

Научная статья

УДК 532/529

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15305>

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ И ПЕРЕМЕШИВАНИЯ МЕЛКОДИСПЕРСНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ В ЗАМКНУТОМ ОБЪЕМЕ ГИБРИДНЫМ МЕТОДОМ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ**

**Е. Н. Широкова** ✉

Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

✉ [shirokhelen-78@mail.ru](mailto:shirokhelen-78@mail.ru)

**Аннотация.** Гидродинамические эффекты конвективного переноса и перемешивания диспергированных реагентов в ряде случаев определяют результативность протекания химических реакций. В работе поставлена и численно решена задача импульсного истечения и перемешивания газозвеси в объеме, ограниченном стенками. Определена начальная концентрация дисперсной фазы, при которой происходит смена аномального дозвукового режима течения (с образованием ударно-волновой структуры) сверхзвуковым режимом (по скорости несущей газовой фазы). Установлено, что при длительном временном интервале доминируют явления развития неустойчивости и образования вихрей. Продемонстрирована разрешающая способность гибридного метода крупных частиц для данного класса задач.

**Ключевые слова:** газозвесь, ударно-волновая структура, конвективный перенос, перемешивание, гибридный метод крупных частиц

**Для цитирования:** Широкова Е. Н. Моделирование нестационарного течения и перемешивания мелкодисперсной газозвеси в замкнутом объеме гибридным методом крупных частиц // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 3. С. 61–70. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15305>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15305>

## **SIMULATION OF AN UNSTEADY FLOW AND MIXING OF FINE GAS SUSPENSION IN A CLOSED VOLUME BY THE HYBRID METHOD OF LARGE PARTICLES**

**E. N. Shirokova** ✉

Military Space Academy named after A. F. Mozhaysky, St. Petersburg, Russia

✉ [shirokhelen-78@mail.ru](mailto:shirokhelen-78@mail.ru)

**Abstract.** Hydrodynamic effects of convective transport and mixing of dispersed reagents determine the efficiency of chemical reactions in some cases. The paper sets and numerically solves the problem of a pulsed outflow and mixing of gas suspension in a volume limited by walls. The initial dispersed-phase concentration at which an anomalous subsonic regime (with the shock-wave structure formation) is replaced by supersonic one (as to the velocity of the carrier gas phase) has been found. It was established that phenomena of instability development and eddying dominate for a long-time interval. The resolution of the hybrid large-particles method was demonstrated for this class of problems.

**Keywords:** gas suspension, shock-wave structure, convective transport, mixing, hybrid large-particle method

**For citation:** Shirokova E. N., Simulation of an unsteady flow and mixing of fine gas suspension in a closed volume by the hybrid method of large particles, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 15 (3) (2022) 61–70. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15305>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

### Введение

Химические технологии основаны на комплексных взаимосвязанных гидромеханических явлениях (псевдооживление, осаждение, перемешивание), тепломассообменных (испарение, конденсация, кристаллизация) и химических (синтез, катализ, окисление) процессах [1 – 4]. В настоящее время находят широкое применение методы математического моделирования при проектировании химических производств. В ряде технологических процессов важную роль играют эффекты волнового и конвективного переноса, а также перемешивания химических диспергированных реагентов.

Численные методы исследования гидродинамических явлений связаны с сеточным воспроизведением ударно-волновых процессов, которые адекватно решаются в рамках уравнений Эйлера. Моделирование различных видов неустойчивостей, перемешивания и развития турбулентности, в общем случае, требуют привлечения более сложных подходов, которые традиционно подразделяют на методы прямого численного моделирования DNS (Direct Numerical Simulation), крупных вихрей LES (Large Eddy Simulation) и осреднения по Рейнольдсу RANS (Reynolds-averaged Navier – Stokes) и их гибридные комбинации [5, 6].

Законы сохранения в общем виде включают конвективную, диффузионную (вязкую) части уравнений в дифференциальной или интегральной форме и правые части, зависящие от решения (источники). Разрешающая способность численного метода в значительной степени определяется уровнем численной диссипации при аппроксимации конвективных членов уравнений. Например, в работе [7] выполнен анализ точности конвективных схем второго и третьего порядков пакетов CFX и FLUENT. В обзорной статье [8] рассмотрены современные методы математического моделирования развития гидродинамических неустойчивостей и турбулентного перемешивания, где особое внимание уделено вопросам аппроксимации конвективных потоков различных численных схем.

Работоспособность и диссипативные свойства численных методов при аппроксимации потоковых слагаемых обычно определяют при решении тестовых задач в невязкой постановке, например при моделировании неустойчивостей Рэлея – Тейлора [9], Кельвина – Гельмгольца [10] и Рихтмайера – Мешкова [11]. При этом разрывы сглаживаются, а вихревые слагаемые воспроизводятся в сеточном решении в большей или меньшей степени, в зависимости от диссипативных свойств численных схем.

Моделирование двухфазных течений встречает ряд дополнительных принципиальных проблем [12]. Одна из них – жесткость задач, которые включают быстрые и медленные компоненты решения. Эта проблема, по-видимому, впервые была поставлена и решена для газодисперсных систем в работе [13]. Задачи свободных и импактных двухфазных струйных течений и цилиндрического разлета газозвесей численно и экспериментально изучались в работах [14 – 16].

В нашем исследовании рассматривается новая постановка задачи газодинамических процессов волнового и конвективного переноса и перемешивания идеального несущего газа и твердых взвешенных частиц при их импульсном истечении в замкнутый объем.

### Основные уравнения

Законы сохранения газодисперсной среды запишем в формулировке взаимопроникающих континуумов [17]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_i \mathbf{v}_i) &= 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 \mathbf{v}_1) + \nabla (\rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1) + \alpha_1 \nabla p = -\mathbf{F}_\mu, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 \mathbf{v}_2) + \nabla (\rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2) + \alpha_2 \nabla p &= \mathbf{F}_\mu, \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho_2 e_2) + \nabla \cdot (\rho_2 e_2 \mathbf{v}_2) = Q, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_1 E_1 + \rho_2 E_2) + \nabla \cdot (\rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2) + \nabla \cdot [p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2)] &= 0, \\ \rho_i &= \rho_i^\circ \alpha_i, \quad (i=1, 2), \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \rho = \rho_1 + \rho_2, \quad E_i = e_i + \mathbf{v}_i^2 / 2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\alpha_i$ ,  $\rho_i$ ,  $\mathbf{v}_i$ ,  $E_i$ ,  $e_i$ ,  $p$  – объемная доля, приведенная плотность [кг/м<sup>3</sup>], вектор скорости [м/с], полная и внутренняя энергии [Дж/кг]  $i$ -ой составляющей континуума ( $i = 1$  для газа или  $i = 2$  для дисперсной фазы), давление газа [Па] соответственно;  $\mathbf{F}_\mu$ ,  $Q$  – сила трения [Н/м<sup>3</sup>] и мощность теплообмена [Вт/м<sup>3</sup>] между газом и частицами;  $t$ , с,  $\frac{m}{s}$  – время; индексом « $\circ$ » помечены истинные значения плотности газа и материала частиц.

Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния идеального, калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц:

$$p = (\gamma_1 - 1) \rho_1^\circ e_1, \quad e_1 = c_v T_1, \quad e_2 = c_2 T_2, \quad \{\gamma_1, c_v, c_2, \rho_2^\circ\} \equiv \text{const},$$

где  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $K$ , – температуры несущей фазы и частиц;  $\gamma_1$ ,  $c_v$  – показатель адиабаты и удельная теплоемкость газа при постоянном объеме [Дж/(кг·К)];  $c_2$ , Дж/(кг·К), – удельная теплоемкость частиц.

Межфазное трение и теплообмен  $\mathbf{F}_\mu$ ,  $Q_T$  определяются из эмпирических зависимостей [18]:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\mu &= (3/8)(\alpha_2 / r) C_\mu (\text{Re}_{12}) \rho_1 (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|, \\ C_\mu &= \begin{cases} C_\mu^{(1)} = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4,4}{\text{Re}_{12}^{1/2}} + 0,42, & \alpha_2 \leq 0,08, \\ C_\mu^{(2)} = \frac{4}{3\alpha_1} \left( 1,75 + \frac{150\alpha_2}{\alpha_1 \text{Re}_{12}} \right), & \alpha_2 \geq 0,45, \\ \frac{(\alpha_2 - 0,08) C_\mu^{(2)} + (0,45 - \alpha_2) C_\mu^{(1)}}{0,37}, & 0,08 < \alpha_2 < 0,45, \end{cases} \\ Q_T &= (3/2)(\alpha_2 / r^2) \lambda_1 \text{Nu}_1 (T_1 - T_2), \\ \text{Nu}_1 &= \begin{cases} 2 + 0,106 \text{Re}_{12} \text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} \leq 200), \\ 2,274 + 0,6 \text{Re}_{12}^{0,67} \text{Pr}_1^{1/3} & (\text{Re}_{12} > 200), \end{cases} \\ \text{Re}_{12} &= 2r \rho_1^\circ |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| / \mu_1, \quad \text{Pr}_1 = c_v \gamma_1 \mu_1 / \lambda_1, \end{aligned}$$

где  $\text{Re}_{12}$ ,  $\text{Nu}_1$ ,  $\text{Pr}_1$  – числа Рейнольдса, Нуссельта и Прандтля соответственно;  $C_\mu$ ,  $\mu_1$ ,  $r$  – коэффициент межфазного трения, динамическая вязкость [Па·с] и радиус частицы [м].

### Постановка задачи и метод расчета

Рассмотрим осесимметричную задачу импульсного истечения газозвеси из цилиндрического канала  $I$  длиной  $L = 0,1$  м и радиусом  $R = 0,01$  м в замкнутый объем 2 (рис. 1). В начальный момент времени канал заполнен неподвижной смесью воздуха повышенного давления ( $p^{(1)} = 10^6$  Па) и твердыми частицами диаметром  $d = 1$  мкм, плотностью  $\rho_2^\circ = 2500$  кг/м<sup>3</sup> при термодинамическом равновесии  $T_1^{(1)} = T_2^{(1)} = 293$  К. Дисперсная фаза занимает объемную долю  $\alpha_2^{(1)} = 0,1$ . Вне канала в замкнутом объеме 2 находится чистый воздух с параметрами  $p^{(2)} = 10^5$  Па,  $T_1^{(2)} = 293$  К. Граничные условия заданы в виде непротекания (равенство нулю нормальных составляющих фаз).

Для численного моделирования использован гибридный метод крупных частиц [19] с центрированной гибридной реконструкцией потоков фаз в виде [20], пригодный для решения жестких задач. Расчеты выполнены в цилиндрической системе координат на равномерной сетке с шагом  $h = L / 400$  м. Шаг по времени определялся числом Куранта  $CFL = 0,4$ .

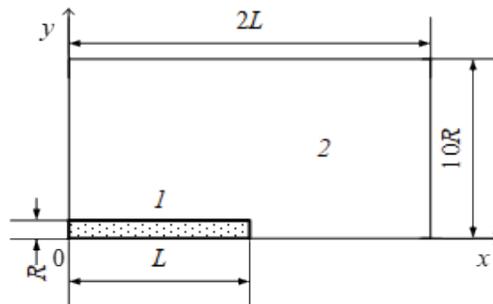


Рис. 1. Расчетная схема задачи (до оси симметрии  $0x$ ):  
1 – канал длиной  $L$  и радиусом  $R$ ; 2 – замкнутый объем

### Результаты расчетов

Результаты расчетов удобно представить в безразмерном виде. За линейный масштаб выбрана длина канала  $L$ . Давления и плотности фаз отнесены к соответствующим начальным параметрам в канале  $p^{(1)}$  и  $\rho_i^{(1)}$ . Скорости фаз нормированы двумя величинами: локальной скоростью звука в несущем газе  $a_1 = (\gamma_1 p / \rho_1)^{1/2}$  или локальной эффективной скоростью смеси  $a_e = [\gamma_e p / (\rho \alpha_1)]^{1/2}$ . Эффективный показатель политропы двухфазной среды в формуле для  $a_e$  определен из выражения [19]:

$$\gamma_e = (x_1 c_v + x_2 c_2 + x_1 R_1) / (x_1 c_v + x_2 c_2),$$

где  $x_i = \rho_i / \rho$  – массовые доли фаз;  $R_1$ , Дж/(кг·К), – газовая постоянная.

Время отсчитывалось в безразмерном виде (числах Струхала)  $Sh = a_e t / L$ . Например, момент времени  $Sh = 1$  соответствует приходу равновесной волны разрежения после распада начального разрыва на дно канала.

Начальный этап истечения при  $Sh = 0,5$  в виде распределения числа Маха  $M = u_2 / a_1$  по непрерывной тоновой шкале оттенков серого показан на рис. 2, *a*. Нижняя часть рисунка (рис. 2, *b*) представляет численные ширен-изображения функции градиента относительной плотности дисперсной фазы  $S(\rho_2 / \rho_2^{(1)})$ , которая рассчитывалась по методике, описанной в статье [21].

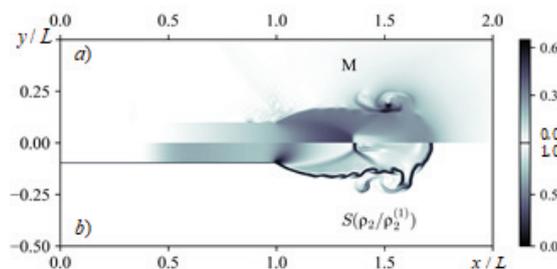


Рис. 2. Распределение чисел Маха  $M$  по непрерывной шкале оттенков серого цвета (*a*) и численные ширен-изображения  $S(\rho_2 / \rho_2^{(1)})$  – функции градиента относительной плотности дисперсной фазы (*b*)  
(оба графика для момента времени  $Sh = 0,5$ )

В рассматриваемый момент времени  $Sh = 0,5$  фронт волны разрежения внутри канала достиг относительной координаты  $x / L = 0,5$ . В истекающей газозвеси сформировалась первая «бочка» с диском Маха, расположенным в сечении  $x / L \approx 1,3$ . В головной части струи образовались первичный и вторичный кольцевые вихри. На боковой поверхности струи развивается вихревая неустойчивость Кельвина – Гельмгольца, которая визуализируется на шпирен-изображении рис. 2. Как видно из распределения числа Маха, ударно-волновая структура аномально формируется на дозвуковом по несущему газу режиме течения. Это явление ранее было обнаружено, а также подтверждено численно и экспериментально в ряде работ, например, в статье [14].

Известно, что в чистом газе скачки уплотнения образуются на сверхзвуковой скорости потока. В связи с этим представляет интерес, при каких концентрациях частиц происходит смена режима течения газозвеси. Для этого проведена серия расчетов с принятыми выше исходными данными, но с изменением начальной концентрации дисперсной фазы:  $\alpha_2^{(1)} = 0,01; 0,02; 0,10$ . Результаты приведены на рис. 3, а в виде осевых распределений чисел Маха, вычисленных по локальной скорости несущего газа. Внутри канала на участке  $0,5 < x / L < 1,0$  двухфазная среда ускоряется в одномерной волне разрежения. Скорости фаз в выходном сечении трубы при  $x / L = 1$  для рассматриваемых концентраций частиц – дозвуковые. Их аналитические значения, вычисленные по формулам [19], нанесены на рис. 3, а маркерами.

За срезом канала до диска Маха  $1,0 < x / L < 1,3$  происходит дальнейший разгон газозвеси в виде недорасширенной двумерной струи. При этом для начальных концентраций частиц  $\alpha_2^{(1)} < 0,02$  двухфазная среда ускоряется на некотором расстоянии от выходного сечения до сверхзвуковой скорости по несущему газу. Напротив, при  $\alpha_2^{(1)} > 0,02$  течение смеси на оси симметрии всюду дозвуковое.

Причина аномалии заключается в том, что газодисперсная среда с достаточно мелкими частицами подчиняется закономерностям «тяжелого газа», с отличающимися от чистого газа уравнением состояния и эффективной скоростью звука. На рис. 3, b показаны распределения числа Маха, нормированного по локальной эффективной скорости звука двухфазной среды. Отметим, что в этом представлении кривые  $Me = u_2 / a_e$  на интервале волны разрежения до диска Маха  $0,5 < x / L < 1,3$  для различных концентраций частиц практически совпадают. В критическом сечении, при  $x / L = 1$ , скорость потока равна местной скорости звука  $Me = 1$ . А за срезом канала поток газозвеси ускоряется до сверхзвуковой скорости в масштабе  $a_e$ , до скачка уплотнения.

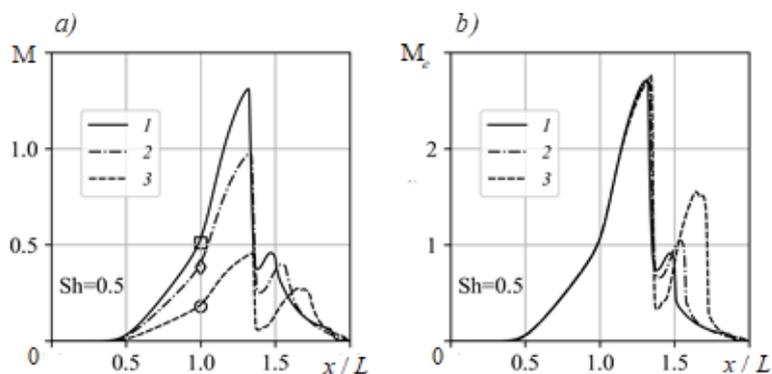


Рис. 3. Осевые распределения чисел Маха в момент времени  $Sh = 0,5$ , вычисленные по локальной скорости звука в несущей газовой фазе (а) и локальной эффективной скорости смеси (b), для начальных концентраций дисперсной фазы  $\alpha_2^{(1)}$ : 0,001 (1); 0,02 (2); 0,10 (3). Маркерами показаны аналитические значения чисел Маха в критическом сечении для указанных концентраций

Развивающаяся картина динамики газозвеси показана в виде численных шпирен-изображений функции градиента относительной плотности дисперсной фазы  $S(\rho_2 / \rho_2^{(1)})$  на рис. 4. В момент безразмерного времени  $Sh = 0,72$  головная часть двухфазной струи достигает стенки при  $x / L = 2$ . После этого начинается ее радиальное растекание (рис. 4, *a*). Бокообразная структура двухфазного потока вдоль оси симметрии сохраняется примерно до  $Sh \approx 2$ . В дальнейшем происходит ее разрушение с преобладанием вихревого характера течения (рис. 4, *c – f*). Значительное заполнение замкнутого объема с перемешиванием внутри него газозвеси происходит к моменту времени  $Sh \approx 6$ .

За время протекания процесса объемная концентрация частиц не достигает состояния плотной упаковки. В таблице приведены максимальные значения объемной доли частиц  $\alpha_{\max}$  во всем поле течения для последовательных безразмерных моментов времени  $Sh$ .

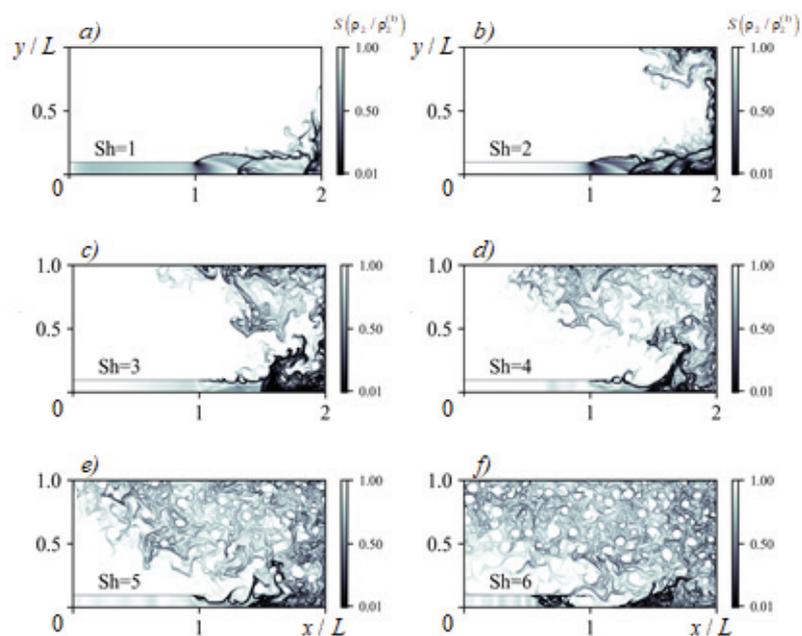


Рис. 4. Численные шпирен-изображения функции градиента относительной плотности дисперсной фазы в последовательные моменты времени ( $Sh = 1 - 6$ )

Таблица

**Максимальные объемные доли частиц  
в безразмерные моменты времени**

Sh	1	2	3	4	5	6
$\alpha_{\max}$	0,093	0,158	0,147	0,090	0,075	0,049

Выполнена оценка давления в дисперсной фазе  $p_d$  по более общей модели газозвеси [14]. Величина  $p_d$  оценивалась при условии равновесия конкурирующих процессов генерации хаотического движения частиц за счет действия сил Магнуса и вихревого обтекания частиц, а также диссипации хаотического вращения, поступательного движения и при соударениях дисперсных частиц. Для достаточно мелких частиц реагента диаметром  $d = 1$  мкм, рассматриваемых в нашей работе, и в диапазоне относительного движения составляющих смеси  $0 < |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2| < 100$  м/с, давление в дисперсной фазе  $p_d$  на два порядка меньше газодинамического давления  $p$  в несущей фазе. Полученная оценка позволяет допустить применимость используемой бесстолкновительной модели (1).

Корректное моделирование этого этапа процесса с определением характеристик турбулентности предполагает применение моделей турбулентности DNS, LES, RANS или их комбинации. Вместе с тем, картина течения качественно воспроизводится адекватно. Кроме того, исследования явлений развития неустойчивостей в неоднородных средах показали количественное соответствие деформации и осредненной динамики границ экспериментальным данным и результатам расчетов различными методами, например, при моделировании развития неустойчивости Рихтмайера – Мешкова [22].

На сетке средней детализации гибридный метод крупных частиц в рассмотренной задаче продемонстрировал высокую разрешающую способность и малую диссипативность аппроксимации конвективной части законов сохранения.

### Заключение

В рамках взаимопроникающих континуумов, гибридным методом крупных частиц численно решена задача импульсного истечения газозвеси в объем, ограниченный твердыми стенками. Выявлены два характерных временных интервала процесса. На начальном этапе преобладающими являются волновые эффекты потока двухфазной смеси с образованием ударно-волновой структуры. В серии расчетов определена начальная концентрация дисперсной фазы, при которой происходит смена аномального дозвукового режима течения сверхзвуковым по несущей газовой фазе. Для второго временного интервала доминируют явления развития неустойчивости и образования вихрей. Продемонстрированы возможности гибридного метода крупных частиц для данного класса задач. Метод обладает малой численной вязкостью при аппроксимации конвективной части уравнений и может служить основой при построении численных схем для моделирования турбулентных течений газозвесей. Планируется, что указанная задача будет предметом наших дальнейших исследований.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Huilin L., Gidaspow D., Bouillard J., Wentie L. Hydrodynamic simulation of gas-solid flow in a riser using kinetic theory of granular flow // Chemical Engineering Journal. 2003. Vol. 95. No. 1–3. Pp. 1–13.
2. Zi C., Sun J., Yang Y., Huang Z., Liao Z., Wang J., Yang Y., Han G. CFD simulation and hydrodynamics characterization of solids oscillation behavior in a circulating fluidized bed with sweeping bend return // Chemical Engineering Journal. 2017. Vol. 307. 1 January. Pp. 604– 620.
3. Gao X., Li T., Rogers W. A., Smith K., Gaston K., Wiggins G., Parks J. E. Validation and application of a multiphase CFD model for hydrodynamics, temperature field and RTD simulation in a pilot-scale biomass pyrolysis vapor phase upgrading reactor // Chemical Engineering Journal. 2020. Vol. 388. 15 May. P. 124279.
4. Løge I. A., Bentzon J. R., Klingaa C. G., Walther J. H., Anabaraonye B. U., Fosbøl P. L. Scale attachment and detachment: The role of hydrodynamics and surface morphology // Chemical Engineering Journal. 2022. Vol. 430. Part 2. 15 February. P. 132583.
5. Волков К. Н., Емельянов В. Н. Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. М.: Физматлит, 2008. 368 с.
6. Гарбарук А. В. Современные подходы к моделированию турбулентности. СПб.: Изд-во Политехнического ун-та, 2016. 233 с.
7. Исаев С. А., Лысенко Д. А. Тестирование численных методов, конвективных схем, алгоритмов аппроксимации потоков и сеточных структур на примере сверхзвукового течения в

ступенчатом канале с помощью пакетов CFX и FLUENT // Инженерно-физический журнал. 2009. Т. 82. № 2. С. 326–330.

8. Тишкин В. Ф., Гасилов В. А., Змитренко Н. В., Кучугов П. А., Ладонкина М. Е., Повещенко Ю. А. Современные методы математического моделирования развития гидродинамических неустойчивостей и турбулентного перемешивания // Математическое моделирование. 2020. Т. 32. № 8. С. 57–90.

9. Shi J., Zhang Y.-T., Shu C.-W. Resolution of high order WENO schemes for complicated flow structures // Journal of Computational Physics. 2003. Vol. 186. No. 2. Pp. 690–696.

10. Li J., Shu C.-W., Qiu J. Multi-resolution HWENO schemes for hyperbolic conservation laws // Journal of Computational Physics. 2021. Vol. 446. 1 December. P. 110653.

11. Wang B., Xiang G., Hu X. Y. An incremental-stencil WENO reconstruction for simulation of compressible two-phase flows // International Journal of Multiphase Flow. 2018. Vol. 104. July. Pp. 20–31.

12. Садин Д. В., Голиков И. О., Давидчук В. А. Моделирование взаимодействия ударной волны с ограниченным неоднородным слоем газозвеси гибридным методом крупных частиц // Вычислительные методы и программирование. 2021. Т. 22. № 1. С. 1–13.

13. Садин Д. В. Модифицированный метод крупных частиц для расчета нестационарных течений газа в пористой среде // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1996. Т. 36. № 10. С. 158–164.

14. Садин Д. В., Любарский С. Д., Гравченко Ю. А. Особенности недорасширенной импульсной импактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. № 1. С. 22–26.

15. Садин Д. В. Моделирование импульсного истечения смеси воздуха и мелкодисперсного порошка, частично заполняющего выбросной канал // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2022. Т. 22. № 1. С. 187–192.

16. Широкова Е. Н. Численное исследование разлета смеси газа и частиц с осевой симметрией // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2021. Т. 21. № 4. С. 606–612.

17. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.

18. Ивандяев А. И., Кутушев А. Г., Рудаков Д. А. Численное исследование метания слоя порошка сжатым газом // Физика горения и взрыва. 1995. № 4. С. 63–70.

19. Садин Д. В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56. № 12. С. 2098–2109.

20. Садин Д. В. Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газозвеси // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Математическое моделирование и программирование. 2019. Т. 12. № 2. С. 112–122.

21. Quirk J. J., Karni S. On the dynamics of a shock-bubble interaction // Journal of the Fluid Mechanics. 1996. Vol. 318. 10 July. Pp. 129–163.

22. Wang M., Si T., Luo X. Experimental study on the interaction of planar shock wave with polygonal helium cylinders // Shock Waves. 2015. Vol. 25. No. 4. Pp. 347–355.

## REFERENCES

1. Huilin L., Gidaspow D., Bouillard J., Wentie L., Hydrodynamic simulation of gas-solid flow in a riser using kinetic theory of granular flow, Chem. Eng. J. 95 (1–3) (2003) 1–13.

2. Zi C., Sun J., Yang Y., et al., CFD simulation and hydrodynamics characterization of solids oscillation behavior in a circulating fluidized bed with sweeping bend return, Chem. Eng. J. 307 (1 January) (2017) 604–620.

3. Gao X., Li T., Rogers W. A., et al., Validation and application of a multiphase CFD model for hydrodynamics, temperature field and RTD simulation in a pilot-scale biomass pyrolysis vapor phase upgrading reactor, Chem. Eng. J. 388 (15 May) (2020) 124279.

4. Løge I. A., Bentzon J. R., Klingaa C. G., et al., Scale attachment and detachment: The role of hydrodynamics and surface morphology, Chem. Eng. J. 430, P. 2 (15 February) (2022) 132583.

5. Volkov K. N., Emelyanov V. N., Modelirovaniye krupnykh vikhrey v raschetakh turbulentnykh



techeniy [Large-eddy simulation of turbulent flows], Publishing House of Phys. & Math. Literature, Moscow, 2008 (in Russian).

6. **Garbaruk A. V.**, *Sovremennyye podkhody k modelirovaniyu turbulentnosti* [Modern approaches to turbulence simulation], Publishing House of Polytechnical Univ., St. Petersburg, 2016 (in Russian).

7. **Isaev S. A., Lysenko D. A.**, Testing of numerical methods, convective schemes, algorithms for approximation of flows, and grid structures by the example of a supersonic flow in a step-shaped channel with the use of the CFX and fluent packages, *J. Eng. Phys. Thermophys.* 82 (2) (2009) 321–326.

8. **Tishkin V. F., Gasilov V. A., Zmitrenko N. V., et al.**, Modern methods of mathematical modeling of the development of hydrodynamic instabilities and turbulent mixing, *Matem. Mod.* 32 (8) (2020) 57–90 (in Russian).

9. **Shi J., Zhang Y.-T., Shu C.-W.**, Resolution of high order WENO schemes for complicated flow structures, *J. Comput. Phys.* 186 (2) (2003) 690–696.

10. **Li J., Shu C.-W., Qiu J.**, Multi-resolution HWENO schemes for hyperbolic conservation laws, *J. Comput. Phys.* 446 (1 December) (2021) 110653.

11. **Wang B., Xiang G., Hu X. Y.**, An incremental-stencil WENO reconstruction for simulation of compressible two-phase flows, *Int. J. Multiphase Flow.* 104 (July) (2018) 20–31.

12. **Sadin D. V., Golikov I. O., Davidchuk V. A.**, Simulation of a shock wave interaction with a bounded inhomogeneous gas-particle layer using the hybrid large-particle method, *Numerical Methods and Programming.* 22 (1) (2021) 1–13 (in Russian).

13. **Sadin D. V.**, A modified large-particle method for calculating unsteady gas flows in a porous medium, *Comput. Math. Math. Phys.* 36 (10) (1996) 1453–1458.

14. **Sadin D. V., Lyubarskii S. D., Gravchenko Y. A.**, Features of an underexpanded pulsed impact gas-dispersed jet with a high particle concentration, *Technical Physics.* 62 (1) (2017) 18–23.

15. **Sadin D. V.**, Simulation of the pulsed outflow of air and fine powder mixture, partially filling the discharge channel, *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics.* 22 (1) (2022) 187–192 (in Russian).

16. **Shirokova E. N.**, A numerical study of the expansion of a gas-particles mixture with axial symmetry, *Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics.* 21 (4) (2021) 606–612 (in Russian).

17. **Nigmatulin R. I.**, *Dynamics of multiphase media*, In 2 Vols. Hemisphere Publ. Corp., New York, USA, 1990.

18. **Ivandaev A. I., Kutushev A. G., Rudakov D. A.**, Numerical investigation of throwing a powder layer by a compressed gas, *Combustion, Explosion and Shock Waves.* 31 (4) (1995) 459–465.

19. **Sadin D. V.**, TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type, *Comput. Math. Math. Phys.* 56 (12) (2016) 2068–2078.

20. **Sadin D. V.**, A modification of the large-particle method to a scheme having the second order of accuracy in space and time for shockwave flows in a gas suspension, *Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS).* 12 (2) (2019) 112–122 (in Russian).

21. **Quirk J. J., Karni S.**, On the dynamics of a shock-bubble interaction, *J. Fluid Mech.* 318 (10 July) (1996) 129–163.

22. **Wang M., Si T., Luo X.**, Experimental study on the interaction of planar shock wave with polygonal helium cylinders, *Shock Waves.* 25 (4) (2015) 347–355.

### СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

**ШИРОКОВА Елена Николаевна** – кандидат химических наук, преподаватель Военно-космической академии имени А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия.

197198, Россия, Санкт-Петербург, Ждановская ул., 13

shirokhelen-78@mail.ru

ORCID: 0000-0002-8188-2003

### THE AUTHOR

**SHIROKOVA Elena N.**

*Military Space Academy named after A. F. Mozhaysky*

13 Zhdanovskaya St., St. Petersburg, 197198, Russia

shirokhelen-78@mail.ru

ORCID: 0000-0002-8188-2003

*Статья поступила в редакцию 17.04.2022. Одобрена после рецензирования 17.05.2022.  
Принята 17.05.2022.*

*Received 17.04.2022. Approved after reviewing 17.05.2022. Accepted 17.05.2022.*