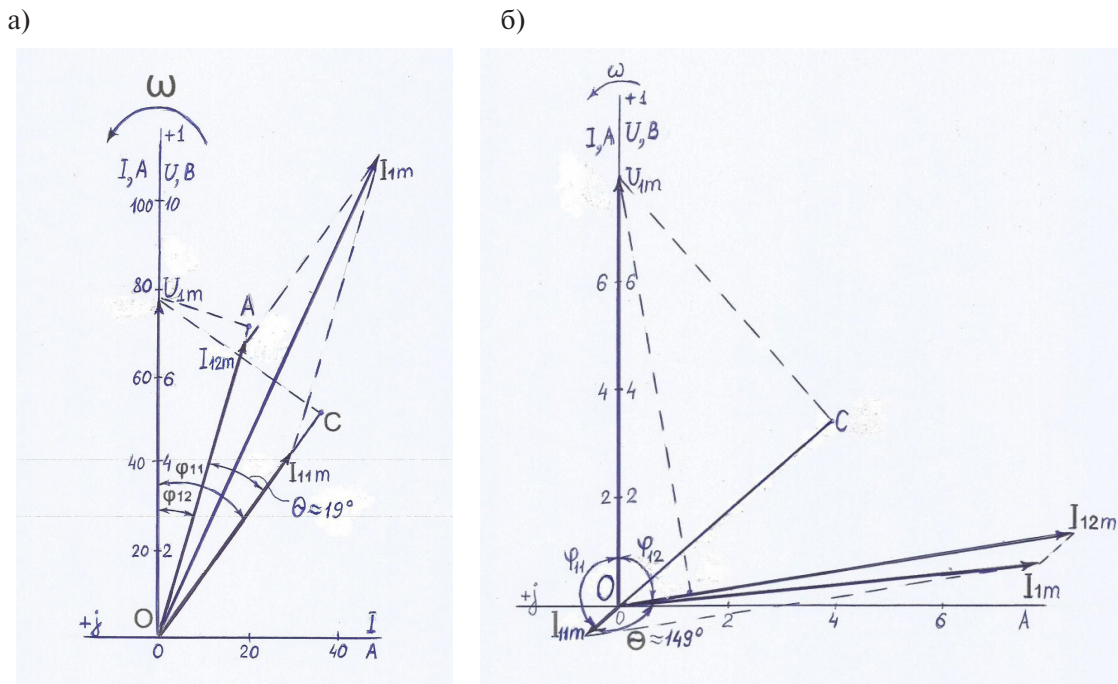


Рис. 3. Векторные диаграммы для частоты 1 Гц (а) и 50 Гц (б)

Fig. 3. Vector diagrams for a frequency of 1 Hz (a) and 50 Hz (b)



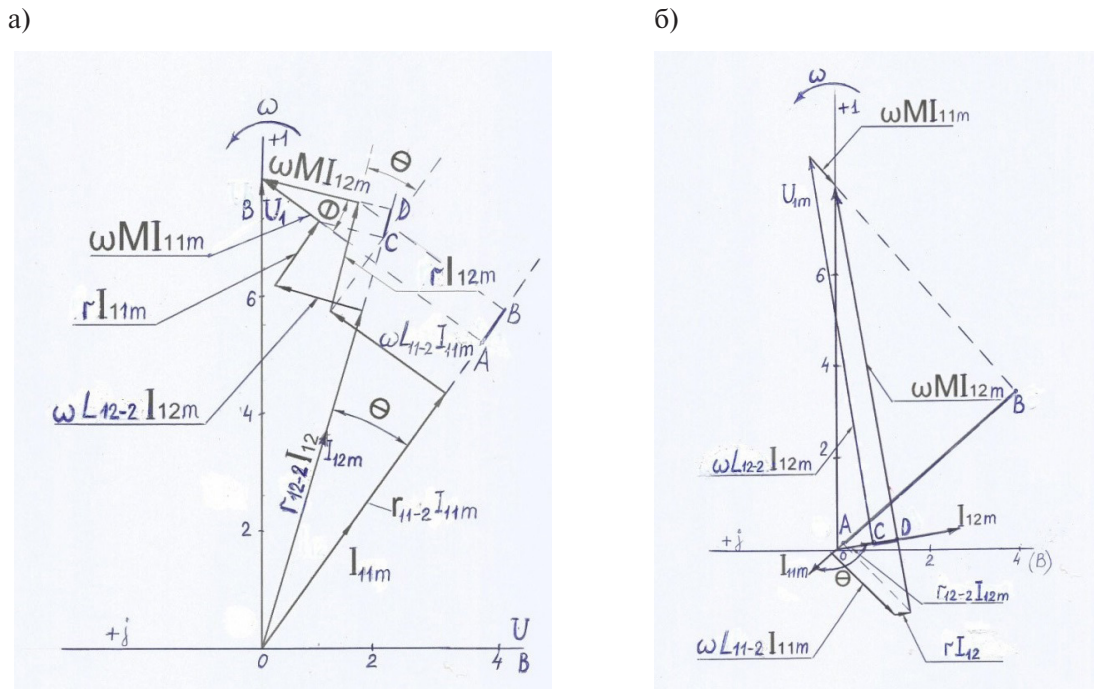


Рис. 4. Векторные диаграммы для схемы замещения при частотах 1 Гц (а) и 50 Гц (б)  
 Fig. 4. Vector diagrams for the equivalent circuit at frequencies of 1 Hz (a) and 50 Hz (b)

ций двух векторов – вектора независимого источника напряжения и вектора напряжения, зависящего от взаимной индуктивности. Как для частоты 1 Гц, так и для частоты 50 Гц проекция вектора  $\omega M \vec{I}_{12m}$  на направление вектора  $\vec{I}_{11m}$  (отрезок AB) противоположно направлению этого вектора, а проекция  $\omega M \vec{I}_{11m}$  на направление вектора  $\vec{I}_{12m}$  (отрезок CD) совпадает с направлением этого вектора, поэтому эти составляющие имеют разные знаки. Активные составляющие напряжений на обмотках 11 и 12 на рис. 4 равны:

$$U_{a11m} = r_{11-2} I_{11m} + r I_{12m} \cos \theta - \omega M I_{12m} \sin \theta, \quad (7)$$

$$U_{a12m} = r_{12-2} I_{12m} + r I_{11m} \cos \theta + \omega M I_{11m} \sin \theta, \quad (8)$$

где  $\theta$  – угол между векторами токов  $\vec{I}_{11m}$ ,  $\vec{I}_{12m}$ .

Активные мощности в обмотках:

$$P_{11} = U_{a11} I_{11} = r_{11-2} I_{11}^2 + r I_{11} I_{12} \cos \theta - \omega M I_{11} I_{12} \sin \theta = P_{11-2} + P_r - P_M, \quad (9)$$

$$P_{12} = U_{a12} I_{12} = r_{12-2} I_{12}^2 + r I_{11} I_{12} \cos \theta + \omega M I_{11} I_{12} \sin \theta = P_{12-2} + P_r + P_M,$$

где  $I_{11}$ ,  $I_{12}$ ,  $U_{a11}$ ,  $U_{a12}$  – соответственно действующие значения токов в обмотках 11, 12 и активных напряжений на них.

В (9) слагаемые  $P_{11-2} = I_{11}^2 r_{11-2}$ ,  $P_{12-2} = I_{12}^2 r_{12-2}$  определяют мощности потерь энергии в трансформаторах 11-2, 12-2, приведенные к своим первичным обмоткам. Выражение  $P_M = \omega M I_{11} I_{12} \sin \theta$  определяет мощность, передаваемую из одного трансформатора в другой вследствие индуктив-

ной связи между ними через магнитное поле рассеяния. Выражение  $P_r = I_{11}I_{12}r\cos\theta$  определяет мощность потерь энергии в одном трансформаторе за счет падения напряжения на общей для двух трансформаторов вторичной обмотке 2 (с учетом добавочных потерь). Полная активная мощность всей цепи из (9) равна сумме потерь в обмотках:

$$P = P_{11} + P_{12} = r_{11-2}I_{11}^2 + r_{12-2}I_{12}^2 + 2rI_{11}I_{12}\cos\theta = P_{111} + P_{112} + P_{122}. \quad (10)$$

Полная мощность  $P$  не зависит от мощности  $P_M$ , передаваемой из одного трансформатора в другой вследствие индуктивной связи между ними через магнитное поле рассеяния. Амплитуды активных составляющих напряжения, рассчитанные по (7), (8) представлены в табл. 4, а составляющие активных мощностей – в табл. 5. Активные составляющие напряжения для частоты 1 Гц в обмотке 11 определяются, в основном, падением напряжения на активных сопротивлениях трансформаторов 11-2 и 12-2. Отрицательная составляющая активного напряжения, определяемая взаимной индукцией, мала по сравнению с положительными, поэтому активная мощность в обмотке 11 положительна. Для 50 Гц проекция вектора  $\omega M\vec{I}_{12m}$  на направление вектора  $\vec{I}_{11m}$ , направленная противоположно этому вектору, существенно превышает все положительные составляющие активного напряжения обмотки 11, что приводит к отрицательной активной мощности в этой обмотке.

Таблица 4

## Амплитуды активных составляющих напряжения

Table 4

## Amplitudes of active voltage components

$f, \text{Гц}$	$I_{11m}r_{11-2}$	$I_{12m}r\cos\theta$	$\omega MI_{12m}\sin\theta$	$U_{a11m}$	$I_{12m}r_{12-2}$	$I_{11m}r\cos\theta$	$\omega MI_{11m}\sin\theta$	$U_{a12m}$
1	5,31	1,81	0,545	6,57	6,0	1,29	0,386	7,67
50	0,124	-0,315	4,95	-5,14	0,797	-0,0319	0,50	1,26

Таблица 5

## Составляющие активной мощности

Table 5

## Active power components

$f, \text{Гц}$	Трансформатор 11-2				Трансформатор 12-2			
	$P_{11}^2 r_{11-2}$	$I_{11}I_{12}r\cos\theta$	$\omega MI_{11}I_{12}\sin\theta$	$P_{11}$	$P_{12}^2 r_{12-2}$	$I_{11}I_{12}r\cos\theta$	$\omega MI_{11}I_{12}\sin\theta$	$P_{12}$
1	138,5	47,2	14,28	171	221	47,2	14,28	282
50	0,053	-0,134	2,10	-2,18	3,34	-0,13	2,09	5,29

Анализ результатов в табл. 4, 5, а также результатов, полученных для других частот указанного выше диапазона, показывает, что при положительном значении взаимной индуктивности по потокам рассеяния обмоток ( $M > 0$ ) и  $L_{11-2} > M > L_{12-2}$  энергия передается из двухобмоточного трансформатора с меньшей индуктивностью рассеяния в трансформатор с большей индуктивностью. Активная мощность в трансформаторе с большей индуктивностью будет отрицательной, если  $\omega MI_{11}I_{12}\sin\theta$  в этом трансформаторе превышает сумму двух активных мощностей  $I_{11}^2 r_{11-2}$  и  $I_{11}I_{12}\cos\theta$ . Полученные соотношения отличаются от соотношений, полученных для двух индук-

тивно связанных катушек с индуктивностями  $L_1, L_2$  и взаимной индуктивностью  $M$ , в которых при  $M > 0$  отрицательная активная мощность появляется в катушке с большей индуктивностью при условии  $\omega M I_1 I_2 \cdot \sin \theta > r_1 I_{11}^2$  ( $I_1, I_2$  – токи в катушках,  $\theta$  – угол между векторами токов).

Таким образом, нами сформулированы условия возможности получения отрицательной активной мощности в одной из параллельно соединенных первичных обмоток трансформатора. Кроме того, можно сделать вывод о том, что схема замещения позволяет с высокой точностью рассчитывать активную мощность в обмотках рассматриваемого трансформатора, поскольку результаты расчета активных мощностей в обмотках 11 и 12 в табл. 2 и 5 (первый и второй способ расчета) отличаются не более, чем на 1,5%.

Далее необходимо установить связь активной мощности в обмотках и потерями в них. Из (9) можно найти потери в трансформаторах 11-2 и 12-2:

$$r_{11-2} I_{11}^2 = P_{11} - r I_{11} I_{12} \cos \theta + \omega M I_{11} I_{12} \sin \theta, \quad (11)$$

$$r_{12-2} I_{11}^2 = P_{12} - r I_{11} I_{12} \cos \theta - \omega M I_{11} I_{12} \sin \theta. \quad (12)$$

Потери в этих трансформаторах состоят из потерь в первичных и вторичных обмотках:

$$r_{11-2} I_{11}^2 = r_{11} I_{11}^2 + r_2 I_{11}^2, \quad (13)$$

$$r_{12-2} I_{12}^2 = r_{12} I_{12}^2 + r_2 I_{12}^2. \quad (14)$$

При слабом поверхностном эффекте активное сопротивление  $r_2$  совпадает с коэффициентом  $r$ , найденным из трех опытов короткого замыкания, что следует из (3). Тогда потери в обмотках 11 и 12 из (13), (14) равны:

$$P_{\Pi 11} = r_{11-2} I_{11}^2 - r I_{11}^2, \quad (15)$$

$$P_{\Pi 12} = r_{12-2} I_{12}^2 - r I_{12}^2. \quad (16)$$

Используя (10), находим потери во вторичной обмотке:

$$P_{\Pi 2} = P - P_{\Pi 11} - P_{\Pi 12}. \quad (17)$$

Для частоты 1 Гц, для которой  $r_2 = r$  (табл. 2), потери в обмотках, рассчитанные по (15)-(17), отличаются от точных значений (первый способ расчета) не более, чем на 1,5%. Следовательно, схема замещения позволяет в этом случае с высокой точностью рассчитывать потери в обмотках.

При сильном поверхностном эффекте параметр  $r$  может отличаться от сопротивления вторичной обмотки  $r_2$  из-за добавочных сопротивлений, вызванных полем рассеяния. Например, в опыте короткого замыкания трансформатора 11-2 между обмотками 11 и 2 находится обмотка 12 (рис. 2а), в которой наводятся вихревые токи полем рассеяния. Добавочное сопротивление  $\Delta r$ , обусловленное вихревыми токами в обмотке 12, которое пренебрежимо мало при 1 Гц, при 50 Гц (табл. 2) составляет почти 17%. Согласно (3) коэффициент  $r$  будет отличаться от сопротивления вторичной обмотки в этом режиме на величину  $\Delta r/2$ , поэтому:

$$r_2 = r - \Delta r/2. \quad (18)$$

Результаты расчета потерь по (15)-(17) для 50 Гц даны в табл. 6.

Таблица 6

## Потери в обмотках

Table 6

## Losses in windings

$f$ , Гц	$P_{\text{п11}}$ , Вт	$P_{\text{п12}}$ , Вт	$P_{\text{п2}}$ , Вт	$P$ , Вт
1	103	150	200	453
50	0,032	2,24	0,90	3,17

Совпадение активных мощностей и потерь, рассчитанных двумя способами (табл. 2 и 6), подтверждает справедливость и высокую точность методики расчета потерь в обмотках с использованием схемы замещения.

Важно отметить, что активные сопротивления в (15)-(18) могут быть измерены в опытах короткого замыкания двухобмоточных трансформаторов 11-2, 12-2 и 11-12. Далее измерив токи в обмотках в опыте короткого замыкания трехобмоточного трансформатора, можно найти потери в каждой его обмотке. Таким образом, (11)-(18) лежат в основе косвенного измерения потерь в обмотках.

**Результаты расчета активной мощности и потерь  
в трансформаторе комплекса КСС-04 для стыковой контактной сварки труб**

Применим разработанную методику к расчету и анализу активной мощности и потерь в трансформаторе КСС-04 для контактной стыковой сварки оплавлением труб диаметром 1420 мм, который разработан и испытан в ЗАО «Псковэлектросвар». На рис. 5а показано поперечное сечение, проходящее через ось симметрии этого трансформатора».

На тороидальный магнитопровод 1 (рис. 5а) намотана первичная обмотка 2, состоящая из двух параллельно соединенных секций. Вторичная обмотка 3 имеет один виток, который представляет собой медный корпус, охватывающий первичную обмотку. Поперечное сечение вторичной обмотки заштриховано. В этом корпусе сделан разрез 4, к краям которого в определенных местах периметра разреза прикрепляются гибкие медные шины 5. В данном трансформаторе шины установлены на одинаковом расстоянии в 18 местах периметра разреза. Для пояснения конструкции на рис. 1б показан внешний вид трансформатора с гибкими шинами, на котором виден корпус (вторичная обмотка) и гибкие шины, расположенные по периметру разреза.

К гибким шинам крепятся массивные проводники 6. Эти проводники плотно примыкают к предварительно зачищенным внутренним поверхностям свариваемых труб 7 и 8. При сближении труб ток во вторичной обмотке замыкается по гибким шинам 5, массивным проводникам 6 и стыку свариваемых труб. Высокая плотность тока в стыке труб приводит к оплавлению кромок труб, после чего трубы с усилием прижимаются и происходит их соединение. Первичная обмотка трансформатора выполнена из медного провода ПМГ ЛБН с прямоугольным сечением  $20 \times 9$  мм<sup>2</sup>, количество витков первичной обмотки – 52. Номинальное первичное напряжение  $U_1 = 380$  В, частота  $f = 50$  Гц. Номинальная эквивалентная длительная мощность трансформатора составляет 577 кВА, номинальный эквивалентный длительный первичный ток – 1442 А.

Схема опыта короткого замыкания показана на рис. 6, результаты измерений в табл. 7. Активные мощности  $P_{11}$ ,  $P_{12}$  и токи  $I_{11}$ ,  $I_{12}$  в секциях первичной обмотки 1, 2 измерялись клещами-ваттметрами АКИП<sup>2</sup>.

Входная активная мощность  $P$  и входной ток  $I$  измерялись с помощью комплекта измерительного К-540<sup>3</sup>.

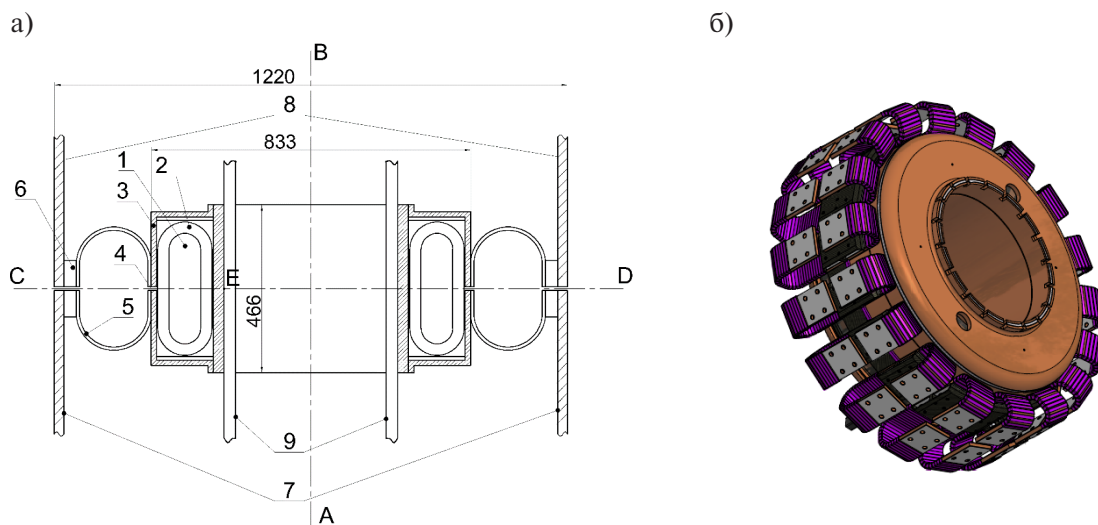


Рис. 5. Конструкция трансформатора КСС-04

Fig. 5. KSS-04 transformer design

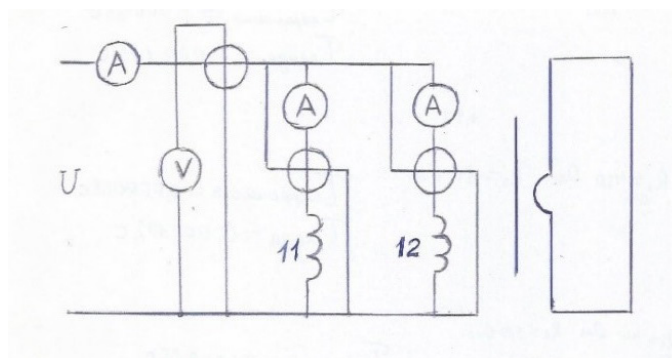


Рис. 6. Схема опыта короткого замыкания 11, 12-секции первичной обмотки

Fig. 6. Short circuit experiment circuit 11, 12 are primary winding sections

Таблица 7

**Результаты опыта короткого замыкания**

Table 7

**Results of the short circuit test**

$I, A$	$U, B$	$P, кВт$	$I_{11}, A$	$I_{12}, A$	$P_{11}, кВт$	$P_{12}, кВт$
847,5	25,6	6,2	495	405	6,9	-0,7

Данные табл. 7 показывают, что измеренные в секциях первичной обмотки активные мощности отличаются приблизительно в десять раз. Отрицательное показание ваттметра в секции 12 означает, что угол  $\varphi_2$  между входным напряжением  $U$  и током  $I_{12}$  в секции 12 больше  $90^\circ$ .

Для определения параметров схемы замещения выполнен расчет 2D магнитных полей рассеяния трансформаторов 11-2, 12-2 и 11-12. Результаты расчета и измерения параметров схемы замещения отличаются на 10–12%. Параметры схемы замещения, найденные из опытов, приведены в табл. 8.

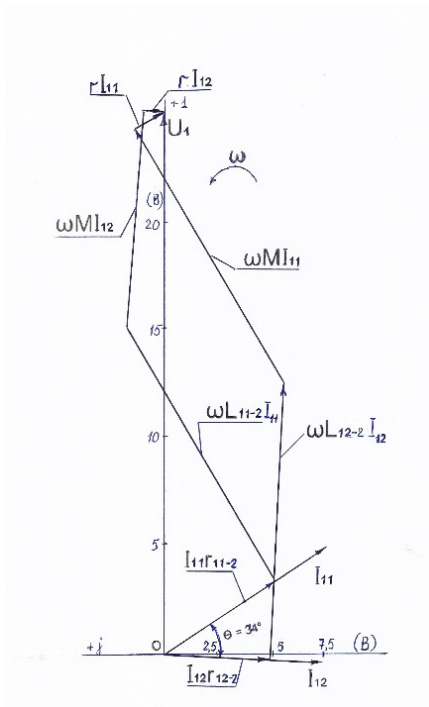


Рис. 7. Векторная диаграмма для схемы замещения  
 Fig. 7. Vector diagram for equivalent circuit

Таблица 8

**Параметры схемы замещения**  
**Equivalent circuit parameters**

Table 8

$\omega L_{11-2}, \text{ Ом}$	$r_{11-2}, \text{ Ом}$	$\omega L_{12-2}, \text{ Ом}$	$r_{12-2}, \text{ Ом}$	$\omega M, \text{ Ом}$	$r, \text{ Ом}$
0,028	0,013	0,032	0,012	0,027	0,004

Для данного трансформатора взаимная индуктивность по потокам рассеяния положительна, следовательно, отрицательная активная мощность может появиться в трансформаторе 12-2, так как  $L_{12-2} > L_{11-2}$ . На рис. 7 показана векторная диаграмма, из которой можно найти активные составляющие напряжений на секциях первичной обмотки и активные мощности в них (табл. 9). Из диаграммы видно, что угол между первичным напряжением и током в секции 12 больше  $90^\circ$ .

Таблица 9

**Активные мощности**

Table 9

**Active powers**

$P_{11} r_{11-2}, \text{ Вт}$	$I_{11} I_{12} r \cos \theta, \text{ Вт}$	$\omega M I_{11} I_{12} \sin \theta, \text{ Вт}$	$P_{11}, \text{ Вт}$	$P_{12} r_{12-2}, \text{ Вт}$	$I_{11} I_{12} r \cos \theta, \text{ Вт}$	$\omega M I_{11} I_{12} \sin \theta, \text{ Вт}$	$P_{12}, \text{ Вт}$	$P, \text{ Вт}$
3,1	0,5	3,1	6,7	2,0	0,6	-3,24	-0,64	6,06

Поскольку в обмотке 12 составляющая напряжения  $\omega M I_{11} \sin \theta$ , имеющая отрицательное значение, превышает сумму двух падений напряжения  $I_{12} r_{12-2}$  и  $I_{11} r \cos \theta$ , результирующее активное напряжение в обмотке 12 отрицательно, следовательно, и активная мощность в обмотке, которую оно определяет, также имеет отрицательное значение. Разница между рассчитанными и измеренными значениями активных мощностей в обмотке 11 составляет 3%, а в обмотке 12—9%. В обмотке 12 погрешность больше, чем в 11, поскольку потери в ней представляют собой разницу близких чисел. Для увеличения точности необходимо увеличить точность расчета и измерения параметров схемы замещения.

Найдем потери в обмотках трансформатора, используя измеренные активные мощности в обмотках и параметры схемы замещения. Поскольку первичная обмотка выполнена из литцендрата, пренебрежем добавочными потерями в обмотке 12 в опыте короткого замыкания (режиме противозамыкания) трансформатора 11-2. Тогда по (11)-(17) получаем:  $P_{\text{П11}} = 2,2$  кВт,  $P_{\text{П12}} = 1,4$  кВт,  $P_{\text{П11}} = 2,5$  кВт. Эти потери являются исходными данными для дальнейшего расчета теплового режима трансформатора.

### Заключение

В статье разработана методика расчета активных мощностей и потерь в трехобмоточном трансформаторе с двумя параллельными первичными обмотками, основанная на схеме замещения трансформатора [4] и анализе векторных диаграмм токов и напряжений в трансформаторе. Новизна методики состоит в установлении связи между активными мощностями в обмотках и потерями в них. Эта связь необходима как для расчета потерь в обмотках, так и для косвенного измерения потерь в обмотках. Благодаря применению этой методики удалось объяснить появление отрицательной активной мощности в одной из секций первичной обмотки. Методика расчета позволила установить новые соотношения между параметрами двухобмоточных трансформаторов, входящих в трехобмоточный трансформатор, при которых в одной из параллельно соединенных первичных обмоток возможно появление отрицательной активной мощности. Эти соотношения подтверждены результатами численного и натурального эксперимента. Численный эксперимент на модельном трансформаторе показал высокую точность расчета с использованием разработанной методики.

### СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

- [1] Хоменко В.И., Теренин А.Н., Кучук-Яценко С.И., Швец Ю.И. Контактная стыковая сварка оплавлением современных трубопроводов большой мощности // Журнал нефтегазового строительства. 2014, № 3. С. 52–58.
- [2] Журавлёв С.И. Пути решения проблем внедрения контактной стыковой сварки оплавлением на магистральных трубопроводах больших диаметров (обзор) // Изв. Высших учебных заведений. Машиностроение. 2013, № 8, с. 64–70.
- [3] Рыськова З.С., Федоров П.Д., Жимерова В.И. Трансформаторы для электрической контактной сварки. Л.: Энергоатомиздат, 1990. 124 с.
- [4] Сахно Л.И., Сахно О.И., Крылов М.С. Методика расчета токов в обмотках трансформаторов для стыковой сварки газопроводов // Известия РАН. Энергетика. 2019. № 5. С. 88–97.
- [5] Вольдек А.И. Электрические машины: Л.: Энергия, 1978. 832 с.
- [6] Kant P., Singh B. Multiwinding transformer FED CHB inverter with on-line switching angle calculation based SHE technique for vector controlled induction motor drive, IEEE Transaction on Industry Application. 56 (3) (2020) 2807–2815.

- [7] **Alvarez-Mario C., Leon F., Lopez-Fernandez X.M.** Equivalent Circuit for Leakage Inductance of Multiwinding Transformers: Unification of terminal and duality models, *IEEE transactions on power delivery*. 27 (1) (2012) 353–361.
- [8] **Leon F., Martinez J.A.** Dual Three-winding Transformer Equivalent Circuit matching Leakage measurements, *IEEE transaction on power delivery*. 24 (1) (2009) 160–168.
- [9] **Бутырин П.А., Алпатов М.Е.** Аналитическая теория трансформаторов. М.: Национальный исследовательский университет МЭИ. 2019. С. 112.
- [10] **Миронюк Н.Е., Соболев А.С., Пудов В.И.** Расчетная модель для оценки характеристик электромагнитных трансформаторов тока // *Электричество*. 2016. № 2. С. 19–28.
- [11] **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформаторов. Часть 3. «Анатомия» трансформатора // *Электричество*, 2017, № 3, С. 37–49.
- [12] **Шакиров М.А.** Вектор Пойнтинга и новая теория трансформатора // Ч. 9. Размещение обмоток на разных стержнях магнитопровода. 2020, № 1, С. 39–50.
- [13] **Модеров А.А.** Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей. Лабораторный практикум. 2003. С. 195.
- [14] **Дубицкий С.Д.** Инженерное моделирование квазистатического электромагнитного поля в программе ELCUT для задач электроники // *Силовая электроника*. № 6. 2017. С. 64–68.
- [15] **Kharlamova E., Sakhno L., Sakhno O.** Calculation and Measurement of the Magnetic Flux in the Magnetic Core of Welding Transformers *International Journal of Applied Engineering Research (IJAER)*. 11 (22) (2016) 11055–11059.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

**САХНО Людмила Ивановна** – профессор, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, д-р техн. наук.

E-mail: lsahno2010@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7204-5449>

**САХНО Ольга Ивановна** – доцент, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, канд. техн. наук.

E-mail: Olasahno@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8879-986X>

**КРЫЛОВ Михаил Сергеевич** – аспирант, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, без степени.

E-mail: akrobat11@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7547-7709>

### REFERENCES

- [1] **V.I. Khomenko, A.N. Terenin, S.I. Kuchuk-Yatsenko, Yu.I. Shvets,** Kontaktnaya stykovaya svarka oplavleniyem sovremennykh truboprovodov bolshoy moshchnosti // *Zhurnal neftegazovogo stroitelstva*. 2014, № 3. S. 52–58.
- [2] **S.I. Zhuravlev,** Puti resheniya problem vnedreniya kontaktnoy stykovoy svarki oplavleniyem na magistralnykh truboprovodakh bolshikh diametrov (obzor) // *Izv. Vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroyeniye*. 2013, № 8, s. 64–70.



- [3] **Z.S. Ryskova, P.D. Fedorov, V.I. Zhimerova**, Transformatory dlya elektricheskoy kontaktnoy svarki: L: Energoatomizdat, 1990. 124 s.
- [4] **L.I. Sakhno, O.I. Sakhno, M.S. Krylov**, Metodika rascheta tokov v obmotkakh transformatorov dlya stykovoy svarki gazoprovodov // Izvestiya RAN. Energetika. 2019. № 5. S. 88–97.
- [5] **A.I. Voldek**, Elektricheskiye mashiny. L.: Energiya, 1978. 832 s.
- [6] **P. Kant, B. Singh**, Multiwinding transformer FED CHB inverter with on-line switching angle calculation based SHE technique for vector controlled induction motor drive, IEEE Transaction on Industry Application. 56 (3) (2020) 2807–2815.
- [7] **C. Alvarez-Mario, F. Leon, X.M. Lopez-Fernandez**, Equivalent Circuit for Leakage Inductance of Multiwinding Transformers: Unification of terminal and duality models, IEEE transactions on power delivery. 27 (1) (2012) 353–361.
- [8] **F. Leon, J.A. Martinez**, Dual Three-winding Transformer Equivalent Circuit matching Leakage measurements, IEEE transaction on power delivery. 24 (1) (2009) 160–168.
- [9] **P.A. Butyrin, M.Ye. Alpatov**, Analiticheskaya teoriya transformatorov. M.: Natsionalnyy issledovatel'skiy universitet MEI. 2019. S. 112
- [10] **N.Ye. Mironyuk, A.S. Sobolev, V.I. Pudov**, Raschetnaya model dlya otsenki kharakteristik elektromagnitnykh transformatorov toka // Elektrichestvo. 2016. № 2. S. 19–28.
- [11] **M.A. Shakirov**, Vektor Poyntinga i novaya teoriya transformatorov. Chast 3. «Anatomiya» transformatora // Elektrichestvo, 2017, № 3, S. 37–49.
- [12] **M.A. Shakirov**, Vektor Poyntinga i novaya teoriya transformatora // Ch. 9. Razmeshcheniye obmotok na raznykh sterzhnyakh magnitoprovoda. 2020, № 1, S. 39–50.
- [13] **A.A. Moderov**, Teoreticheskiye osnovy elektrotekhniki. Teoriya elektricheskikh tsepey. Laboratornyy praktikum. 2003. S. 195.
- [14] **S.D. Dubitskiy**, Inzhenernoye modelirovaniye kvazistaticheskogo elektromagnitnogo polya v programme ELCUT dlya zadach elektroniki // Silovaya elektronika. № 6. 2017. S. 64–68.
- [15] **E. Kharlamova, L. Sakhno, O. Sakhno**, Calculation and Measurement of the Magnetic Flux in the Magnetic Core of Welding Transformers International Journal of Applied Engineering Research (IJAER). 11 (22) (2016) 11055–11059.

## THE AUTHORS

**SAKHNO Liudmila I.** — *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

E-mail: lsahno2010@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7204-5449>

**SAKHNO Olga I.** — *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

E-mail: Olasahno@mail.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8879-986X>

**KRYLOV Mikhail S.** — *Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University.*

E-mail: akpobat11@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7547-7709>

Статья поступила в редакцию 06.07.2021; одобрена после рецензирования 22.07.2021; принята к публикации 27.09.2021.

The article was submitted 06.07.2021; approved after reviewing 22.07.2021; accepted for publication 27.09.2021.