

Научная статья
УДК 535.3, 535-15, 535.417
DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15410>

СПЕКТРАЛЬНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МНОГОСЛОЙНОГО ВНЕШНЕГО ВОЛОКОННОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ – ПЕРО

Л. Б. Лиокумович ✉, Н. А. Ушаков,
А. А. Маркварт, Е. Ю. Евдокименко

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

✉ leonid@spbstu.ru

Аннотация. Статья посвящена разработке аналитической модели отклика внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо с многослойным зазором при спектральном опросе. Была получена система выражений для расчета спектральной характеристики $S(\lambda)$ такого интерферометра с учетом однократных отражений от поверхностей слоев, а также ключевых параметров конструкции: показателей преломления слоев и коэффициентов отражения покрытий, толщин слоев и световых потерь в слоях. Распространение излучения в слоях зазора интерферометра проанализировано на основе модели гауссова пучка. Рассмотрены также особенности частотного анализа осцилляций $S(\lambda)$. В качестве примера полученные выражения использованы для расчетов конструкции двухслойного внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо.

Ключевые слова: внешний волоконный интерферометр Фабри – Перо, спектральная характеристика интерферометра, многослойный интерферометр

Финансирование: Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2020-0024).

Для цитирования: Лиокумович Л. Б., Ушаков Н. А., Маркварт А. А., Евдокименко Е. Ю. Спектральная характеристика многослойного внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 4. С. 129–146. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15410>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15410>

THE SPECTRAL CHARACTERISTIC OF A MULTILAYER EXTRINSIC FIBER FABRY – PEROT INTERFEROMETER

L. B. Liokumovich ✉, N. A. Ushakov,
A. A. Markvart, E. Yu. Evdokimenko

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

✉ leonid@spbstu.ru

Abstract. The paper describes the development of an analytical response model of an extrinsic fiber Fabry – Perot interferometer with a multilayer cavity in case of spectral interrogation. The system of equations allowing to calculate the spectral characteristic $S(\lambda)$ of such interferometer has been derived under assumption of a single reflection from each of the layer surfaces. Moreover, the key parameters of the interferometer, namely, the layer refractive indices, the reflections of coatings, the layer thicknesses and the light loss in layers were taken into account as well. The light propagation inside the interferometer cavity was analyzed in terms of the Gaussian beam model. The features of the frequency analysis of the $S(\lambda)$ oscillations were also considered. As an example, the obtained equations were used for evaluation of a two-layer extrinsic fiber Fabry – Perot interferometer design.

Keywords: extrinsic fiber Fabry – Perot interferometer, spectral characteristic of interferometer, multilayer interferometer

Funding: The reported study was carried out within the framework of the State Assignment for Fundamental Research (Subject Code FSEG-2020-0024).

For citation: Liokumovich L. B., Ushakov N. A., Markvart A. A., Evdokimenko E. Yu., The spectral characteristic of a multilayer extrinsic fiber Fabry – Perot interferometer, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 15 (4) (2022) 129–146. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15410>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Волоконно-оптические датчики интерферометрического типа неизменно вызывают интерес разработчиков, поскольку сочетают достоинства оптических и оптоволоконных устройств и способны обеспечивать очень высокое разрешение [1, 2]. К ним относятся датчики на основе внешнего волоконного интерферометра Фабри – Перо (ВВИФП), которые в настоящее время активно совершенствуются и применяются в практических измерительных системах [3, 4]. Они имеют миниатюрный чувствительный элемент на основе интерферометра Фабри – Перо, образованного торцом световода (по которому поступает излучение от источника) и второй подвижной отражающей плоскостью, например мембраной, на расстоянии L от торца световода (рис. 1, *a*). Подобные конструкции с зазорами L от нескольких десятков до нескольких сотен микрометров используют для разработки и создания датчиков давления и температуры [5], а также других физических величин. При опросе таких схем преимущественно используют два подхода: так называемую «белосветную интерферометрию» [6] либо «спектральную интерферометрию» [7]. В данной статье подразумевается использование спектральной интерферометрии, когда при опросе регистрируется спектральная характеристика (передаточная функция) интерферометра $S(\lambda)$, а именно – зависимость выходной интенсивности, нормированной на входную, от длины волны λ . Реализация спектрального опроса обычно предусматривает интеррогаторы с лазерами, перестраиваемыми по длине волны, либо устройства с широкополосным источником на входе интерферометра и оптическим спектрометром на его выходе.

Для практической разработки устройств на основе ВВИФП безусловно важно иметь аппарат для расчета ожидаемого вида функции $S(\lambda)$, что позволяет обоснованно выбирать элементы оптической схемы, оценивать ожидаемые параметры датчика и оптимизировать конструкцию. Анализ особенностей зависимости $S(\lambda)$ позволяет улучшать методы ее обработки для увеличения разрешения измерений. При этом, в отличие от хорошо изученного традиционного интерферометра Фабри – Перо, в зазоре ВВИФП распространяется расходящееся излучение, что требует специального нетривиального анализа этого случая. Аналитическое рассмотрение ВВИФП с одномодовым волокном, как правило, основано на использовании модели гауссова пучка, в рамках которой уже получено достаточно полное описание функции $S(\lambda)$, учитывающее ключевые параметры конструкции, прежде всего расстояния L , коэффициента преломления среды и ее дисперсии, параметры волокна, параметры внешнего зеркала, диапазон сканирования длины волны λ [2, 8 – 12]. Несмотря на то, что представление выходного излучения гауссовым пучком является приближением, которое не учитывает влияния шероховатости и неплоскостности отражающих поверхностей [13] и прочих факторов, получаемая при этом зависимость $S(\lambda)$ дает хорошие основания для анализа и совершенствования практических устройств на основе ВВИФП.

Однако существенной проблемой практического применения датчиков на основе ВВИФП является паразитное влияние фоновых воздействий на результаты измерения. Прежде всего, создает трудности влияние изменений температуры, что трудно исключить



путем конструктивного исполнения. Поэтому стали применять ВВИФП с двумя слоями [5, 14, 15] (рис. 1, *b*). Один из слоев с толщиной L_1 делают механически жестким и преимущественно чувствительным к температуре. Второй же слой с толщиной L_2 , ограниченный подвижной мембраной, чувствителен к давлению, хотя неизбежно подвергается паразитному температурному влиянию. В результате обработки компонент функции $S(\lambda)$ от первого слоя можно определять изменение температуры и учитывать его влияние при определении давления, смещающего мембрану.

Такой метод может быть дополнительно развит, если применять несколько слоев в зазоре ВВИФП для измерения сразу нескольких величин. Кроме того, дополнительные слои в зазоре после торца волокна могут быть необходимы по техническим причинам для крепления световода в конструкции чувствительного элемента.

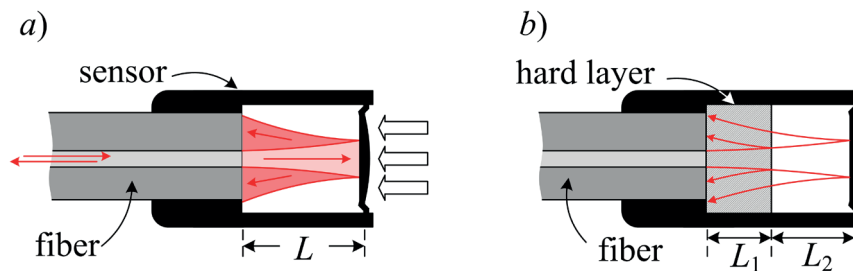


Рис. 1. Схемы датчика (sensor) на основе ВВИФП: *a* – обычная, *b* – с двухслойным зазором; L – толщина воздушного зазора между мембраной и торцом волокна (fiber); L_1 и L_2 – толщины жесткого слоя (hard layer) и воздушного зазора; красные стрелки указывают ход световых лучей

Важно отметить, что, в отличие от рассмотрения однослойного ВВИФП, в литературе не представлен анализ расчета зависимости $S(\lambda)$ для двух- или многослойного варианта интерферометра.

В данной работе рассматривается многослойный ВВИФП, работающий на отражение, и разработана аналитическая модель для спектральной характеристики $S(\lambda)$ такой системы.

Общая структура интерференционных колебаний для многослойного ВВИФП

В схеме рассматриваемого датчика предполагается, что по одномодовому световоду к интерферометру поступает «прямое» излучение с некоторой интенсивностью I_{in} , пропорциональной комплексной напряженности электрического поля E_{in} . Для определенности можно считать, что это интенсивность и напряженность электромагнитного поля на оси световода, поскольку в конечном счете будут анализироваться уровни интенсивности, нормированные на I_{in} . Будем полагать E_{in} вещественной, считая ее начальную фазу опорной. Излучение, идущее по световоду в направлении от интерферометра, т. е. отраженное от него, формируется волнами разного происхождения, и интенсивность I обратного излучения учитывает интерференцию этих обратных волн. Волна, отраженная непосредственно от торца волокна, не входит в зазор интерферометра, ее комплексная амплитуда E_0 задается отражением от границы раздела волокна и среды первого слоя зазора интерферометра. Другие отраженные волны формируются за счет того, что излучение входит в зазор интерферометра, распространяется в прямом направлении до границы некоторого слоя зазора, отражается от нее, проходит обратно к торцу волокна и частично вводится в волокно. При этом волну, которая сформировалась при отражении от границы m -го слоя, будем называть m -й обратной волной, а ее комплексную амплитуду обозначать как E_m .

Обратные волны, связанные с двумя или большим числом отражений от границ слоев, в данном случае не рассматриваются. Во-первых, потому что в реальных конструкциях амплитуды таких обратных волн оказываются пренебрежимо малы, по сравнению с волнами от однократных отражений; во-вторых, потому что при обработке спектральной характеристики интерферометра (кратко анализируется ниже) обычно используется

частотная фильтрация, которая выделяет основные осцилляции, не связанные с переотражениями от границ слоев в интерферометре.

Интенсивность обратного излучения определяется суперпозицией отраженных волн в световоде и задается стандартным выражением:

$$I = \left| \sum_{m=0}^M E_m \right|^2 = \sum_{m=0}^M |E_m|^2 + 2 \sum_{m,n} \sum_{m \neq n} |E_m E_n| \cos(\Delta\varphi_{mn}), \quad (1)$$

где $\Delta\varphi_{mn}$ – разность фаз обратных волн, отраженных от внешней границы n -го и m -го слоев (т. е. разность фаз Φ_m и Φ_n комплексных амплитуд E_m и E_n).

В выражении (1) размерная константа, связывающая интенсивность и средний квадрат напряженности электрического поля, для простоты опущена, что оправдано использованием далее нормировки на I_{in} . Правая часть выражения наглядно показывает компоненты, описывающие интерференционные колебания при изменениях разностей фаз $\Delta\varphi_{mn}$.

Поскольку рассматривается ВВИФП без коллимирующих элементов, считаем, что в зазоре распространяется расходящееся излучение и вопрос о величинах $|E_m|$ и Φ_m при $m > 0$ оказывается непростым. Уровень величины $|E_m|$ задается амплитудой исходной волны E_{in} и комбинацией нескольких независимых мультипликативных факторов, что можно записать в виде

$$|E_m| = E_f \cdot T_m \cdot T_{om} \cdot \eta_m. \quad (2)$$

Множитель T_m связан с коэффициентом отражения B_m от внешней границы m -го слоя и со снижением амплитуды волны, в соответствии с пропусканием границ слоев на пути волны. Множитель T_{om} связан с потерями оптической мощности при распространении в средах, заполняющих зазор интерферометра на пути m -й волны. Коэффициент η_m введен для учета того, что после прохождения света через зазор интерферометра и обратно, только часть его мощности будет «захвачена» волокном в виде излучения его основной моды. Параметры T_m и T_{om} относительно просто связаны с параметрами используемых материалов и отражающих покрытий, если последние используются. А вот для нахождения η_m в случае ВВИФП с расходящимся излучением в зазоре интерферометра требуется анализ распространения излучения и характера волны, падающей на торец световода. Расчет фазовой задержки m -й обратной волны в волокне, по сравнению с фазой волны E_{in} , также требует учета не только оптического пути вдоль оси зазора, но и более полного описания характера обратной волны на торце волокна.

Излучение основной моды близко к излучению с гауссовым распределением интенсивности и плоским фазовым фронтом, что дает основание для рассмотрения распространения излучения за волокном в рамках модели гауссова пучка с перетяжкой на торце волокна. Ширину гауссова пучка характеризуют радиусом W , который меняется вдоль оси пучка, и в своем минимуме соответствует радиусу перетяжки W_0 . В рассматриваемом случае W_0 задается половиной диаметра модового пятна световода. Гауссов пучок характеризуют и другие параметры: кривизна волнового фронта R , фаза Гуи φ_G , рэлеевская длина r и расходимость θ пучка, но в однородной среде все они могут быть пересчитаны по значению ширины перетяжки W_0 и расстоянию Z_w от рассматриваемой точки до перетяжки при известном показателе преломления среды n и длине волны излучения λ .

Ключевые выражения для описания гауссова пучка даны в Приложении 1. Известны также выражения для пересчета всех параметров пучка, если в заданной точке известны значения W и R . Кроме того, в заданном сечении пучок полностью задается так называемым комплексным параметром $q = Z_w + jr$.

Подход на основе модели гауссова пучка стал основным при аналитическом рассмотрении однослойного ВВИФП [2, 9] и предполагает, что пучок проходит удвоенную длину зазора интерферометра в прямом, а после отражения – в обратном направлении, оставаясь гауссовым, и на границе с волокном имеет ширину W_r и кривизну R_r . Доля мощности излучения, которая будет «захвачена» волокном в виде излучения основной моды, будет определяться интегралом перекрытия поля моды и падающего на торец излучения.

Для модели гауссова пучка с известными параметрами эта задача фактически была решена еще в работе [16] при анализе потерь в соединении одномодовых световодов на основе модели гауссовых пучков. Также этот результат в прямом или развитом виде используется для описания сигналов ВВИФП.



Если излучение в зазоре ВВИФП распространяется вдоль оси световода, а внешняя граница слоя параллельна торцу волокна, то результат описывается выражением [9]:

$$\eta = \frac{1}{1 + \left(\frac{L_1}{2r}\right)^2}, \quad \Psi = \text{atan}\left(\frac{L_1}{2r}\right), \quad (3)$$

где η – относительный уровень интенсивности введенного в волокно излучения; Ψ – дополнительный фазовый сдвиг введенного в световод излучения, прибавляемый к фазовому набегу падающей на торец волокна волны из-за наличия неравномерного поперечного распределения фазы в гауссовом пучке (см. формулу (П1-1) Приложения 1); параметр L_1 – расстояние, которое прошел пучок в зазоре интерферометра; r – рэлеевская длина пучка в среде с показателем преломления n , заполняющей зазор интерферометра, $r = \pi n W_0^2 / \lambda$.

В случае однослойного ВВИФП с толщиной зазора L путь излучения при однократном проходе через интерферометр задается непосредственно удвоенной толщиной зазора, когда $L_1 = Z_{\text{вп}} = 2L$. Однако если зазор интерферометра состоит из нескольких слоев с разными показателями преломления, то следует рассматривать вопрос о прохождении излучения через границы слоев и задача о параметрах пучка, падающего на торец волокна, усложняется.

Ниже приведен анализ прохождения излучения через границы слоев ВВИФП и определены все параметры, необходимые для расчета интенсивности отраженной волны на основании выражения (1). Анализ проведен в рамках модели гауссова пучка и предполагает, что при переходе через границы слоев такая модель описания излучения сохраняется. Это, в свою очередь, предполагает выполнение условий параксиального приближения, т. е. малость расходимости пучка θ . Поскольку $\theta = \lambda_0 / (\pi n W_0)$, то, взяв для примера реальные параметры $\lambda = 1,5$ мкм и $W_0 = 5,2$ мкм (стандартный одномодовый световод), получим расходимость $\theta = 0,092/n$, что оправдывает применение параксиального приближения.

Путь распространения m -й волны в многослойном ВВИФП

Для простоты в данной работе полагаем все границы слоев плоскими и ортогональными оси распространения пучка, что, как правило, хорошо соответствует реальным системам. Необходим анализ m -й обратной волны, которая проходит m диэлектрических слоев, после чего отражается и идет в обратном направлении. Каждый i -й слой от 1-го до m -го характеризуется толщиной (вдоль оси пучка) L_i и коэффициентом преломления n_i . В свою очередь значение m может меняться от 1 до M , где M – общее количество слоев в зазоре ВВИФП. Распространяясь от торца волокна до границы m -го слоя и обратно, волна проходит через $2m - 1$ слоев, что иллюстрирует рис. 2 с эквивалентными схемами однонаправленного прохода волн для случая $M = 3$. В общем случае в однонаправленной эквивалентной схеме для m -й отраженной волны номер i меняется от 1 до $2(m - 1)$. При этом отражающая поверхность в этой схеме соответствует середине m -го слоя, поэтому толщина слоя с $i = m$ равна $2L_m$. Координату сечения пучка z в эквивалентной схеме будем отсчитывать от торца волокна. По условию задачи, перетяжка гауссова пучка на входе первого слоя совпадает с границей т. е. с сечением $z = 0$. Поскольку вторая половина эквивалентной схемы однонаправленного распространения соответствует распространению света в обратном направлении, в параметрах слоев этой схемы есть симметрия. Слой с $i > m$ фактически совпадает со слоем $2m - i$. Поэтому при $i > m$ имеем $L_i = L_{2m-i}$ и $n_i = n_{2m-i}$. Однако параметры пучка в слоях, например ширина пучка W_i на выходе i -го слоя, такой симметрии не имеют и требуют расчета.

Переход гауссова пучка через границу диэлектрических сред

Для анализа прохождения света через различные оптические элементы, в условиях выполнения параксиального приближения используют матричную модель ABCD [17, 18]. Для гауссова пучка такая матрица определяет изменение комплексного параметра пучка q . По значению q нетрудно найти другие параметры пучка [19]. Радиус W и кривизну пучка R определяют выражения

$$W = [-\lambda/\pi n \text{Im}(1/q)]^{1/2}, \quad R = 1/\text{Re}(1/q), \quad (4)$$

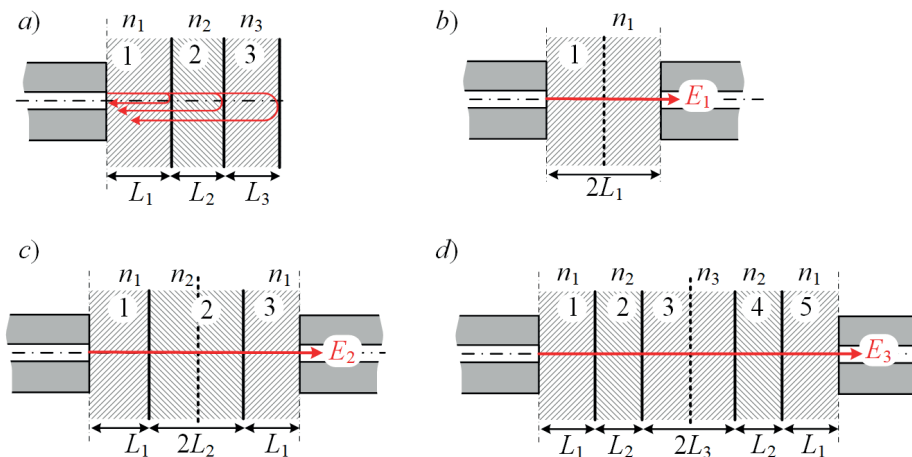


Рис. 2. Обратные волны в зазоре трехслойного ВВИФП ($M = 3$) (a) и эквивалентные однопроходные схемы 1-й (b), 2-й (c) и 3-й (d) волн;
 b): $m = 2m - 1 = 1$, в схеме один слой; c): $m = 2$, $2m - 1 = 3$, в схеме три слоя;
 d): $m = M = 3$, $2m - 1 = 5$, в схеме пять слоев

а с учетом (4) можно найти расстояние до перетяжки и радиус перетяжки:

$$Z_w = R/[1 + (R/r)^2], \quad W_0 = W/[1 + (r/R)^2]^{1/2}. \quad (5)$$

Если гауссов пучок с параметром q_1 преобразуется в некотором оптическом элементе в выходной пучок с параметром q_2 , то, согласно линейному параксиальному формализму ABCD, связь выходного параметра с входным описывается соотношением [20]:

$$q_2 = (A \cdot q_1 + B)/(C \cdot q_1 + D),$$

где A, B, C и D – коэффициенты матрицы, характеризующей преобразующий оптический элемент.

В литературе часто анализируют применение такого подхода для случаев прохождения пучка через линзы, его отражение от зеркала (в том числе сферического) и аналогичные случаи. Однако для рассматриваемого случая нужна матрица ABCD для плоской границы двух сред (перпендикулярной оси распространения пучка). Такая матрица содержит элементы $A = 1, B = C = 0, D = n_1/n_2$ [20].

В результате получаем следующее выражение:

$$q_2 = q_1 (n_2/n_1). \quad (6)$$

Таким образом, при переходе через границу диэлектрических сред меняются расходимость пучка и рэлеевская длина.

Для эквивалентного пучка второго слоя расстояние от границы раздела до его перетяжки Z_{w2} отличается от $Z_{w1} = L_1$ (здесь и далее под эквивалентным пучком i -го слоя подразумевается пучок, который распространяется в однородной среде с показателем преломления $n = n_i$ и в границах i -го слоя полностью совпадает с рассматриваемым фактическим гауссовым пучком).

Если известны параметры пучка в первой среде (достаточно задать ширину перетяжки W_0, n_1 и λ), то можно найти комплексный параметр пучка q_{1e} в сечении $z_1 = L_1$ (в обозначении q_{1e} индекс 1 соответствует номеру слоя, а индекс e означает, что параметр соответствует выходной, по направлению распространения излучения, границе этого слоя). Далее, согласно выражению (6), можно определить q_{2b} (индекс b означает, что параметр соответствует входному сечению слоя). Затем с помощью выражений (4) и (5) можно найти расстояние от сечения z_1 до перетяжки эквивалентного пучка второго слоя Z_{w2} , а также остальные параметры пучка по второй среде.

Важно отметить некоторые обстоятельства.

Во-первых, если подставить формулу (4) в выражение (5) для W_0 , то можно убедиться, что при преобразовании q согласно (6), значение W_0 не изменяется, т. е. для эквивалентного пучка второго слоя радиус перетяжки также равен W_0 . Поскольку рэлеевская длина пучка равна $r = \pi n W_0^2 / \lambda$, а расходимость $\theta = \lambda / (\pi n W_0)$, то при одинаковых значениях W_0 получаем, что при переходе пучка через границы слоев в зазоре интерферометра рэлеевская длина и расходимость тривиально изменяются от одной среды к другой, в соответствии со значением показателя преломления:

$$r_m = \pi n_m W_0^2 / \lambda, \quad \theta_m = \lambda / (\pi n_m W_0).$$

Во-вторых, отметим, что формулы (6) и (4) дают одинаковые значения ширины пучка на границе раздела при вычислении через q_{1e} или через q_{2b} . Вычисление значения W на границе раздела по формуле (П1-2) (см. Приложение 1) с параметрами W_0 , n_1 и аргументом $Z_{w1} = L_1$ даст тот же результат, что и вычисление с параметрами W_0 , n_2 и аргументом Z_{w2} . Это полностью отвечает физическому смыслу, поскольку нет оснований для скачков ширины пучка на границе раздела, в отличие от скачка радиуса кривизны, который соответствует преломлению лучей на границе раздела.

Рассмотренное изменение параметров гауссова пучка при переходе через границу двух сред иллюстрирует рис. 3, где показано изменение пучка в случае $n_1 > n_2$. Ширина W_1 (синяя линия) рассчитана по выражению (П1-2) (см. Приложение 1) для $W_1(z)$ при $n = n_1$ и соответствует фактическому пучку в первой среде (сплошная линия) и эквивалентному пучку во второй среде (пунктирная линия). А ширина W_2 (красная линия) задается выражением (П1-2) как

$$W_2(z_2') = W_2(z + Z_{w2} - L_1)$$

при $n = n_2$, соответствует фактическому пучку во второй среде (сплошная линия) и его эквивалентному пучку в первой среде (пунктирная линия).

Следующим необходимым шагом является анализ выражения для величины Z_{w2} – расстояния от границы двух сред до перетяжки эквивалентного пучка второго слоя. В соответствии с выражением (6), получим, что комплексный параметр на границе со стороны второго слоя выражается как

$$q_{2b} = (n_2/n_1) \cdot q_{1e} = (n_2/n_1) \cdot (L_1 + jr_1).$$

Далее, с помощью формул (4) и (5) получим кривизну пучка во втором слое:

$$R_{2b} = \frac{1}{\operatorname{Re}\left(\frac{1}{q_{2b}}\right)} = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{L_1^2 + r_1^2}{L_1}, \quad (7)$$

а также расстояние до перетяжки эквивалентного пучка второго слоя:

$$Z_{w2} = \frac{R_{2b}}{1 + \left(\frac{\lambda}{\pi n_2 W_{12}^2} R_{2b}\right)^2}, \quad (8)$$

где введено обозначение $W_{12} = W_{1e} = W_{2b}$ для ширины гауссова пучка на границе сред.

Значение W_{12} можно найти либо на основе выражения (4) через q_{2b} или q_{1e} , либо непосредственно по формуле (П1-2) для $z = L_1$ в виде

$$W_{12} = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{L_1}{r_1}\right)^2}, \quad (9)$$

где r_1 – рэлеевская длина пучка в первом слое, $r_1 = \pi n_1 W_0^2 / \lambda$.

Далее, если подставить выражения (7) и (9) в формулу (8), то после упрощений можно получить простой результат:

$$Z_{w2} = \frac{n_2}{n_1} L_1. \quad (10)$$

Соотношение (10) задает сдвиг перетяжки эквивалентного пучка второго слоя от $z = 0$ к границе раздела слоев при $n_2 < n_1$, когда расходимость пучка при переходе границы увеличивается (этот случай показан на рис. 3). И наоборот, перетяжка эквивалентного пучка смещается в область $z < 0$ при $n_2 > n_1$, когда расходимость пучка при переходе через границу уменьшается.

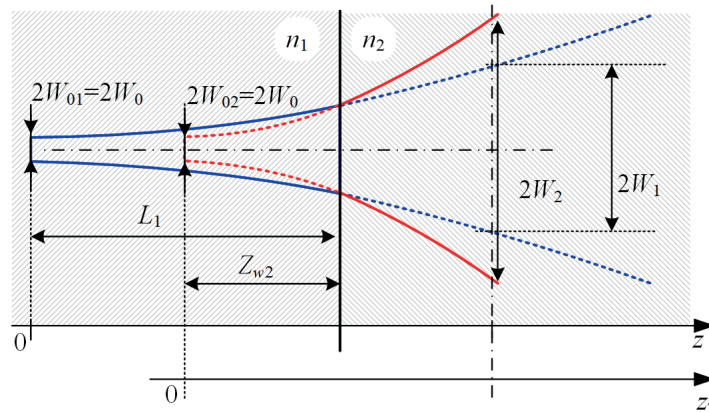


Рис. 3. Изменение радиуса пучка при переходе из первой среды во вторую (случай $n_1 > n_2$) для фактического пучка (сплошные линии) и для эквивалентных пучков (пунктиры)

Переход гауссова пучка через несколько диэлектрических сред и описание m -й обратной волны в ВВИФП

Полученные выше выражения позволяют (в рамках параксиального приближения) найти параметры гауссова пучка после перехода через границу двух диэлектрических сред, а, следовательно, рассчитать параметры пучка на выходной границе второй среды. Далее можно аналогичным образом рассмотреть преобразование пучка на границе второго и третьего слоя и затем расчет обобщить на случай последовательности из нескольких диэлектрических слоев. В общем случае – ВВИФП с M слоями – следует анализировать прохождение светового пучка до $2M - 1$ слоев. Однако при этом нет необходимости рассчитывать все параметры пучка в разных слоях, а достаточно применять только результат (10). Действительно, у границы с третьим слоем можно вместо реального пучка рассматривать эквивалентный, который распространялся в среде с показателем преломления $n = n_2$ и имеет перетяжку W_0 в точке на расстоянии $Z_{w2} + L_2$ от границы второго слоя с третьим. Если проделать полностью такие же, как ранее, расчеты для границы второго и третьего слоев, то станет очевидно, что для расстояния от границы до перетяжки эквивалентного пучка третьего слоя будет получен результат, полностью аналогичный выраженному формулой (10), а именно

$$Z_{w3} = \frac{n_3}{n_2} (Z_{w2} + L_1). \quad (11)$$

Если же подставить выражение (10) в формулу (11), то получим:

$$Z_{w3} = \frac{n_3}{n_2} \left(\frac{n_2}{n_1} L_1 + L_2 \right) = n_3 \left(\frac{1}{n_1} L_1 + \frac{1}{n_2} L_2 \right). \quad (12)$$

В общем случае нетрудно видеть, что при рассмотрении перехода гауссова пучка в i -й слой расстояние от его границы с $(i - 1)$ -м слоем до перетяжки эквивалентного пучка i -го слоя будет задаваться выражением

$$Z_{wi} = n_i \left(\frac{1}{n_1} L_1 + \frac{1}{n_2} L_2 + \dots + \frac{1}{n_{i-1}} L_{i-1} \right). \quad (13)$$



В рассматриваемой структуре многослойного интерферометра, работающего «на отражение», m -й обратный пучок проходит $2m - 1$ слоев с симметрией, показанной на рис. 2. После возвращения к входной точке получим расстояние $Z_{w(2m-1)}$ до перетяжки эквивалентного пучка, проходящего первый слой в обратном направлении. Полное расстояние L_{1m} от перетяжки эквивалентного пучка этого слоя до границы волокна, на которую он падает, будет составлять $Z_{w(2m-1)} + L_1$.

С учетом выражения (13) получим:

$$L_{1m} = 2 \left(L_1 + \sum_{i=2}^m \frac{n_1}{n_i} L_i \right). \quad (14)$$

Полученное выражение (14) можно подставить в формулу (3), что дает ключевой параметр η_m , необходимый для нахождения величины $|E_m|$. При этом толщина первого слоя L_1 прямо входит в выражение для L_{1m} , а толщины последующих слоев — с «весовыми» множителями n_1/n_m . Особенность учета первого слоя состоит в том, что именно этот слой граничит с волокном и задача возбуждения волокна падающим излучением гауссова пучка должна использовать эквивалентный пучок в последнем слое с $n = n_1$. Еще одним неочевидным следствием из выражения (14) является отсутствие влияния порядка следования слоев (кроме первого) на величину L_{1m} в зазоре интерферометра.

Поскольку для эквивалентного пучка в i -м слое ширина перетяжки составляет W_0 и расстояние до перетяжки Z_{wi} задается выражением (13), можно найти и другие параметры гауссова пучка в области i -го слоя эквивалентной схемы. Это важно для определения фазовой задержки излучения, которая возникает при распространении в многослойном зазоре ВВИФП. Согласно формуле (П1-1), фазовый набег при распространении гауссова пучка в однородной среде определяется двумя продольными компонентами: $-2\pi n z/\lambda$ и $-\varphi_G(z)$, а также компонентой $kr^2/2R(z)$ при поперечном смещении на расстояние ρ от оси пучка.

При анализе фазы гауссова пучка, переходящего через границу двух сред, необходимо отметить следующее. Из выражений (П1-2) для радиуса кривизны волнового фронта $R(z)$ следует, что на границе i -го и $(i + 1)$ -го слоев имеет место скачок кривизны пучка $R_{(i+1)b} = (n_{i+1}/n_i) \cdot R_{ie}$. Однако из этого также следует, что значения фазы Гюи φ_G и поперечная зависимость фазы $kr^2/2R(z)$ с обеих сторон границы между слоями одинаковы. В результате в последующем слое фазовый набег гауссова пучка естественным образом продолжает добавляться к фазе предыдущего слоя без скачков, но с учетом изменения показателя преломления. При этом фаза Гюи продолжает нарастать в соответствии с ее изменением в гауссовом пучке, эквивалентном данному последующему слою. Нетрудно видеть, что, с учетом отмеченных обстоятельств, после прохождения $2(m - 1)$ слоев эквивалентной схемы, фазовый набег пучка Φ_m , приобретаемый m -й обратной волной, можно записать в виде

$$\Phi_m = \left(\frac{4\pi}{\lambda} \sum_{i=1}^m n_i L_i \right) + \varphi_G(L_{1m}) + \varphi_{rm} + \Psi(L_{1m}), \quad (15)$$

где слагаемое φ_{rm} обозначает дополнительный фазовый сдвиг, который может возникать при отражении от границы m -го слоя и который зависит от характера этого отражения.

Смещение фазы $\Psi(L_{1m})$ при возбуждении моды волокна гауссовым пучком, падающим на торец, задается выражением (3).

Последний и относительно простой фактор в формуле (2) для уровня значения величины $|E_m|$, необходимый для расчета интенсивности (1), отраженной от ВВИФП, — это множитель T_m . Он учитывает изменение амплитуды волны при прохождении через зазор интерферометра. Если рассмотреть последовательность прохождения гауссова пучка через границы и отражение для m -й волны, то нетрудно получить следующее выражение для множителя T_m :

$$T_m = B_m \cdot \prod_{i=0}^{m-1} (1 - B_i)^2. \quad (16)$$

Как упоминалось ранее, B_m — это коэффициент отражения от внешней границы m -го слоя, т. е. границы m -го и $(m + 1)$ -го слоев. Для волны E_0 коэффициент $T_0 = B_0$, т. е. равен коэффициенту отражения от торца волокна. Если отражения связаны только с различием

значений коэффициента преломления слоев, то коэффициенты отражения и пропускания определяются френелевскими отражениями и выражение (16) для этого случая имеет вид

$$T_m = \prod_{i=0}^m \frac{4n_i n_{i+1}}{(n_i + n_{i+1})^2}, \quad B_m = \frac{|n_m - n_{m+1}|}{n_m + n_{m+1}}, \quad (17)$$

где, напомним, n_0 – показатель преломления в сердцевине волокна.

Поскольку в слоях может происходить существенное поглощение света, в выражении (2) это учтено множителем, который имеет вид

$$T_\alpha = \prod_{i=1}^{m-1} \alpha_i^2 = \prod_{i=1}^{m-1} 10^{-\alpha_i L_i / 10}, \quad (18)$$

где α_i – амплитудные коэффициенты пропускания слоев (квадратная степень учитывает проход через слои в прямом и обратном направлениях).

В правой части формулы (18) коэффициенты пропускания представлены через погонные потери α_i (в дБ на единицу длины).

Полученные выше выражения описывают все компоненты, необходимые для расчета по выражению (1).

Спектральная характеристика ВВИФП

Выражение (1) и детальное описание его составляющих задает общую структуру модели интерференционных колебаний, возникающих на выходе ВВИФП. Как уже отмечалось, при построении измерителей опрос подобных структур обычно осуществляется методами спектральной интерферометрии. В этом случае регистрируется и анализируется так называемая спектральная характеристика (передаточная функция) интерферометра $S(\lambda)$. Она определяется как зависимость интенсивности света, отраженного от ВВИФП (относительного входного уровня), при изменении длины волны λ в рабочем диапазоне $\Delta\lambda$ с центром на длине волны λ_0 . Нетрудно видеть, что для нахождения спектральной характеристики многослойного ВВИФП можно использовать выражение (1), если положить $E_m = 1$ и рассматривать изменение величины λ . При этом удобно анализировать $S(\lambda)$ в виде суммы квазипостоянной составляющей и осциллирующих компонент

$$S(\lambda) = S_0(\lambda) + \sum_{m,n} \sum_{m \neq n} S_{mn}(\lambda), \quad (19)$$

где

$$S_0(\lambda) = \sum_{m=0}^M |E_m|^2, \quad S_{mn}(\lambda) = 2|E_m E_n| \cos(\Delta\varphi_{mn}). \quad (20)$$

Для расчета по формулам (19) и (20) можно использовать выражения, полученные выше для составляющих структуры (1), при $E_m = 1$. Но изучение поведения функции $S(\lambda)$ предполагает дополнительный анализ зависимости этих компонент от длины волны.

Компонента I_0 медленно изменяется с длиной волны λ , преимущественно вследствие изменения отношения L_{1m}/r_1 , входящего в коэффициент η_m , задающий амплитуду m -й волны. Осциллирующие компоненты I_{mn} описывают интерференционные колебания m -й и n -й обратных волн. Амплитуда такой компоненты $|E_m E_n|$ также изменяется в зависимости от λ по упомянутым причинам, однако более значимы осцилляции, определяемые изменением аргумента $\Delta\varphi_{mn}$ в зависимости от λ , который целесообразно представить разными составляющими:

$$\Delta\varphi_{mn} = \Phi_m - \Phi_n = \frac{4\pi l_{mn}}{\lambda} + \varphi_{Gmn} + \varphi_{rnm} + \Psi_{mn}, \quad (21)$$

где l_{mn} – оптическая разность хода m -й и n -й интерферирующих волн.

С учетом суммы (15) разность l_{mn} следует выражению

$$l_{mn} = \sum_{i=1}^m n_i L_i - \sum_{i=1}^n n_i L_i. \quad (22)$$

Другие составляющие формулы (21) определяются разностями

$$\begin{aligned}\varphi_{Gmn} &= \varphi_G(L_{1m}) - \varphi_G(L_{1n}), \\ \varphi_{rnn} &= \varphi_{rm} - \varphi_{rn}, \\ \Psi_{mn} &= \Psi(L_{1m}) - \Psi(L_{1n}).\end{aligned}\quad (23)$$

Отметим, что для случая $m = 0$ подразумевается, что сумма с пределом m в выражении (22) равна нулю, а в первой формуле системы (23) подразумевается, что

$$\varphi_G(L_{10}) = \varphi_{G0} = \Psi(L_{10}) = 0.$$

Для значений L_i и $\Delta\lambda$, актуальных для практических конструкций ВВФП, составляющая $4\pi l_{mn}/\lambda$ изменяется при сканировании длины волны значительно сильнее, чем компоненты φ_{Gmn} , φ_{rnn} и Ψ_{mn} . Более того, в случае $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ компонента $1/\lambda$ выражается как

$$1/\lambda \approx 1/\lambda_0 - \delta\lambda/\lambda_0^2,$$

где $\delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ – смещение длины волны относительно центра диапазона сканирования.

Поэтому колебание $S_{mn}(\lambda)$ можно приближенно записать в виде

$$S_{mn}(\lambda) \approx 2|E_m E_n| \cos\left(\frac{4\pi l_{mn}}{\lambda_0^2} \delta\lambda + \varphi_{mn}\right), \quad (24)$$

где слагаемое φ_{mn} включает сумму компонент φ_{Gmn} , φ_{rnn} , Ψ_{mn} и $4\pi l_{mn}/\lambda_0$.

Для расчетов зависимости $S(\lambda)$ целесообразно использовать более строгое представление аргумента осцилляций (21), но приближение (24) наглядно демонстрирует, что при сканировании длины волны спектральная характеристика фактически содержит квазигармонические осцилляции, когда каждой паре обратных волн с номерами m и n соответствует квазигармоническое колебание $\cos(\Omega_{mn} \cdot \delta\lambda)$, с «частотой» $\Omega_{mn} = 4\pi l_{mn}/\lambda_0^2$ (частота записана в кавычках, поскольку она характеризует колебания в зависимости от λ и измеряется в обратных метрах).

В целом свойства зависимости S от длины волны λ задаются через непосредственное присутствие длины волны в выражениях (21) (или в (24)), а также через ее влияние на такие параметры в полученных выражениях, как r_1 , φ_G и Ψ (параметр φ_r также может изменяться с длиной волны). Однако особенности спектральной характеристики ВВФП могут быть связаны еще и с тем, что другие параметры упомянутых выражений могут также зависеть от длины волны λ . Здесь следует указать, прежде всего, на зависимость величины n_m от длины волны вследствие дисперсии в материале m -го слоя. Зависимость $n_m(\lambda)$ не меняет общего характера изменения $S(\lambda)$, однако оказывает заметное влияние на конкретные количественные параметры осцилляций. Например, параметр l_{mn} , введенный в выражение (22), зависит от коэффициентов преломления слоев, которые проходят m -я и n -я обратные волны, и анализ фактической частоты «осцилляций» Ω_{mn} , полученный на основе приближения (24), с учетом зависимости дисперсии слоев, вообще говоря, требует уточнений (они частично представлены ниже).

Примеры применения полученной системы выражений

Представим расчет зависимости $S(\lambda)$ двухслойной конструкции ВВФП с заданными параметрами (рис. 4, а). Возьмем типичный для современных интеррогаторов инфракрасного диапазона интервал сканирования длины волны от 1,51 до 1,59 мкм (т. е. $\Delta\lambda = 80$ нм) с шагом $\delta\lambda = 40$ пм. Полагаем применение стандартного одномодового волокна с сердцевиной из плавленого кварца и с диаметром модового пятна 10,4 мкм. Поэтому будем полагать, что $W_0 = 5,2$ мкм и $n_0 = 1,44$. Пусть за волокном установлен слой кремния толщиной $L_1 = 300$ мкм, а за ним – подмембранный воздушный зазор толщиной $L_2 = 105$ мкм. Для определенности следует указать материал мембраны, с которым граничит воздушный зазор; для простоты будем полагать, что это тоже кремний. Потерями мощности света в кремнии и воздушном слое будем пренебрегать, полагая $T_a = 1$. Для воздуха примем $n_2 = 1$, а для кремния будем использовать расчет на основе формулы

Зельмеера (см. Приложение 2). Выражение (П2-1) дает в центре диапазона сканирования $n_1(\lambda_0) = 3,478$, что в соответствии с формулой (17) дает значение отражения по мощности на границе с волокном $B_0 = 17,2\%$ и на границе с воздухом $B_1 = B_2 = 30,6\%$. Изменение Δn_1 показателя n_1 в пределах диапазона сканирования составляет $\Delta n_1 = 0,0066$. Подобное изменение пренебрежимо мало влияет на отражения, поэтому для кварца принимаем фиксированное значение n_0 . Однако изменение n_1 имеет значение для анализа смещений частот осцилляций (анализ представлен далее), и расчет $n_1(\lambda)$ проводим с учетом формулы (П2-1).

Расчет для случая $M = 2$ должен учитывать три обратные волны с амплитудами E_0, E_1 и E_2 ; при этом фазы φ_r были взяты равными нулю. Зависимость $S(\lambda)$, рассчитанная согласно структуре выражений (19), (20) и с учетом формул (17), (7), (3) показана на рис. 4, *b*. Согласно выражениям (19) и (20), это сумма одной квазистатической и трех квазигармонических составляющих.

Расчет дает для центра диапазона сканирования λ_0 значения

$$S_0 = 0,240, S_{01} = 0,204, S_{02} = 0,073 \text{ и } S_{12} = 0,043.$$

При этом оценка частот колебаний дала значения

$$\Omega_{01} = 5457,0, \Omega_{02} = 6006,2 \text{ и } \Omega_{03} = 549,2 \text{ (1/мкм)}.$$

Они соответствуют интерференции пар с разностями хода $l_1, l_1 + l_2$ и l_2 , поэтому имеет место связь $\Omega_{02} = \Omega_{01} + \Omega_{03}$. Колебания на рисунке 4, *b* соответствуют такой сумме: хорошо видно высокочастотное заполнение с эффектом биений (это сумма частот Ω_{02} и Ω_{01}), но огибающая сложная и асимметричная ввиду влияния третьего слагаемого с частотой Ω_{12} . Существенных квазистатических изменений не видно, поскольку указанные выше значения S_0, S_{01}, S_{02} и S_{12} для λ_0 изменяются в пределах нескольких процентов при смещении длины волны к краям диапазона сканирования. Вклад фазовых составляющих φ_{mn} пренебрежимо мал на фоне набега $4\pi l_{mn}/\lambda$, поэтому незаметен.

Приведенный пример расчета показывает получение ожидаемой характеристики $S(\lambda)$ для конкретных параметров конструкции. Видно, что общий уровень колебаний выходной мощности составляет примерно 60 % относительно входной, что позволяет согласовать требования к фотоприемнику и источнику. Оценка частот осцилляций $S(\lambda)$ позволяет правильно выбирать параметры регистрации сигнала. Представление о соотношении уровней осциллирующих составляющих, а также учет уровня шумов и свойств алгоритмов обработки позволяют оценивать разрешение, чтобы достоверно измерять изменения

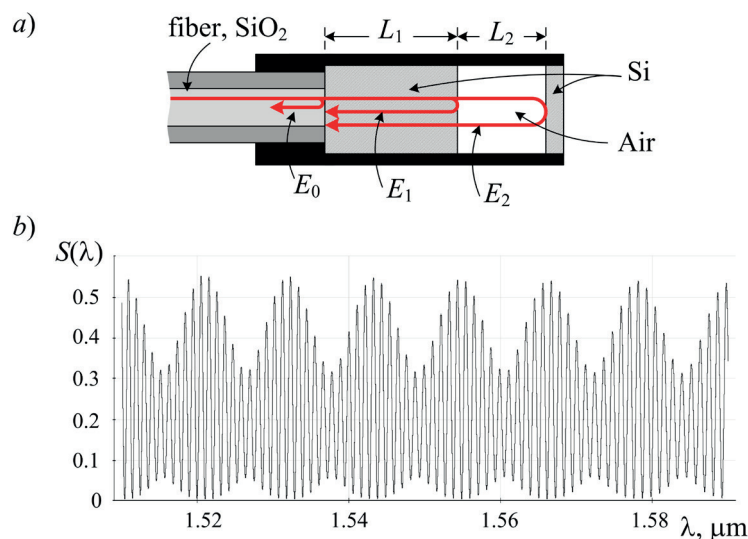


Рис. 4. Схема двухслойного ВВИФП (*a*) и рассчитанная спектральная характеристика $S(\lambda)$ для такой схемы (*b*)



оптической длины кремниевого и воздушного слоев. Кроме того, в рамках возможностей выбора параметров конструкции и элементов такой расчет ожидаемой характеристики $S(\lambda)$ и ее параметров позволяет обоснованно оптимизировать эти параметры.

Частотный анализ спектральной характеристики многослойного ВВИФП

Высокоточные методы измерений на основе ВВИФП, как указывалось во введении, связаны с регистрацией и обработкой спектральной характеристики интерферометра $S(\lambda)$. Эта обработка может оказаться достаточно сложной, но она, как правило, включает расчет и анализ спектра $F(\Omega)$ посредством применения преобразования Фурье к исходно регистрируемой зависимости $S(\lambda)$. Это необходимо для выделения необходимой компоненты осцилляций, снижения шумов и искажений. В случае многослойного интерферометра возможность разделить составляющие разных пар интерферирующих волн и обрабатывать их по отдельности связана, прежде всего, также с частотной фильтрацией компонент $S(\lambda)$. Даже нахождение позиций максимумов спектра $F(\Omega)$ позволяет сделать примерные оценки искомым значениям длины слоев, поскольку, как следует из формулы (24), $l_{mn} = \lambda_{02} \Omega_{mn} / 4\pi$ (такая оценка не дает высокой точности измерений, для которой нужна более сложная обработка).

Однако в связи с вопросами о расчете спектра $F(\Omega)$ и его предварительном анализе, необходимо сделать ряд важных уточнений. Предыдущий анализ предполагал рассмотрение зависимости $S(\lambda)$, поскольку в большинстве случаев приборы спектрального опроса регистрируют именно зависимость уровня выходной интенсивности ВВИФП от длины волны. При этом, как уже отмечалось, компоненты $S_{mn}(\lambda)$ являются квазигармоническими, т. е. отличаются от строгой гармонической зависимости. Эти отличия связаны и с возможным изменением амплитудных и фазовых параметров в зависимости от λ в полученных выражениях, но наиболее сильное отклонение связано с чирпом, присутствующим в осциллирующих компонентах. Исходный набег аргумента косинуса в выражении (20) задается отношением $4\pi l_{mn} / \lambda$, которое только приближенно можно заменить линейным смещением в узком диапазоне $\Delta\lambda$. Поэтому при расчете спектра $F(\Omega)$ компоненты $S_{mn}(\lambda)$ будут представлены не дискретными составляющими с частотами Ω_{mn} , а некоторыми уширенными линиями, возможно сложной формы. Причем чем выше значение Ω_{mn} , тем сильнее будет уширение и сложнее обработка компоненты $S_{mn}(\lambda)$.

Следует отметить, что это затруднение можно относительно легко устранить, если вместо $S(\lambda)$ рассматривать спектральную характеристику $S(\nu)$ в шкале оптической частоты $\nu = c/\lambda$ (c – скорость света в вакууме). Формальная замена переменной в полученных выражениях приведет к тому, что осциллирующие компоненты $S_{mn}(\nu)$ будут иметь вид

$$S_{mn}(\nu) = 2|E_m E_n| \cos\left(\frac{4\pi l_{mn}}{c} \nu + \phi_{mn}\right), \quad (25)$$

где ϕ_{mn} включает сумму компонент ϕ_{Gmn} , ϕ_{rnm} , Ψ_{mn} , которые, как и амплитуды $|E_m|$, определяются теми же выражениями, что и ранее, но с заменой $\lambda = c/\nu$.

Выражение (25) соответствует гармонической зависимости от ν и для осцилляций $S_{mn}(\nu)$ эффект чирпа отсутствует. Поэтому если применить преобразование Фурье именно к $S_{mn}(\nu)$, то полученный спектр $F'(\Omega')$ будет иметь четкие пики для компонент $S_{mn}(\nu)$ с «частотами» $\Omega'_{mn} = 4\pi l_{mn} / c$ (в данном случае параметр Ω' соответствует размерности Гц⁻¹, т. е. шкале единиц времени).

Важно подчеркнуть, что на практике указанная замена длины волны λ частотой ν связана не только с новой переменной по соотношению $\nu = c/\lambda$. Приборы спектрального опроса обычно формируют набор отсчетов $S_i = S(\lambda_i)$, где значения λ_i распределены в пределах диапазона сканирования $\Delta\lambda$ с равномерным шагом. Для корректного применения дискретного Фурье-преобразования к спектральной характеристике ВВИФП с измененной шкалой аргумента необходимо провести ресэмплирование набора отсчетов S_i на основе интерполяции, причем так, чтобы отсчеты S'_i преобразованного набора соответствовали равномерному шагу по частоте ν . Применение Фурье-преобразования к последовательности S'_i дает спектр $F'(\Omega')$ с пиками Ω'_{mn} , которые соответствуют оптическим разностям хода $l_{mn} = \Omega'_{mn} \cdot c / 4\pi$.

Соотношения $l_{mn} = \lambda_{02} \Omega_{mn} / 4\pi$ и $l_{mn} = \Omega'_{mn} \cdot c / 4\pi$ позволяют использовать для аргументов спектров $F(\Omega)$ и $F'(\Omega')$ шкалу оптической разности хода путем замены исходных аргументов Ω и Ω' аргументом $l = \lambda_{02} \Omega / 4\pi = \Omega' \cdot c / 4\pi$. Тогда позиции пиков спектров $F(l)$ и $F'(l)$ будут соответствовать оптической разности хода интерферирующих пар обратных волн.

На основе представления спектральной характеристики ВВИФП в зависимости от ν в виде (25) можно получить еще один важный результат. Эта форма позволяет рассмотреть влияние слабой дисперсии, когда зависимость показателя преломления n от длины волны в диапазоне $\Delta\lambda$, как и от частоты, можно описать с использованием линейной поправки:

$$n(\lambda) = n(\lambda_0) - n'_\lambda \cdot \delta\lambda.$$

Если подставить такое представление для n в формулы (22) и (25), а также учесть, что частота меняется в пределах $\nu_0 \pm \Delta\nu$ ($\nu_0 = c/\lambda_0$) и отбросить компоненты второго порядка малости, то получим, что

$$\Omega'_{mn} = \frac{4\pi}{c} \left(\sum_{i=1}^m n_{gi} L_i - \sum_{i=1}^n n_{gi} L_i \right), \quad (26)$$

где n_g – групповой показатель преломления в точке $\lambda = \lambda_0$;

$$n_g = n(\lambda_0) - \lambda_0 \cdot n'_\lambda$$

(в рамках анализа однослойного ВВИФП такое влияние дисперсии показано, например, в работах [21, 22]).

В качестве иллюстрации приведем расчеты спектров $F(l)$ и $F'(l)$ для схемы ВВИФП, которая была описана выше (см. рис. 4, а). Вид рассчитанной характеристики $S(\lambda)$ для этой схемы показан на рис. 4, б. Согласно принятым значениям $\Delta\lambda$ и $\delta\lambda$, эта характеристика была набором 2 тыс. отсчетов S_i . После пересчета этих отсчетов с использованием сплайн-интерполяции в шкалу с равномерным шагом частоты ν и применения Фурье-преобразования, а также замены $\Omega' = 4\pi l/c$, получаем спектр F' со шкалой аргумента l (рис. 5). Отметим, что пространственное разрешение, задаваемое диапазоном $\Delta\lambda$, в пересчете в шкалу аргумента l составляет значение $\delta l = 7,5$ мкм. Полученный спектр $F'(l)$ содержит одну постоянную составляющую и три компоненты с позициями, которые точно совпадают с $l_{12} = L_2 = 105$ мкм (здесь учтено, что $n_2 = 1$),

$$l_{01} = n_{g1} L_1 = 1,082 \text{ мм}, l_{02} = n_{g1} L_1 + L_2 = 1,187 \text{ мм}.$$

Можно видеть и соответствие амплитуд всех четырех компонент спектра $F'(l)$ и указанных выше значений S_0, S_{01}, S_{02} и S_{12} для λ_0 . Незначительные несоответствия могут быть связаны с недостаточным разрешением δl , из-за чего рассчитанные точки l могут не совпасть с точной позицией пика спектра. Также на рис. 5 показана позиция

$$l^* = n_1(\lambda_0) L_1 = 1,043 \text{ мм}.$$

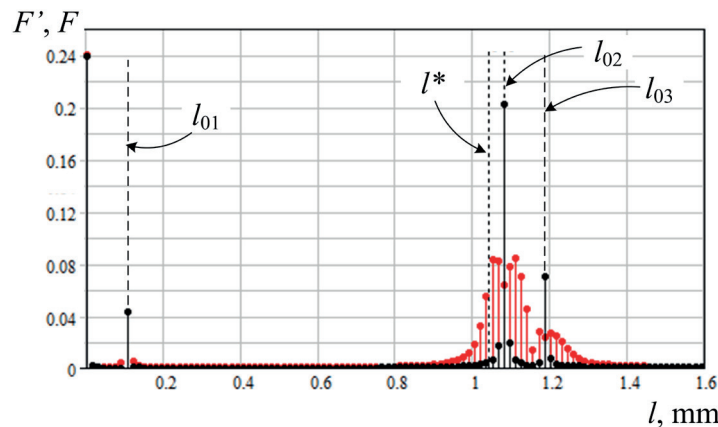


Рис. 5. Расчетные спектры F' и F со шкалой аргумента l (показаны черным и красным цветами соответственно)



Видно, что оценка l^* заметно отличается от фактической позиции l_{01} , что иллюстрирует необходимость учета дисперсии, рассмотренную выше.

Кроме того, на рис. 5 для сравнения красными линиями и маркерами показан результат расчета $F(l)$ при использовании Фурье-преобразования непосредственно набора исходных отсчетов S_i в шкале длин волн. На рис. 5 видно хорошее совпадение $F(l)$ и $F'(l)$ для «низкочастотной» компоненты с $l = l_{02} = 105$ мкм, однако для «высокочастотной» области спектра рассмотренный выше чирп в осцилляциях $S(\lambda)$ значительно уширяет компоненты спектра и существенно затрудняет определение позиций l_{01} и l_{02} и даже возможность их разрешения.

Заключение

Для ВВИФП с многослойным зазором, в рамках модели гауссова пучка для распространяющегося в слоях излучения и при учете только однократных отражений, получены выражения для расчета спектральной характеристики интерферометра (в режиме работы на отражение). Рассматриваются свойства такой характеристики и ее частотный анализ.

Полученные выражения позволяют рассчитывать ожидаемые спектральные отклики слабодобротных многослойных ВВИФП, анализировать их свойства и оценивать ключевые параметры, что очень важно для обоснованного выбора параметров конструкции и элементов при разработке и создании датчиковых устройств на основе таких ВВИФП.

Приложение 1

Модель гауссова пучка представляет собой решение приближенного волнового уравнения Гельмгольца и имеет широчайшее применение. Это решение соответствует параксиальной волне, распространяющейся вдоль оси z , комплексная амплитуда которой описывается выражением

$$U(z, \rho) = A_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp \left[- \left(\frac{\rho}{W(z)} \right)^2 - jkz - j \frac{k \cdot \rho^2}{2R(z)} - j\varphi_G(z) \right], \quad (\text{П1-1})$$

где ρ – поперечное смещение от оси; k – волновое число, $k = 2\pi n/\lambda$ (n – показатель преломления среды, λ – длина волны излучения в вакууме); A_0 – амплитуда пучка, определяемая начальными условиями; W – радиус (ширина) пучка, равный смещению от оси, при котором амплитуда поля падает до уровня $1/e$ относительно максимума на оси; W_0 – ширина пучка в перетяжке, $W_0 = W(0)$; R – радиус кривизны волнового фронта пучка; φ_G – фаза Гюи, она характеризует дополнительный фазовый набег вдоль оси пучка; z – координата, отсчитывается от перетяжки пучка.

С использованием так называемой рэлеевской длины пучка r ($r = \pi n W_0^2/\lambda$) зависимости W , R и φ_G от координаты z можно выразить следующим образом:

$$W(z) = W_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{r} \right)^2}, \quad R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z}{r} \right)^2 \right], \quad \varphi_G(z) = \text{atan} \left(\frac{z}{r} \right). \quad (\text{П1-2})$$

Приложение 2

Формула Зельмеера для $n(\lambda)$ кремния в инфракрасной области спектра электромагнитных волн имеет вид [23]:

$$n(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{a_1 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{a_2 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \frac{a_3 \lambda^2}{\lambda^2 - \lambda_3^2}}, \quad (\text{П2-1})$$

где $a_1 = 10,6684293$, $a_2 = 0,003043475$, $a_3 = 1,54133408$; $\lambda_1 = 0,301516485$ мкм, $\lambda_2 = 1,13475115$ мкм, $\lambda_3 = 1104,0$ мкм.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lee B. H., Kim Y. H., Park K. S., Eom J. B., Kim M. J., Rho B. S., Choi H. Y. Interferometric fiber optic sensors // *Sensors*. 2012. Vol. 12. No. 3. Pp. 2467–2486.
2. Ushakov N., Liokumovich L. Resolution limits of extrinsic Fabry – Perot interferometric displacement sensors utilizing wavelength scanning interrogation // *Applied Optics*. 2014. Vol. 53. No. 23. Pp. 5092–5099.
3. Fang Z., Chin K. K., Qu R., Cai H. Fundamentals of optical fiber sensors. New York: John Wiley & Sons, 2012. Pp. 395–426.
4. Rao Y.-J. Recent progress in fiber-optic extrinsic Fabry – Perot interferometric sensors // *Optical Fiber Technology*. 2006. Vol. 12. No. 3. Pp. 227–237.
5. Pevec S., Donlagić D. Multiparameter fiber-optic sensors: a review // *Optical Engineering*. 2019. Vol. 58. No. 7. P. 072009.
6. Sirkis J., Chang C.-C. Multiplexed optical fiber sensors using a single Fabry – Perot resonator for phase modulation // *Journal of Lightwave Technology*. 1996. Vol. 14. No. 7. Pp. 1653–1663.
7. Han M., Zhang Y., Shen F., Pickrell G. R., Wang A. Signal-processing algorithm for white-light optical fiber extrinsic Fabry – Perot interferometric sensors // *Optics Letters*. 2004. Vol. 29. No. 15. Pp. 1736–1738.
8. Arya V., De Vries M., Murphy K. A., Wang A., Claus R. O. Exact analysis of the extrinsic Fabry – Perot interferometric optical fiber sensor using Kirchhoff’s diffraction formalism // *Optical Fiber Technology*. 1995. Vol. 1. No. 4. Pp. 380–384.
9. Wilkinson P. R., Pratt J. R. Analytical model for low finesse, external cavity, fiber Fabry – Perot interferometers including multiple reflections and angular misalignment // *Applied Optics*. 2011. Vol. 50. No. 23. Pp. 4671–4680.
10. Yu B., Wang A., Pickrell G. R. Analysis of fiber Fabry – Pérot interferometric sensors using low-coherence light sources // *Journal of Lightwave Technology*. 2006. Vol. 24. No. 4. Pp. 1758–1767.
11. Liu G., Han M., Uddin N., Han M. Analysis of single-mode fiber-optic extrinsic Fabry – Perot interferometric sensors with planar metal mirrors // *Applied Optics*. 2021. Vol. 60. No. 26. Pp. 7894–7902.
12. Martin J., Capmany J. Transfer functions of double- and multiple-cavity Fabry – Perot filters driven by Lorentzian sources // *Applied Optics*. 1996. Vol. 35. No. 36. Pp. 7108–7111.
13. Yang Y., Zhang H., Cao G., Zhao H., Cheng Y. Influence of surface errors on the performance of EFPI based on GRIN lenses // *Optik*. 2014. Vol. 125. No. 14. Pp. 3564–3568.
14. Gao H., Jiang Y., Cui Y., Zhang L., Jia J., Hu J. Dual-cavity Fabry – Perot interferometric sensors for the simultaneous measurement of high temperature and high pressure // *IEEE Sensors Journal*. 2018. Vol. 18. No. 24. Pp. 10028–10033.
15. Pechstedt R. D. Fibre optic pressure and temperature sensor for applications in harsh environments // *Proceedings of SPIE*. 2014. Vol. 8794. Fifth European Workshop on Optical Fibre Sensors, Krakow, Poland (20 May, 2013). P. 879405.
16. Markuse D. Loss analysis of single-mode fiber splices // *The Bell System Technical Journal*. 1977. Vol. 56. No. 5. Pp. 703–718.
17. Parashar A., Shah A., Packirisamy M., Sivakumar N. Three cavity tunable MEMS Fabry – Perot interferometer // *Sensors*. 2007. Vol. 7. No. 12. Pp. 3071–3083.
18. Van de Stadt H., Muller J. M. Multimirror Fabry – Perot interferometers // *Journal of the Optical Society of America A*. 1985. Vol. 2. No. 8. Pp. 1363–1370.
19. Салех Б. Е. А., Тейх М. К. Оптика и фотоника. Принципы и применения. Пер. с англ. 2-е изд. В 2 тт. Долгопрудный: ИД «Интеллект», 2012. Т. 1 – 760 с. Т. 2 – 780 с.
20. Zhang Y., Li Y., Wei T., Lan X., Huang Y., Chen G., Xiao H. Fringe visibility enhanced extrinsic Fabry – Perot interferometer using a graded index fiber collimator // *IEEE Photonics Journal*. 2010. Vol. 2. No. 3. Pp. 469–481.
21. Ushakov N. A., Liokumovich L. B. Investigation of baseline measurement resolution of a Si plate-based extrinsic Fabry – Perot interferometer // *Proceedings of SPIE*. 2014. Vol. 9132. Optical Micro- and Nanometrology. P. 913214 (1 May 2014) 6 p.
22. Diddams S., Diels J.-C. Dispersion measurements with white-light interferometry // *Journal of the Optical Society of America B*. 1996. Vol. 13. No. 6. Pp. 1120–1129.
23. Григорьев И. С., Мейлихов Е. З. Физические величины. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.



REFERENCES

1. Lee B. H., Kim Y. H., Park K. S., et al., Interferometric fiber optic sensors, *Sensors*. 12 (3) (2012) 2467–2486.
2. Ushakov N., Liokumovich L., Resolution limits of extrinsic Fabry – Perot interferometric displacement sensors utilizing wavelength scanning interrogation, *Appl. Opt.* 53 (23) (2014) 5092–5099.
3. Fang Z., Chin K. K., Qu R., Cai H., Fundamentals of optical fiber sensors. John Wiley & Sons, New York (2012) 395–426.
4. Rao Y.-J., Recent progress in fiber-optic extrinsic Fabry – Perot interferometric sensors, *Opt. Fiber Technol.* 12 (3) (2006) 227–237.
5. Pevac S., Donlagić D., Multiparameter fiber-optic sensors: a review, *Opt. Eng.* 58 (7) (2019) 072009.
6. Sirkis J., Chang C.-C., Multiplexed optical fiber sensors using a single Fabry – Perot resonator for phase modulation, *J. Light. Technol.* 14 (7) (1996) 1653–1663.
7. Han M., Zhang Y., Shen F., et al., Signal-processing algorithm for white-light optical fiber extrinsic Fabry – Perot interferometric sensors, *Opt. Lett.* 29 (15) (2004) 1736–1738.
8. Arya V., De Vries M., Murphy K. A., et al., Exact analysis of the extrinsic Fabry – Perot interferometric optical fiber sensor using Kirchhoff’s diffraction formalism, *Opt. Fiber Technol.* 1 (4) (1995) 380–384.
9. Wilkinson P. R., Pratt J. R., Analytical model for low finesse, external cavity, fiber Fabry – Perot interferometers including multiple reflections and angular misalignment, *Appl. Opt.* 50 (23) (2011) 4671–4680.
10. Yu B., Wang A., Pickrell G. R., Analysis of fiber Fabry – Pérot interferometric sensors using low-coherence light sources, *J. Light. Technol.* 24 (4) (2006) 1758–1767.
11. Liu G., Han M., Uddin N., Han M., Analysis of single-mode fiber-optic extrinsic Fabry – Perot interferometric sensors with planar metal mirrors, *Appl. Opt.* 60 (26) (2021) 7894–7902.
12. Martin J., Capmany J., Transfer functions of double- and multiple-cavity Fabry – Perot filters driven by Lorentzian sources, *Appl. Opt.* 35 (36) (1996) 7108–7111.
13. Yang Y., Zhang H., Cao G., et al., Influence of surface errors on the performance of EFPI based on GRIN lenses, *Optik*. 125 (14) (2014) 3564–3568.
14. Gao H., Jiang Y., Cui Y., et al., Dual-cavity Fabry – Perot interferometric sensors for the simultaneous measurement of high temperature and high pressure, *IEEE Sens. J.* 18 (24) (2018) 10028–10033.
15. Pechstedt R. D., Fibre optic pressure and temperature sensor for applications in harsh environments, Proc. SPIE. 8794. Fifth European Workshop on Optical Fibre Sensors, Krakow, Poland (20 May, 2013), (2014) 879405.
16. Markuse D., Loss analysis of single-mode fiber splices, *Bell Syst. Tech. J.* 56 (5) (1977) 703–718.
17. Parashar A., Shah A., Packirisamy M., Sivakumar N., Three cavity tunable MEMS Fabry – Perot interferometer, *Sensors*. 7 (12) (2007) 3071–3083.
18. Van de Stadt H., Muller J. M., Multimirror Fabry – Perot interferometers, *J. Opt. Soc. Am. A.* 2 (8) (1985) 1363–1370.
19. Saleh B. E. A., Teich M. C., Fundamentals of photonics, John Wiley & Sons, New York, 1991.
20. Zhang Y., Li Y., Wei T., et al., Fringe visibility enhanced extrinsic Fabry – Perot interferometer using a graded index fiber collimator, *IEEE Photonics J.* 2 (3) (2010) 469–481.
21. Ushakov N. A., Liokumovich L. B., Investigation of baseline measurement resolution of a Si plate-based extrinsic Fabry – Perot interferometer, Proc. SPIE. 9132. Optical Micro- and Nanometrology (2014) 913214 (1 May 2014).
22. Diddams S., Diels J.-C., Dispersion measurements with white-light interferometry, *J. Opt. Soc. Am. B.* 13 (6) (1996) 1120–1129.
23. Grigoriev I. S., Meilikhov E. Z., Handbook of physical quantities, 1st edition, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, Jan. 25, 1997.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛИОКУМОВИЧ Леонид Борисович – доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
leonid@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-5988-1429

УШАКОВ Николай Александрович – кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
n.ushakoff@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-3480-2779

МАРКВАРТ Александр Александрович – ассистент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
markvart_aa@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-8080-0830

ЕВДОКИМЕНКО Екатерина Юрьевна – аспирантка Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
evdokimenko.97@inbox.ru
ORCID: 0000-0001-7739-9898

THE AUTHORS

ЛЮКУМОВИЧ Leonid B.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
leonid@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-5988-1429

USHAKOV Nikolai A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
n.ushakoff@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-3480-2779

MARKVART Aleksandr A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
markvart_aa@spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-8080-0830

EVDOKIMENKO Ekaterina Yu.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
evdokimenko.97@inbox.ru
ORCID: 0000-0001-7739-9898

Статья поступила в редакцию 14.10.2022. Одобрена после рецензирования 23.10.2022. Принята 23.10.2022.

Received 14.10.2022. Approved after reviewing 23.10.2022. Accepted 23.10.2022.